

飽和砂の液状化現象に関する考察（2報）

柴 田 徹・三 好 学

LIQUEFACTION OF SATURATED SAND DUE TO CYCLIC LOADING (II)

By Toru SHIBATA and Manabu MIYOSHI

Synopsis

The phenomenon of liquefaction of saturated sand at the time of earthquake was analyzed by assuming simplified stress conditions. The results of this analysis were applied to the study of cyclic triaxial shear test under fixed values of mean principal stress. The actual earthquakes, however, confer irregular vibrations upon the ground, and the principle of analysis which is based on such simplified stress condition can not be applied, in its unmodified form, to practical designs. In this respect, some tests were carried out to investigate the influence of irregular vibrations on the liquefaction of saturated sand.

1. ま え が き

飽和したゆるい砂地盤が、地震時に液化してその支持力を失ない、地盤震害を惹起する現象は近年特に注目されてきているように思われる。この現象を扱うために、前報¹⁾ではまず地震時の応力状態を単純化し、飽和砂に繰り返しせん断応力を載荷したときに発生する過剰間げき水圧について考察した。ついで有効応力の観点から、液状化発生の繰り返し回数を、せん断応力と垂直応力の関数として表示するとともに、その成果を適用して各種繰り返しせん断試験データを解析した。

この報文では、過剰間げき水圧の挙動をより詳細に把握するために、平均主応力を一定に保つ急速の繰り返し試験を行なうが、その際に液状化の対象となる低密度状態を再現すべく、凍結成形した砂供試体を用いている。また有効応力の観点から液状化過程を解析する手掛りを得るために、緩速の繰り返し試験データも活用している。

つぎに、実地震は不規則な震動を地盤に与えるので、従来行なわれていたような単純化した応力状態をもとにした解析原理はそのままの形では適用できないと予想され、したがって不規則震動による液状化へのアプローチを試みている。そして実験室でえられた成果を実際の地盤に適用して、液状化発生の可能性を検討する手法についても述べようとするものである。

2. 実験の条件

飽和砂に、非排水状態で繰り返しせん断を与えて液化現象を調べるために、急速繰り返しと緩速繰り返し試験を行なっている。ここでいう急速試験は、機械的な振動発生装置による1 Hz程度のものであり、緩速試験は手動によって1サイクルに数分～数10分を要するものである。

急速試験は振動三軸試験装置²⁾を用いて、平均主応力 σ_m 一定の条件で実施した。 σ_m 一定の条件を保つためには、軸圧変化 $\Delta\sigma_a$ と側圧変化 $\Delta\sigma_r$ を適当に制御すればよいが、液状化が生じ始めて土の抵抗が失われてくる段階では、 σ_m 一定条件を保つべく機械操作にかなりの技術を必要とした。載荷応力は圧縮と引

張りの両振れであり、記録の一例を Fig. 1 に示す。図には上から順に側圧 $\Delta\sigma_r$ 、軸差圧 $\Delta\sigma_a$ 、軸方向ひずみ ϵ_a および発生する過剰間げき水圧 Δu のそれぞれが載荷時間 t に対して描かれている。いま Δu に注目すると、 $t \approx 35$ sec を過ぎる頃からその増分が大きくなり（初期液状化）、 ϵ_a の振幅も増大している。この領域に入ると上述のように、急激に減少する土の抵抗に追隨して $\Delta\sigma_a$ 、 $\Delta\sigma_r$ をともに減少させるのである。

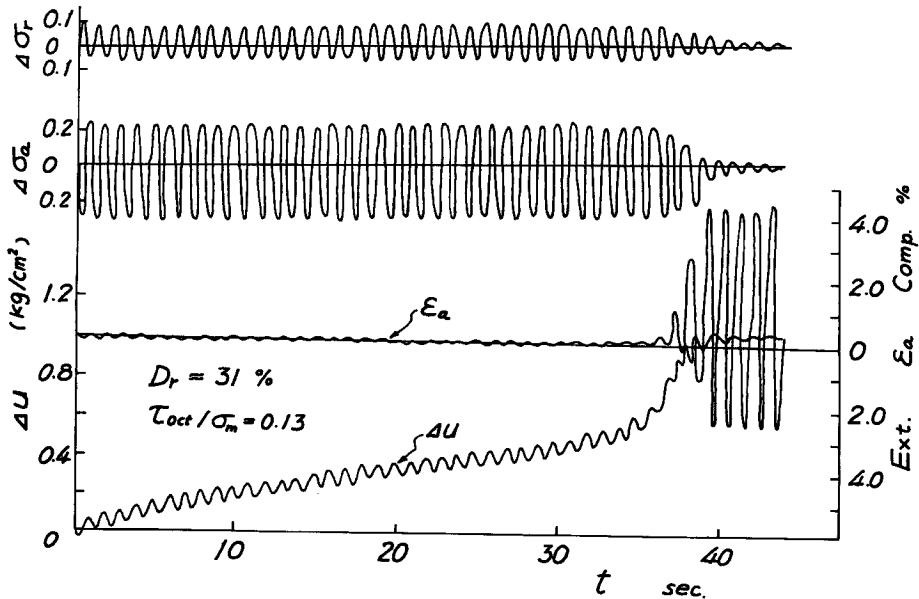


Fig. 1 Typical data of repetitional triaxial test.

