

# 水流による砂れき Saltation の機構 (2)

—Successive Saltation の理論について—

土屋 義人・青山 俊樹

## ON THE MECHANISM OF SALTATION OF A SAND PARTICLE IN A TURBULENT STREAM (2)

—On a Theory of the Successive Saltation—

By *Yoshito* TSUCHIYA and *Toshiki* AOYAMA

### Synopsis

Most of the saltating sand particles on a granular bed in a turbulent stream have successively continued the saltation motion. In this paper, such a saltation motion is defined as successive saltation. A theory of the successive saltation of a single sand particle on a granular bed is established on the basis of the equations of motion for the saltation and the dynamic characteristics of collision between a saltating sand particle and bed particles. It was concluded that the theoretical relationships for the saltation height and distance and for the distribution characteristics are in good agreement with the results of the experiments. Furthermore, some considerations of the saltation of a cloud of sand particles in a turbulent stream are made with the aid of an application of the theory into the saltation motion of sand particles. It was also concluded that the theoretical results can well describe the phenomenon of the saltation of sand particles in a turbulent stream.

### 1. 緒 言

水流による砂れきの床面付近における運動は、砂れきが十分大きく浮遊運動をしない場合には、一般に跳躍運動 (saltation) といわれる特徴的な運動としてあらわされ、これが流砂現象の基本になっていると考えられる。この場合、砂れきが静止時より運動を開始したと考えると、砂れきは一般にある距離を転動して、しかるのち跳躍に移行し、いわゆる第1の跳躍過程を経て、第2、第3と跳躍をくり返して流下する。当然局所的な河床条件の変化と砂れきの運動特性との関連によって、途中で停止し、あるいは静止する場合も起こる。これらのいわゆる saltation のうち、第1回目のものを第1回目の跳躍 (first saltation) として定義して、その転動からの移行過程を含めた理論を第1報として発表した<sup>1)</sup>。

本論文は first saltation に引き続く、第2および第3の跳躍から、さらに継続した場合の saltation について考察したものである。すなわち、固定粗面上におかれた砂れきは、Photo. 1.1<sup>2)</sup> に示すように、一般に静止から運動を開始すると、跳躍運動を継続することがわかる。また Fig. 1.1 は掃流砂れきの saltation の軌跡を測定した結果の一例であるが<sup>3)</sup>、これからも前述した場合と同様な継続的な跳躍運動を明らかに見出すことができる。このように、固定粗面上における砂れきの運動のみならず、掃流砂れきの運動においても、運動する砂れきのかなりのものは、継続跳躍をして流下していくことがわかる、本論文は、砂れきの運

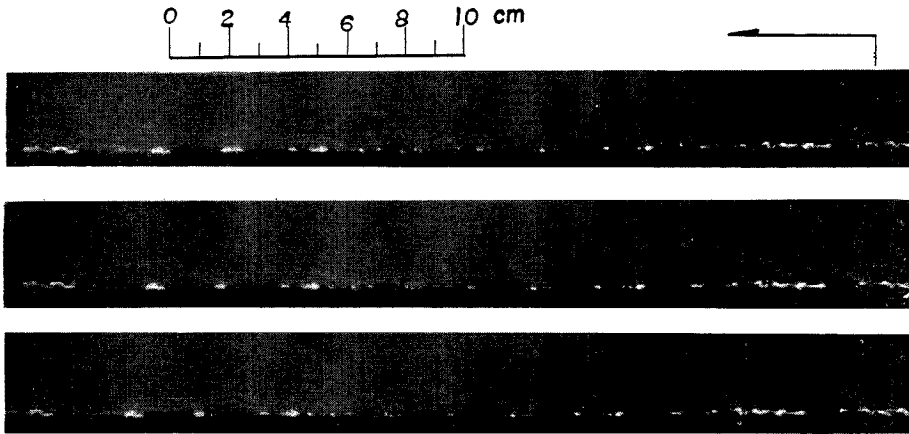


Photo. 1.1 Some photographs of the saltation of a spherical sand particle on a granular bed in a turbulent stream.

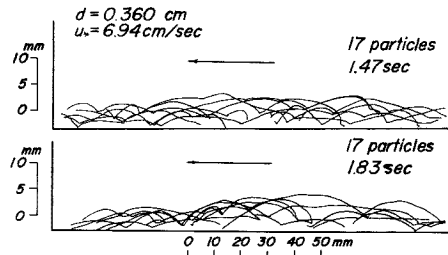


Fig. 1.1 Paths of saltating particles in a turbulent stream.

動方程式と運動する砂れきと床面砂れきとの衝突機構とに基づいて、この単一砂れきの継続跳躍に関する理論を確立しようと試みたものである。この場合とくに、継続跳躍のうちその運動において定常状態が存在することを示し、それを定常な跳躍 (stationary saltation) と定義して、その跳躍運動に関する理論を示し、砂れきの跳躍高さおよび距離の掃流力による変化とそれらの分布特性を明らかにする。さらに、本論文ではこの理論を掃流現象における砂れきの運動に対して適用し、その特性を明らかにして、この観点から流砂運動の本質について私見を述べるつもりである。

## 2. 砂れきの跳躍機構

第1報で述べたように、流体中の単一砂れきが、静止状態から移動を開始する場合には、一般にある距離の間転動し、しかる後跳躍に移行する。この現象は、飛砂現象における河村<sup>4),5)</sup>および Chépil<sup>6)</sup>の観察や流砂現象における土屋ら<sup>2)</sup>の研究によって確認されており、ここでは、砂れきが水流中において転動から跳躍に移行した場合の跳躍機構とくに砂れきの跳躍速度と跳躍高さおよび距離との関係を第1報に基づいて概説する<sup>1)</sup>。

水流中を砂れきが跳躍する運動においては、一般にその際の Reynolds 数がかかなり大きな値に達するため、砂れきに働く流体抵抗としては、相対速度の2乗に比例するものを仮定する。なお、以下取扱う理論的考察においては、水流の乱れが直接砂れきの運動に及ぼす影響については、それが省略できるほど砂れきが大きいものと仮定して、この範囲の砂れきについてののみ考え、またこの場合、砂れきの運動方程式としては、砂れきの軌跡が比較的平坦であることから、簡単のために、鉛直方向および水平方向に対して別々に運

動方程式を立てて考察できるものとする。いま、砂れきを球体とし、Basset 項が省略できると仮定すれば、次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} dW/dt &= \mp (3/4)C_{D1}W^2/(\sigma/\rho+1/2)d - (\sigma/\rho-1)g/(\sigma/\rho+1/2) \\ dU/dt &= (3/4)C_{D2}(u-U)^2/(\sigma/\rho+1/2)d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.1)$$

ここに、 $W$  および  $U$ ；それぞれ砂れきの鉛直および水平方向の速度成分、 $C_{D1}$  および  $C_{D2}$ ；それぞれ鉛直および水平方向における砂れきの抗力係数、 $\sigma$  および  $\rho$ ；それぞれ砂れきと流体の密度、 $d$ ；砂れきの粒径、および  $g$ ；重力の加速度である。また、 $u$  は砂れきの跳躍運動における代表流速であり、砂れきの跳躍高さがあまり大きくなく、流速分布の影響が省略されるものとして、

$$u \approx A_r u_* \dots\dots\dots(2.2)$$

とおけるものと仮定する。ここに、 $u_*$  は摩擦速度であり、 $A_r$  は完全粗面乱流の場合約 8.5 の値をとる定数である。さらに、(2.1) 式における複号は、砂れきの上昇運動に対して負、下降運動に対して正とする。

まず、 $u_*$  および  $d$  を基準量として、無次元量をつぎのように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{U} &= U/u_* \\ \bar{W} &= W/u_* \\ K^2 &= (4/3) \{(\sigma/\rho-1)gd/u_*^2\} (1/C_{D1}) \\ \tau_1 &= (3/4) \{C_{D1}/(\sigma/\rho+1/2)\} (u_*t/d) \\ \tau_2 &= (3/4) \{C_{D2}/(\sigma/\rho+1/2)\} (u_*t/d) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.3)$$

この表示を用いると、(2.1) 式はつぎのようにあらわされる。

$$\left. \begin{aligned} d\bar{W}/d\tau_1 &= \bar{W}^2 - K^2 \\ d\bar{U}/d\tau_2 &= (\bar{u} - \bar{U})^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.4)$$

つぎに、跳躍開始の位置を原点とし、流れの方向とそれに直角な鉛直上方向にそれぞれ  $x$  および  $y$  をとり、それらに対する無次元量を

$$\eta = y/d, \quad \xi = x/d \dots\dots\dots(2.5)$$

とにおいて、(2.4) 式を鉛直方向および水平方向について解いた結果は、つぎのようにあらわされる。

### 1) 鉛直方向の運動

(a) 上昇時：上昇時においては、(2.4) 式はつぎのようにあらわされる。

$$d\bar{W}/d\tau_1 = -\bar{W}^2 - K^2 \dots\dots\dots(2.6)$$

したがって、 $\tau_1=0$  において  $\bar{W}=\bar{W}_0$  という初期条件のもとに、(2.6) 式を  $\tau_1$  について積分すれば、

$$\bar{W} = K \{(\bar{W}_0/K) - \tan K\tau_1\} / \{1 + (\bar{W}_0/K)\tan K\tau_1\} \dots\dots\dots(2.7)$$

