

移動床開水路の抵抗則に関する研究 (1)

芦田和男・田中祐一朗

A STUDY ON FRICTION FACTORS FOR FLOW IN MOVABLE BED CHANNELS (1)

By Kazuo ASHIDA and Yuichiro TANAKA

Synopsis

This paper describes the results of the study on the friction factors for flow in movable bed channels. The authors investigate the flow pattern on sand waves by measuring the velocity distribution on a artificially fixed sand waves bed in order to obtain an analytical model for friction factor. As the result, the analysis by dividing to the energy slope into components due to form resistance and friction resistance can be accepted. The flow on a bed with sand waves is similar to the one over a negative step. Therefore, by using an equation of momentum form resistance can be expressed by a function of Fr , H/h_m and L/h_m , where Fr : Froude number, h_m : mean depth and H , L are representative height and length of sand waves respectively. In a movable bed the values of H/h_m and L/h_m changes with varying flow conditions and sediment characteristics. Using the present knowledge about the relation between the geometries of sand waves and flow condition friction factor due to form resistance is expressed by a function of $\tau_* (= u_*^2/sgd)$ with parameters I and d , which is discussed by the various experimental data.

1. 緒 言

移動床開水路における抵抗の問題は河川水理学上の基本的な問題の一つとして、従来から多くの人々によって研究されてきたが、未だ十分な解明をみたとは云えない。これは移動床水路で流砂が存在する場合、ほとんど常に河床面に形成される sand waves が抵抗に対して支配的影響を与えるとともに、その挙動は流水の状態により極めて複雑に変化することに起因するものと思われる。そのため実河川などでは、経験式の一つとも云うべき manning 式が広く用いられ、粗度係数 n は若干の実測と経験により決められているのが実状であり、この粗度係数の合理的決定が広く要望されている。また流砂の問題を考える場合にも、sand waves 下流の後流域の影響を考慮した有効掃流力を考えることが重要であり、このためにも sand waves 上の流れおよび抵抗の機構を明確にする必要がある。

前述のように、移動床水路の抵抗には sand waves が支配的な影響を与えることから、これらを総合的に考察する必要がある。しかし従来は、その形成機構および形状特性など sand waves そのものに対する研究と移動床の抵抗の問題がともすれば別個に行なわれてきたようである。sand waves については未だ十分とは云えないが、最近の研究^{1), 2), 3)}により、その形成機構および形状特性などについて多くの知見が得られるようになった。そこで本研究でも sand waves の形状が抵抗要素として如何なる働きをなすかを検討し、ついで sand waves の形状と水理量の関係を導入して、移動床の抵抗に関して若干の検討を行なうことにする。

従来移動床水路の抵抗の問題は (1) Regime theory 等に代表されるような経験法則としての方法、(2) 抵抗を例えば相当粗度 k_s のような量に集約し、これに関与する種々の量を次元解析などの手法を併用しつつ実験的に検討する方法および (3) 全抵抗を sand waves による形状抵抗と河床面の砂粒による摩擦抵抗とに分離して考察する方法の3つにより研究が行なわれてきたように思われる。抵抗の内部機構を考察するには、

線型性の仮定など若干の問題はあるが、(3)の方法が最も優れていると思われる。この方法は Einstein⁴⁾ 以来、線型性の仮定により径深を R' と R'' とに分ける方法とか、この配を同様に I' と I'' とに分ける方法⁵⁾ などが行われてきたが、後者の方が物理的意味が理解しやすい。また、Yalin⁶⁾ は形状抵抗を sand waves による断面拡大部の損失水頭として求め、これに対数則による砂粒粗度としての摩擦抵抗を加える方法を提案している。これは後者の分離法に対応するものである。