繰返し試験には、NGI 型の三軸および単純せん断試験機を使用した。前者の供試体寸法は直径 3.5 cm、高さ 8.0 cm、後者は直径 8.0 cm、高さ 2.0 cm のものである。なお単純せん断試験機では等体積せん断とするために、鉛直応力を制御した。

砂供試体は、液状化を生じるような低密度を対象とするので、あらかじめモールド内で凍結成形したものを試験機内にセットしたのち、三軸の場合は側圧 1.0 kg/cm^2 を加えた状態で融解・圧密せしめ、その完了をまって back pressure (1.0 kg/cm^2 、側圧 2.0 kg/cm^2) を与えた。このように back pressure を加えても供試体は完全飽和状態とはならず、間げき水圧係数の B 値は $0.8 \sim 0.9$ 程度であった。試料は大部分が豊浦標準砂であり、一部にガラス・ビーズを用いている。それらの物性を Table 1 に示す。

Table 1 Index properties of samples.

Sample	G_s	e_{\max}	e_{\min}	U_c	D_{50} (mm)
Toyoura sand	2.65	0.95	0.63	1.5	0.16
Glass beads	2.48	0.71	0.50	1.2	0.18

3. 繰返し載荷中の間げき水圧

地震時に発生する砂地盤の液化現象を、急速の三軸繰返しせん断試験によって解明しようとするとき、応力の載荷条件によって少なくとも 3 種類のものが考えられる。すなわち i) 側圧を一定にして軸圧のみを変動させる場合、ii) せん断面あるいは 45 度面上の垂直応力を一定に保つために側圧、軸圧ともに変動させ

る場合、iii) 平均主応力を一定に保つために側圧，軸圧ともに変動させる場合であり，従来行なわれた実験は操作が簡単なことから，殆んどi) に属するものであった。

ところでこれら3種類の載荷法によって発生する過剰間けき水圧はそれぞれ異なるが，供試体が完全に飽和している場合に限り適当な補正をすれば相互間の量的関係を知ることは容易である。しかし飽和度100%の砂供試体を作ることは非常に困難であるので，間けき水圧の詳細な検討のためには $\Delta\sigma_m=0$ の条件で試験することが最も望まれるのである。

さて Fig. 1 における過剰水圧 Δu は，ある圧力振幅をもちながら，その平均圧力 ($\tau=0$ に相当する Δu の値) が時間とともにほぼ直線的に増加していくことが観察される。これを Fig. 2 の Δu と繰り返し回数 n の関係に描くと，図中の $\tau_{oct}/\sigma_m=0.13$ と印した曲線になる（ただし τ_{oct} は正八面体せん断応力）。そして相対密度 D_r が同じ試料で， τ_{oct}/σ_m 比の異なる試験結果も図中に併記してあるが，この Fig. 2 より同

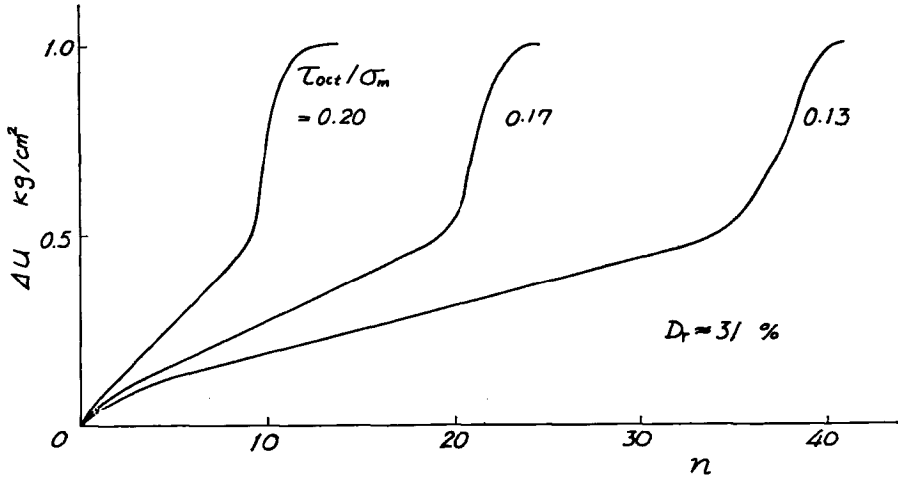


Fig. 2 Change in pore water pressure.

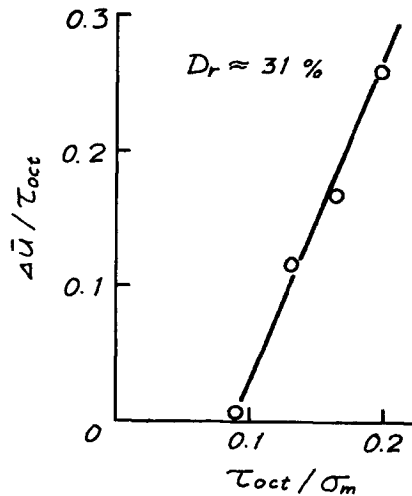


Fig. 3 Relationship between pore water pressure $\Delta \bar{u}$ developing during one cycle and the variables τ_{oct} and σ_m .