さらに、 $d\eta = dy/d$ 、 $d\eta/d\tau_1 = (4/3) \{(\sigma/\rho+1/2)/C_{D1}\} \bar{W}$  であるから、

$$d\eta = d\tau_1 = (3/4) \{C_{D1}/(\sigma/\rho+1/2)\} \bar{W} \dots\dots\dots(2.8)$$

であるから、この式に (2.7) 式を代入し、かつ  $\tau_1=0$  で  $\eta=0$  として積分すれば、 $\eta$  に関する次式が得られる。

$$\eta = (4/3) \{(\sigma/\rho+1/2)/C_{D1}\} \log \{ \cos K\tau_1 + (\bar{W}_0/K)\sin K\tau_1 \} \dots\dots\dots(2.9)$$

砂れきの最大跳躍高さ  $H$  は、 $\bar{W}=0$  となる  $\tau_1=\tau_{01}$ 、すなわち

$$\tau_{01} = (1/K)\tan^{-1}(\bar{W}_0/K) \dots\dots\dots(2.10)$$

において生じるから、 $\bar{H} = H/d$  とあらわせば、つぎの関係がえられる。

$$\bar{H} = (2/3) \{(\sigma/\rho+1/2)/C_{D1}\} \log [1 + (\bar{W}_0/K)^2] \dots\dots\dots(2.11)$$

また、この関数は  $(\bar{W}_0/K) \ll 1$  の範囲においては、つぎのように近似される。

$$\bar{H} \approx (2/3) \{(\sigma/\rho+1/2)/C_{D1}\} (\bar{W}_0/K)^2 \dots\dots\dots(2.12)$$

(b) 下降時：下降時においては、(2.4) 式はつぎのようにあらわされる。

$$d\bar{W}/d\tau_1' = \bar{W}^2 - K^2 \dots\dots\dots(2.13)$$

ここに、 $\tau_1'$  は  $\eta=\bar{H}$  において  $\tau_1'=0$  となる  $\tau_1$  と同様の表現による無次元の時間をあらわす。 $\tau_1'=0$  の

ときに  $\bar{W}=0$  という初期条件のもとに, (2.13) 式を  $\tau_1'$  に関して積分すれば,

$$\bar{W} = -K \tanh(K\tau_1') \quad \dots\dots\dots(2.14)$$

さらに, この式から下降時の  $\eta$  に関して次式が求められる。

$$\eta = \bar{H} - (4/3) \{(\sigma/\rho + 1/2)/C_{D1}'\} \log \{\cosh(K\tau_1')\} \quad \dots\dots\dots(2.15)$$

砂れきが床面に落下する直前の速度  $\bar{W}_1$  は, (2.15) 式において  $\eta=0$  となる  $\tau_1'=\tau_{02}$ , すなわち

$$\tau_{02} = (1/K) \{\cosh^{-1}[1 + (\bar{W}_0/K)^2] C_{D1}'/2C_{D1}\} \quad \dots\dots\dots(2.16)$$

において生じるから, これを用いればつぎの関係が得られる。

$$\bar{W}_1 = -K \tanh[\cosh^{-1}[1 + (\bar{W}_0/K)^2] C_{D1}'/2C_{D1}] \quad \dots\dots\dots(2.17)$$

ここに,  $C_{D1}'$  は砂れきの下降時における鉛直方向の抗力係数であり, 砂れきの saltation の特性が上昇時および下降時においてかなり変わっても, 砂れきの Reynolds 数がかなり大きくてその抗力係数がほぼ一定値をとる範囲を対象とすれば,  $C_{D1}' \approx C_{D1}$  としてもよいと考えられる。さらに,  $(\bar{W}_0/K) \ll 1$  とすれば, つぎの関係が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{02} &= (1/K) (\bar{W}_0/K) \\ \bar{W}_1 &= -\bar{W}_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(2.19)$$

2) 水平方向の運動

(2.4) 式において, 初期条件を  $\tau_2=0$  で  $\bar{U}=\bar{U}_0$  とし,  $\tau_2$  に関して積分すれば, 次式が得られる。

$$\bar{U} = \bar{u} - (\bar{u} - \bar{U}_0) / [1 + (\bar{u} - \bar{U}_0)\tau_2] \quad \dots\dots\dots(2.20)$$

また (2.8) 式と同様に,

$$d\xi/d\tau_2 = (3/4) \{(\sigma/\rho + 1/2)/C_{D2}\} \bar{U} \quad \dots\dots\dots(2.21)$$

を用いて,  $\tau_2=0$  で  $\xi=0$  として積分すれば,  $\xi$  に関する次式が求まる。

$$\xi = (4/3) \{(\sigma/\rho + 1/2)/C_{D2}\} \{\bar{u}\tau_2 - \log|(\bar{u} - \bar{U}_0)\tau_2 + 1|\} \quad \dots\dots\dots(2.22)$$

これらの関係から, 砂れきの落下直前の水平方向の速度  $\bar{U}_1$  および跳躍距離  $\bar{L} = L/d$  は, それぞれつぎのようにあらわされる。

$$\bar{U}_1 = \bar{u} - (\bar{u} - \bar{U}_0) / [1 + (\bar{u} - \bar{U}_0) \{\tan^{-1}(\bar{W}_0/K) + \cosh^{-1}(1 + (\bar{W}_0/K)^2)^{1/2}\} / K] \quad \dots\dots(2.23)$$

$$\begin{aligned} \bar{L} &= (4/3) \{(\sigma/\rho + 1/2)/C_{D2}\} [\bar{u} \{\tan^{-1}(\bar{W}_0/K) + \cosh^{-1}(1 + (\bar{W}_0/K)^2)^{1/2}\} / K \\ &\quad - \log|(\bar{u} - \bar{U}_0) \{\tan^{-1}(\bar{W}_0/K) + \cosh^{-1}(1 + (\bar{W}_0/K)^2)^{1/2}\} / K + 1|] \quad \dots\dots\dots(2.24) \end{aligned}$$

さらに, これらの両式を  $(\bar{W}_0/K) \ll 1$  として近似すれば, それぞれつぎのようになる。

$$\bar{U}_1 = \bar{u} - (\bar{u} - \bar{U}_0) / [1 + 2(\bar{u} - \bar{U}_0)\bar{W}_0/K^2] \quad \dots\dots\dots(2.25)$$

$$\bar{L} = (4/3) \{(\sigma/\rho + 1/2)/C_{D2}\} [2\bar{u}\bar{W}_0/K^2 - \log|2(\bar{u} - \bar{U}_0)\bar{W}_0/K^2 + 1|] \quad \dots\dots\dots(2.26)$$

3. 砂れきの反発機構

Fig. 3.1 は, 砂れきの反発機構をあらわしたものであり, 図中の  $V_1$  および  $V_2$  はそれぞれ砂れきの反発前後の速度ベクトル,  $\alpha$  および  $\beta$  はそれぞれ速度ベクトルが水平となす角度をあらわし,  $\gamma$  は反発砂れきと静止砂れきの中心間を結んだ直線が水平軸となす角度である。いま砂れきの回転と接線方向の摩擦力および反発時に働く流体力の効果がすべて無視できると仮定すれば, 法線方向および接線方向の砂れきの運動量保存則は, つぎのようにあらわされる。

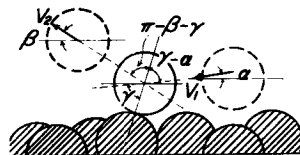


Fig. 3.1 Schematic diagram for collision of a saltating particle with bed particles.

$$\left. \begin{aligned} -eV_1 \cos(\gamma - \alpha) &= V_2 \cos(\pi - \beta - \gamma) \\ V_1 \sin(\gamma - \alpha) &= V_2 \sin(\pi - \beta - \gamma) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.1)$$

ここに、 $e$ は反発係数で、実験の結果によれば、移動床においては掃流力にかかわらず0.5前後の値をとり、また固定床においては0.8程度に及ぶ。ここでは、この両式に基づいて、跳躍してきた砂れきが床面に落下した際に、その速度および角度がどのように変化するかを考察してみたい。

まず、(3.1)式から $\gamma$ を消去し、 $e$ について解けば、次式がえられる。

$$e = \{ (V_1 \cos \alpha - V_2 \cos \beta) V_2 \cos \beta - (V_1 \sin \alpha + V_2 \sin \beta) V_2 \cos \beta \} / \{ (V_1 \cos \alpha - V_2 \cos \beta) V_1 \cos \alpha + (V_1 \sin \alpha + V_2 \sin \beta) V_1 \sin \alpha \} \dots\dots\dots(3.2)$$

さらに、

$$\left. \begin{aligned} V_1 \cos \alpha &= U_1, \quad V_1 \sin \alpha = -W_1, \quad V_2 \cos \beta = U_0, \quad V_2 \sin \beta = W_0 \\ U_1 &= W_1 \cot \alpha = \delta_1 W_1 (\delta_1 < 0), \quad U_0 = W_0 \cot \beta = \delta_2 W_0 (\delta_2 > 0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3)$$

とおき、かつ $u_*$ を用いて無次元化してあらわせれば、つぎのようになる。

$$\bar{U}_1 = U_1/u_*, \quad \bar{W}_1 = W_1/u_*, \quad \bar{U}_0 = U_0/u_*, \quad \bar{W}_0 = W_0/u_*, \quad \bar{U}_1 = \delta_1 \bar{W}_1, \quad \bar{U}_0 = \delta_2 \bar{W}_0 \dots\dots\dots(3.4)$$

