

## クノイド波に関する研究 (第8報)

—水平方向水粒子速度に関する実験—

岩 垣 雄 一・酒 井 哲 郎

## STUDIES ON CNOIDAL WAVES (EIGHTH REPORT)

—Experiments on Horizontal Velocity of Water Particles—

By Yuichi IWAGAKI and Tetsuo SAKAI

## Synopsis

Measurement of water particle velocity induced by surface wave motion has been made little because of difficulty, while it is important for clarification of wave breaking mechanism, wave force on offshore structures, mechanism of sediment suspension and diffusion by waves, and so on.

In the 3rd and 6th papers, applicability of the cnoidal wave theory was discussed by comparison of the experimental results of wave velocity, wave length and wave crest height with the theoretical values.

This paper presents experimental results of horizontal velocity of water particles in a wave tank by two methods, that is, hydrogen bubble tracer and a hot film anemometer. And applicability of the cnoidal wave theory is also discussed herein by comparison of the results with Stokes wave theory of the 3rd order and the cnoidal wave and hyperbolic wave theories of the 2nd approximation.

## 1. ま え が き

波による水粒子速度は、砕波現象の機構、海中構造物に作用する波力、波による底質の浮遊や拡散の機構などを解明する上で重要な要因であるにもかかわらず、その測定の困難さから、これまでほとんど実験的に取り扱われたものがなく、わずかに2、3の例<sup>1), 2), 3)</sup>があるに過ぎない。

最近、きわめて短い時間間隔ごとに、水素気泡を電気分解によって水中に発生させ、その運動をトレースして、波による水粒子速度を測定する方法が提案された<sup>4)</sup>。著者らは、この方法を用いて、波浪実験水槽で起こした波による波の峯付近の水平方向水粒子速度を測定した<sup>5)</sup>。この方法は、ある位相における水粒子速度の鉛直分布を測定するには適しているが、水粒子速度の時間的変化を測定するには適していない。そのため、最近水流の乱れの測定に用いられはじめた hot film 流速計を用いて、波による水平方向の水粒子速度の、波の峯および谷の通過時における値と、1周期にわたる時間的変化を求めた。水素気泡による方法および hot film 流速計による方法によって測定した結果と、さらにそれを微小振幅波理論、Stokes 波の第3次近似解およびクノイド波の近似表現としての hyperbolic 波の理論式と比較検討した結果は、すでに発表した<sup>6)</sup>。

ここでは、これに水素気泡による方法で測定した結果を追加し、さらに hot film 流速計による方法で測定した結果については、別の面からの検討をも加えて、従来、波形、波速、波長および波の峯高などから検

討を加えてきたクノイド波理論<sup>7),8)</sup>を, 水粒子速度の立場から検討を加えようとするものである。

## 2. 実験装置および方法

### (1) 実験装置

実験は, 京都大学工学部土木工学教室の波浪実験水槽を用い, その一端に設置した油圧式ピストン型波起し機によって波を起こした。

a) Hot film 流速計による方法 用いた hot film 流速計とそのプローブは, DISA 製作の Type 55 D 05 および 55 A 81 である。この流速計は, ブリッジの抵抗の1つを形成しているプローブから輸送される熱量を電気的に増幅するもので, プローブは, Fig. 1 に示すように, 電気的に熱せられた抵抗としてのうすい金属膜とサポートからなっており, 実際には, 流速計は, プローブの抵抗(したがって温度)がつねに指定した抵抗値 (operating resistance) になっているのに必要な電力を計測する, いわゆる定温式である。

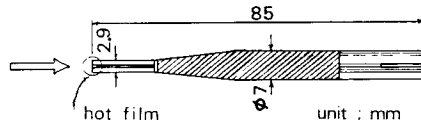


Fig. 1 Hot film probe.

一般に, プローブを熱して一定の温度にたもつために流れる電流  $I$  は, プローブのまわりの流体の速度  $U$  との間に,

$$\frac{R}{R-R_0} I^2 = A + BU^n \dots\dots\dots (1)$$

の関係があることが実験的に得られている。ここで  $R$  は operating resistance,  $R_0$  は流体の温度におけるプローブの抵抗値 (cold resistance),  $A, B$  および  $n$  は定数である。

しかしながら,  $A, B$  および  $n$  の値は, 特定の流体中において, 特定のプローブを用い, 特定の overheating ratio  $(R-R_0)/R$ , および特定の流体温度などに対して, はじめて決まるものであり, 実際には, 流速と出力との関係を示す校正曲線は, これらの条件が変わるたびにあらためて決定する必要がある。校正曲線を求める方法としては, Fig. 2 に示すように, プローブを設置した台車を水槽上で水槽に沿って移動させ, 水槽上部にとりつけた接点と台車にとりつけた接片が接触した瞬間にガルバノメーターに電流が流れるようにしておき, 記録紙上の隣り合う2つのパルスの間の時間で, 2つの接点間の距離をわって平均移動速度を求め, これと, そのときの hot film 流速計に接続したガルバノメーターの振れとの関係を図にプロットして

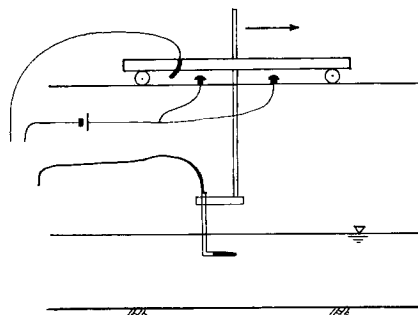


Fig. 2 Schematic figure for calibration method of hot film anemometer.

較正曲線とした。

Fig. 2 に示したようにプローブを設置した場合、図上の右から左への流れに対してはプローブは感知できるが、左から右への流れに対しては、hot film のサポートが障害物となって正しく感知できない。したがって、Fig. 3 に示すように、(1) の、波の進行方向にプローブが対向する場合、波高計と流速計に接続されたガルバノメーターの振れの時間的変化のうち、水位が静水面より高い間の流速計の記録（実線部分）は信用できるが、水位が静水面より低い間は流れの方向が逆になるので信用できないことになる。なお、この場合、流れの方向の逆転をプローブは感知できない。一方、プローブの向きが(1)と反対の(2)の場合では、逆に、水位が静水面より低い間の流速計の記録（実線部分）は信用できるが、水位が静水面より高い間は信用できない。

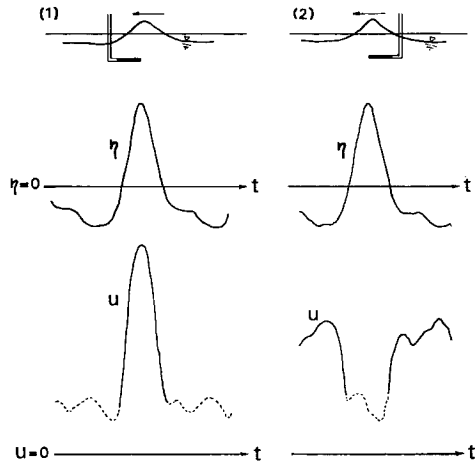


Fig. 3 Relation between direction of probe and record of hot film anemometer.

