

# 浸透地下水流にもとづく斜面の崩壊

福 尾 義 昭

## SLOPE FAILURE CAUSED BY THE GROUND WATER FLOW DUE TO THE INFILTRATION

By Yoshiaki FUKUO

### Synopsis

Ground water flow may be generated in sloping soil layer laid on semi-pervious rock surface when the infiltration of rain water exceeds in the downward leakage of water out of rock surface. This flow brings about the increase of shearing stress and decrease of compressional stress between soil particles through the drag force in the direction of flow and pressure gradient of pore water, respectively, and may result in slope failure. This paper is a theoretical report considered about this type of failure. Taking account of the distribution of stress force, sloping layer is divided into two region, the one is upper layer (I) in wet condition due to the infiltration and the other is lower one (II) influenced by ground water flow. According to the Mohr's theory of failure, the formation of slip surface may be initiated in the layer (II) if it is occurred. At first, the necessary condition of its formation is considered and, secondly, the drawing method of slip line is derived in active and passive failure based on the conception of the limiting state of static equilibrium.

### 1. ま え が き

山腹斜面や人工造成地が豪雨で崩壊する際に、その斜面土壌中に浸透した雨水が地下水流を形成し、この浸透地下水流が崩壊に重要な役割を演ずることは今までの崩壊災害に多くの例を見る<sup>1)2)</sup>。雨水が地中へ浸透しその浸透前線が不透水層とか水を通しにくい層に達すると浸透前線は消失して地表面からこのような面までの間の土の層がほぼ均一な含水状態になる。さらに浸透がつづけば不透水層表面上に浸透水がたまり自由水面が形成され雨水は地下水流となって重力と間隙水圧のもとに Darcy 則にしたがって流下することになる。この浸透地下水流の形成や発達について考察した結果の一部は当研究所昨年度年報 13 号 A<sup>3)</sup> に発表した。浸透地下水流はその間隙水圧勾配や土粒子との摩擦によって土粒子間垂直応力を減少させ剪断応力を増大させて、斜面を崩壊させるにいたるであろう。どのような条件下に崩壊が発生するかを以下に考察してみよう。

### 2. 応力分布と破壊条件

風化層中に生じている応力分布を考察するには、Fig. 1 のように、斜面表面に沿ってとった  $x'$  軸と、これに垂直に下向きにとった  $y'$  軸を用いるのが便利である。昨年度の年報<sup>3)</sup>で述べた浸透地下水流の流速  $U$ ,  $V$  や定常自由水面 (steady free surface)  $\eta_1$ , 成長自由水面 (growing free surface)  $\eta_2$  は  $(x, y)$  座標系を用いて表現したので、これらの量を  $(x', y')$  座標系の表現に書きかえると次のようになる。

$$x' = x \cos \beta - y \sin \beta, \quad y' = D \cos \beta - x \sin \beta - y \cos \beta \dots \dots \dots (1), (2)$$

$$U = \frac{kb}{2(1+b^2)} [(i-l) + (1-l) - \sqrt{R}] \rightarrow u = \frac{k \sin \beta}{2} [(1+i) - \sqrt{R}] \dots \dots \dots (3)$$

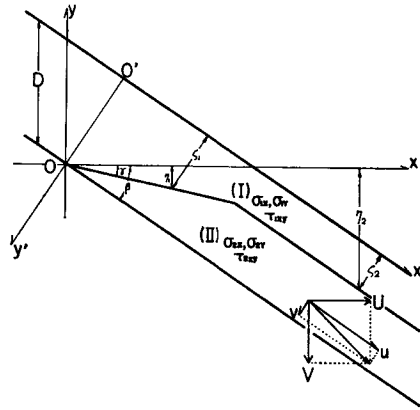


Fig. 1 Coordinate system and notations related to the ground water flow and effective stresses.

$$V = -\frac{kb^3}{2(1+b^2)} \left[ (1+i) + 2\frac{l}{b^2} - \sqrt{R} \right] \rightarrow v = kl \cos \beta \dots\dots\dots (4)$$

$$\eta_1 = -\frac{b}{2(1-l)} \left[ (1-i) - \sqrt{R} \right] x \rightarrow \zeta_1 = D \cos \beta - x' \tan (\beta - \gamma) \dots\dots\dots (5)$$

$$\eta_2 = \frac{I-L}{\sigma} t - bx \rightarrow \zeta_2 = D \cos \beta - \frac{(I-L) \cos \beta}{\sigma} t \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $\sigma, b \equiv \tan \beta, i \equiv \frac{I}{k}$  および  $l \equiv \frac{L}{k}$  はそれぞれ斜面風化層の空隙率，斜面勾配，比浸透率および比漏洩率であり， $D$  および  $k$  は風化層の鉛直厚および透水係数であり，また  $R$  は