これらの表示を用いて、(3.2)式から $\bar{W}_1$ と $\bar{W}_0$ との関係式を求めると、つぎのようにあらわされる。

$$\begin{aligned} \bar{W}_0 &= [ (1+e)(\delta_1 \delta_2 - 1) + \sqrt{(1+e)^2 (1 - \delta_1 \delta_2)^2 - 4e(1 + \delta_1^2)(1 + \delta_2^2)} ] / 2(1 + \delta_2^2) \bar{W}_1 \\ &= P_0 \bar{W}_1 \quad (P_0 < 0) \dots\dots\dots(3.5) \end{aligned}$$

一般に、 $|\delta_1|$ および $\delta_2$ は2から10程度の値をとり、 $\delta_1^2, \delta_2^2$ および $|\delta_1 \delta_2|$ は1よりも十分大きいとみなせるので、(3.5)式はつぎのように近似される。

$$\bar{W}_0 = e(\delta_1 / \delta_2) \bar{W}_1 \dots\dots\dots(3.6)$$

これらの両式を比較した結果の1例を示したのが Fig. 3.2 であり、(3.5)式の値を実線で(3.6)式の値をさ線で示した。この図からわかるように、一般に $\delta_2$ が2.5以上の場合には、両式はよい一致を示すので、以後の考察では(3.6)式を用いることにする。

また、(3.1)式から、 $\delta_2 = \cot \beta$ と $\gamma$ および $\alpha$ との関係を求めると、つぎのようになる。

$$\begin{aligned} 1/\delta_2 = \tan \beta &= \{ (1+e) \tan \gamma - (1-e \tan^2 \gamma) \tan \alpha \} / \{ \tan^2 \gamma - e - (1+e) \tan \gamma \tan \alpha \} \\ &= (1+e) \tan \gamma + (1-e \tan^2 \gamma) (1/\delta_1) \} / \{ (\tan^2 \gamma - e) + (1+e) (1/\delta_1) \tan \gamma \} \dots\dots\dots(3.7) \end{aligned}$$

この式に(3.4)および(3.6)式を代入すれば、 $\bar{W}_0$ および $\bar{U}_0$ と $\tan \gamma, \bar{W}_1$ および $\bar{U}_1$ との関係が求められる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{U}_0 &= e \bar{U}_1 \\ \bar{W}_0 &= e \{ (1+e) (\tan \gamma) \bar{U}_1 + (1-e \tan^2 \gamma) \bar{W}_1 \} / \{ (\tan^2 \gamma - e) \\ &\quad + (1+e) (\tan \gamma) (\bar{W}_1 / \bar{U}_1) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.8)$$

ここで、さらに簡単のために、

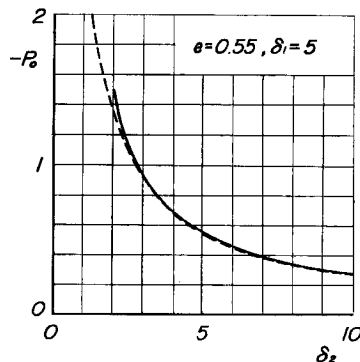


Fig. 3.2 Relation between Eqs. (3.5) and (3.6).

$$b_1 = (1+e)\tan\gamma, \quad b_2 = (1-e)\tan\gamma, \quad b_3 = (\tan^2\gamma - e) \quad \dots\dots\dots(3.9)$$

とおけば, (3.8) 式はつぎのようになる。

$$\bar{W}_0 = e\{b_1\bar{U}_1 + b_2\bar{W}_1\} / \{b_3 + b_1(\bar{W}_1/\bar{U}_1)\} \quad \dots\dots\dots(3.10)$$

#### 4. 継続跳躍 (successive saltation) の機構

いま, 運動を開始した砂れきが, 床面での反発と跳躍とを交互にくり返しながら下流方向に移して行く現象を考える。Fig. 4.1 には, 跳躍運動に関する (2.17) および (2.23) 式と反発運動に関する (3.8) 式とを用いて, それぞれ  $\bar{U}_0=6, \bar{W}_0=3$  および  $\bar{U}_0=2, \bar{W}_0=1$  という初速度で, 跳躍を開始した砂れきとる跳躍の開始時の速度を計算したものの1例を示す。この図において, 横軸の  $\tau$  は (2.3) 式で与えられる時間の無次元量であり, 図中の各点は, 各回の跳躍における砂れきの水平および鉛直方向の初速度  $\bar{U}_{n,0}$  および  $\bar{W}_{n,0}$  をあらわしている。この図からもわかるように, 一般に跳躍を開始してから4回目あるいは5回目の跳躍において, 砂れきの跳躍の際の初速度  $\bar{U}_{n,0}$  および  $\bar{W}_{n,0}$  は, その跳躍開始時の初速度  $\bar{U}_0$  および  $\bar{W}_0$  の値にかかわらず一定値に収束する。この収束値は初速度の影響を受けずに, 反発係数  $e, \tan\gamma$  および  $K$  のみによって決まるが, このうち  $e$  および  $\tan\gamma$  は河床条件を代表する因子であり, また  $K$  は掃流力

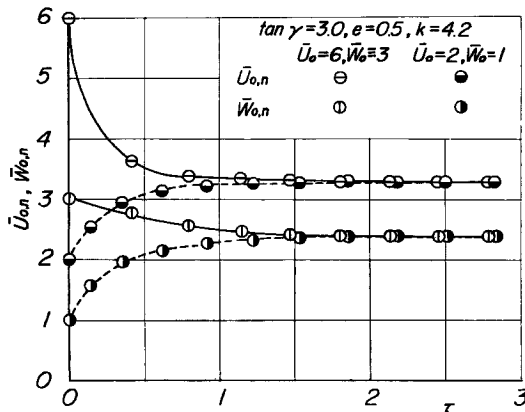


Fig. 4.1 Changes of particle velocity with time.

をあらわすから, 同一条件のもとでは掃流力によってのみ規定されると考えられる。この事実を, 転動および滑動から跳躍を開始するいわゆる第1回目の跳躍に関する第1報で述べた解析結果と対比させると興味深い。すなわち, 一般に砂れきの運動を支配するものとしては, 床面の条件と流体力の2つがあると考えられるが, 掃流力が小さい場合には, 一般に転動あるいは滑動してきた砂れきは, 床面の砂れきに衝突することによって跳躍に移行するが, この場合はその跳躍における初速度は掃流力にかかわらず, 河床の凹凸だけに規定されるような値をとる。これに反して, 前述の計算結果は, 跳躍を始めに砂れきが反発と跳躍を交互にくり返すことにより, 河床条件のみならず掃流力にも規定される速度をとることを示しており, このような意味からこの速度を砂れきの saltation における定常速度 (stationary velocity) と名づけ, その水平および鉛直方向の成分をそれぞれ  $U_s$  および  $W_s$  とあらわすことにする。

##### 1) 定常跳躍 (stationary saltation) の機構

いま, 反発と跳躍を交互にくりかえしてきた砂れきが  $k$  回目の跳躍において定常速度に達したものとすれば, 次式が成立する。

$$\bar{U}_{k,0} = P'\bar{u}, \quad \bar{W}_{k,0} = Q'\bar{u}, \quad \bar{U}_{k+1,0} = \bar{U}_{k,0} = P'\bar{u}, \quad \bar{W}_{k+1,0} = \bar{W}_{k,0} = Q'\bar{u} \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

ここに,  $P'\bar{u}$  および  $Q'\bar{u}$ ; それぞれ水平および鉛直方向の定常速度,  $\bar{U}_{k+1,0}$  および  $\bar{W}_{k+1,0}$ ; それぞれ

$k+1$  回目の跳躍における水平および鉛直方向の初速度，である。また，(2.17) および (2.23) 式に (4.1) 式を代入すれば，次式がえられる。

$$\begin{aligned} \bar{U}_{k,1} = & \bar{u} - (1-P')\bar{u}/[1 + \{(1-P')\bar{u}/K\} \{\tan^{-1}(Q'\bar{u}/K) \\ & + \cosh^{-1}[1 + (Q'\bar{u}/K)^2]^{1/2}\}] \dots\dots\dots(4.2) \end{aligned}$$

$$\bar{W}_{k,1} = -K \tanh[\cosh^{-1}[1 + (Q'\bar{u}/K)^2]^{1/2}] \dots\dots\dots(4.3)$$

ここに， $\bar{U}_{k,1}$  および  $\bar{W}_{k,1}$  は，それぞれ  $k$  回目の跳躍における水平方向および鉛直の落下直前の速度である。この両式を (3.8) および (3.10) 式に代入すれば， $\bar{U}_{k+1,0}$  および  $\bar{W}_{k+1,0}$  と  $P'$  および  $Q'$  との関係をあらかず次式が得られる。

$$\begin{aligned} \bar{U}_{k+1,0} = & e\bar{u}(1 - (1-P')/[1 + \{(1-P')\bar{u}/K\} \{\tan^{-1}(Q'\bar{u}/K) \\ & + \cosh^{-1}[1 + (Q'\bar{u}/K)^2]^{1/2}\}]) \dots\dots\dots(4.4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{W}_{k+1,0} = & e\bar{u}[b_1(b_1[1 - (1-P')/[1 + \{(1-P')\bar{u}/K\} \{\tan^{-1}(Q'\bar{u}/K) \\ & + \cosh^{-1}[1 + (Q'\bar{u}/K)^2]^{1/2}\}] - b_2K \tanh[\cosh^{-1}[1 + (Q'\bar{u}/K)^2]^{1/2}]/ \\ & (b_3 - [b_1K \tanh[\cosh^{-1}[1 + (Q'\bar{u}/K)^2]^{1/2}]/(1 - (1-P')/ \\ & [1 + \{(1-P')\bar{u}/K\} \{\tan^{-1}(Q'\bar{u}/K) + \cosh^{-1}[1 + (Q'\bar{u}/K)^2]^{1/2}\}])]) \dots\dots\dots(4.5) \end{aligned}$$