本研究はまず、sand waves 上の流れについて若干の実験を行ない、従来の諸実験と対比した結果、この場合の流れは固定床段落ち流れの機構と極めて類似性の強いことが分った。この結果により、段落ち流れのモデルによる損失水頭の算定について若干の理論的考察を行なうとともに、従来の多くの実験資料により、このように考え方の妥当性について検討を行なおうとするものである。こうした取り扱い は sand waves の波長と波高が与えられた場合のものであるが、移動床においては sand waves の形状と粒径および水量との間にある関数関係が存在する。そこで sand waves の形状特性に関する現在の知識を用いて、sand waves の形状抵抗が $\tau_* = (u_*^2/sgd)$ とこう配 I および粒径 d の関数になると考えて、従来の多くの実測資料によりこれらの関係を検討しようとするものである。

2. Sand waves 上の流れに関する実験

sand waves 上の流れの機構を調べる目的で、Table に示すような実験を行なった。実験に用いた水路は実験Aでは断面 50 cm×50 cm、長さ 18 m の一部ガラス張りの鋼製水路で、流砂循環式のものである。実験Bは断面 50 cm×50 cm のコンクリート製 180° 湾曲水路のうち長さ 10m の直線部分を用いた。

Table Extent of experiments.

No. of experiments	Discharge Q (l/s)	Bed slope I	Depth h (cm)	Velocity u (cm/s)	Bed condition
A-1	15	1/310	5.9	51.9	Sand Bed
A-2	15	"	5.6	53.6	fixed with
A-3	12	"	4.8	50.0	cement
B-1	15	1/410	8.4	35.7	Artificial
B-2	30	"	14.2	42.3	Ripple model

実験 A は A-1 の条件で形成された sand waves をセメントで固定した後に、A-2、A-3 の流量を与え測定を行なった。実験 B は先年著者らが行なった実験⁷⁾ の一つ ($B=50$ cm, $I=1/400$, $Q=30$ l/s) で形成された sand waves を人工的にトタン板にて二次元模型(三角形で波高 2.8 cm、波長 90 cm)に置き換え、これにラッカーにて砂粒を附着させたものを河床に 7 波長設置した上、B-1、B-2 の二種の流量を与えて測定を行なった。実験に用いた砂は上下を鋼フルイにてカットしたほぼ均一粒径の川砂で、その平均粒径は 0.91 mm である。

測定を行なった項目はいずれも水面形および河床形状と流速分布である。流速分布は外径 2 mm、内径 1 mm の銅パイプ製ピトー管を用い、その動圧および静圧を最大測定範囲 20 gr/cm² の新興通信製の差圧計によって電気信号に変換し、これを動歪計を通してペンオシロに記録させた。測定に先立って、マンメーターにて水柱 1 mm ずつの差圧を与え、その直線性を確かめた後、これを検定曲線として用いた。

測定結果の一例として B-1 の場合の一波長間の流速分布の変化の様子を Fig. 1 に示す。クレストで生じた剝離域の影響による流速分布の歪が次のクレストに向うにつれて次第に回復して行く様子を見ることが出来る。Fig. 2 は河床面上 2 mm の高さにおける流速を re-attachment point を基準とした河床高との関連で示したものである。この図から $u_0^2 \propto z$ なる関係が成立することが分る。これは、Raudkivi⁸⁾ が用いた $\tau_0 \propto z$ ($\tau_0 =$ 底面剪断力) の仮定の妥当性を示している。