一の D_r では $\Delta u \sim n$ 曲線の傾斜, すなわち繰り返し 1 回当りの間げき水圧の増分 Δu は τ_{oct}/σ_m が大となるほど大きくなることが明らかである。

この関係については既に前報¹⁾ で述べたが, Fig. 3 に示すように $\Delta u/\tau_{oct} \sim \tau_{oct}/\sigma_m$ に直線関係が認められ,

$$\frac{\Delta u}{\tau_{oct}} = a \left\{ \left(\frac{\tau_{oct}}{\sigma_m} \right) - \left(\frac{\tau_{oct}}{\sigma_m} \right)_c \right\} \dots \dots \dots (1)$$

と式示される。ここに a ; 土の種類, 密度によってきまる係数, $(\tau_{oct}/\sigma_m)_c$; 液状化が生じない限界の応力比である。この Fig. 3 の関係は他の 相対密度についても認められ, 6 節の不規則波による液状化へのアプローチでも利用される。

4. 液状化と砂の摩擦角

繰り返し 載荷による 液状化過程を有効応力の 立場から 調べる ために ベクトル・カーブを描いてみる。Fig. 4 は $D_r \approx 22\%$ の 非常 に ゆる い 状態 で の ベクトル・カーブであって, 45 度面上の $\tau \sim \sigma'_v$ 関係を示している。この図において過剰間げき水圧 Δu がほぼ等間隔で増加 (すなわち σ'_v が減少) する過程は Fig. 2 における $\Delta u \sim n$ 関係の直線部分に対応し, まだ液状化が生じていない。そしてベクトル・カーブが左方に寄ってきて, Δu の間隔が開きはじめると, いわゆる初期液状化が生じる訳であるが, この初期液状化を生じたときのモビライズされた内部摩擦角 ϕ'_i を求めると, 図中の点線で示すように $\phi'_i \approx 25^\circ$ となる。

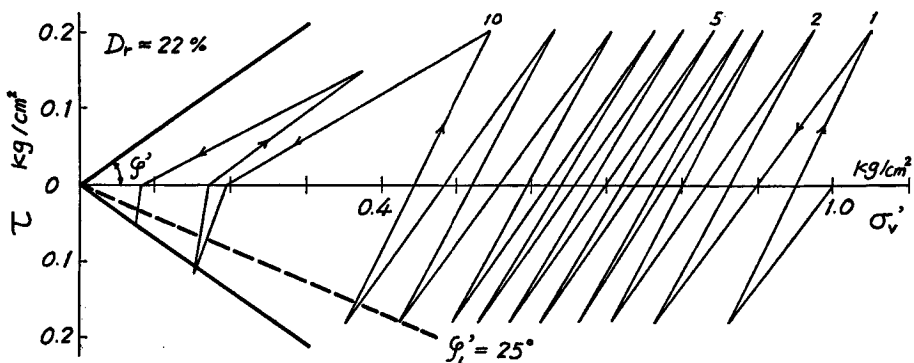


Fig. 4 Vector curve determined by the σ_m -const. quick repetitive triaxial test.

この初期液状化から部分液状化へと進む過程は, 急速繰り返し試験結果のみからは検討することが難かしいので, つぎに緩速の三軸繰り返しおよび単純せん断繰り返し試験を実施した。

Fig. 5 は三軸側圧 $\sigma_r =$ 一定の条件における緩速繰り返し試験の例で, ベクトル・カーブが点線で示すような $\phi'_j \approx 26^\circ$ の線に到達すると, それ以後に谷本ら³⁾ のいう “とび出し現象” が現われている。この現象はせん断応力の増減と間げき水圧の増減が逆転するもので, 図中のベクトル・カーブに○印を付した点に相当する。Fig. 6 はやはり緩速単純せん断繰り返し試験によるベクトル・カーブの例で, この場合も “とび出し現象” の生じるときのモビライズされた内部摩擦角 ϕ'_j は 26° となっている。

緩速での三軸および単純せん断では, 相対密度 D_r を 19~67% の広範囲にわたって ϕ'_j を調べたが, 試験の種類, 砂の相対密度にかかわらず $\phi'_j \approx 26^\circ$ をえた。この $\phi'_j \approx 26^\circ$ のもつ意味については, さらに検討の余地があるが, 差し当って村山・松岡の論文⁴⁾ は有益な示唆を与えてくれる。すなわち排水せん断中において, ひずみ変化に対する体積変化がゼロのときの τ/σ'_v が $\tan \phi_u$ (粒子間摩擦) に相当するというものである。

そこで今回使用の豊浦標準砂について非排水せん断試験を行ない, 間げき水圧 u とひずみ ϵ の曲線を描

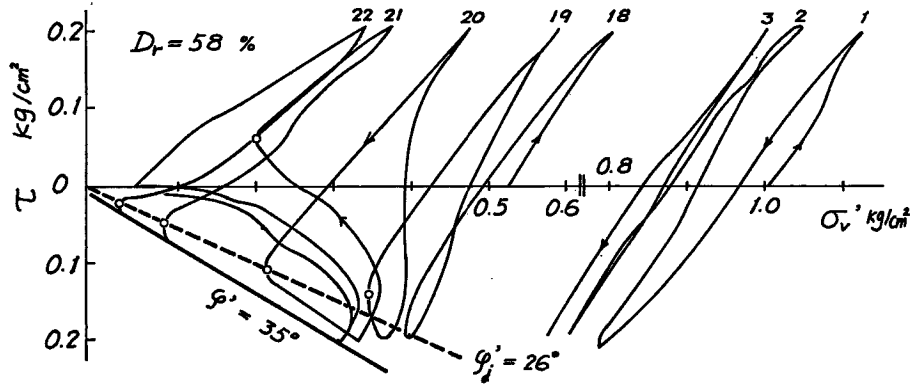


Fig. 5 Vector curve determined by the σ_r -const. slow repetitional triaxial test.