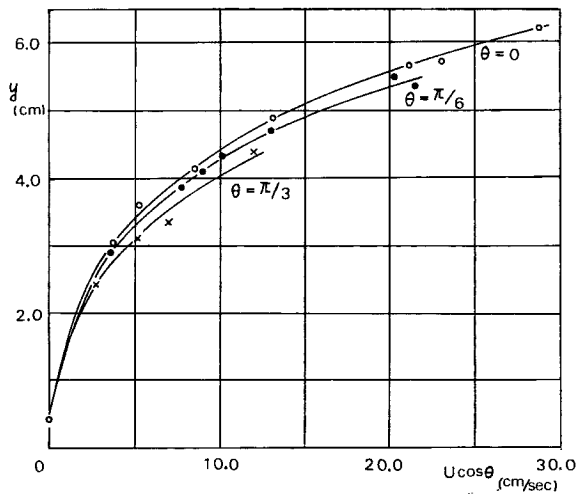


Fig. 4 Calibration curves of hot film anemometer.

プローブの向きと流れの方向が一致しないである角度  $\theta$  をなす場合、プローブは、その方向 (hot film に対しては垂直の方向) の速度成分のみを感知することになっているが、Fig. 3 に示すように、流速計の記録は、較正曲線から得られる水平速度  $u$  が 0 の位置までは下がらない状態で脈動をくりかえしている。Fig. 4 の  $\theta=0$  の曲線は、流速計の較正曲線の 1 例である。この場合、横軸には、台車の平均移動速度  $U$  と、プローブと水槽方向とのなす角度  $\theta$  の余弦  $\cos \theta$  との積  $U \cos \theta$  が、縦軸にはガルバノメーターの光点の振れ  $\psi$  がとってある。 $\theta=\pi/6$  の曲線は、プローブを、台車の移動方向と  $30^\circ$  の角度をなして設置した場合の、 $U \cos 30^\circ$  と  $\psi$  の関係であり、 $\theta=\pi/3$  のそれは、同様に  $60^\circ$  の角度で設置した場合の  $U \cos 60^\circ$  と  $\psi$  の関係である。このように、この hot film 流速計で、流れの方向とプローブの方向が一致しない場合、 $\theta=0$  の較正曲線を用いて  $u$  を求めると、プローブの方向の流速成分より小さく見積ることになる。

実験に際しては、電気抵抗線式波高計 1 台と hot film のプローブを水槽横方向にならべ、さらに約 2 m はなして他の 1 台の波高計を設置して、ともに電磁オシログラフに接続した。

b) 水素気泡をトレーサーとする方法 この方法によって水粒子速度を測定する装置は、Fig. 5 に示すように、水素気泡を発生させる水中電極として、直径 0.05 mm の白金線の一端を水槽底面に取りつけて張り、他端を波の峯の高さより数 cm の高さのところポイントゲージにとりつけた。白金線の長さは、水深に応じて約 40 cm と 30 cm のものを用いた。陽極としては、水槽側壁のガラス面の内側に、15 cm  $\times$  37 cm の銅板を 4 枚、陰極の左右前後にはりつけた。一方、波高計 1 台を、陰極と水槽横方向にならべ、他の 1 台を約 2 m はなして設置し、両者は電磁オシログラフに接続した。水中電極にパルス電圧を加える装置は、出力電圧 400V で、発生しうるパルスの周期は 4 ms  $\sim$  700 ms、パルス幅は 0.4 ms  $\sim$  70 ms である。陰極に発生し、流れによって運動する水素気泡の位置は、1 眼レフカメラによって水槽の側方よりガラス面を通して撮影した。

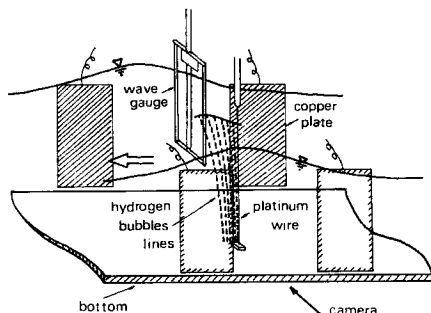


Fig. 5 Schematic figure for velocity measurement of water particles by hydrogen bubble tracer.

## (2) 実験方法

a) Hot film 流速計による方法 Hot film 流速計の operating resistance を cold resistance の 1.00  $\sim$  1.15 倍にしたのち、プローブを、測定する水粒子速度の値の範囲のいくつかの速度で台車とともに移動させ、Fig. 2 の装置で、hot film 流速計の較正曲線を決定する。Fig. 4 の  $\theta=0$  で示した曲線はその 1 例であるが、台車の平均移動速度  $U$  とガルバノメーターの光点の変位  $\psi$  との関係は、直線ではなく、 $U$  の値が小さいほどその勾配は大きい。前述したように、プローブは逆転する流れを正確に感知できないが、ここでは利用できるプローブが 1 本のみであり、1 周期の  $u$  の時間的変化を完全な形で求められないため、便宜的方法としてつぎのようにした。まずプローブを Fig. 3 (1) の方向に向けて、 $u$  が波の進行方向と同じ向きである間の  $u$  を測定したのち、波起し機を止めてから、プローブの向きを逆に Fig. 3 の (2) の方向に向けて、ふたたび同じ条件で波を起し、波の進行方向と逆の向きの間の  $u$  を測定する方法をとった。

こうして同じ波の条件で得られた2種類の記録のうち、十分波形が安定し、かつ反射の影響の入っていない波を選び、両者の流速計の記録のうち、それぞれ Fig. 3 の(1)および(2)の実線部分を、較正曲線を用いて読みとり、位相0の位置を合わせて、同一図上にプロットする。その例を示したのが Fig. 6 であるが、一般に、(1)a) で述べたように、図の上下の記録は  $u=0$  にならない状態で overlap する。ここでは、1周期にわたる  $u$  の時間的変化を求めるため、便宜的に、図に示す overlap の部分の、上下の記録の絶対値の等しい位相が  $u=0$  の位相であるとして記録を修正し、BA, AO, OA' および A'B' を3等分し、それぞれの3等分点のうち B, O および B' に近い点の位相では、水粒子速度はブルーブと約  $30^\circ$  の角度をなし、のこりの点では約  $60^\circ$  の角度をなすとして、Fig. 4 を用いてこれらの点での  $u$  を図の丸印のように修正し、B, O および B' 点では水粒子速度の方向とブルーブの方向は一致するとして修正しなかった。

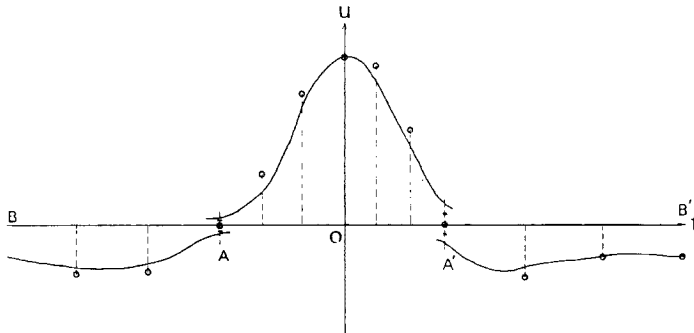


Fig. 6 Schematic diagram for correction of record of water particle velocity by hot film anemometer.