(4.1)，(4.4) および (4.5) 式を用いて  $\bar{U}_{k+1,0}$  および  $\bar{W}_{k+1,0}$  を消去すれば， $P'$ ， $Q'$ ， $e$ ， $\tan \gamma$  および  $K$  の間の関係を与えるつぎの2つの関係式が求まる。

$$\begin{aligned} P' = & e[1 - (1-P')/[1 + (1-P')(\bar{u}/K) \{\tan^{-1}(Q'\bar{u}/K) \\ & + \cosh^{-1}[1 + (Q'\bar{u}/K)^2]^{1/2}\}] \dots\dots\dots(4.6) \end{aligned}$$

$$Q' = [b_1P' \{1 + Q'^2(\bar{u}/K)^2\}^{1/2} - b_2eQ'] / [b_3 \{1 + Q'^2(\bar{u}/K)^2\}^{1/2} - eb_1(Q'/P')] \dots\dots(4.7)$$

しかし，この2式は形が複雑であり， $P'$  および  $Q'$  を個々に求めることが困難なため， $(\bar{W}_0/K) \ll 1$  として近似した (2.19) および (2.25) 式を用いれば，(4.6) および (4.7) 式に対応する  $P'$ ， $Q'$ ， $e$ ， $\tan \gamma$  および  $K$  の間の関係式は，それぞれつぎのようになる。

$$P' = e[1 - (1-P')/[1 + 2(1-P')Q'(\bar{u}/K)^2]] \dots\dots\dots(4.8)$$

$$Q' = e\{(b_1/e)P' - b_2Q'\} / [b_3 - b_1e(Q'/P')] \dots\dots\dots(4.9)$$

(4.9) 式を  $Q'$  について解けば，次式が求まる。

$$Q' = \{[(b_2e + b_3) \pm \sqrt{(b_2e + b_3)^2 - 4b_1^2e}]/2b_1e\}P' \dots\dots\dots(4.10)$$

この式において，根号の符号を水流の場合の物理条件  $Q' \leq P'$  を考慮して負にとれば，

$$Q' = \{[(b_2e + b_3) - \sqrt{(b_2e + b_3)^2 - 4b_1^2e}]/2b_1e\}P' = \lambda P' \dots\dots\dots(4.11)$$

となる。(4.11) 式における  $\lambda$  は，掃流力には関係せず河床条件によってのみ規定される定数で，前述した  $\delta_2$  の逆数にあたる。この式を (4.8) 式に代入すれば， $P'$  を与える次式がえられる。

$$P' = [(1+e) \pm \sqrt{(1-e)^2 + 2(1-e)/\{\lambda(\bar{u}/K)^2\}}]/2 \dots\dots\dots(4.12)$$

この式の根号の符号は， $P' \leq 1$  すなわち砂れきの速度が水流の速度よりも小さいという条件から負と定められるので，

$$P' = [(1+e) - \sqrt{(1-e)^2 + 2(1-e)/\{\lambda(\bar{u}/K)^2\}}]/2 \dots\dots\dots(4.13)$$

とすべきである。

また  $Q'$  は，(4.11) 式と (4.13) 式から与えられ，つぎのようになる。

$$Q' = \lambda P' = \lambda [(1+e) - \sqrt{(1-e)^2 + 2(1-e)/\{\lambda(\bar{u}/K)^2\}}]/2 \dots\dots\dots(4.14)$$

これらの式を (4.1) 式に代入すれば，水平および鉛直方向の定常速度を与える次式が求められる。

$$\bar{U}_s = [(1+e) - \sqrt{(1-e)^2 + 2(1-e)/\{\lambda(\bar{u}/K)^2\}}]\bar{u}/2 \dots\dots\dots(4.15)$$

$$\bar{W}_s = \lambda [(1+e) - \sqrt{(1-e)^2 + 2(1-e)/\{\lambda(\bar{u}/K)^2\}}]\bar{u}/2 \dots\dots\dots(4.16)$$

ある河床条件が， $e$  と  $\tan \gamma$  によって与えられた場合に，水流中を反発と跳躍とを交互にくり返しながら移動する砂れきが平衡速度に達するかどうかの判別は，(4.15) および (4.16) 式で与えられる  $\bar{U}_s$  および

$\bar{W}_s$  が0以上1までの実数値をとるか否かということから検討できる。まず、(4.15) および (4.16) 式に含まれている根号は、 $e \leq 1$  であるかぎり、その内部は正であるから、 $\bar{U}_s$  および  $\bar{W}_s$  は実数値をとる。つぎに、 $\bar{U}_s = 0$  したがって  $\bar{W}_s = 0$  となる  $K$  の値について考察しよう。(4.15) および (4.16) 式から明らかのように、 $\bar{U}_s = \bar{W}_s = 0$  となるのは、

$$(1+e) - \sqrt{(1-e)^2 + 2(1-e)/\lambda(\bar{u}/K)^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(4.17)$$

の場合であり、そのときの  $K^2$  は次式で与えられる。

$$K^2 = \{2e\lambda/(1-e\bar{u})\}^2 \quad \dots\dots\dots(4.18)$$

すなわち、定常速度が0となる場合の掃流力は、これからつぎのようあらわされる。

$$u_*^2/(\sigma/\rho - 1)gd = (2/3)(1/C_{D1})\{(1-e)/e\lambda\bar{u}^2\} \quad \dots\dots\dots(4.19)$$

さらに、(4.15) および (4.16) 式の誘導過程から明らかのように、 $\bar{U}_s$  もしくは  $\bar{W}_s$  が1以上となることはありえず、以上の考察からつぎのことがいえるであろう。

(i) 掃流力が(4.19)式で与えられる値より大きい場合には、反発と跳躍をくり返して下流方向に移動していく砂れきは、一般に河床条件と掃流力で規定される一定の跳躍速度を有するようになり、その跳躍における初速度は、(4.15) および (4.16) 式であらわされる。

(ii) (4.15) 式において  $K \rightarrow 0$  すなわち掃流力が無限大になったときには、 $\bar{U}_s$  は  $e\bar{u}$  という値をとり、その場合には(4.16)式から  $\bar{W}_s$  は  $\lambda e\bar{u}$  なる値をとる。このことは、掃流砂れきの saltation においては、砂れきがとる定常速度が  $e\bar{u}$  および  $\lambda e\bar{u}$  を越える値はとらないことを示している。

## 2) 跳躍高さおよび距離とそれらの分布特性

### (1) 跳躍高さおよび距離の平均値と掃流力との関係

前述したように、(4.19)式であらわれる掃流力よりも大きい場合水流中を移動する単一砂れきは、4または5回の跳躍および反発の後、定常速度と呼ばれる初速度を有して、跳躍と反発とをくり返すようになる。以後の考察においては、このような砂れきの運動状態を定常な跳躍運動 (stationary saltation) と呼ぶことにし、ここでは砂れきが定常な跳躍運動を行なう場合における跳躍高さおよび距離の平均値と掃流力との関係について考察する。

砂れきが跳躍においてとる高さおよび距離と初速度との関係は、すでに考察したように(2.11)および(2.24)式であらわされるが、ここでは簡単のために、(2.11)式を  $(\bar{W}_0/K)$  として近似した(2.12)式と、(2.24)式を  $(\bar{W}_0/K) \ll 1$  として近似して求めた(2.26)式を、さらに計算を簡単にするために  $2(\bar{u} - U_0)\bar{W}_0/K^2 \ll 1$  として近似した次式を用いることにする。

$$\bar{L} = (8/3)\{(\sigma/\rho + 1/2)/C_{D2}\}(\bar{U}_0\bar{W}_0/K^2) \quad \dots\dots\dots(4.20)$$

いま、何回も反発および跳躍をくり返してきた砂れきの跳躍高さおよび距離の平均値は(2.12)および(4.20)式に定常速度をあらわす(4.15)および(4.16)式を代入したもものとして与えられると考えられるので、近似的に次式が成立する。

$$\bar{H}_m = (1/6)\{(\sigma/\rho + 1/2)/C_{D1}\}\lambda^2[(1+e) - \sqrt{(1-e)^2 + 2(1-e)/\{\lambda(\bar{u}/K)^2\}}]^2(\bar{u}/K)^2 \quad \dots\dots\dots(4.21)$$

$$\bar{L}_m = (2/3)\{(\sigma/\rho + 1/2)/C_{D2}\}\lambda[(1+e) - \sqrt{(1-e)^2 + 2(1-e)/\{\lambda(\bar{u}/K)^2\}}]^2(\bar{u}/K)^2 \quad \dots\dots\dots(4.22)$$

これらの2式からは、 $(\bar{H}_m/\bar{L}_m)$  と抗力係数  $C_{D1}$  および  $C_{D2}$  の関係は、つぎのようあらわされる。

$$\lambda = 4(C_{D1}/C_{D2})(\bar{H}_m/\bar{L}_m) \quad \dots\dots\dots(4.23)$$

いま、砂れきの Reynolds 数が十分大きく、抗力係数の値がほぼ一定値になる範囲を対象とすれば、 $C_{D1} \approx C_{D2}$  と仮定できると考えられる。Fig. 4.2 には、このように仮定して、すでに著者らによって実施した固定床における  $\bar{H}$  と  $\bar{L}$  に関する実験値を(4.23)式に代入して求めた  $\lambda$  と掃流力との関係を示す。この場合の  $(\bar{H}_m/\bar{L}_m)$  としては、本来ならば個々の  $(\bar{H}/\bar{L})$  を求め、その平均値をとるべきであるが、実験値整理



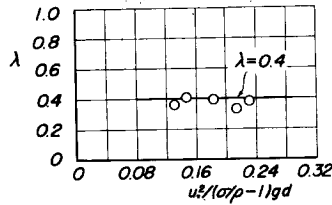


Fig. 4.2 Relation between  $\lambda$  and dimensionless tractive force.