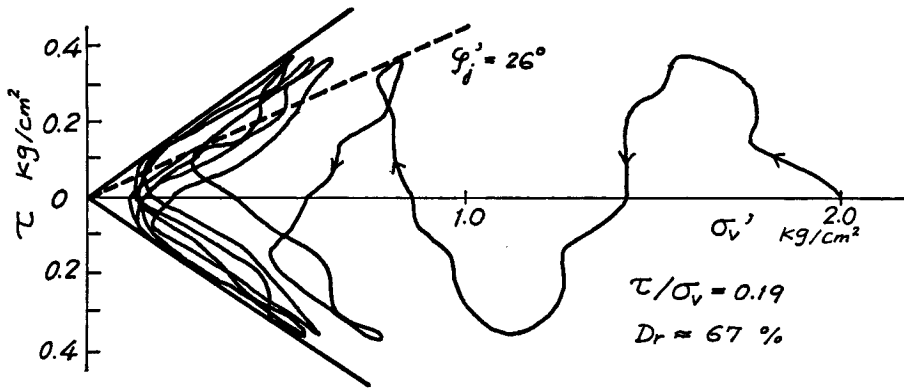


Fig. 6 Vector curve determined by the slow repetitional simple shear test.

いて $\Delta u / \Delta \varepsilon = 0$ に対応する τ / σ'_v を求めるとこの値は 0.47 となり、これよりモビライズした内部摩擦角 ϕ_{mo}' として 28° がえられた。また豊浦標準砂の平均粒径を用い、Rowe の論文⁵⁾ によって粒子間摩擦角 ϕ_u を求めると 26° となった。以上の緩速繰り返しあるいは静的試験より、ベクトル・カーブが $\tan \phi_u$ に相当する線に到達すると、“とび出し現象”がおこり、 $\phi_j \approx \phi_u$ と推論することが許されよう。

さて急速繰り返しの場合にかえって、 Δu が急増する附近でモビライズされた内部摩擦角 ϕ_i' を調べてみ

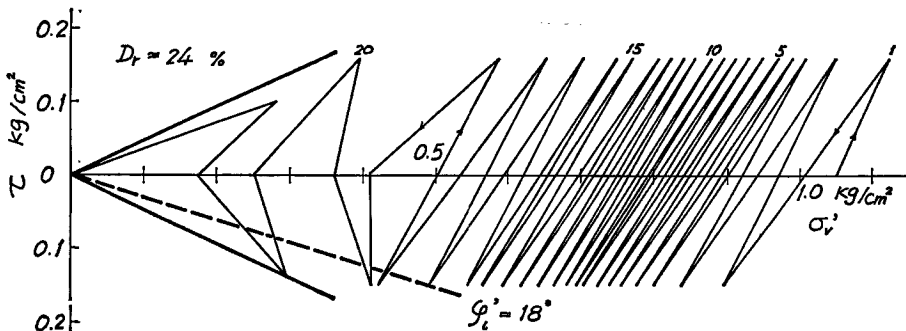


Fig. 7 Vector curve for glass beads.

ると、 $D_r=22\sim41\%$ の範囲で8個の試験結果は $\phi_i'=23^\circ\sim29^\circ$ 、その平均値は 26° であった。さらにこの初期液状化を規定する ϕ_i' が粒子間摩擦角に近似していること確かめるために、 ϕ_u の低いガラス・ビーズ ($\phi_u=17^\circ$) を用いて急速繰り返し三軸試験を行なった。その結果えたベクトル・カーブは Fig. 7 に示す通りであって、この場合も初期液状化を規定する ϕ_i' は ϕ_u と非常に近い値がえられた。

5. 繰り返し回数, 相対密度, 応力比

平均主応力一定の急速繰り返し試験において、相対密度 D_r および τ_{oct}/σ_m をいろいろに変えたときの液状化回数 n_i を D_r に対してプロットすると Fig. 8 となる。図においてパラメーターを τ_{oct}/σ_m にとり、それぞれの範囲で示してあるが、このようにばらついた結果をユニークな関係で表現できないか? というのが本節の課題である。

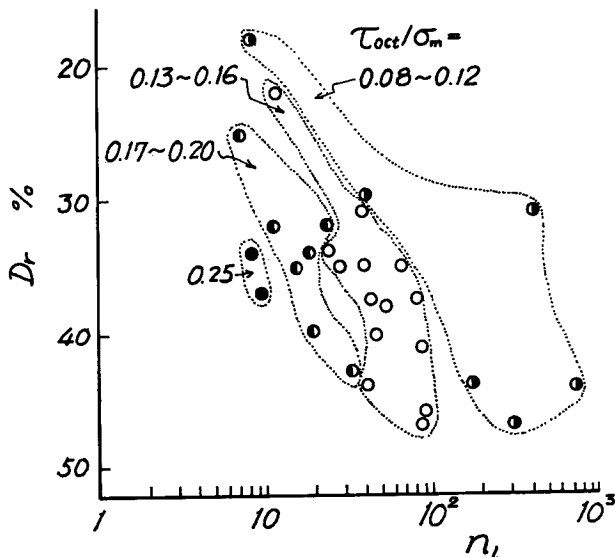


Fig. 8 Relationship between relative density and the number of cycles inducible of liquefaction.