なお、波の峯および谷の通過時の位相での水粒子速度については、1波ではなく、波形の安定している間での連続する数波の平均を求めた。

実験は、4種類の  $T\sqrt{g/h}$  の値について、それぞれ水深  $h$  および波の周期  $T$  を一定とし、波高  $H$  を変えて行なった。実験条件は Table 1 に示す。ここで、 $z$  は静水面を原点とし、鉛直上向きを正とした座標で、 $z_p$  をブルーブの位置の  $z$  の値とすれば、 $z_p+h$  ( $z_p<0$ ) はブルーブの底面からの高さを表わす。

b) 水素気泡をトレーサーとする方法 波起こし機によって生じた波のうち、十分波形が安定した後の波で、かつ水槽の他端からの反射波の影響が入っていない波について、その峯が陰極設置位置を通過する直前に、適当なパルス周期  $\Delta t$  のパルス電圧を加えはじめる。陰極に発生した水素気泡列が、波の進行方向の流れによって運ばれ、いくつかの水素気泡列がならんだ状態をカメラで撮影する。一方、2台の波高計によって、陰極位置およびそれより約 2 m はなれた位置での時間的な波形を電磁オシログラフに記録する。電極にパルス電圧が加わると、波高計はそれを感知して、波形記録に乱れが入るので、陰極位置の波に

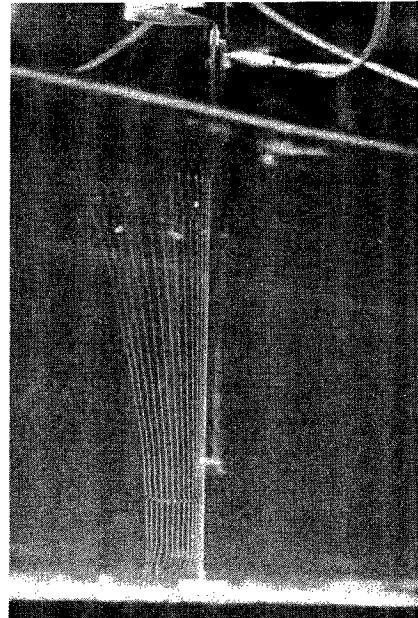


Photo. 1 Hydrogen bubble tracer.

Table 1 Conditions of experiments by hot film anemometer.

$h$ (cm)	$T$ (sec)	$H$ (cm)	$z_p + h$ (cm)	$T\sqrt{g/h}$	$H/h$
15.0	0.96	4.5	11.25	7.7	0.302
		3.65			0.243
		3.2			0.213
		2.25			0.150
		1.5			0.101
13.0	1.06	3.9	9.75	9.2	0.301
		3.3			0.252
		2.8			0.215
		1.95			0.150
20.0	1.74	5.95	15.0	12.2	0.298
		4.85			0.243
		4.25			0.213
		3.45			0.174
		2.55			0.127
16.0	1.89	4.7	12.0	14.8	0.295
		3.9			0.243
		3.15			0.197
		2.25			0.142
16.0	1.89	4.9	0.8	14.8	0.306
		3.9			0.245
		3.05			0.191
		2.25			0.139

Table 2 Conditions of experiments by hydrogen bubble tracer.

$h$ (cm)	$T$ (sec)	$H$ (cm)	$\Delta t$ (msec)	$p$ (msec)	$T\sqrt{g/h}$	$H/h$
30.5	0.93	9.1	40	20	5.25	0.298
20.9	0.96	7.2	20	10	6.55	0.345
16.0	0.94	5.2	20	10	7.35	0.326
13.0	0.95	4.0	20	10	8.25	0.306
16.0	1.10	4.9	20	10	8.60	0.307
13.0	1.10	4.15	20	10	9.55	0.318
29.8	1.74	7.1	50	20	10.0	0.239
21.0	1.74	6.45	30	15	11.9	0.308
21.0	1.76	6.45	20	5	12.0	0.306
21.0	1.89	6.25	20	10	12.9	0.297
16.0	1.73	5.2	20	5	13.6	0.324
16.0	1.74	5.65	40	20	13.6	0.353
13.0	1.93	3.65	20	7	16.8	0.282

おける、第1パルスが加わった時刻  $t_0$  がわかる（波の峯の通過時を  $t=0$  とすると  $t_0 < 0$ ）。

$t_0 + (m-1) \cdot \Delta t$  と  $t_0 + m \cdot \Delta t$  の算術平均  $t_0 + \{m - (1/2)\} \cdot \Delta t$  がもっとも 0 に近づくように、film 上に写った  $m$  番目および  $(m+1)$  番目の気泡列を選ぶ（Photo. 1 参照）。film 上で、水槽底面から求める高さにおける、この  $m$  番目および  $(m+1)$  番目の水素気泡列の間隔を求め、それを  $\Delta t$  でわれば、波の位相  $(x - ct)/L = -[t_0 + \{m - (1/2)\} \cdot \Delta t]/T$  での、その高さにおける水平方向水粒子速度  $u$  が近似的に得られる（ここで、 $x$ ：陰極位置を原点とし波の進行方向を正とする座標、 $c$ ：波速、 $L$ ：波長）。この操作を水槽底面から種々の高さで行なえば、 $u$  の鉛直分布が得られる。

実験条件は、Table 2 に示す。ここで、 $\rho$  はパルス幅である。カメラのレンズ絞りはつねに 1.4、露出はつねに 1/125 sec である。

### 3. 実験結果および考察

#### (1) 実験結果

Table 1 で示した実験条件で、hot film 流速計を用いて測定した水平方向水粒子速度の時間的変化の記録から、波形が安定したのちの連続する数波について、波の峯および谷の通過時の値  $u_c$  および  $u_t$  を求め、それぞれを平均して  $\sqrt{gh}$  でわったものと、 $H/h$  の関係を、 $T\sqrt{g/h}$  および  $(z_p+h)/h$  をパラメーターとして示したのが、Fig. 7(1)~(5)である。図中には、微小振幅波理論、Stokes 波の第3次近似解<sup>9)</sup>、クノイド波の第2近似解<sup>10)</sup> およびその近似表現としての hyperbolic 波の理論式<sup>11)</sup> による関係をも、それぞれ一点鎖線、実線、二点鎖線および破線で示してある。hyperbolic 波の曲線は、その適用範囲  $K \geq 3$  (ただし、 $K$  は第1種完全だ円積分) をこえて、 $K \geq 2$  の範囲で示してあり、図の(4)、(5)では、 $K=3$  の点を小さい黒点で示して、この点より  $H/h$  の値の大きい部分が  $K \geq 3$  の範囲を意味する。(3)、(4)および(5)で、クノイド波の  $u_t$  の曲線は、hyperbolic 波のそれと一致するため示していない。微小振幅波理論では、 $u_c = u_t$  なので、直線は1本であるが、他の3種の有限振幅波理論によるものは、微小振幅波理論のそ