$$R = (1-i)^2 - \frac{4}{b^2} (i-l) (1-l) \dots\dots\dots (7)$$

である。以後  $(x', y')$  座標系のみを使うので ' は省き， $x, y$  と書く。

成長自由水面  $\zeta_2$  が発達しつつある領域での斜面の安定について考察しよう。Fig. 1 のように，この自由水面で風化層を上下に分け，上部領域 (I) ( $0 \leq y \leq \zeta_2$ )，下部領域 (II) ( $\zeta_2 \leq y \leq D \cos \beta$ ) と呼ぶ。領域 (I)，(II) における垂直および剪断応力をそれぞれ  $\sigma_{1x}, \sigma_{1y}, \tau_{1xy}; \sigma_{2x}, \sigma_{2y}, \tau_{2xy}$  で表わす。 $\sigma_{1x}$  の符号は， $x$  座標軸に垂直な面で負側が正側を押す圧力の時に，正と定める。他の成分の符号もこれにならう。土粒子および水の単位体積重量をそれぞれ  $\gamma_s$  および  $\gamma_w$  ( $gr.w/cm^3$ ) とし，また領域 (I) の湿潤状態における単位体積重量を  $\gamma_s'$  ( $gr.w/cm^3$ ) とすれば釣合の方程式は

領域 (I)  $0 \leq y \leq \zeta_2$

$$\frac{\partial \sigma_{1x}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{1xy}}{\partial y} = \gamma_s' \sin \beta, \quad \frac{\partial \tau_{1xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{1y}}{\partial y} = \gamma_s' \cos \beta \dots\dots\dots (8), (9)$$

領域 (II)  $\zeta_2 \leq y \leq D \cos \beta$

$$\frac{\partial \sigma_{2x}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{2xy}}{\partial y} = (1-\sigma)(\gamma_s - \gamma_w) \sin \beta + \gamma_w \frac{u}{k} \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{\partial \tau_{2xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{2y}}{\partial y} = (1-\sigma)(\gamma_s - \gamma_w) \cos \beta + \gamma_w \frac{v}{k} \dots\dots\dots (11)$$

ここで， $(1-\sigma)(\gamma_s - \gamma_w)$  は土の水中の重量であり， $\gamma_w \frac{u}{k}, \gamma_w \frac{v}{k}$  は，間隙水圧の静水圧をうわまわる部分の勾配と，摩擦によって浸透地下水流が土粒子を引きずる力との合力の  $x$  および  $y$  方向の分力である<sup>4)</sup>。

これらの釣合方程式を、斜面の境界条件や風化層土壌の応力-歪関係式を用いて解けば、応力成分の分布が決定されるわけであるが、ここでは斜面は無限に長いと考え、 $x$  方向には状態がすべて同じであると見なせるような場合の釣合を考えよう。この場合には  $x$  に関する偏微分はすべて 0 となり

表面条件

$$y=0 \text{ において } \sigma_{1y}=0, \quad \tau_{1xy}=0 \quad \dots\dots\dots (12), (13)$$

界面条件

$$y=\zeta_2 \text{ において } \sigma_{1y}=\sigma_{2y}, \quad \tau_{1xy}=\tau_{2xy} \quad \dots\dots\dots (14), (15)$$

を用いれば(8)~(11)式は容易に積分できて

$$\sigma_{1y}=\gamma_s' y \cos \beta, \quad \tau_{1xy}=\gamma_s' y \sin \beta \quad \dots\dots\dots (16), (17)$$

$$\sigma_{2y}=\gamma_s' \zeta_2 \cos \beta + [(1-\sigma)(\gamma_s-\gamma_w) \cos \beta + \gamma_w \frac{v}{k}](y-\zeta_2) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\tau_{2xy}=\gamma_s' \zeta_2 \sin \beta + [(1-\sigma)(\gamma_s-\gamma_w) \sin \beta + \gamma_w \frac{u}{k}](y-\zeta_2) \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。 $\sigma_{1x}, \sigma_{2x}$  はこれを定める境界条件を設定していないので不定である。

斜面の破壊条件として Mohr 説を用いることにしよう。浸透地下水流が存在しないときには斜面が安定であるとすると、風化層を形成している風化土壌の内部摩擦角  $\rho$  は斜面の傾斜角  $\beta$  より大きいことはあきらかで、したがって、浸透地下水流が発生し崩壊がおけるとすれば、それは領域 (II) で生ずる。

始めに、斜面表面に平行な平面で破壊する条件とその深さを求めよう。その条件は

$$\tau_{2xy} \geq \sigma_{2y} \tan \rho + \kappa \equiv (\sigma_{2y} + H) \tan \rho, \quad (\kappa \equiv H \tan \rho) \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $\kappa$  は土壌の粘着力であり、 $H$  はこの粘着力を張力に対するみかけ上の抵抗に換算した量である。

(20) 式に (18) (19) 式を入れて整理すると

$$\{\gamma' \zeta_2^* + h^*\} \sin(\rho - \beta) - (\gamma^* - \zeta_2^*) \{\gamma_w \sin(\theta - \rho) - (1 - \sigma)(1 - \gamma) \sin(\rho - \beta)\} \leq 0 \quad \dots\dots (21)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \gamma &\equiv \gamma_w / \gamma_s, \quad \gamma' \equiv \gamma_s' / \gamma_s, \quad \zeta_2^* \equiv \zeta_2 / D \cos \beta, \quad y^* \equiv y / D \cos \beta \\ w &\equiv \sqrt{u^2 + v^2} / k, \quad \theta \equiv \sin^{-1}(u / \sqrt{u^2 + v^2}), \quad h^* \equiv H \sin \rho / \gamma_s D \cos \beta \sin(\rho - \beta) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (22)$$