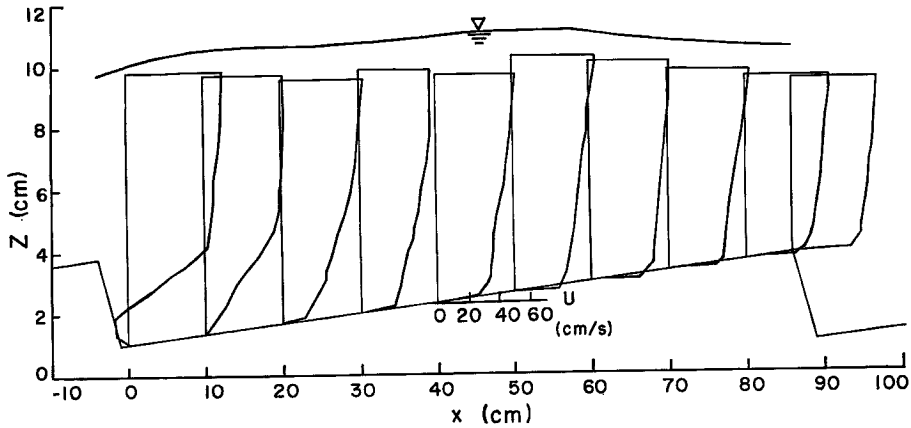


Fig. 1 Vertical velocity distribution along a profile in a channel with artificial fixed sand waves.

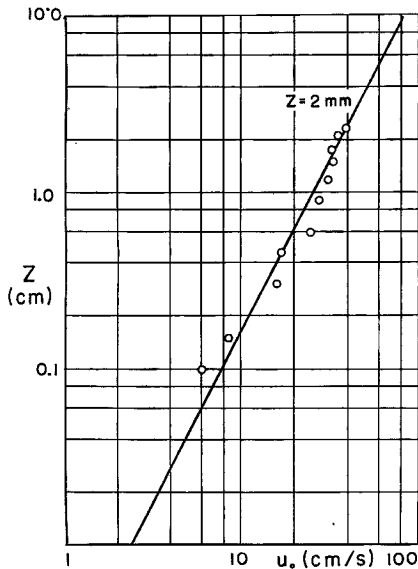


Fig. 2 Relation between bottom velocity and height of bed measured from re-attachment point.

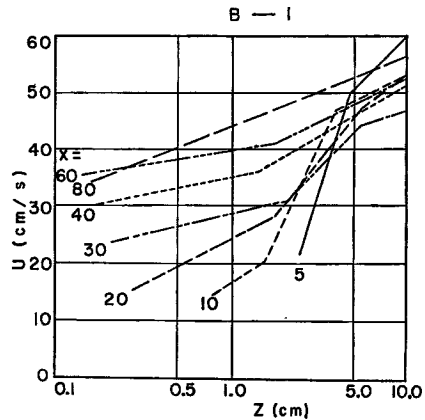


Fig. 3 Vertical velocity distribution plotted on semi-logarithmic paper.

Fig. 3 は各点での流速分布を片対数紙上にプロットしたものである。図に見られるように折曲点が存在することが分る。これと同様なことは山岡⁹⁾が固定床矩形粗度上の流れの実験において、すでに指摘しており、彼は噴流理論を用いて対数則を修正する形でこのような場合の流速分布を求める方法を提案している。いまここでは流速分布形の問題には触れないことにし、この折曲点によって区分される領域について以下若干考察することにする。Fig. 3 の図中の数値は測定断面の位置を示すもので谷から下流への距離 (cm 単位) を表す。断面 5 での流速分布は 2 つの領域 A (上部) と B (下部) とに分けられるが、断面 10~60 にかけては河床近くにおいて新たな領域 C が発生していることが認められる。断面 50 より下流では領域 A は消滅し、断面 80 に至り領域 B と C は統合され、平滑面上の流速分布のパターンとなる。Fig. 4 は各領域の境界線 (折曲点の位置) を示したもので、この図から領域 A, B, C はそれぞれ図示のように、剝離域の影