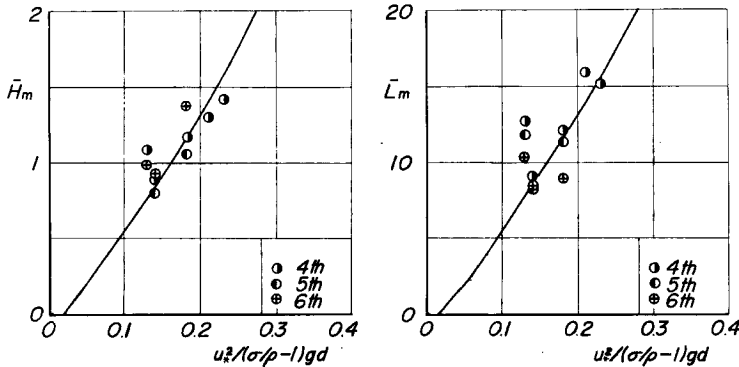


Fig. 4.3 Relation between saltation height and distance of a particle and dimensionless tractive force in stationary saltation.

の都合上、 $\bar{H}$ に関する平均値 $\bar{L}$ に関する平均値で除して( $\bar{H}_m/\bar{L}_m$ )とした。この図から、 $\lambda$ の値は掃流力に関して系統的な変化を示すことなく、ほぼ0.4前後の一定値をとることが見出される。また、この $\lambda=0.4$ という値に対応する砂れきの飛び出し角度は約 $20^\circ$ である。

すでに考察したように、任意の初速度で跳躍を開始した砂れきは、その初速度の如何にかかわらず、4または5回目の跳躍において、その場合の跳躍開始の速度としてほぼ定常速度に等しい値をとる。このような観点から、固定床における著者らの実験結果のうち、砂れきの4回目以上の跳躍における跳躍高さおよび距離の平均値と掃流力との関係を Fig. 4.3 に示した。図中の曲線は、 $\lambda=0.4$ とし、かつ $e$ の値を実験値に一致するように0.89として(4.21)および(4.22)式を計算したもので、これら理論曲線と実験値はよい一致を示し、ともに掃流力が増大するとともに増加することが見出される。この場合の $e=0.89$ という値は、若干大きいようにも思われるが、対象とした粒子の比重が小さいことと、移動床における $e$ の値が後述するように著者らの実験においては約0.5前後であることを考慮すると、おおよそ物理的に妥当であるといえよう。

### (2) 跳躍高さおよび距離の分布特性

以上述べた考察は、決定論的な立場にたつて、単一砂れきが下流に移動していく場合の運動法則を追求してきたものであるが、実際現象においては砂れきの運動を支配する因子は平均値のまわりにある分布をもってばらつく。ここでは、砂れきの saltation を代表する因子として、跳躍高さおよび距離をとりあげ、その分布特性を考察する。

一般に、定常な跳躍運動を行なう砂れきの跳躍高さおよび距離の分布特性は、砂れきが床面に衝突する際の速度の変動および角度の分散をはじめとして、乱れの効果や砂れきの形状などの影響を受けるが、このうち衝突時の速度のばらつきが特に大きな影響を与えるものと仮定して、これらの分布特性を検討する。

床面の凹凸がランダムな性質を有しているために、定常な跳躍運動を行なう砂れきの速度は、反発時において偶然性を伴って変動する。この事実を考慮すれば、このときの速度の分布は Gauss 分布であらわされるものと仮定できるであろう。いま、この場合の跳躍の初速度の水平成分  $\bar{U}$  の確率密度関数が次式であらわされると仮定する。

$$f(\bar{U}) = (1/\sqrt{2\pi})(1/\sigma_{\bar{U}})\exp\{-(\bar{U}-\bar{U}_s)^2/2\sigma_{\bar{U}}^2\} \quad \dots\dots\dots(4.24)$$

ここに、 $\sigma_{\bar{U}}$  は  $\bar{U}$  の標準偏差であり、さらに、

$$\sigma_{\bar{U}} = \epsilon \bar{U}_s, \quad \epsilon = \text{const.} \quad \dots\dots\dots(4.25)$$

と仮定する。また、 $\bar{U}_s$  は前述した定常速度の水平成分である。

さらに、水平および鉛直方向の初速度  $\bar{U}$  および  $\bar{W}$  との間に、定常速度において成立した (4.11) 式と同様の関係式が成り立つとすれば、

$$\bar{W} = \lambda \bar{U} \quad \dots\dots\dots(4.26)$$

であり、かつ

$$f(\bar{U})d\bar{U} = f(\bar{W})d\bar{W} \quad \dots\dots\dots(4.27)$$

であるから、 $\bar{W}$  の確率密度関数を与える式は、つぎのようになる。

$$f(\bar{W}) = (1/\sqrt{2\pi})(1/\epsilon\bar{W}_s)\exp\{-(\bar{W}-\bar{W}_s)^2/2(\epsilon\bar{W}_s)^2\} \quad \dots\dots\dots(4.28)$$

これら  $\bar{U}$  および  $\bar{W}$  の分布を表わす (4.24) および (4.28) 式と、 $\bar{U}$  および  $\bar{W}$  と  $\bar{H}$  および  $\bar{L}$  との関係を与える (2.12) および (4.20) 式を用いて、 $\bar{H}$  および  $\bar{L}$  の確率密度関数を求めると、それぞれつぎのようになる。

(a) 跳躍高さの分布特性

跳躍高さ  $\bar{H}$  の確率密度関数  $f(\bar{H})$  と鉛直方向の初速度  $\bar{W}$  の確率密度関数  $f(\bar{W})$  との間には、次式が成立する。

$$f(\bar{H})d\bar{H} = f(\bar{W})d\bar{W} \quad \dots\dots\dots(4.29)$$

これに、 $\bar{W}$  と  $\bar{H}$  との関係 (2.12) 式と  $\bar{W}$  の確率密度をあらわす (4.28) 式を代入すれば、次式がえられる。

$$f(\bar{H}) = (1/2\sqrt{2\pi})(1/\epsilon\sqrt{\bar{H}\bar{H}_m})\exp\{-(\sqrt{\bar{H}}-\sqrt{\bar{H}_m})^2/2\epsilon^2\bar{H}_m\} \quad \dots\dots\dots(4.30)$$

ここに、 $\bar{H}_m$  は前述した定常速度に対応して (4.21) 式であたえられる。

(b) 跳躍距離の分布特性

(4.20) 式は、 $\bar{U}$  および  $\bar{W}$  と  $\bar{L}$  との関係をあらわすが、これに (4.26) 式を代入すれば、近似的に  $\bar{U}$  と  $\bar{L}$  との関係をあたる次式が得られる。

$$\bar{L} = (8/3)\{(\sigma/\rho+1/2)/C_{D2}\}\lambda(\bar{U}/K)^2 \quad \dots\dots\dots(4.31)$$

また、 $\bar{L}$  の確率密度関数  $f(\bar{L})$  と  $\bar{U}$  の確率密度関数  $f(\bar{U})$  との間には、前述した場合と同様に、

$$f(\bar{L})d\bar{L} = f(\bar{U})d\bar{U} \quad \dots\dots\dots(4.32)$$

なる関係が成立し、この (4.32) 式に (4.24) および (4.25) 式を代入すれば、次式が得られる。

$$f(\bar{L}) = (1/2\sqrt{2\pi})(1/\epsilon\sqrt{\bar{L}\bar{L}_m})\exp\{-(\sqrt{\bar{L}}-\sqrt{\bar{L}_m})^2/2\epsilon^2\bar{L}_m\} \quad \dots\dots\dots(4.33)$$

ここに、 $\bar{L}_m$  は定常速度に対応して (4.22) 式で与えられる。

**Figs. 4.4** および **4.5** は、それぞれ  $f(\bar{H})$  および  $f(\bar{L})$  に対する実験値と理論値との比較を示したもので、図中の曲線は  $\bar{H}_m$  および  $\bar{L}_m$  として便宜上実験値を用い、かつ  $\epsilon=0.2$  とした場合の (4.30) および (4.33) 式の関係であらわしている。これらの図からわかるように、理論値と実験値とはともに、その分布形が平均値よりも左側に片寄るという傾向を示し、両者は非常によい一致を示しており、したがって (4.24), (4.25) および (4.26) 式の仮定は、物理的にも妥当なものであるといえよう。また、このことは、水流中を移動する砂れきの運動において、前述したような定常状態とも呼ぶべき運動状態が存在することが、その跳躍高さおよび距離の分布特性を検討することからも確認できたということを示している。