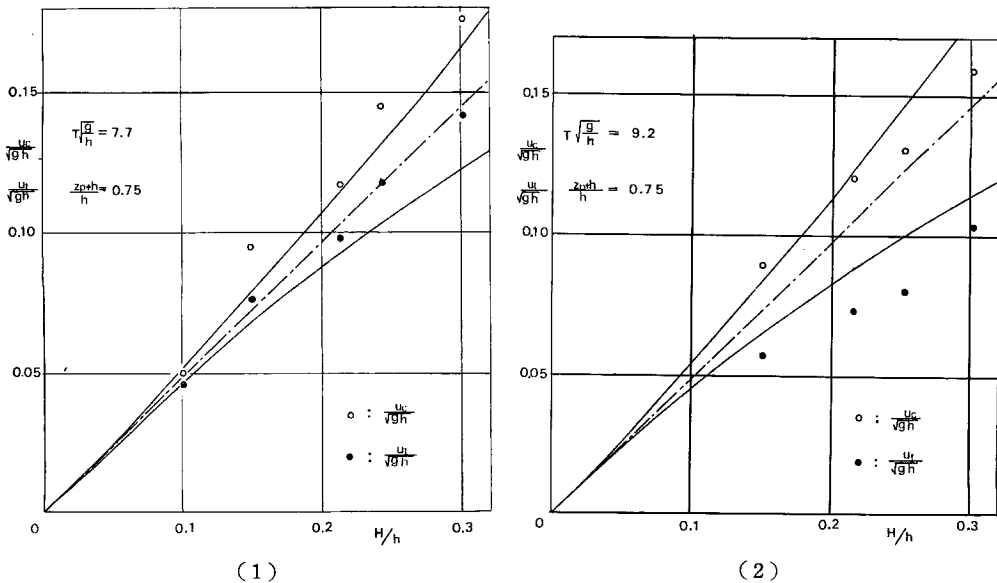
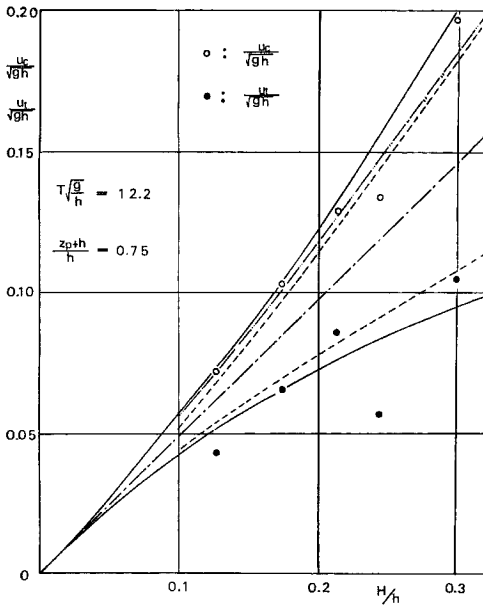
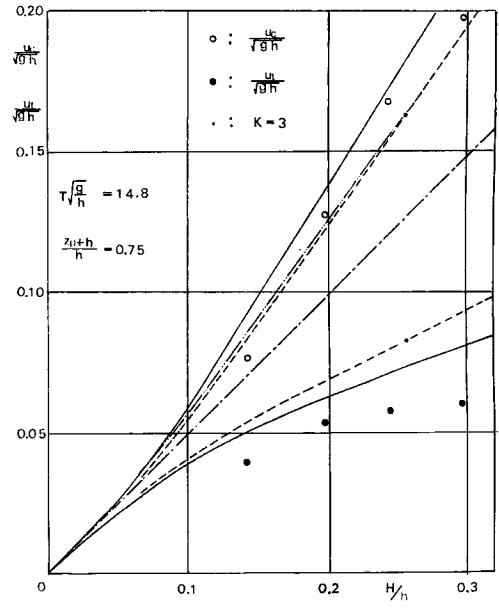


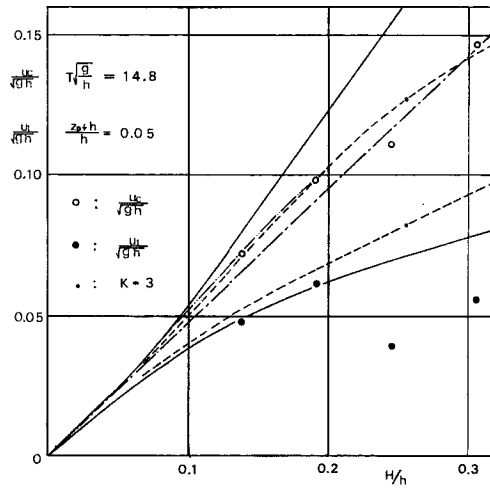
Fig. 7 (1), (2) Horizontal velocities of water particles at phases of wave crest and trough in cases  $T\sqrt{g/h}=7.7$  and  $9.2$  (chain line: small amplitude waves, full line: Stokes waves).



(3)



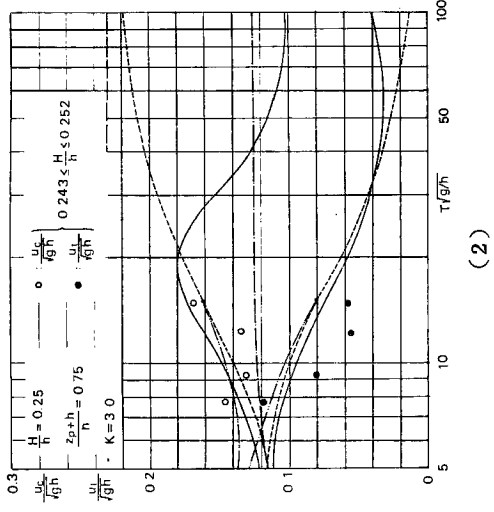
(4)



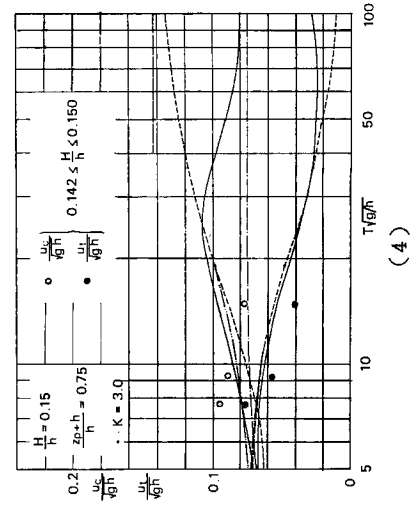
(5)

Fig. 7 (3)~(5) Horizontal velocities of water particles at phases of wave crest and trough in cases  $T\sqrt{g/h}=12.2$  and  $14.8$  (chain line: small amplitude waves, full line: Stokes waves, double chain line: cnoidal waves, broken line: hyperbolic waves).

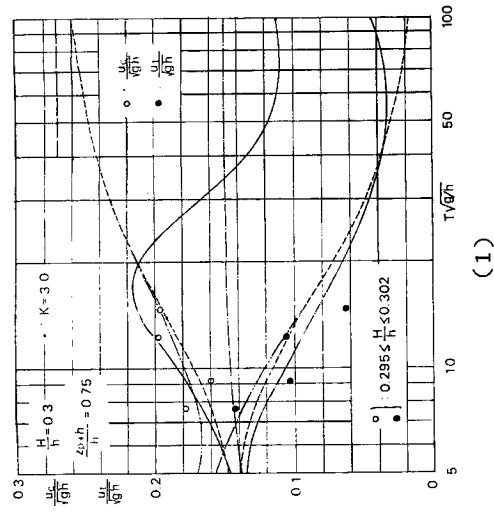




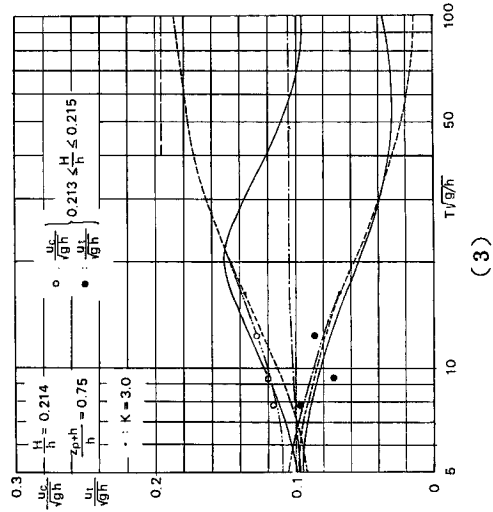
(2)



(4)



(1)



(3)

Fig. 8 (1)~(4) Horizontal velocities of water particles at phases of wave crest and trough in cases  $H/h=0.3, 0.25, 0.214$  and  $0.15$  (chain line : small amplitude waves, full line : Stokes waves, double chain line : cnoidal waves, broken line : hyperbolic waves, long broken line : solitary wave).