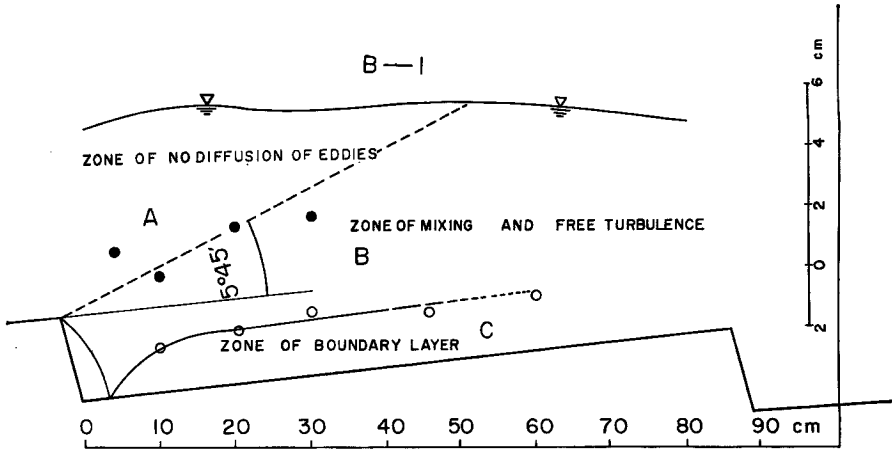


Fig. 4 Flow pattern on sand waves bed.

響の及ばない領域、剝離による渦の拡散領域および re-attachment point から下流で壁面の存在により新たに境界層が形成、発達する領域を示しているものと思われる。Fig. 4 と同様の結果はすでに Jopling¹⁰⁾ によって得られており、彼の得た拡散角度 5.5° と我々のそれとはよく一致している。また固定した sand waves 上および段落ち流れについて、平均流速および乱れの計測が最近 2, 3 発表されており、^{11) 12)} それらの結果からも同様の領域の存在を認めることができる。とくに段落ち流れの乱れ計測の結果から、乱れ強度が水深方向にほぼ一様となる点を連ねる線と前述の sand waves 上の流れの拡散域の境界線とほぼ一致することは注目すべき点であろう。著者らの一人¹³⁾ も固定床段落ち流れについての研究において、段落ちの前面の傾斜角度と損失水頭の関係を実験的に検討している。それによると、傾斜角が 30° 以上では段落ち (傾斜角 90°) と同一となることを認めている。

以上のように本研究で行なった実験と、従来の諸研究との対比より、Randkivi⁸⁾ が指摘しているように、sand waves 上の流れと段落ち部の流れとは剝離域の形成とそれによる渦の拡散等この近傍の流れの機構は共に half-jet として同様のものと考えても大きな誤はないものと思われる。

3. 抵抗の算定に関する理論的考察

前述のように、ここでは sand waves による形状抵抗と砂粒の摩擦抵抗とに分離して取り扱う立場から、前節の実験より得られた結果により、段落ち流れのモデルにより以下若干の理論的考察を試みることにする。

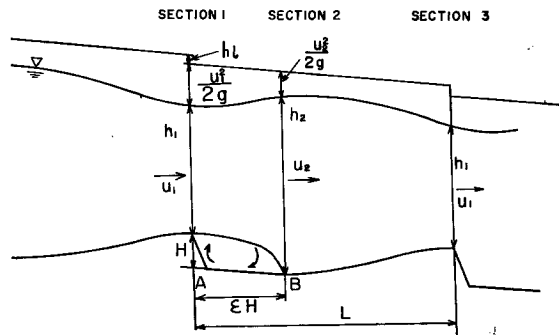


Fig. 5 Notation diagram.

(a) 形 状 抵 抗

段落ち流れの損失水頭を求める方法はすでに著者らの一人¹³⁾ によって提案されている。以下その手法と同様な理論的考察を進めることにする。

sand wave 下流の剝離域内の底面ではわずかながら逆流を生じており、re-attachment point 付近の砂は逆流により上流側へ若干運ばれることもある。これらの点を考慮して近似的に Fig. 5 に示すように A, B 点の標高はほぼ等しいとすると、Fig. 5 のように記号をとることにより、断面 1~2 間の運動量およびエネルギーの保存から次の 2 式を得る。

$$w(h_1+H)^2+2\rho\beta_1u_1^2h_1=wh_2^2+2\rho\beta_2u_2^2h_2 \dots\dots\dots (1)$$