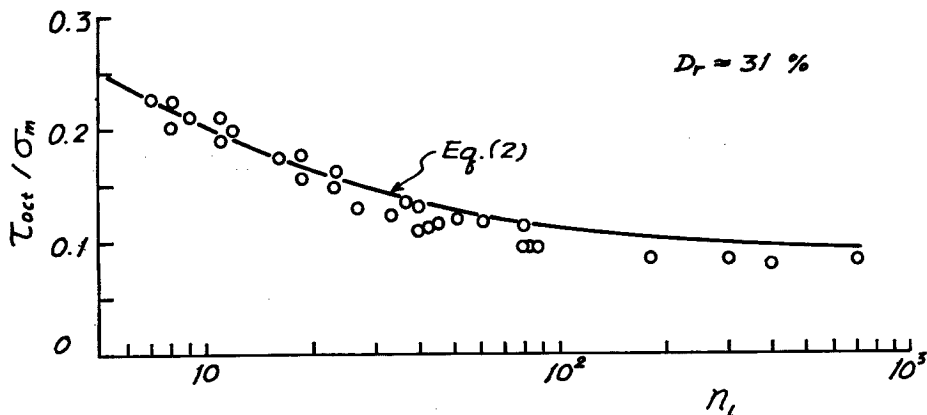


Fig. 9 Relationship between the ratio τ/σ and the number of cycle inducible of liquefaction.

そこで従来からもある程度は認められている仮定“同じ回数で液状化を生じるときの τ_{oc}/σ_m は D_r に比例する”を用い、特定の D_r に換算したときの τ_{oc}/σ_m を計算してみる。その結果、仮りに $D_r=31\%$ の場合に換算したときの液状化回数 n_l と τ_{oc}/σ_m の比をプロットすると Fig. 9 に示すようになり、ほぼ一本の曲線で代表できるようになる。

図中、実線で描いた曲線は前報¹⁾で報告した式の記号のみを若干変更して

$$n_l = \left\{ \left(\frac{\sigma_m}{\tau_{oc}} \right) - \text{cosec} \varphi_i' \right\} / (\Delta \bar{u} / \tau_{oc}) \dots\dots\dots (2)$$

を表わしている。ここに φ_i' は 4 節で述べたように、液状化が始まる付近でモビライズされた有効内部摩擦角であって、 $\varphi_i' = \varphi_u = 26^\circ$ とした。また $\Delta \bar{u} / \tau_{oc}$ の値は式 (1) と、 $D_r=31\%$ に対する Fig. 3 を用いて計算した。

6. 不規則波による液状化へのアプローチ

飽和砂の液体化に関する従来の研究は、最初の载荷から液状化にいたるまでの間、加える応力振幅は一定の場合が対象とされていた。しかし地震波形は不規則であるから、規則波でえられた成果を適用するには解決すべき問題が残されている。

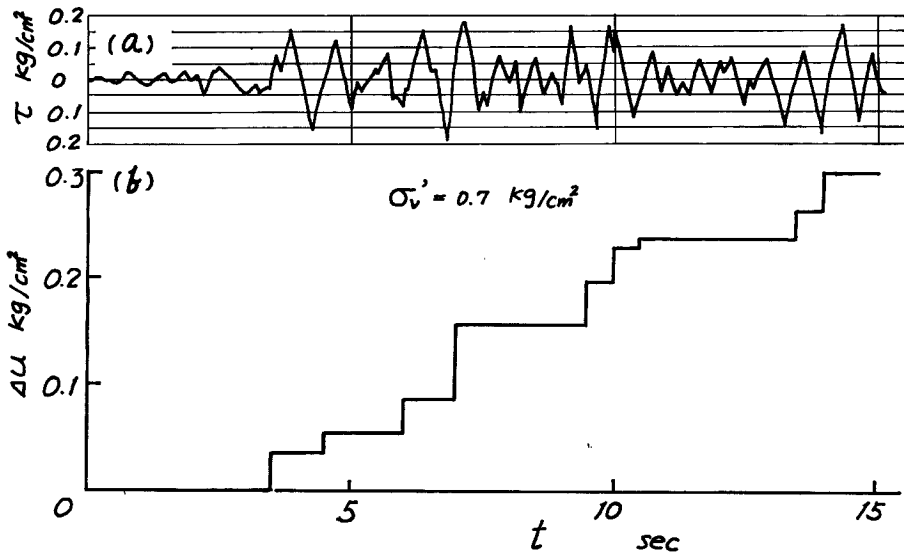


Fig. 10 (a) Record of shear stress variation and (b) induced pore water pressure.

例えば Fig. 10 (a) は 1964 年新潟地震における地盤の液状化を解析する際に、Seed ら⁶⁾ が用いたせん断応力波形であって、深さ 7.6 m のものである (Fig. 10 (b) については後述)。この Fig. 10 (a) の例では、初期の 15 秒間に振動したせん断応力サイクルは、 0.16 kg/cm^2 の均一応力の 10 サイクル分に等しいと考えているが、その根拠はつぎのようである。すなわち振動初期 15 秒間に 8 個の大きな応力ピークがあり、これらの平均値は 0.16 kg/cm^2 である。さらに他の小さい応力サイクルの影響を考え、それらを 0.16 kg/cm^2 の大きさの波に換算すると 2 個の波に見積ることができるから、結局合計 10 サイクル分とみなしうる。

Seed らの方法は不規則波を等価平均応力に換算するものであって、実際に便利な方法であるが換算の仕方はかなりあいまいである。そこで不規則波による液状化へのアプローチとして、平均主応力を一定のまま、せん断応力の大きさを载荷途中で任意に変化せしめたときの挙動について調べてみた。

Fig. 11 は $D_r \approx 53\%$ の砂に対する試験結果の例であって、図中の上から順に $\Delta \sigma_v$, $\Delta \sigma_a$, ϵ_a および Δu