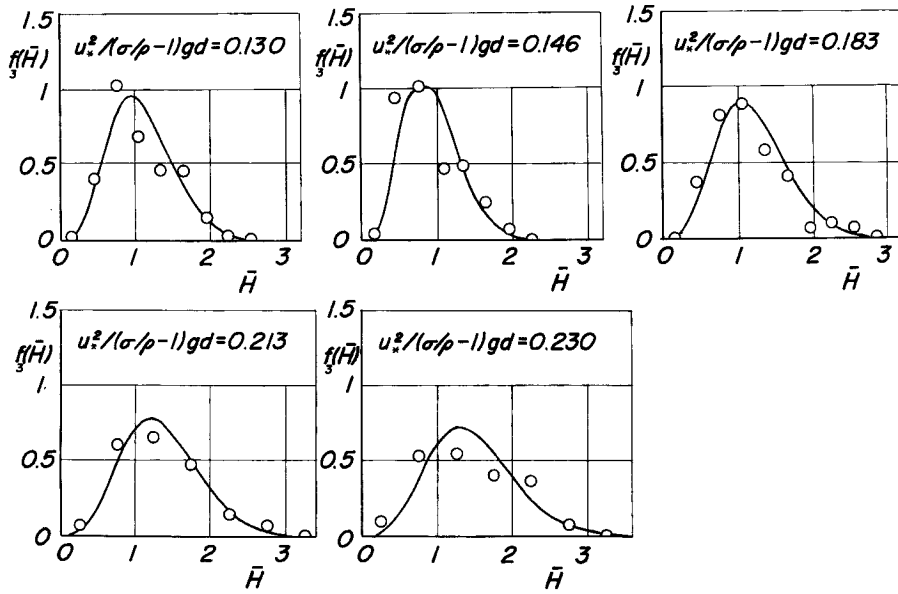


Fig. 4.4 Comparison between the theoretical curves of distribution of saltation height of a particle in stationary saltation and the experimental values.

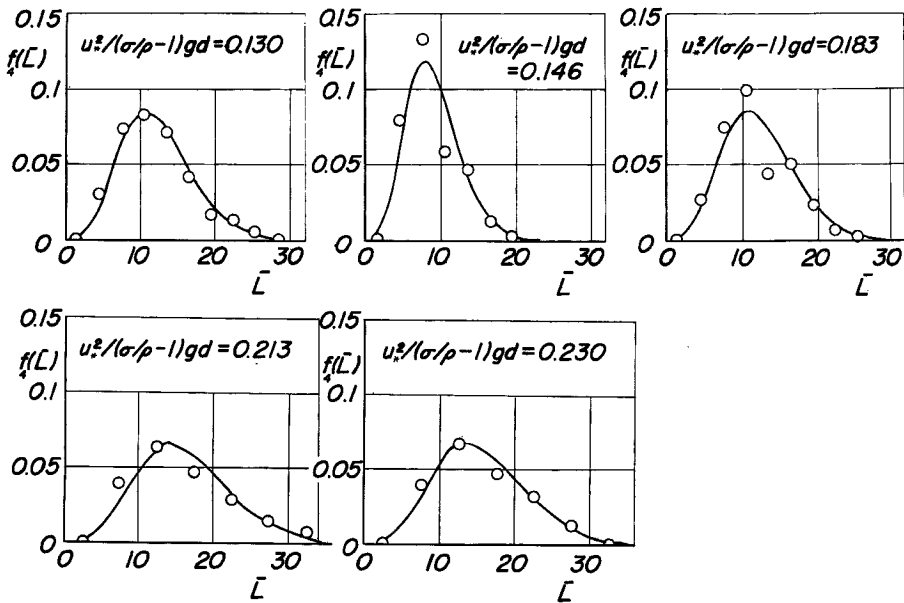


Fig. 4.5 Comparison between the theoretical curves of distribution of saltation distance of a particle in stationary saltation and the experimental values.

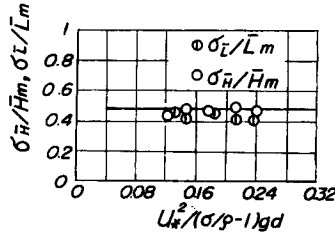


Fig. 4.6 Changes of distributions of saltation height and distance with increase of dimensionless tractive force for validity of value of  $\epsilon$  used.

つぎに、(4.30) および (4.33) 式における標準偏差の掃流力による変化について考える。これらの式によって、標準偏差  $\sigma_H$  とし、分数  $\sigma_H^2$  を求めると、次式のようにあらわされる。

$$(\sigma_H / \bar{H}_m)^2 = (\sigma_L / \bar{L}_m)^2 = (1/2\sqrt{\pi}\epsilon) \int_0^{\infty} x^4 \exp[-(1/2\epsilon^2)(x-1)^2] dx - 1 \dots\dots\dots(4.34)$$

これから  $\epsilon=0.2$  と仮定した場合には、これら標準偏差と平均値との比は0.49程度となり、無次元掃流力に関係ないことになる。したがって、標準偏差は平均値に比例することがわかる。Fig. 4.6 はこの事実を実験値との比較によって確かめたものであって、若干のばらつきはあるが、これらの値は無次元掃流力に関係なく一定値となり、 $\epsilon=0.2$  と仮定した理論値にはほぼ一致することがわかる。これらのことから、固定床における砂れきの運動が定常状態になった場合には、砂れきが跳躍の開始時においてとる初速度の分布は、Gauss 分布に従い、その標準偏差は無次元掃流力にかかわらず、平均値の約0.2倍になると結論づけられよう。

5. 掃流砂れきの saltation に関する考察

ここでは、前述した successive saltation に関する理論的解析の結果を砂れきが集団として移動する場合、すなわち、掃流砂れきの saltation の場合に適用して、流砂現象について考察する。

1) 掃流砂れきの跳躍高さおよび距離の平均値と掃流力との関係

Fig. 5.1 は前述したように掃流砂れきの saltation において著者らの実験値から、近似的に求めた  $\lambda$  と掃流力との関係を示したものであり、これからわかるように、これは Fig. 4.2 に示した固定床における実験結果と同様に無次元掃流力によって系統的な変化を示すことなく、0.4 という値によく一致する。このことは、河床がほぼ均一な砂れきで構成されている場合には、固定床または移動床であるかを問わず、砂れきの飛び出し角度が平均的に約  $22^\circ$  という一定値をとることをあらわしている。一方、著者らの実験結果によれば Fig. 5.2 のように、掃流砂れきの saltation において、跳躍する砂れきが床面の砂れきと衝突する場合

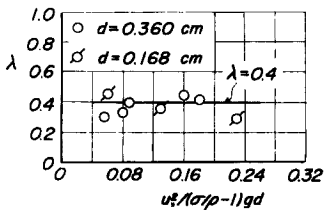


Fig. 5.1 Relation between value of  $\lambda$  and dimensionless tractive force in case of saltation of a cloud of sand particles.

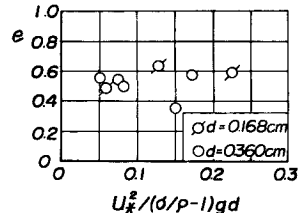


Fig. 5.2 Variation of coefficient of rebound of sand particle with dimensionless tractive force.

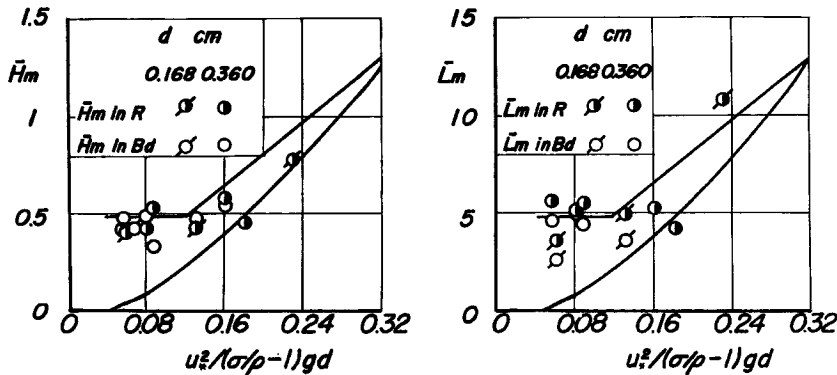


Fig. 5.3 Variations of saltation height and distance of sand particles in a turbulent stream with dimensionless tractive force in relation to comparison of the theoretical curves of saltation height and distance with the experimental values.