破壊は領域 (II) で発生するから、 $0 < y^* - \zeta_2^* < 1$  であり、したがって

$$\frac{h^* + \gamma' \zeta_2^*}{y^* - \zeta_2^*} > h^* + \gamma' \zeta_2^* > h^* \quad \therefore \quad \mu \equiv \gamma_w \frac{\sin(\theta - \rho)}{\sin(\rho - \beta)} - (1 - \sigma)(1 - \gamma) > h^* \quad \dots\dots\dots (23)$$

これが浸透流で崩壊が起るための必要条件である。この条件が充たされるような強さの水流が発生すれば、平面  $y^* = y_0^* \equiv y_0 / D \cos \beta$  が破壊面になるために必要な自由水面の深さ  $\zeta_{20}^* = \zeta_{20} / D \cos \beta$  の値は (21) 式を解けば得られるが、Fig. 2 を用意しておけば図式的に容易に求めることができる。この図は、斜面がもつ固有の値  $h^*$  と  $\gamma'$  を用いて、 $y^*$  の関数  $F = (\gamma' \zeta_2^* + h^*) / (y^* - \zeta_2^*)$  の値を  $\zeta_2^*$  をパラメーターとして画いた双曲線群であり (Fig. 2 ではかりに  $h^* = 0.2, \gamma' = 0.7$  として画いた)、斜面の状態や浸透率、漏洩率など浸透地下水流の水利条件で定まってくる量  $\mu$  の値を示す点線と、想定する破壊面  $y^* = y_0^*$  との交点を通る双曲線のパラメーターが所要の  $\zeta_{20}^*$  である。

$\zeta_{20}^*$  が定まると、浸透地下水流が基岩面上に発生してから  $y^* = y_0^*$  面で破壊がおこるまでの時間は、(6) 式によってすぐ計算することができる。

### 3. スペリ線の導出

前節で、崩壊の必要条件を求めたが、斜面が現実には崩壊するためには、地表面から出て斜面風化層中を走りふたたび地表面に出る一つのスペリ面が形成されねばならない。この面を求める方法をつぎに考えよう。

無限に長い斜面を仮定して応力成分  $\sigma_{1y}, \tau_{1xy}; \sigma_{2y}, \tau_{2xy}$  をすでに求めているから、風化層中の任意の点

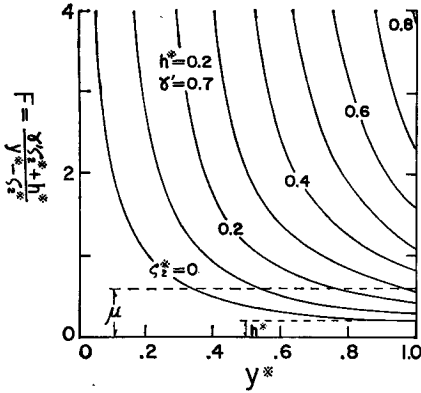


Fig. 2 Diagram for finding the depth  $z_{2b}$  of growing free surface necessary to the formation of failure plain  $y = y_0$ .

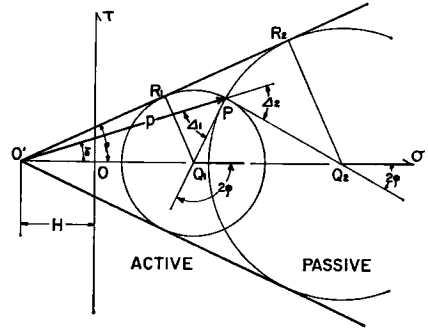


Fig. 3 Mohr's stress diagram representing the angles between the  $x$ -axis and maximum principal stress in active and passive state.

で、その点を含む  $y$  軸に垂直な面素に作用している換算応力  $p$  (換算垂直応力  $\sigma_y + H$  と切線応力  $\tau_{xy}$  との合力) と  $y$  軸とのなす角  $\delta$  は

$$\text{領域 (I)} \quad \tau_{1xy} = (\sigma_{1y} + H) \tan \delta \quad \dots \dots \dots (24)$$

$$\text{領域 (II)} \quad \tau_{2xy} = (\sigma_{2y} + H) \tan \delta \quad \dots \dots \dots (25)$$

を用いてすぐ計算できる。さきほど求めた破壊面  $y^* = y_0^*$  では角  $\delta$  は内部摩擦角  $\rho$  に等しくなっているが、それより浅い所では  $\delta$  は  $\rho$  より小さい。しかし、面素の方向を  $y$  軸方向から変化させていくと垂直応力と切線応力の比が変わり、ある傾きのところで丁度その比が  $\tan \rho$  になるようなそのような面素が存在する。このような面素を順次つらねていけば一つの曲面が形成され、これがスベリ面になる。