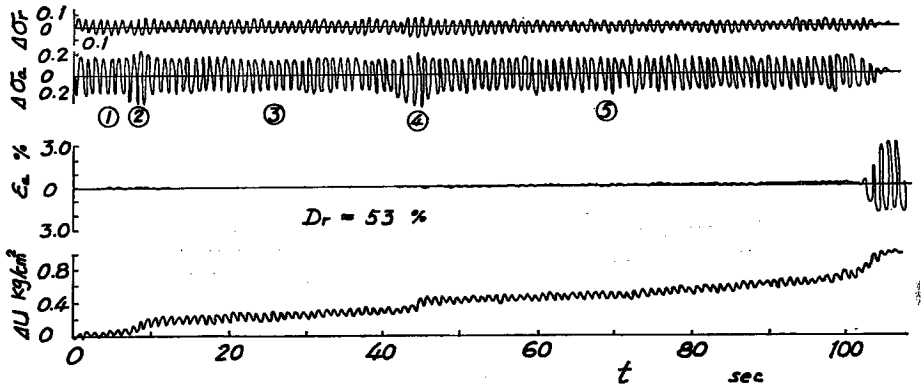
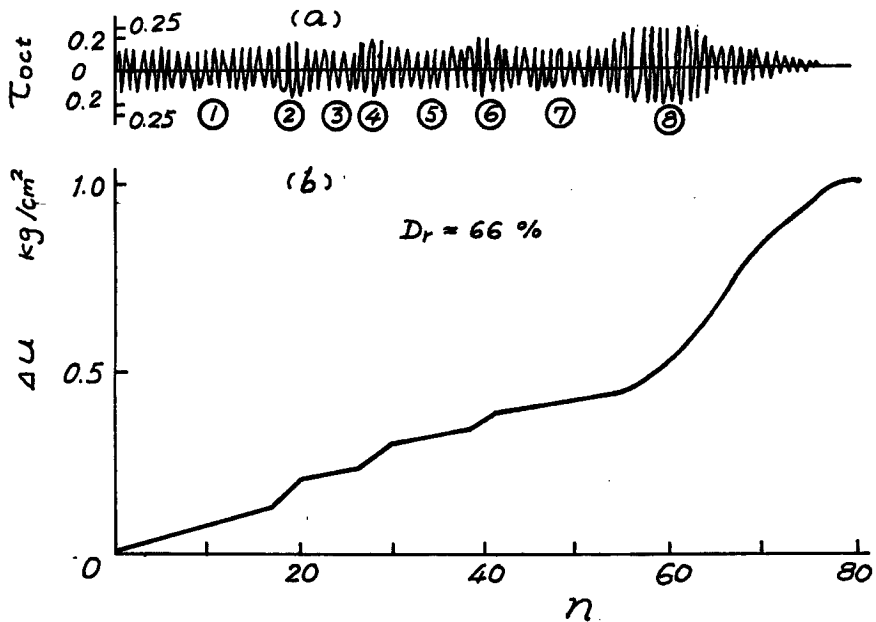
Fig. 11 Typical data of repetitional triaxial test. ($\Delta\tau$: irregular)

Fig. 12 (a) Applied shear stress and (b) change in pore water pressure.

の時間的変化の記録が描いてある。応力状態によって①②……⑤の番号が附してあり、①③⑤は $\tau_{oc1} = \pm 0.12 \text{ kg/cm}^2$ を、また②④は $\tau_{oc1} = \pm 0.17 \text{ kg/cm}^2$ を与えている。これによると $\Delta u \sim t$ 曲線は①③⑤の状態では、 Δu の平均圧力の増分が殆んど等しいが、②④で示される応力を急増させた点で Δu は段階的に増加していることが明らかである。以下に応力振幅の大きさ、相対密度をいろいろに変えた場合の解析結果を示す。

Fig. 12は $D_r \approx 66\%$ の密度の砂に対して、(a)図に与える繰り返しせん断応力を載荷した場合の Δu の記録(平均圧力)である。図中の①③⑤⑦は $\tau_{oc1} = \pm 0.13 \text{ kg/cm}^2$ を、②④⑥は $\tau_{oc1} = \pm 0.19 \text{ kg/cm}^2$ を、また⑧は $\tau_{oc1} = \pm 0.24 \text{ kg/cm}^2$ を与えている。この図より、3節で行なったと同様に繰り返し1回当りの間引き水圧の増分 $\Delta \bar{u}$ (すなわち $\Delta u \sim n$ 曲線の接線の傾斜)を求め、 $\Delta \bar{u} / \tau_{oc1}$ と τ_{oc1} / σ_m の関係にプロットするとFig. 13がえられる。ただし図中の番号はFig. 12中の状態番号に対応している。そして

Fig. 13 によれば、同じ τ_{oct}/σ_m に対しては、状態番号がふえるにしたがい（すなわち履歴を受けたものほど） $\Delta\bar{u}/\tau_{oct}$ の値が小さくなるが、その差は縦軸のオーダーを勘案するとそれほど顕著ではないと判断される。

別途行なった試験も含め、3種類の相対密度に対して τ_{oct} を変化させた結果をまとめると Fig. 14 がえられ、 $\Delta\bar{u}/\tau_{oct} \sim \tau_{oct}/\sigma_m$ 関係は相対密度が大きくなるほどその傾斜がゆるやかになる傾向がうかがえる。この Fig. 14 は前述の Fig. 3 に対応するものであり、一連の規則的な波形による結果からも、 D_r が大なるほど $\Delta\bar{u}/\tau_{oct} \sim \tau_{oct}/\sigma_m$ 直線の傾斜がゆるくなり、式 (1) 中の係数 a が小さくなることが判明している。