れより  $u/\sqrt{gh}$  の値の大きい方が  $u_c$ , 小さい方が  $u_t$  に関するものである。

つぎに, Fig. 7 と表示の仕方を変えて, 横軸に  $T\sqrt{g/h}$  をとり, パラメーターとして,  $H/h$  および  $(z_p+h)/h$  をとって示したのが, Fig. 8 (1)~(4) である。実験では, Table 1 に示すように  $H/h$  の値が一定でないので, 実験値のうち,  $H/h$  の値が理論曲線の 0.3, 0.25, 0.214 および 0.15 の4種の値に近いものを選んだ。実験値の  $H/h$  の値の範囲は, 図中に示している。なお,  $T\sqrt{g/h}$  の値の大きい領域で, 図の上部に長い破線で示した直線は, 孤立波理論<sup>10)</sup>による波の峯の通過時の水粒子速度  $u_c/\sqrt{gh}$  を示したものである。また, 図中の小さい黒丸は, Fig. 7 におけるものと同様である。

つぎに,  $u$  の1周期にわたる時間的変化を, Fig. 6 の方法で求め, その代表的なものを, Fig. 9 (1)~(5) の太い実線で示した。ただし, (5) は, プループの位置が  $(z_p+h)/h=0.05$  で, 底面にきわめて近く, 水粒子の運動は水平方向のみであると考え, Fig. 6 の方法による修正は行なわなかった。図中には, 同時に測定された水位  $\eta$  の時間的変化をも示してあり, そのうち太い実線は,  $u$  の時間的変化を求めるための2つの記録 (Fig. 3 の (1) および (2)) のうちの (1) の場合のもの, 太い破線は (2) の場合のものである。また, 比較のため, Stokes 波の第3次近似解および hyperbolic 波の理論式による  $u/\sqrt{gh}$  および  $\eta/H$  の時間的変化を, それぞれ細い実線および破線で示してある。

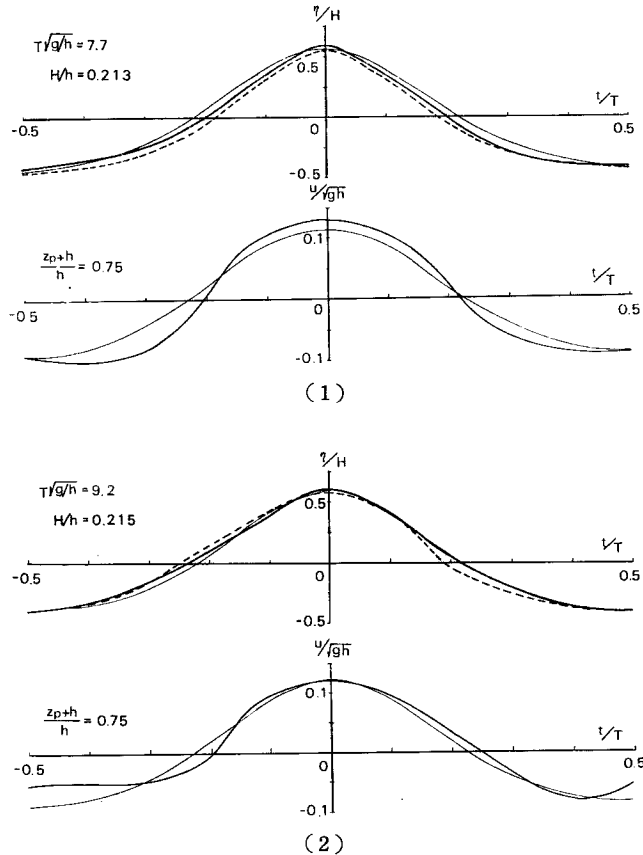


Fig. 9 (1), (2) Variations of horizontal velocity of water particles and water surface with time (thick full and broken lines : experiment, thin full line : Stokes waves).

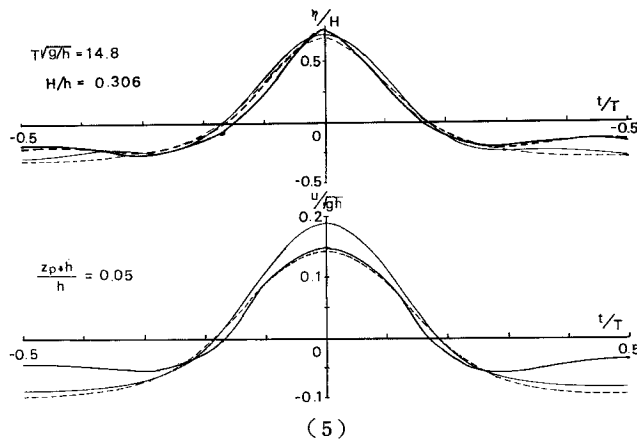
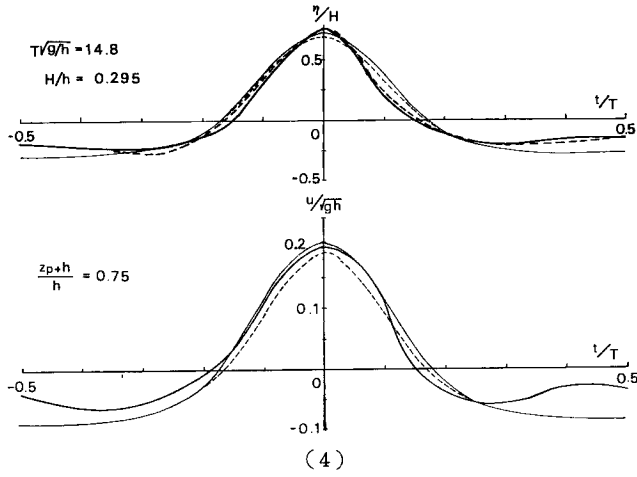
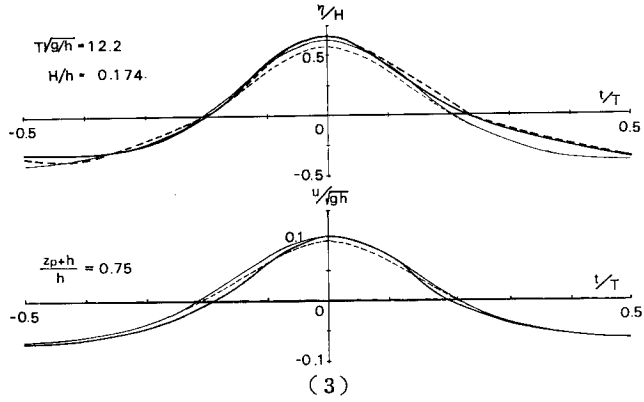


Fig. 9 (3)~(5) Variations of horizontal velocity of water particles and water surface with time (thick full and broken lines : experiment, thin full line : Stokes waves, thin broken line : hyperbolic waves).