Mohr の破壊説にしたがえば、スベリ面の方向 (面の法線の方向) と最大主応力の方向とは  $\pm(\pi/4 + \rho/2)$  の角をなすことがわかっているから<sup>5)</sup>、最大主応力の方向と  $x$  軸方向すなわち斜面表面とのなす角  $\varphi$  が深さ  $y$  の関数として求められれば、スベリ面が  $x$  軸となす角は  $(\varphi \mp \epsilon)$ 、 $\epsilon \equiv \pi/4 - \rho/2$  となりスベリ面を決定することが出来る。ところで、角  $\delta$  は (24) (25) 式によって深さ  $y$  の関数として与えられているから、結局  $\varphi$  と  $\delta$  の関係を求めればよいことになる。

$\varphi$  と  $\delta$  の関係は Mohr の応力円図を用いてつぎのように求めることができる。風化層中のある点をスベリ線が通るとすれば、この点での応力状態を与える Mohr 円は破壊線  $\pm\tau = (\sigma + H) \tan \rho$  に切っているはずである。この円は  $(\sigma_y, \tau_{xy})$  を表わす点  $P$  を通ることはもちろんであるが、この  $P$  点を通り破壊線に切する円は、Fig. 3 で見られるように、円  $Q_1$  と円  $Q_2$  の二つがある。円  $Q_1$  は与えられた  $\sigma_y$  に対して破壊限界内で最小の  $\sigma_x$  を与える状態であり、円  $Q_2$  は最大の  $\sigma_x$  を与える状態である。というのは、Mohr 円の性質から、 $\angle PQ_1Q_2$  は最大主応力の方向と、 $P$  点で表わされる応力  $(\sigma_y, \tau_{xy})$  をもった面素の法線の方向すなわち  $y$  軸とのなす角の 2 倍であり、したがって  $P$  点を通る各円  $Q_1, Q_2$  の直径の他端における  $(\sigma, \tau)$  の値は  $x$  軸に垂直な面素における垂直、切線応力すなわち  $(\sigma_x, \tau_{xy})$  を与えるからである。と同時に、図中に示した角  $2\varphi$  が前述した最大主応力の方向と  $x$  軸とのなす角  $\varphi$  の 2 倍に当たっていることもわかる。 $\angle PO'Q_1 = \delta$  であるから、最小応力状態と最大応力状態における  $\varphi_a, \varphi_p$  と  $\delta$  との関係は Fig. 3 中の記号を用いて次のように求められる。

$4O'PQ_1, 4O'PQ_2$  に正弦法則を適用すると

$$\begin{aligned} \sin A_1 &= -\frac{O'Q_1}{PQ_1} \sin \delta = \frac{O'Q_1}{R_1Q_1} \sin \delta = \frac{\sin \delta}{\sin \rho} \\ &= -\frac{O'Q_2}{R_2Q_2} \sin \delta = -\frac{O'Q_2}{PQ_2} \sin \delta = \sin(\pi - A_2) = \sin A_2 \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$A_1 = \pi - (2\varphi_a + \delta), \quad A_2 = 2\varphi_p + \delta, \quad A_1 = A_2 \equiv A \dots\dots\dots (27)$$

したがって

$$\sin(2\varphi_a + \delta) = \sin(2\varphi_p + \delta) = \frac{\sin \delta}{\sin \rho} \equiv \sin A \dots\dots\dots (28)$$

これが  $\varphi$  と  $\delta$  の関係である。

斜面表面  $y=0$  では  $\delta=0$  であるから、 $x$  軸  $y$  軸が主軸であることはすぐわかるが、崩壊の上端では Fig. 4 (a) でみられるように、風化層の自重で下へ押しながらその方向へずり下るように破壊するのでこのような場合の破壊は active state と呼ばれ、最大主応力の方向は  $y$  軸方向であり、したがって  $\varphi=\pi/2$  と

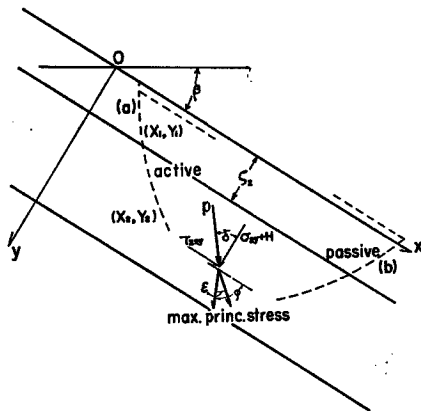


Fig. 4 Slip lines formed at upper end (a) and lower end (b) in slope failure.