$$h_1=(H+h_1+\alpha_1u_1^2/2g)-(h_2+\alpha_2u_2^2/2g) \dots\dots\dots (2)$$

ここに w : 水の単位体積重量, ρ : 水の密度, α_1, α_2 : エネルギー補正係数, β_1, β_2 : 運動量補正係数である。また連続式は単位巾流量を q とすると次式となる。

$$h_1u_1=h_2u_2=h_mu_m=q \dots\dots\dots (3)$$

いま近似的に平均水深 h_m を次式で表示できると仮定する。

$$h_m=(h_1+h_2)/2 \dots\dots\dots (4)$$

また次のように平均水深で無次元化し

$$h_1/h_m=\eta \quad H/h_m=K \dots\dots\dots (5)$$

(3) (4) (5) 式を (1) 式に代入して整理すると次のような η に関する三次式を得る。

$$2(2+K)\eta^3+(K^2-4K-12)\eta^2+2(4-K^2+F_m^2(\beta_1+\beta_2))\eta-4\beta_1F_m^2=0 \dots\dots\dots (6)$$

ここに $F_m^2=u_m^2/g h_m$ である。そこで、

$$a=-\frac{K^2-4K-12}{2(2+K)}, \quad b=\frac{4-K^2+F_m^2(\beta_1+\beta_2)}{2+K}, \quad c=-\frac{2\beta_1F_m^2}{2+K} \dots\dots\dots (7)$$

$$p=-\frac{a^2}{3}-b, \quad q=\frac{2}{27}a^3-\frac{ab}{3}+c \dots\dots\dots (8)$$

とおくと (6) 式は次のようになる。

$$\left(\eta+\frac{a}{3}\right)^3-p\left(\eta+\frac{a}{3}\right)+q=0 \dots\dots\dots (9)$$

したがって (9) 式の根として η は次のように求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} \eta_1 &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{p}{3}} \cos \frac{\gamma}{3} \\ \eta_2 &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{p}{3}} \cos \left(\frac{\gamma}{3} + \frac{2\pi}{3} \right) \\ \eta_3 &= -\frac{a}{3} \mp 2\sqrt{\frac{p}{3}} \cos \left(\frac{\gamma}{3} + \frac{4\pi}{3} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに $\cos \gamma = \frac{1}{2}q / \frac{1}{3}p\sqrt{\frac{p}{3}}$

また (3), (4), (5) 式を (2) 式に代入することにより次式を得る。

$$h_1 = \frac{u_m^2}{2g} \left\{ \frac{2}{F_m^2} (K-2+2\eta) + \frac{\alpha_1}{\eta^2} - \frac{\alpha_2}{(2-\eta)^2} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

α および β の場所的变化についての著者らの実験結果の一例を Fig. 6 に示す。この結果以下の計算では、 $\alpha_1=\alpha_2=1.1$, $\beta_1=\beta_2=1.05$ という値を用いることにする。(8) (10) 式により求められた根 η を (11) 式に代入することにより、損失水頭は F_m と K の関数となることが分る。

$$h_1 = \frac{u_m^2}{2g} \zeta(F_m, K) \dots\dots\dots (12)$$

ζ の関数形を調べるためおよび実用上の便宜のために F_m をパラメータにとって $\zeta-K$ 平面に計算図表とし

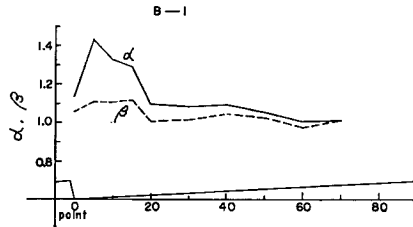


Fig. 6 Longitudinal variation of coefficients α and β .