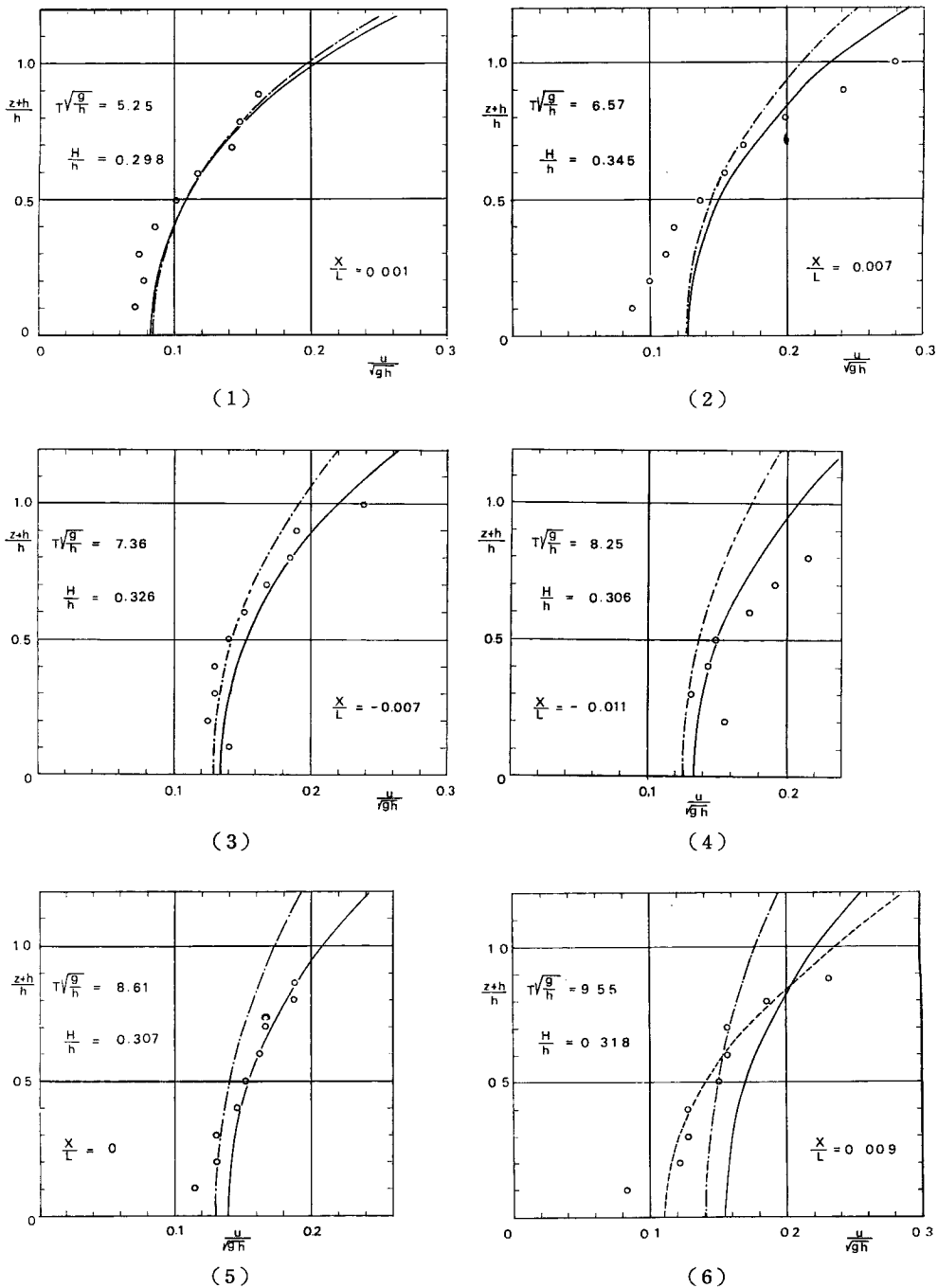


Fig. 10 (1)~(6) Vertical distribution of horizontal velocity of water particles at phase of wave crest (chain line : small amplitude waves, full line : Stokes waves, broken line : hyperbolic waves).

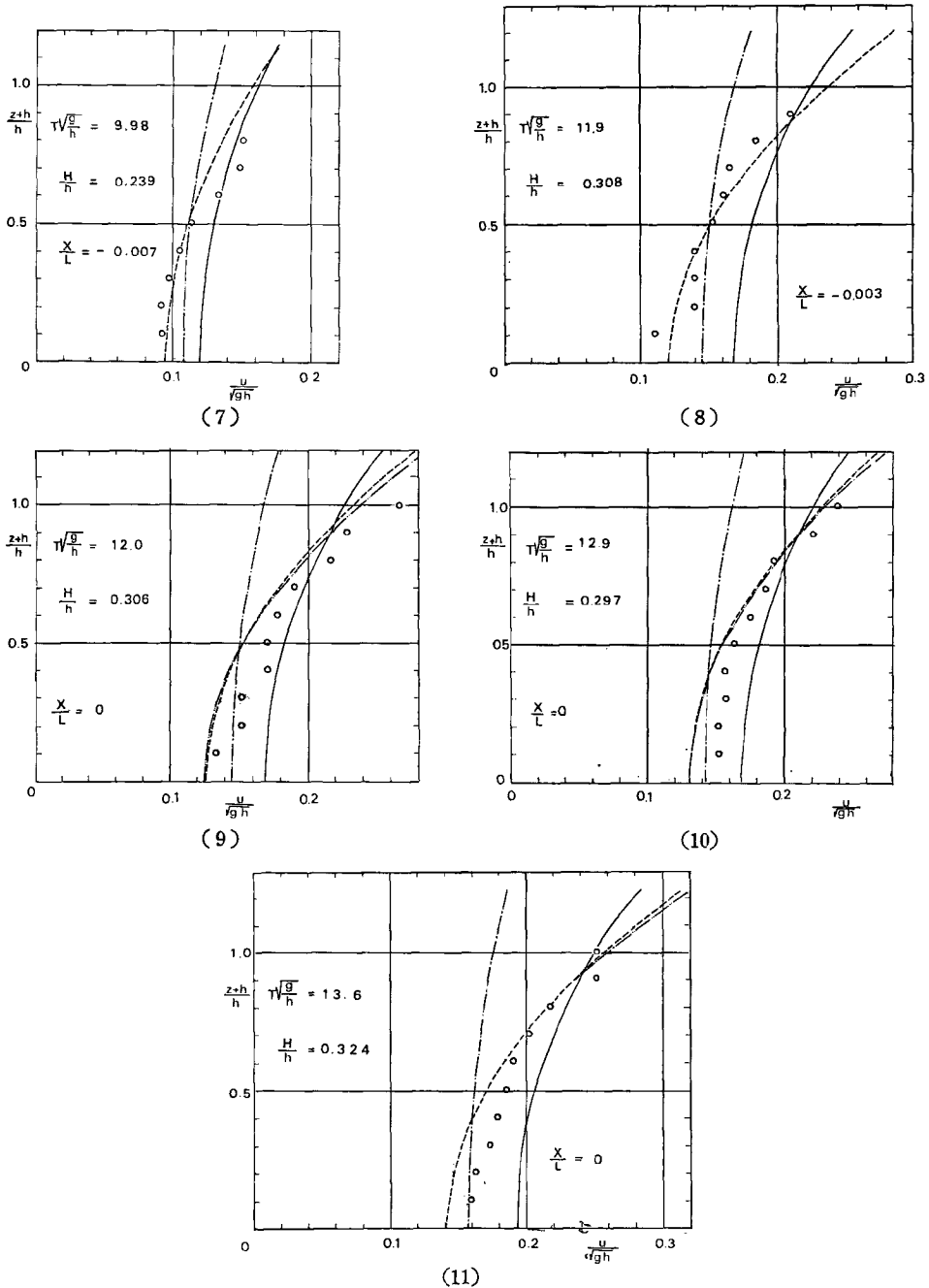
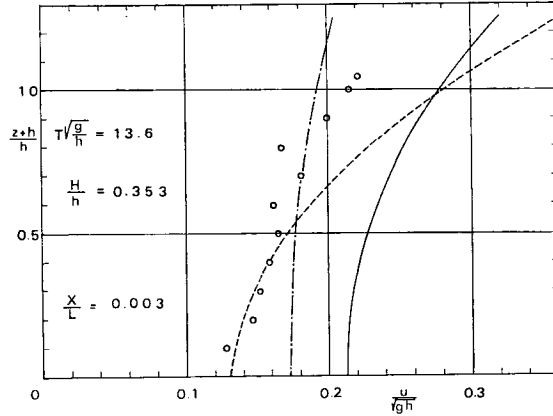
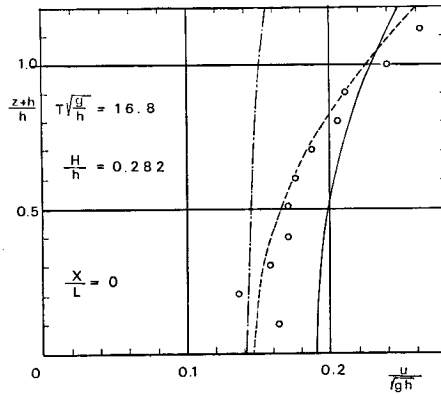