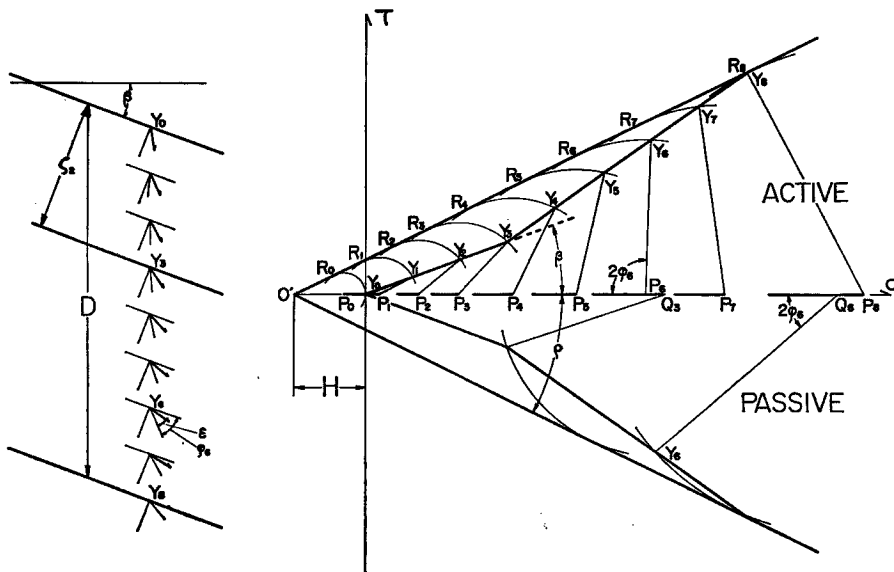


Fig. 5 Drawing method of slip lines in active and passive state.

る。崩壊の下端では Fig. 4 (b) のように、自重で下へ押ししているが下部の支えが強いためにずり上るようにして破壊するので passive state の破壊と呼ばれ、この場合  $\varphi=0$  となる。 $y=0$  における応力状態は Fig. 3 の P 点が原点 O に一致した場合の状態に相当し、したがって、 $\varphi=\pi/2$  すなわち active state に対する Mohr 円は最小応力状態  $Q_1$  であり、 $\varphi=0$  すなわち passive state は円  $Q_2$  に対応する。

斜面表面  $y=0$  より深くなるにつれて、 $\sigma_y, \tau_{xy}$  は領域 (I) の表現 (24) 式にしたがって増加する。この領域内での  $\sigma_y, \tau_{xy}$  のふえ方は Fig. 5 中の線分  $Y_0Y_3$  によって示される。領域 (I) では角  $\beta$  が角  $\rho$  より小さいので、線分  $Y_0Y_3$  の勾配は破壊線  $O'R_8$  の勾配より小さい。 $y=\zeta_{2b}$  ( $Y_3$  点) に達するとこれからは領域 (II) にはいり、浸透水流のために  $\sigma_y, \tau_{xy}$  は (25) 式にしたがって線分  $Y_3Y_8$  上を進みながら増加することになる。 $y=y_b$  ( $Y_8$  点) で破壊線と交わり、このとき  $\delta$  は丁度  $\rho$  になる。

以上のことから active state に対するスベリ線は次のように作図することができる。Fig. 5 右でみられるように各深さを示す点  $Y_0(O), Y_1 \cdots Y_8 \cdots Y_8$  を通り破壊線に切する最小応力状態の円  $P_0, P_1, \cdots P_3, \cdots P_8$  を書き、これからまず主応力と  $x$  軸とのなす角  $\varphi$  (たとえば  $Y_8$  点における  $2\varphi_8$ ) を求める。つぎに、Fig. 5 左に示すように、それぞれの深さで  $x$  軸方向と角  $\varphi$  をなす線を引けば、この線の方向が各深さにおける主応力の方向で、この線の両側に  $\varepsilon \equiv \pi/4 - \rho/2$  の開きをなす線を引けば、これがスベリ線の切線方向になっているはずである。 $Y_0$  より出発して、 $(\varphi_0 - \varepsilon) = \pi/4 + \rho/2$  方向に線を引き、これが深さ  $Y_1$  の線と交わる点を求め、この交点からさらに  $(\varphi_1 - \varepsilon)$  方向に線を引き深さ  $Y_2$  の線と交わる点を求める。以下同様にして深さ  $Y_8$  すなわち  $y=y_b$  まで進めば、ここでは  $\varphi_8 - \varepsilon = 0$  でありスベリ線は  $y=y_b$  線に切ることがわかる。このようにして、地表面から出発し、 $x$  の増加とともに  $y$  は単調に増加しながら、深さ  $y_b$  で破壊平面  $y=y_b$  に切する active state のスベリ線を画くことができた。同じようにして、 $Y_0 \cdots Y_8$  を通る最大応力状態を示す円 (たとえば円  $Q_8$ ) から  $\varphi$  を求め全く同じ手続きで作図を進めれば、passive state におけるスベリ線を画くことができる。この場合も、深さ  $y_b$  で  $\varphi = \varepsilon$  となり、スベリ線は破壊平面  $y=y_b$  に切ることがわかるが、表面  $Y_0$  で  $\varphi=0$  であるからスベリ線の勾配はすべて負となり、 $x$  の増加とともに  $y$  は単調に減少することになる。結局 active state では  $\varepsilon \leq \varphi \leq \pi/2$  であり、passive state では  $0 \leq \varphi \leq \varepsilon$  であることがわかる。