の反発係数は、無次元掃流力に無関係に  $e \approx 0.55$  程度の値となることがわかる。これら  $\lambda = 0.4$  および  $e = 0.55$  という値をそのまま (4.21) および (4.22) 式に代入して、移動床における掃流砂れきの跳躍高さおよび距離の平均値に関する実験値と比較したのが Fig. 5.3 である。なお、図中の直線は、第1報において述べた第1回目の跳躍高さに関する理論式において  $\beta = 0.565$  としたものと、それを  $\lambda = 0.4$  として跳躍距離にまで拡張した関係を参考のため示したものである。この場合、実験値としては、著者らの掃流砂れきの saltation に関する実験的研究において見出した7つの状態のうち、反発を主とするいわゆる現象 R および流体力の作用によって移動を開始するいわゆる現象 Bd から跳躍に移行した砂れきの跳躍高さおよび距離をとった。Fig. 5.3 から見出されるように、実験はほとんどこれらの理論値の間に存在し、掃流力の小さい場合は第1回目の跳躍に関する関係と比較的によく一致し、掃流力の大きな場合には、実験値の数が十分でなく断定的なことはいえないが、これら両式の間に表示される。これらの事実は単一砂れきの挙動と集団として移動する砂れきの運動との相違に関連するものと考えられ、掃流砂れきの運動機構の本質であるというべきであろう。すなわち、砂れきが集団として移動する場合には、すでに著者らの実験的研究で詳細に考察したように、単一砂れきとしてとる反発、跳躍および流体力による移動開始の機構に加えて、砂れきが停止する機構や移動砂れき間の衝突機構および移動砂れきと河床の静止砂れきとの衝突機構をも考慮しなければならない。とくに、運動中の砂れきが停止する現象は、前述した解析を集団として移動する砂れきの運動に適用する際の限界を与えるものと思われる。すなわち、砂れきの跳躍速度が初期の速度に影響されない値をとるようになるのは反発と跳躍とを何回もくり返したのちであり、固定床における単一砂れきはほとんどの場合、このような状態で運動するのであるが、移動床においては、掃流力の小さいときには著者らの実験結果によれば床面に落下する砂れきの25%から30%は停止する。ここに砂れきが停止するという事は、跳躍運動をする時間に比べて十分長時間停止する場合をいうが、いわゆる常識的に停止しているという概念よりかなりきびしく判断されている。したがって、Einstein<sup>7)</sup>が定義した step の概念とは定量的には必ずしも一致しないが、これは停止という現象の判断に依存するものと考えられる。この実験結果によれば、移動床において運動する砂れきは、平均的に3回から4回の跳躍で停止してしまうことになり、反発しながら跳躍をくり返して移動する砂れきのうちでも、定常状態になっている砂れきの割合は、約30%程度と推定される。したがって、集団として移動する砂れきの跳躍に、前述した理論をそのまま適用できるのは、反発現象から跳躍に移行する砂れきのうちの一部分に対してであり、この第2回目および第3回目などの跳躍の一般的表示や砂れき間の衝突の効果に関する解析も行ない、それらの結果を総合したうえで議論が進められなければならないと考える。しかしながら、掃流力が大きくて運動している砂れきが床面との衝突によって停止する場

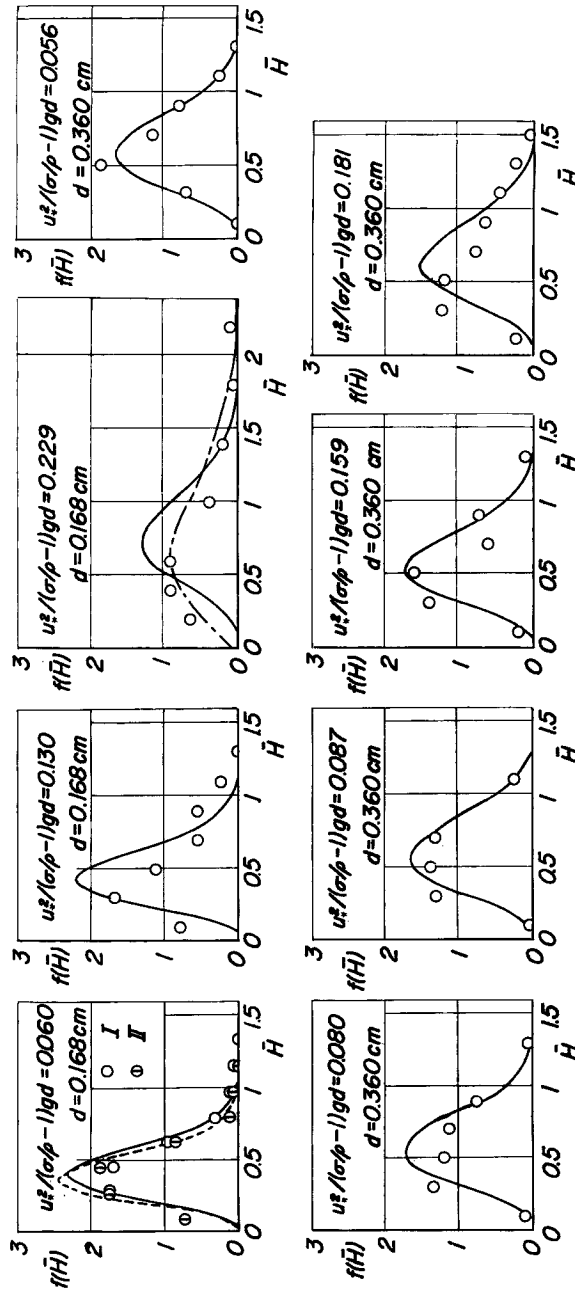


Fig. 5.4 Comparison between the theoretical curves of distribution of saltation height of sand particles and the experimental values in case of a cloud of sand particles.

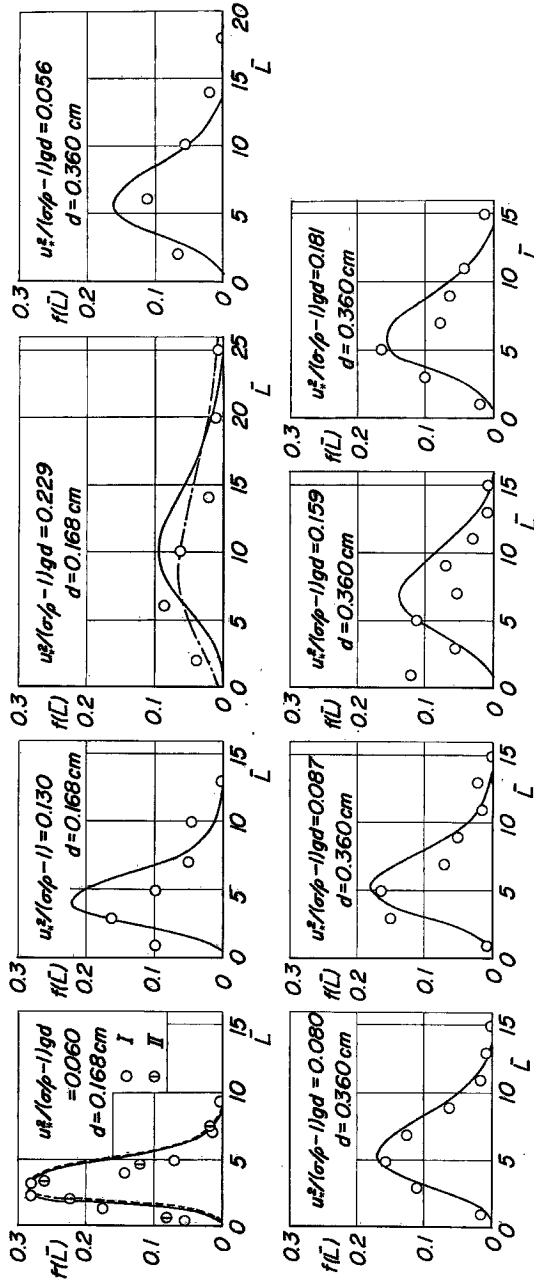


Fig. 5.5 Comparison between the theoretical curves of saltation distance of sand particles and the experimental values in case of a cloud of sand particles.

合に、その砂れきの持つ運動エネルギーが減少する可能性が十分小さい場合よりも定常状態が確立されやすくなり、そのような場における砂れきの運動には、前述した理論が適用できると思われる。

## 2) 掃流砂れきの跳躍高さおよび距離の分布特性

**Figs. 5.4** および **5.5** は集団として移動する砂れきの跳躍高さおよび距離に関する分布を示したもので、図中の曲線は前述した  $f(\bar{H})$  および  $f(\bar{L})$  において単一砂れきの場合と同様に  $\epsilon=0.2$  という値を採用し、かつ実験より求めた  $\bar{H}_m$  および  $\bar{L}_m$  とを用いて計算したものである。この場合、粒径  $0.198 \text{ cm}$  の場合で  $u_*^2/(\sigma/\rho-1)gd=0.060$  なる条件においては、実験値として下記の2つの実験値を示し、それぞれに対応する理論曲線をそれぞれ実線と鎖線で示したが、その他の条件においては、I の場合だけを示した。

I : 跳躍に移る際の形式を区別せず、すべての跳躍を実験値としてとりあげたもの

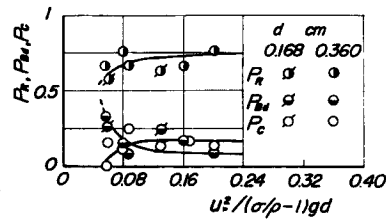
II : 跳躍に移る際の形式としては反発すなわち現象 R のみを対象とし、I のうちから反発によって跳躍したものだけをとりあげたもの

これらの図からわかるように、理論曲線は実験値との適合において、単一砂れきの場合ほどよい一致を示さない。この理由としては、つぎの3つが考えられる。

(i) 前述したように掃流砂れきの運動においては、跳躍している砂れきのすべてが反発現象を経てからの跳躍を行なっているのではない。

(ii) 反発現象を経て跳躍を行なっている砂れきのなかでも、掃流力が小さくしたがって停止する可能性が大きな流れの場においては、定常な状態で反発と跳躍とをくり返している砂れきの数は少ない。

(iii) (4.30) および (4.33) 式において砂れきの運動に及ぼす乱れの効果や床面の凹凸による速度の散乱および減少効果を代表している  $\epsilon$  の値が、単一砂れきの場合と異なる。



**Fig. 5.6** Partition for types of motion of sand particles for being transition to saltation in case of a cloud of sand particles in a turbulent stream.