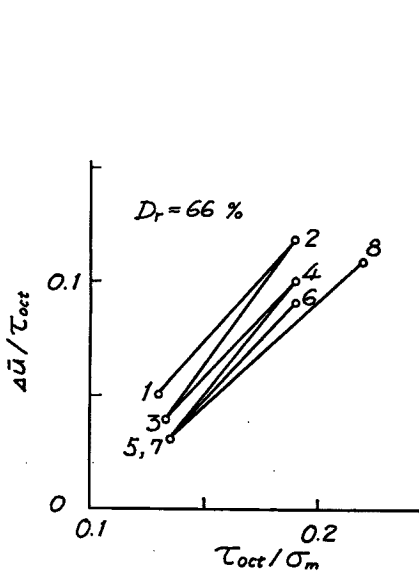


Fig. 13 Relationship between pore water pressure Δu developing during one cycle and the variables τ_{oct} and σ_m . ($\Delta\tau$: irregular)

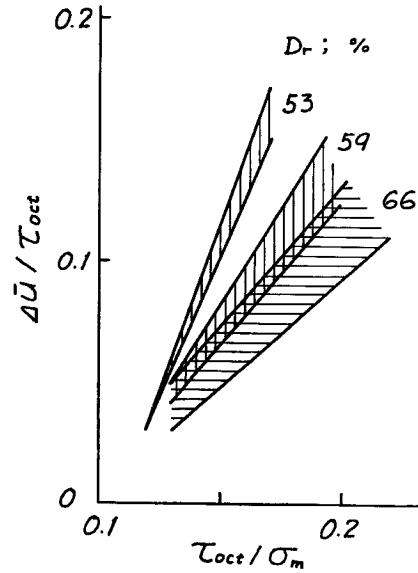


Fig. 14 Relationship between pore water pressure Δu developing during one cycle and the variables τ_{oct} and σ_m . ($\Delta\tau$: irregular)

さて飽和砂に対して Fig. 14 の関係が成立するとすれば、前述の Fig. 10 (a) に示した不規則波に対する発生間げき水圧 Δu の推定が可能になる。すなわち Fig. 10 (a) で対象とした地盤の相対密度は 40% であるから、 $D_r=40\%$ に対する $\Delta\bar{u}/\tau \sim \tau/\sigma_v$ 関係を Fig. 14 より内挿して求め、Fig. 10 (a) の τ/σ_v に対する $\Delta\bar{u}/\tau$ を計算すれば、時間とともに累加されていく間げき水圧の量を推定することができるのである。その計算結果を図示したものが Fig. 10 (b) である。それによれば、振動初期 15 秒間に 0.3 kg/cm^2 の過剰水圧が発生する計算になり、また 10 サイクルに対する等価平均応力は 0.14 kg/cm^2 と計算される (Seed の解析では、前述のようにこの値が 0.16 kg/cm^2 となっている)。

7. 実地盤への適用例

前節までいくつかの成果を挙げてきたが、それらを実際の地盤に適用して、液状化の可能性を吟味した例を以下に示す。想定した地盤は大阪上部沖積砂層であり、作業の順序としてはつぎの 4 段階が考えられる。すなわち i) 地震時における繰返しせん断応力 τ と鉛直応力 σ_v の比 τ/σ_v の深度方向分布の推定, ii) 砂層が液状化するときの限界密度の推定, iii) 液状化発生の限界密度より、標準貫入試験の限界 N 値の推定, iv) 原地盤の N 値と限界 N 値とを比較して、液状化発生の吟味。そしてこれらの内容はつぎの通りである。

1) 基盤から地表に向かって地震波が伝播する際に、地盤内に発生するせん断応力 τ の大きさを適確に把握するのは複雑であり、また本論の主旨ともはずれるので、ここでは Seed ら⁶⁾ が新潟地震の解析に用いた値を参考にして、深度方向に τ は比例的に増加するものとし、地表で $\tau=0$ 、深度 10 m で $\tau=\pm 0.2 \text{ kg/cm}^2$ とする。土かぶり圧 σ_v は砂の単位重量 (1.8 t/m^3) が判れば、地下水位の深さに応じて容易に計算される。したがって応力比 τ/σ_v の深度分布は Fig. 15 のようになる。

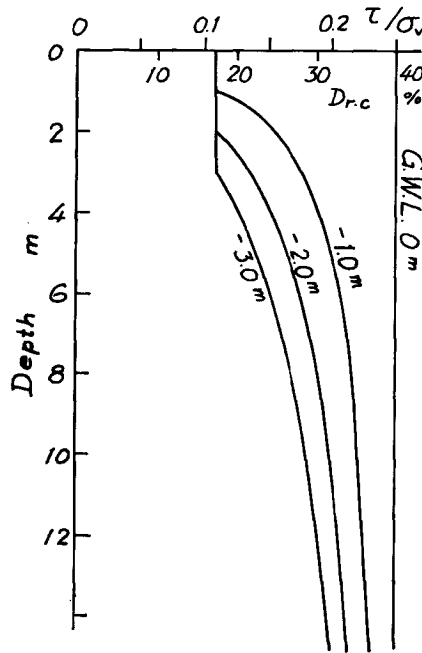


Fig. 15 Variations of τ/σ_v and the critical relative densities with depth.