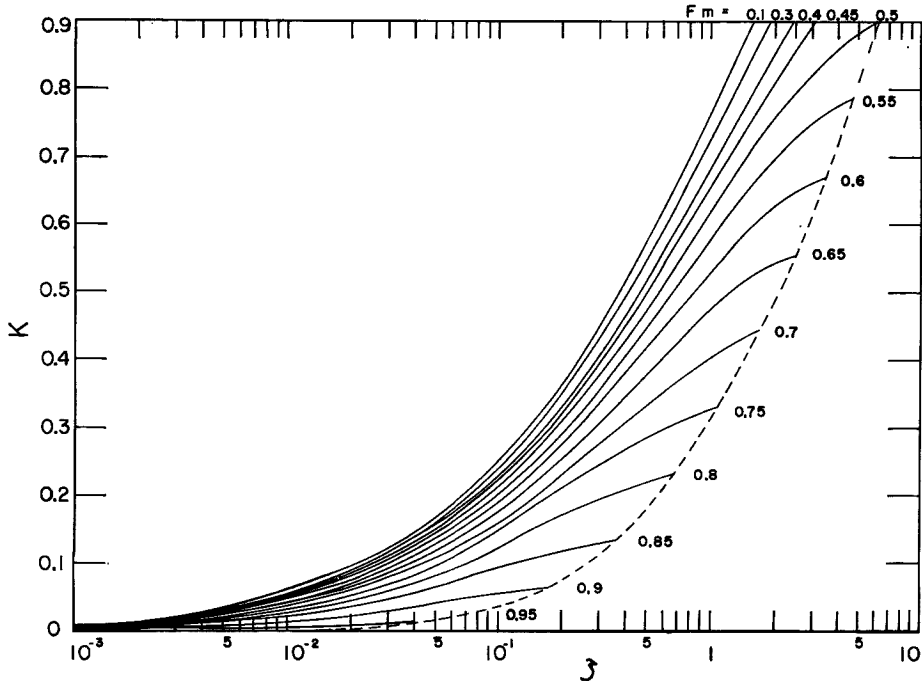


Fig. 7 Relation between η and K with a parameter F_m calculated by eqs. (11) and (12).

て示したものが Fig. 7 である。クレストで射流の生ずる限界条件は $F_1=1$ (実際は F_1 は 1 より小でも波高は減少するようになる) であり、この条件に (5) 式を代入すると限界条件式として次式を得る。

$$\eta = F_m^{2/3} \dots\dots\dots (13)$$

上式を (6) 式に代入すると K に関する次のような二次式を得る。

$$(F_m^{2/3} - 2)K^2 + 2F_m^{2/3}(F_m^{2/3} - 4)K + 2\{4 - 6F_m^{2/3} + 2F_m^{4/3}(1 - \beta_1) + F_m^2(\beta_1 + \beta_2)\} = 0 \dots\dots\dots (14)$$

(14) 式の根として K は F_m の関数で求められる。この限界線は Fig. 7 に破線で示されている。

(b) 摩擦抵抗

Fig. 2 によると τ_0 は x に比例する。河床形状が三角形の場合は τ_0 は x 方向に直線的に増加することになる。しかし τ_0 の x に対する関数形は河床形状によって異なる。Fig. 4 によると、河床面から発生する境界層は re-attachment point から急激に増加し、やがて一定となるようで、この付近ではほぼ対数則が成り立っている。摩擦抵抗は sand waves が十分に発達した場合は形状抵抗の一割程であって、摩擦抵抗算定の誤差は全抵抗に関しては微小である。また sand wave が小さく、ほぼ平滑河床と考えられる場合は十分な精

度で対数則の成立が従来より確認されているため、これらの事情を総合的に考慮して、近似的な取り扱いではあるが、摩擦抵抗として平滑河床の対数則を適用し、相当粗度として平均粒径 d_m を用いることにすれば、

$$\varphi_f = \frac{u_m}{u_{*f}} = 6.0 + 5.75 \log \frac{R}{d_m} \dots\dots\dots (15)$$