無限長斜面を仮定し、 $x$  方向には状態がすべて一様であると考えたから、地表面の到るところから出発するスベリ線が画けるわけで、これらスベリ線の包絡面が破壊平面  $y=y_b$  になっているわけである。斜面が active state で破壊寸前にあるという条件、言い換えれば各深さでの Mohr 円がすべて最小応力状態で破壊線  $\tau = (\sigma + H) \tan \rho$  に切するという条件によって、不定であった応力成分  $\sigma_x$  は

$$\sigma_x = \sigma_y + 2\tau_{xy} \cot 2\varphi \quad (\varepsilon \leq \varphi \leq \pi/2) \quad \dots\dots\dots (29)$$

と定められ、 $\sigma_y, \tau_{xy}$  と同じく  $y$  のみの関数となる。また passive state では応力  $\sigma_x$  は

$$\sigma_x = \sigma_y + 2\tau_{xy} \cot 2\varphi \quad (0 \leq \varphi \leq \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (30)$$

と定められる。

$(\varphi + \varepsilon)$  方向に当るスベリ線も画けるが、この場合は、active, passive ともスベリ線が風化層にくいこむように進み単調に増減しないので、斜面崩壊に用いるのには適しないように思われる。

以上の作図法を数式を使って解くと次のようになる。スベリ線の座標を  $(X, Y)$  とすると、スベリ線の方向が  $(\varphi - \varepsilon)$  であるから

$$\frac{dY}{dX} = \tan(\varphi - \varepsilon) \quad \dots\dots\dots (31)$$

$Y$  と  $\delta$  の関係は

$$\text{領域 (I)} \quad \tau_{1xy} = (\sigma_{1y} + H) \tan \delta \quad 0 \leq Y \leq \zeta_{2b} \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\text{領域 (II)} \quad \tau_{2xy} = (\sigma_{2y} + H) \tan \delta \quad \zeta_{2b} \leq Y \leq y_b \quad \dots\dots\dots (33)$$

$\zeta_{2b}$  は平面  $y=y_b$  が破壊面になるときの自由水面  $\zeta_2$  の深さである。

$\delta$  と  $\varphi$  の関係は

$$\text{最小応力状態} \quad \sin \rho \sin 2\varphi = \tan \delta (1 - \sin \rho \cos 2\varphi) \quad \varepsilon \leq \varphi \leq \pi/2 \quad \dots\dots\dots (34)$$

$$\text{最大応力状態 } \sin \rho \sin 2\varphi = \tan \delta (1 - \sin \rho \cos 2\varphi) \quad 0 \leq \varphi \leq \varepsilon \quad \dots\dots\dots (35)$$

となる。

(32)~(35) 式から領域 (I) および (II) の  $Y$  の値  $Y_1, Y_2$  が  $\varphi$  の陽関数として表わされ、これを (31) 式に入れば  $X_1, X_2$  の  $\varphi$  に関する微分となり、結局領域 (I) (II) のスベリ線が  $\varphi$  をパラメータとして、 $Y_1 = Y_1(\varphi), X_1 = X_1(\varphi); Y_2 = Y_2(\varphi), X_2 = X_2(\varphi)$  として求められる。計算の結果は次のとおりである。

領域 (I);  $\rho > \beta, 0 \leq Y_1 \leq \zeta_{2b}$

$$Y_1 = \frac{H}{\gamma_s'} \frac{\sin 2\varphi}{\sin \lambda - \sin (2\varphi + \beta)} \left( \sin \lambda \equiv \frac{\sin \beta}{\sin \rho} \right) \quad \dots\dots\dots (36)$$

$$\frac{dY_1}{d\varphi} = \frac{2H \sin \lambda}{\gamma_s'} \frac{\cos 2\varphi - \sin \rho}{\{\sin \lambda - \sin (2\varphi + \beta)\}^2} \quad \therefore \quad \frac{dX_1}{d\varphi} = -\frac{2H \sin \lambda}{\gamma_s'} \frac{\sin 2\varphi + \cos \rho}{\{\sin \lambda - \sin (2\varphi + \beta)\}^2}$$

$\varphi = -\frac{\pi}{2}$  ( $Y_1 = 0$ ) で  $X_1 = 0$  となる解は

$$X_1 = \frac{H \sin \beta}{\gamma_s' \sin (\rho - \beta)} \left[ \frac{\cos (\rho - \beta) \sin 2\varphi - \sin \lambda \{\cos \rho + \cos (2\varphi + \rho)\}}{(\sin \lambda + \sin \beta) \{\sin \lambda - \sin (2\varphi + \beta)\}} - \frac{1}{\cos \lambda} \log \left| \frac{1 - \cos (\lambda + \beta) \{1 - \cos (2\varphi - \lambda + \beta)\}}{(\sin \lambda + \sin \beta) \{\sin \lambda - \sin (2\varphi + \beta)\}} \right| \right] \quad \dots\dots\dots (37)$$