**Fig. 5.6** は、著者らの実験結果に基づいて、跳躍に移行する砂れきとその直前にどのような運動をとったかということを示したもので、図中の  $P_{Bd}$ ,  $P_R$  および  $P_C$  は砂れきが跳躍前に現象  $B_d$ ,  $R$  およびそれ以外の現象  $B_c$  などをとる割合を示している。

これから  $P_R$  の値は0.6から0.8程度であることがわかるが、この結果と前述した考察とを総合すれば、掃流力の小さい範囲での砂れきの運動においては、反発と跳躍とを交互にくり返しながら定常な状態で運動している砂れきの占める割合は約30%である。したがって、その跳躍高さおよび距離の分布形を検討するためには、静止から第1回目の跳躍を経て第2、第3の跳躍を行なっている砂れきの運動機構を分布特性まで含めて解析し、その時点において個々の機構の分布特性を結びつける考察がなされなければならない。また、掃流力の大きな場合には、**Fig. 5.7** に示した実験結果から見出されるように、反発によって飛び出した反発砂れきの飛び出し速度は、ほぼ Gauss 分布に従っており、その標準偏差は0.3から0.4程度の値である。もっとも、この実験結果はその数が約40であって、その分布特性の考察に対しては少なすぎるので、さらに詳細な検討を進めるためには実験値の数をさらに増して考察すべきであろう。こうした条件のもとでは、砂れきの跳躍機構は前述した理論でほぼ近似できると考えられ、実験値と (4.30) および (4.33) 式と



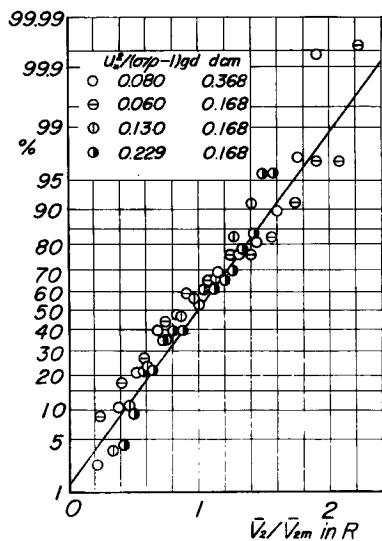


Fig. 5.7 An example of distributions of initial velocity of a sand particle by rebounding in case of a cloud of sand particles.

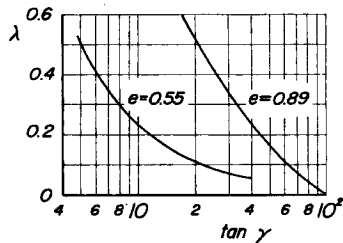


Fig. 5.8 Comparison between values of  $\tan \gamma$  for fixed granular bed and movable bed.

の適合性は、移動床における  $\epsilon$  の値を実験値と対応させて定めることによって検討できると思われる。すなわち、この  $\epsilon$  は流水の乱れや河床の凹凸の効果を受け、移動床と固定床ではかなり異なることが予想されるが、ここでは床面の凹凸の効果を取りあげて説明してみたい。一般に、砂れきの反発機構に及ぼす床面の凹凸の効果は、 $\tan \gamma$  によって代表されると考えられるので、 $\lambda=0.4$  および固定床における  $e=0.89$  と移動床における  $e=0.55$  という値を用いて、移動床と固定床の  $\tan \gamma$  の値を比較してみると Fig. 5.8 に示されるようになる。図中の曲線は、(4.11) 式に基づいて計算した  $\lambda$ ,  $e$  および  $\tan \gamma$  の関係をあらわす。この図から、移動床における  $\tan \gamma$  の値が固定床のそれよりもはるかに小さいことが見出される。すなわち、移動床における  $\lambda=0.4$  に対応する  $\tan \gamma$  の値は約6であり、その場合の  $\gamma$  は約  $80^\circ$  であるのに反して、固定床の  $\lambda=0.4$  に対応する  $\tan \gamma$  の値は約26であって、そのときの  $\gamma$  は約  $87^\circ$  である。反発機構の考察から、 $\gamma$  の値が  $90^\circ$  に近いほど、床面の凹凸が砂れきの大きさに比べて小さいはずであるから、移動床においては床面の凹凸の効果が固定床よりも大きく、したがって、移動床における砂れきの跳躍高さおよび距離の分布に前述した理論を適用する際には、掃流力の大きな場合においても、(4.30) および (4.33) 式中の  $\epsilon$  の値を0.2よりも若干大きくとる必要があるといえよう。

以上の考察に基づいて、粒径 0.168 cm の場合でかつ掃流力がかなり大きいと考えられる  $u_*^2/(\sigma/\rho-1)gd = 0.229$  なる条件において、 $\epsilon=0.3$  とし (4.30) および (4.33) 式を計算し、それらの値を一点さ線で Figs. 4.5 および 4.6 に示した。これらからわかるように、 $\epsilon=0.3$  とした場合の理論曲線は実験値と比較的よく一致を示し、移動床においても掃流力の大きな場合には、前述した stationary saltation に関する理論がかなり適用できることがわかる。

## 6. 結 語

以上、水流による砂れきの saltation の機構のうち、とくに継続跳躍 (successive saltation) を定義して、砂れきの運動方程式と砂れき相互間の反発機構とに基づいて、その力学的過程について簡単な考察を行ない、定常的な跳躍運動 (stationary saltation) に関する理論を示した。流砂現象を数式化する場合に、とくに注意しなければならないのは、床面近傍には粒径程度の凹凸がつねに存在し、その凹凸の場合において、

砂れきが床面砂れきとの間けつ的な接触を保ちつつ運動することである。したがって、完全な平面上を砂れきが運動する場合の力学モデルでは説明しえない、いわゆる凹凸の場への砂れきの運動についての力学を追求することが、流砂力学の本質であると考ええる。ここで示した理論もまた第1報で示した第1回目の跳躍 (first saltation) に関する理論も、この観点に立って展開するように心がけたものである。すなわち、第2報として示した継続跳躍やとくに定常的な跳躍運動に関する理論においては、凹凸のある場の特徴として、平均的な反発係数  $e$  と床面の凹凸をあらわす  $r$  とさらに間接的には水流の乱れや河床の状態に影響されると考えられる  $\epsilon$  の値などを定義して流砂モデルをあらわそうとしたものであるといえる。とくに、これらのうち、 $r$  は反発係数  $e$  との関連においてその値の大小により、平均的な床面の凹凸の特性をあらわすものであって、前述した観点に立った流砂力学の確立への1つの示唆を与えるものといつてよいであろう。著者らがこれら一連の研究において、その力学モデルの確立にあたり、とくに反発機構を主眼としてきわめて簡単な取扱いに終始しようとしているのは、前述したような床面の特性の流砂機構へ及ぼす影響の方が、そのほかの諸要素よりもはるかに重要であると考えているからである。ここで示した継続跳躍に関する理論の結果は、砂れきの跳躍高さおよび距離の掃流力による変化やさらにそれらの分布特性までも、固定床面における単一砂れきの跳躍特性に対し、きわめてよく一致するといつてよいであろう。さらにまた、この理論を掃流砂れきの saltation にそのまま適用して、この場合のように集団として砂れきが運動している場合の saltation の機構について若干の基本的な考察を行なったが、それらは今後流砂力学の確立にいささかでも寄与しうるものであると信じている。

今後さらに、掃流砂れきの saltation の現象における残された基本的現象の解明につとめるとともに、これらの理論をさらに発展させて、saltation layer における流速分布や砂れきの密度分布などを求め、saltation に主体をおいた流砂法則の数式化につとめて、流砂力学の確立に努力したい。

本研究を遂行するにあたりご指導いただいた矢野勝正教授に深く謝意を表明するとともに、流砂グループの一員として種々討議に加わっていただいた道上正規助手および図面の整理に協力していただいた芝野昭夫技官に感謝したい。

#### 参 考 文 献

- 1) 土屋義人・渡戸健介・青山俊樹：水流による砂れきの saltation の機構(1)，京都大学防災研究所年報，第12号B，昭44，pp.475~490.
- 2) 土屋義人・角野 稔：水流による砂粒の運動機構に関する実験，京都大学防災研究所年報，第9号B，昭41，pp.97~107.
- 3) 矢野勝正・土屋義人・青山俊樹：掃流砂れきの saltation に関する実験，京都大学防災研究所年報，第12号B，昭44，pp.491~502.
- 4) 河村龍馬：風による砂の運動，科学，第18巻，第11号，昭23，pp.24~30.
- 5) 河村龍馬：飛砂の研究，東京大学理工学研究所報告，第5巻，昭26，pp.95~112.
- 6) Chepil, W. S.: The Use of Spheres to Measure Lift and Drag on Wind-Eroded Soil Grains, Soil Sci. Soci. of Am. Proc., Vol.25, 1961, pp.343~345.
- 7) Einstein, H. A.: The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flow, U. S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Technical Bulletin, No.1026, 1965, pp.1~71.