となる。ここで $u_{*f} = \sqrt{g \cdot h_m i_f}$ である。

剥離域の長さを次のように表すことにすると、

$$l_D = \varepsilon \cdot H \dots\dots\dots (16)$$

摩擦による一波長間の損失水頭は次のように求められる。

$$h_f = I_f(L - l_D) = \frac{L - \varepsilon H}{g h_m} \cdot \frac{u_m^2}{(6.0 + 5.75 \log R/d_m)^2} \dots\dots\dots (17)$$

以上により形状損失と摩擦損失を求めることができた。そこでこれら二つの損失水頭を用いて、エネルギーこう配 I_e は

$$I_e = \frac{1}{L}(h_i + h_f) \dots\dots\dots (18)$$

で表わされる。いま $u_m/u_* = \varphi$ とすると

$$I_e = \frac{u_m^2}{g h_m} \cdot \frac{1}{\varphi^2} \dots\dots\dots (19)$$

であるから、(18)(19)(12)(17)式より次式を得る。

$$\frac{1}{\varphi^2} = \frac{1}{\varphi_i^2} + \frac{1}{\varphi_f^2} \dots\dots\dots (20)$$

$$\text{ここに } 1/\varphi_i^2 = (\zeta/2) \cdot (h_m/L) \dots\dots\dots (21)$$

$$1/\varphi_f^2 = (1 - \varepsilon \cdot H/L) / (6.0 + 5.75 \log R/d_m)^2 \dots\dots\dots (22)$$

(22) 式の分子を近似的に 1 とおいたものを $1/\varphi_f'^2$ として $1/\varphi_f'^2 - R/d_m$ 図を Fig. 8 に示す。かくして

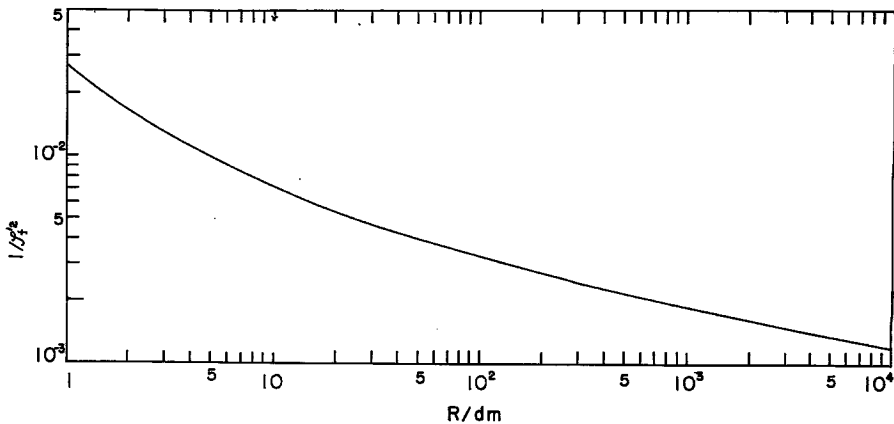


Fig. 8 Relation between $1/\varphi_f'^2 \sim R/d_m$ calculated by eq. (22).

Fig. 7, Fig. 8 を用いることにより、sand waves の形状 H, L が与えられれば、 $R/d_m, F_m, K$ の量から簡単に φ を求めることができる。ここで (22) 式の計算を行なうために、 ε の値を知る必要がある。従来の人工粗度および sand waves の抵抗の実験を整理したものの一つとして $k_s/h - H/L(k/b k$: 粗度の高さ、 b は粗度の間隔) の関係はよく知られている。この関係で H/L が 7~10 の所で極大値が認められる。また古屋ら¹⁴⁾ によって人工粗度の flow visualization 法による写真が発表されている。これによると k/d が 8~10 で河床面は全て渦領域によって覆れてしまう。これは粗度による剥離域の長さが粗度高さの 7~10 であることを示すもので、 ε の値としてもこの程度のものを考えれば良いと思われる。