Fig. 10 (7)~(11) Vertical distribution of horizontal velocity of water particles at phase of wave crest (chain line : small amplitude waves, full line : Stokes waves, double chain line : cnoidal waves, broken line : hyperbolic waves).



(12)



(13)

Fig. 10 (12), (13) Vertical distribution of horizontal velocity of water particle at phase of wave crest (chain line: small amplitude waves, full line: Stokes waves, broken line: hyperbolic waves).

最後に、Table 2 の実験条件で水素気泡をトレーサーとして測定した、波の峯の通過時付近の  $u$  の鉛直分布を、縦軸に  $(z+h)/h$ 、横軸に  $u/\sqrt{gh}$ 、パラメーターとして  $T\sqrt{g/h}$ 、 $H/h$  および  $X/L=(x-ct)/L$  をとって示したのが、Fig. 10 (1)~(13) である。図中に示されている4種類の曲線は、上述した4種類の理論によるものである。ただし、hyperbolic 波のそれは、 $K < 3$  の場合のものも含んでおり、また、クノイド波のそれは、(8)以後の図で、 $X/L=0$  の場合のみに示しており、(13)では、hyperbolic 波のそれと一致するために示していない。

## (2) 考 察

Hot film 流速計を用いて  $u$  を測定する場合に生ずる誤差で支配的なものは、較正曲線の決定の段階にあると考えられ、2, (1) a) で述べた台車の平均移動速度の算出の際の、2つの接点を通過するのに要する時間、およびガルバノメーターの光点の振れ  $\psi$  を記録紙上から読みとる場合に生じる誤差は、Fig. 4 の較正曲線のばらつきに見られるように、約3%程度と考えられる。また水素気泡をトレーサーとして  $u$  を測定する場合に生じる誤差の原因の支配的なものは、撮影した film 上でのよみとり誤差と、パルス周期の誤差で

あり、これも約3%とみなされる。

Fig. 7の実験結果は、ばらつきが大きく、特に(1)の $T\sqrt{g/h}=7.7$ の場合は顕著であるが、他の4つの場合は、明らかに波の峯および谷の通過時の水平方向水粒子速度 $u_c$ および $u_t$ は、微小振幅波理論によるものよりも、有限振幅波理論である Stokes 波、クノイド波および hyperbolic 波の理論式によるものの傾向に近いことがわかる。ただし、(4)、(5)の $T\sqrt{g/h}=14.8$ の場合の $u_t$ の実験値に、理論曲線の値よりかなり小さいものが多いが、これは Fig. 9(4)、(5)の波形記録に見られるように、波の谷で二次波峯が発生していることによるものと思われる。なお、(3)~(5)には、Stokes 波のほか、クノイド波および $K \geq 2$ の範囲の hyperbolic 波の理論式による曲線も示したが、(3)、(4)では、有限振幅波としての3種の理論の適用性を論ずることは困難である。しかし、(5)の $T\sqrt{g/h}=14.8$ で、底面付近の $u_c$ の実験値は、明らかに、Stokes 波理論によるものよりも、クノイド波あるいは hyperbolic 波の理論式による曲線の傾向に一致している。

Fig. 8では、実験値の $H/h$ の値が、理論曲線の計算に用いた $H/h$ の値のまわりにばらついていること、および実験値の $T\sqrt{g/h}$ の値が7~15の範囲にかぎられていることから、実験結果より理論の適用性を論ずることはできないが、各種の理論曲線の比較から、 $T\sqrt{g/h}$ が大きくなるほど、Stokes 波のそれとクノイド波および hyperbolic 波のそれとの傾向は一致しなくなることがわかる。特に、 $u_c$ に関しては、 $T\sqrt{g/h}$ が9~20の間で、Stokes 波理論と、クノイド波理論あるいは hyperbolic 波の理論式の適用範囲の境界があるようである。 $T\sqrt{g/h}$ が20より大きくなると、Stokes 波の $u_c$ は、クノイド波あるいは hyperbolic 波のそれより小さくなり、少なくとも $T\sqrt{g/h} > 20$ の範囲では、クノイド波理論あるいは hyperbolic 波の理論式を用いる必要があることを示唆している。これは、波速 $c/\sqrt{gh}$ に関する同様の比較の結果<sup>9)</sup>と一致するものである。また、 $K < 3$ の範囲では、クノイド波理論のそれは、hyperbolic 波の理論式によるものよりも、 $u_c, u_t$ ともやや大きくなるようである。なお、孤立波理論の値は、当然のことながら、クノイド波理論あるいは hyperbolic 波の $u_c$ の値の $T\sqrt{g/h} \rightarrow \infty$ での極限值である。

Fig. 9の $u$ の時間的変化の結果は、Fig. 7および Fig. 8のように連続する数波の平均としてではなく、特定の1波に関するものであるが、(5)の $T\sqrt{g/h}=14.8$ 、 $H/h=0.306$ 、 $(z_p+h)/h=0.05$ の場合のそれは、波の谷の通過時付近をのぞいて、hyperbolic 波の理論式によるものによく一致し、Stokes 波理論によるものは、波の峯の通過時付近でかなり大きい $u$ を示しており、これは、Fig. 7(5)の傾向と一致する。(3)および(4)の $T\sqrt{g/h}=12.2$ および $T\sqrt{g/h}=14.8$ 、 $(z_p+h)/h=0.75$ の場合の実験曲線は、両理論による曲線の間にはばらついていて、Fig. 7(3)、(4)の場合と同様、両者の適用性を論ずることができない。ただし、(3)の場合、 $K$ の値は2.35であって、hyperbolic 波の適用範囲外であることを断わっておく。なお、(2)の実験結果は、Stokes 波理論によるものとはほぼ一致しているが、(1)のそれはかなり鈍頭形をしており、その原因はわからない。

Fig. 10に示した水素気泡による水平方向水粒子速度の鉛直分布の実験結果には、かなりのばらつきがあり、特に水槽底面の付近でその傾向が顕著であるが、これは、陰極線を水槽底面に固定するためのアタッチメントによって、流れが乱されているためと考えられる。(6)以後の図には、クノイド波あるいは hyperbolic 波の理論曲線をも示しているが、このうち(6)~(9)では、(7)の $K=2.40$ をはじめとして、 $K \geq 3$ の hyperbolic 波の適用範囲を逸脱している。(1)~(5)では、実験値自体はともかく、その分布の傾向は、微小振幅波理論よりも勾配の急な Stokes 波理論に近いといえる。つぎに、(6)~(8)では、 $X/L \approx 0$ のため、計算の都合上クノイド波理論によるものは示していないが、実験値の分布の傾向は、 $K < 3$ であるにもかかわらず、Stokes 波理論のそれよりも急な hyperbolic 波のそれに近い。(9)~(13)でも、実験値の傾向は、Stokes 波理論のそれよりも急な、クノイド波理論あるいは hyperbolic 波の理論式のそれに近い。なお、クノイド波理論による曲線が、 $K \geq 3$ の範囲では、ほとんど hyperbolic 波の理論式の曲線と一致していることは当然である。