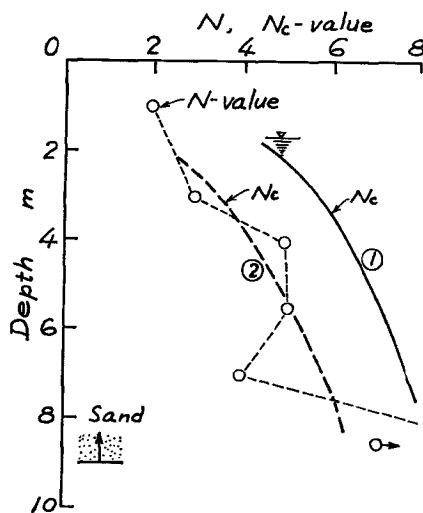


Fig. 16 Comparisons of standard penetration resistance N and the critical N_c -value. (①: Terzaghi-Peck, ②: Average of proposed values of Terzaghi-Peck and Gibbs-Holtz)

2) 飽和砂にせん断応力を繰り返して与えた場合、ある回数（例えば10回）で液状化するときの τ/σ_v と密度との関係を知る必要があるが、そのためには5節の Fig. 9 に示した対応が利用できる。すなわち Fig. 9 に用いた砂の粒径加積曲線は、大阪の上部沖積砂層の粒度範囲に入っており、 $n_t=10$ 回の応力比 $(\tau/\sigma_v)_{10}$ と相対密度 $D_r=31\%$ の関係より、限界相対密度を $D_{r,c}$ とすれば $(\tau/\sigma_v)_{10} \approx 6 \times 10^{-3} \cdot D_{r,c}$ である。したがって $D_{r,c}$ の深度分布も Fig. 15 のように求められる。

3) 相対密度と標準貫入試験の N 値との関係については、種々の提案があって統一できないが、ここでは比較のために、 D_r が低いところでは安全側の値を与える Terzaghi-Peck のもの、および Terzaghi-Peck と Gibbs-Holtz との平均値を採ってみた。これより Fig. 15 の $D_{r,c}$ ～ 深度関係を限界 N 値（図では N_c と表わす）～ 深度関係に直すことができる。地下水位 -1.7m に対して、Fig. 16 の曲線 ① が Terzaghi-Peck の値をもとにしたものであり、曲線 ② が Terzaghi-Peck と Gibbs-Holtz との平均値によったものである。

4) 限界の N_c 値～深度曲線を基準として、原地盤の土質調査結果から液状化の可能性を吟味した一例を Fig. 16 に示している。図によれば、地盤の N 値が N_c 値よりも低い部分があるので、この地点は液状化発生の可能性が大と判定される。なお現在調査の対象としているのは、大阪市内約3,000地点であって、全域についての吟味は未了の段階であるが、一般的には N 値の大小もさることながら、地盤の液状化は地下水位の高低によって大きく支配されるといえよう。

8. む す び

液状化の対象となる低密度の飽和砂について、平均主応力を一定に保った急速繰り返し試験を行なうとともに、有効応力の観点から液状化過程を詳細に検討するために、緩速繰り返し試験も実施した。また不規則震動による砂の液状化へのアプローチとして、せん断応力の振幅を载荷途中で任意に変える特殊な試験も手掛けてみた。これらの結果をもとにして、主な結論をまとめるとつぎのようである。

1) 液状化以前の過程では、繰り返し1サイクル中に発生する過剰間げき水圧 $d\bar{u}$ は、せん断応力 τ と平均主応力あるいは垂直応力 σ の関数として表わすことができる (Fig. 3 と式 (1))。そしてこの関係は、不規則震動を模擬した応力振幅変動の場合にも適用できそうである (Fig. 14)。

2) せん断が進行して液状化に近い状態になると、過剰間げき水圧に特異なる現象（せん断応力の増減と間げき水圧の増減が逆転する）が現われることは以前から指摘されていたが、ここで使用した豊浦標準砂とガラス・ビーズに関しては、このような特異現象と液状化開始時にモビライズしている内部摩擦角は、粒子間摩擦角と密接な関連がある。

なおある程度の成果をえながら、この報文では触れなかった問題に砂の粒径、粒形の影響、試験法による液状化発生の差異等があり、これらについては機会を更めて報告したいと思う。

謝 辞

八木則男助教授、松岡元助手には 研究の途上で 有益な御討議をいただいた。また長谷川元信、三浦克の両君は学部卒業研究として実験の一部に協力された。いずれも記して謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) 柴田 徹：飽和砂の液状化現象に関する考察，京都大学防災研究所年報，第13号B，昭45. 3，pp. 563-570。
柴田 徹・行友 浩：飽和砂の繰り返し载荷による液状化現象の研究，土木学会論文報告集，180号，昭45. 8，pp. 73-79。
- 2) 柴田 徹・行友 浩：振動時における飽和砂の強度特性，京都大学防災研究所年報，第12号B，昭44. 3，pp. 89-96。
- 3) 谷本喜一・植村隆晴：周期载荷をうける飽和砂の破壊，土木学会論文報告集，183号，昭45. 11，

pp. 63-71.

- 4) 村山朔郎, 松岡 元: 粒状土のせん断抵抗と粒子構造について, 土木学会 25 回年次講演会講演集, III, 昭 45, pp. 105-108.
- 5) Rowe, P. W.: The Stress-Dilatancy Relation for Static Equilibrium of an Assembly of Particles in Contact, Proc. Royal Soc. London, Series A, Vol. 269, 1962, pp. 500-527.
- 6) Seed, H. B. and I. M. Idriss: Analysis of Soil Liquefaction: Niigata Earthquake, Proc. A. S. C. E., SM3, May, 1967, pp. 83-108.