領域 (II);  $\mu > h^*, \zeta_{2b} \leq Y_2 \leq \gamma_b$

$$Y_2 = \zeta_{2b} - \frac{a - b \sin 2\varphi - c \cos 2\varphi}{A - B \sin 2\varphi - C \cos 2\varphi} \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$\left. \begin{aligned} A &\equiv \left\{ (1 - \sigma)(\gamma_s - \gamma_w) \sin \beta + \gamma_w \frac{u}{k} \right\}, & a &\equiv \gamma_s' \zeta_{2b} \sin \beta \\ B &\equiv \sin \rho \left\{ (1 - \sigma)(\gamma_s - \gamma_w) \cos \beta + \gamma_w \frac{v}{k} \right\}, & b &\equiv \sin \rho (\gamma_s' \zeta_{2b} \cos \beta + H) \\ C &\equiv A \sin \rho, & c &\equiv a \sin \rho \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$\frac{dY_2}{d\varphi} = \frac{2(Ab - Ba)(\cos 2\varphi - \sin \rho)}{(A - B \sin 2\varphi - C \cos 2\varphi)^2} \quad \therefore \quad \frac{dX_2}{d\varphi} = -\frac{2(Ab - Ba)(\sin 2\varphi + \cos \rho)}{(A - B \sin 2\varphi - C \cos 2\varphi)^2}$$

$\varphi = \varphi_1$  (ただし、 $a - b \sin 2\varphi_1 - c \cos 2\varphi_1 = 0$ ) で  $X_2 = 0$  をみたす  $X_2$  は

$$X_2 = \frac{(Ab - Ba)}{(A \cos \rho - B)} \left[ \frac{(B \cos \rho + C \sin \rho) \sin (2\varphi - 2\varphi_1) + A \{\cos (2\varphi + \rho) - \cos (2\varphi_1 + \rho)\}}{(A - B \sin 2\varphi_1 - C \cos 2\varphi_1)(A - B \sin 2\varphi - C \cos 2\varphi)} - \frac{2}{\sqrt{A^2 - B^2 - C^2}} \tan^{-1} \left\{ \frac{\sqrt{A^2 - B^2 - C^2} \sin (\varphi - \varphi_1)}{A \cos (\varphi - \varphi_1) - B \sin (\varphi + \varphi_1) - C \cos (\varphi + \varphi_1)} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (40)$$

#### 4. スベリ線の計算例

下記のような斜面風化層のスベリ線を  $\gamma_b = D \cos \beta$  の場合について計算した結果は Fig. 6 のとおりである。

傾斜角  $\beta = 30^\circ$ , 風化層厚  $D \cos \beta = 200$  cm, 空隙率  $\sigma = 0.3$ , 透水係数  $k = 0.01$  cm/sec,

土粒子単位体積重量  $\gamma_s = 2.6$  gr.w/c.c., 水単位体積重量  $\gamma_w = 1.0$  gr.w/c.c.,

湿潤単位体積重量  $\gamma_s' = 2.0$  gr.w/c.c.,

内部摩擦角  $\rho = 40^\circ$ , 粘着力  $\kappa = 0$  ( $H = 0$ ), 基岩面漏洩率  $L = 0$ .

$L = 0$  と仮定したから  $v = 0$  となり浸透地下水流は  $u$  のみとなる。浸透率  $I$  が限界浸透率  $I_{0c}^{(8)}$  である場合を考えると、

$$\frac{u}{k} = \frac{\sin \beta}{2} (1 + i_{0c}) = \frac{\sin \beta}{2} \left( 1 + \tan^2 \frac{\beta}{2} \right) = \tan \frac{\beta}{2} = 0.268$$

また、 $H = 0$  と仮定したから  $h^* = 0$  となり、(23) 式は

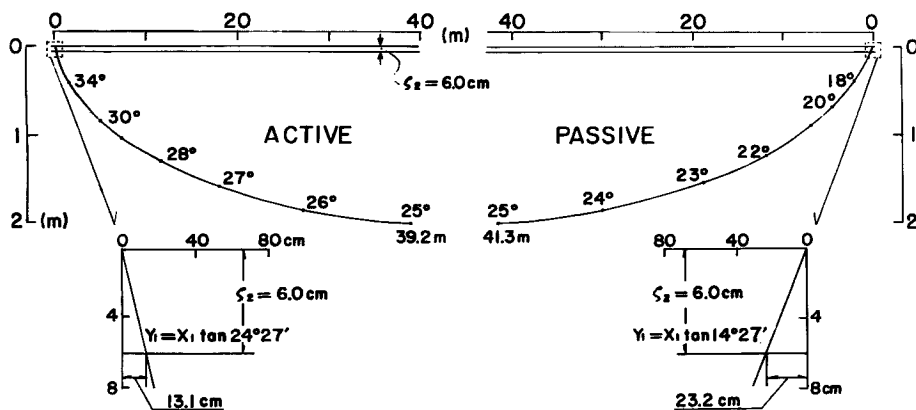


Fig. 6 Example of slip lines calculated by the formulae (36)~(40).