以上のように、実験結果のうち、波の峯の通過時の水平方向水粒子速度 $u_c$ に関しては、その鉛直分布

(Fig. 10) より,  $H/h$  が 0.24~0.35 の範囲にかざられるが, ほぼ  $T\sqrt{g/h} \geq 10$  の領域では, 有限振幅波理論として, Stokes 波理論よりむしろクノイド波理論およびその近似表現としての hyperbolic 波の理論式を用いるべきと考えられ, 一方, Fig. 8 の  $u_c$  と  $T\sqrt{g/h}$  の関係を示す理論曲線の比較から,  $0.15 < H/h < 0.3$  の範囲でかつ  $(z+h)/h = 0.75$  の点に関するかぎり,  $9 < T\sqrt{g/h} < 20$  の範囲に2つの理論の適用限界が存在すると考えられる。

$u_c$  の鉛直分布については,  $T\sqrt{g/h} > 10$  のとき, クノイド波および hyperbolic 波の理論式によるものの方が, Stokes 波理論によるものより急であり, その結果, ほぼ  $(z+h)/h > 1.0$  の領域では, 前者の値の方が後者より大きく, それより下の領域では逆に後者の値の方が大きい。

Fig. 7 (3), (4) の  $u_c/\sqrt{gh}$  と  $H/h$  の関係, および Fig. 9 (3), (4) の  $u/\sqrt{gh}$  の時間的变化では,  $(z_p+h)/h$  が 0.75 のところの値であるから, 上述の理由によって両理論の値に差異があまりなく, このことから, 実験値にもとづく両理論の適用性の検討が十分できなかった理由が理解される。一方, Fig. 7 (5) および Fig. 9 (5) の,  $(z_p+h)/h = 0.05$  では, クノイド波理論および hyperbolic 波の理論式の値の方が, Stokes 波理論のそれよりかなり顕著に小さくなるので, はじめて両理論の差異が明確になり, そのため, クノイド波理論および hyperbolic 波理論の適用範囲内であることが, 明確に推測できたわけである。

なお, Fig. 7 (5) の hot film 流速計の記録には, プループが水槽底面から 8 mm という, 底面にごく近い位置にもかかわらず, 乱れ成分に相当するような変動は入っていなかった。同図にプロットされた実験のうち, もっとも  $H/h$  の大きい場合の,

$$N_R = \sqrt{\frac{\pi}{\nu T}} \cdot H / \sinh \frac{2\pi h}{L} \dots\dots\dots (2)$$

によって定義されるレイノルズ数を計算してみると,  $N_R = 137$  となり, 波による底面境界層が層流から乱流へ遷移する限界レイノルズ数<sup>12)</sup>  $N_R = 160$  よりやや小さい。さらに, この場合の底面境界層を層流とし, その厚さを, その点での水粒子速度が, 境界層外縁での水粒子速度の約 99% になる底面からの高さとしてれば,  $z+h = 6 \cdot \sqrt{\nu T / \pi}$  としてよいから, これを計算すると 4.8 mm となり, 一応プループは底面境界層外にあったと考えられる。

#### 4. 結 言

以上, 波による水粒子速度は, 従来その測定の困難さから, ほとんど検討がなされていなかったが, 著者らは, hot film 流速計および水素気泡をトレーサーとする方法を用いて, 波による水平方向水粒子速度の測定を試み, 一応その時間の変化および鉛直分布を測定することができた。

さらに, この結果を, Stokes 波理論, クノイド波理論およびその近似表現としての hyperbolic 波の理論式と比較して, クノイド波理論を水粒子速度の面から検討し, その結果, つぎのような結論を得た。(1) 水平方向水粒子速度の波の峯の通過時の値  $u_c$  の理論曲線の比較からは, クノイド波および hyperbolic 波の理論式と, Stokes 波理論の適用限界は,  $9 < T\sqrt{g/h} < 20$  の領域にあり, この限界値より  $T\sqrt{g/h}$  の値が大きくなると, クノイド波理論あるいは hyperbolic 波の理論式を用いる必要がある。(2)  $u_c$  の鉛直分布に関する実験結果からは, その限界は 10, さらに  $u_c$  と  $H/h$  の関係および  $u$  の時間的变化に関する実験結果からは, 少なくとも 14.8 ではクノイド波理論あるいは hyperbolic 波の理論式を用いる必要がある。(3)  $T\sqrt{g/h} = 14.8$ ,  $(z_p+h)/h = 0.05$  の場合の実験で, もっとも波高の大きかった場合の, レイノルズ数  $N_R$  は 137 で, 底面境界層の層流から乱流への遷移の限界レイノルズ数  $N_R = 160$  よりやや小さく, hot film 流速計の記録のいづれにも, 乱れ成分に相当する変動は見られなかった。

最後に, この研究は文部省特定研究費による研究の一部であることを付記するとともに, この研究に協力して頂いた大学院生川島毅君に深甚の謝意を表したい。



## 参 考 文 献

- 1) Morison, J. R. and R. C. Crooke: The Mechanics of Deep Water, Shallow Water, and Breaking Waves, U. S. Army, Corps of Engineers, B. E. B., Tech. Memo. No. 40, March, 1953, pp. 1~14.
- 2) Elliott, John G.: Interim Report, Hydrodynamics Laboratory, Calif. Inst. of Tech., Contract NOy-12561, U. S. Navy, Bureau Yards and Docks, July, 1953.
- 3) Goda, Y.: Wave Forces on a Vertical Circular Cylinder, Experiments and a Proposed Method of Wave Force Computation, Port and Harbour Technical Research Institute, Ministry of Transportation, Japan, Report No. 8, 1964.
- 4) 堀川清司・渡辺晃・満岡英世：波による水粒子速度の測定方法について，第22回土木学会年次学術講演会講演概要，昭42，II 91.
- 5) 岩垣雄一・酒井哲郎：有限振幅波の水粒子速度に関する実験，第24回土木学会年次学術講演会講演概要，昭44，II 8.
- 6) 岩垣雄一・酒井哲郎：有限振幅波の水粒子速度に関する実験，第16回海岸工学講演会講演集，昭44. 12, pp. 15~22.
- 7) 岩垣雄一・細見昌彦：クノイド波に関する研究（第3報），——波形，波速および波長に関する実験——，京都大学防災研究所年報，第9号，昭41. 3, pp. 637~645.
- 8) 岩垣雄一・山口正隆：クノイド波に関する研究（第6報），——クノイド波理論の適用限界について——，京都大学防災研究所年報，第11号B，昭43. 3, pp. 477~502.
- 9) Skjelbreia, L.: Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Function, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959, pp. 1~337.
- 10) Laitone, E. V.: The Second Approximation to Cnoidal and Solitary Waves, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 9, 1961, pp. 430~444.
- 11) 岩垣雄一：クノイド波に関する研究（第4報），——hyperbolic waves について（1）——，京都大学防災研究所年報，第10号B，昭42. 3, pp. 283~294.
- 12) Collins, J. I.: Inception of Turbulence at the Bed under Periodic Gravity Waves, Jour. of Geophysical Research, Vol. 68, No. 21, 1963, pp. 6007~6014.