$$\mu = \gamma w \frac{\sin(\theta - \rho)}{\sin(\rho - \beta)} - (1 - \sigma)(1 - \gamma) = \gamma \frac{u}{k} \frac{\cos \rho}{\sin(\rho - \beta)} - (1 - \sigma)(1 - \gamma) = 0.02 > h^* \approx 0$$

となって崩壊の必要条件を満足する。

$y = D \cos \beta = 200 \text{ cm}$  が破壊平面になるための自由水面  $\zeta_2$  の深さ  $\zeta_{2b}$  は (20) 式

$$\gamma_s \zeta_2 \sin(\rho - \beta) - (D \cos \beta - \zeta_2) \left[ \gamma_w \frac{u}{k} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \rho\right) - (1 - \sigma)(\gamma_s - \gamma_w) \sin(\rho - \beta) \right] = 0$$

にそれぞれの数値を入れて計算すると、

$$\zeta_{2b} = 5.95 \text{ cm} \approx 6.00 \text{ cm}$$

となる。

$H=0$  の場合には領域 (I) では  $\delta = \beta = \text{一定}(30^\circ)$  となり、(28) 式から

$$\sin(2\varphi + \beta) = \frac{\sin \beta}{\sin \rho} = \sin \lambda = \sin 51^\circ 06'$$

となって、 $\varphi$  も一定となる。(27) 式から

$$\varphi_a = \frac{1}{2}(\pi - \lambda - \beta) = 49^\circ 27', \quad \varphi_p = \frac{1}{2}(\lambda - \beta) = 10^\circ 33'$$

したがって領域 (I) ( $0 \leq y \leq 6 \text{ cm}$ ) のスベリ線は直線で、その勾配は Fig. 6 に示したように

$$\text{active state, } \varphi - \varepsilon = 24^\circ 27'; \quad \text{passive state, } \varphi - \varepsilon = -14^\circ 27'$$

である。この  $\varphi_a, \varphi_p$  はもちろん

$$a - b \sin 2\varphi - c \cos 2\varphi = 0$$

をみたら、領域 (II) での active, state passive state に対するスベリ線は、(38) と (40) 式において

$$\varphi_1 = \varphi_a, \quad \text{active state } \varphi_a \geq \varphi \geq \varepsilon, \quad \text{passive state } \varepsilon \geq \varphi \geq \varphi_p$$

として計算すればよい。

## 5. 考 察

active あるいは passive state で破壊寸前にあるという考えを用いて上述のようにスベリ線を導出し、斜面の崩壊について論じたが、この方法は正統に崩壊を解析したわけではない。斜面が無限に長くたしかに  $x$  方向にはすべての状態が一樣であると考えられる場合には極限釣合のこの考え方で正しくスベリ線が与えられるが、現実の斜面では長さが有限でありしたがって  $x$  方向に状態が一樣であるとは言えない。

始めにも述べたように、有限長の斜面については、境界条件、歪一応力関係式を用いて釣合方程式を解き応力分布を求めることによって正確なスベリ線を導出できるのであるが、このような正統的解法は困難な場



合が多い。これに比べれば、ここに述べたスベリ線の導出法は簡便であり、また境界条件の影響はその境界から離れるに従って弱くなっていくから、そのような離れた領域では極限釣合の考えでスベリ線を求めることは正当化されると思う。

一般に、斜面裾部の支持力が弱いときには、active state のスベリ線とこれにつづく破壊平面  $y=y_0$  で形成されるようなスベリ面で斜面は崩壊するであろう。また裾部の支持力が強いときには、active state、平面破壊から passive state へとつながるスベリ線で崩壊が起るであろう。平面破壊の部分がなく active から passive へとすぐつながる丁度円弧スベリに似た崩壊の形をとることもあるかも知れない。

しかし、いづれの場合にも、active state のスベリ面が表面のどこから始まり、passive state のスベリ面が表面のどこへ出てくるかについては、以上の考察は何も与えてくれない。スベリ線の位置を決定するためには、さらに一つの考え方が必要である。この考察については次の論文にゆづりたい。

## 謝 辞

この研究に際して、多くの励しをいただいた当研究所奥田節夫教授に感謝いたします。また理論的な解析に有益な討論をいただいた当研究所奥西一夫助手、京大理学部大学院生北岡豪一君に心からお礼を申し上げます。

## 参 考 文 献

- 1) 矢野勝正編著：水災害の科学，技報堂，昭46. 3.
- 2) 防災ハンドブック編集委員会：防災ハンドブック，技報堂，昭39. 11.
- 3) 福尾義昭：斜面透水層中の浸透流，京都大学防災研究所年報，第13号A，昭45. 3, pp. 565-572.
- 4) Fukuo, Y.: The Dynamic Theory of the Deformation of a Granular Solid Fully Saturated with a Liquid, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 18, Part 4, March, 1969, pp. 1-13.
- 5) ソコロフスキー著，星埜 和，佐藤健吉訳：土のような粒状体の力学，オーム社，昭39. 1.