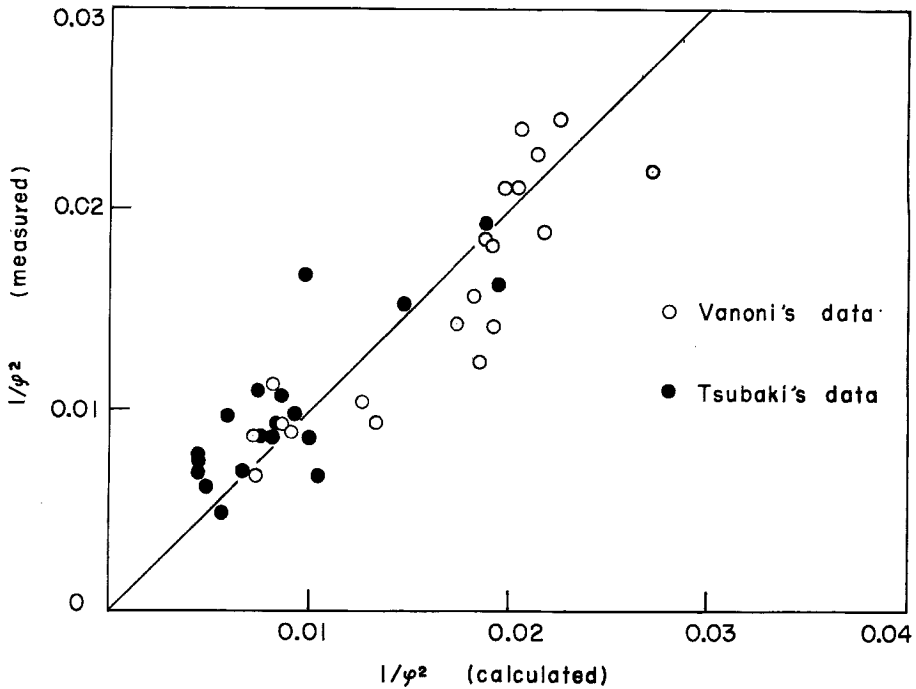


Fig. 9 Comparison between measured values of $1/\varphi^2$ and calculated ones by eqs. (20)~(22).

以上のようにして (20) 式によって計算される値と実測のそれとを比較したものが Fig. 9 である。両者の適合度は必ずしも十分でない。この精度を向上させるためには、交互砂礫堆のような三次元性の影響などを考える必要があるが、これは今後に残された課題である。しかし現在でも粗度係数に換算した場合の適合度は 10~20% 程度であって一応満足すべきものと思われる。

以上の取り扱いとは基本的には Yalin⁶⁾ のそれと類似しているが、彼の場合形状抵抗の算定に際し、断面変化として Sand waves のみを考え、水面の変化を考慮していないこと、および損失水頭を速度水頭に比例するとしたときの比例係数を 1 と置いているなどかなり強引な面があり、精度は著者らの場合に比してかなり劣るものと思われる。また摩擦抵抗の算定には安息角としてのクレスト下流の陰の部分だけを考慮しており、著者らのように剝離域を考慮していないなど問題があろうと思われる。

4. 実測資料による検討

以上は sand waves の形状が与えられた場合の抵抗係数の算定法について述べたが、移動床においては sand waves の形状と粒径および水量との間にはある関数関係が存在するので、これを解明することが必要である。

sand waves による形状損失に関係する φ_i は (12), (21) 式で示したように、

$$\varphi_i = f\left(F_m, \frac{H}{h_m}, \frac{L}{h_m}\right) \dots\dots\dots (23)$$

で与えられる。従来の研究^{15), 16), 17)} によれば $H/h_m, L/h_m$ を規定する重要な無次元量として、

$\tau_* (= u_*^2 / sgd_m), F_m, I$ あるいは R/d_m などの諸量が提案されており、また粒径により河床形状の発達、崩壊の特性が非常に異なることが指摘されてきた^{17), 18)}。(23) 式は上述の無次元量を導入すれば、

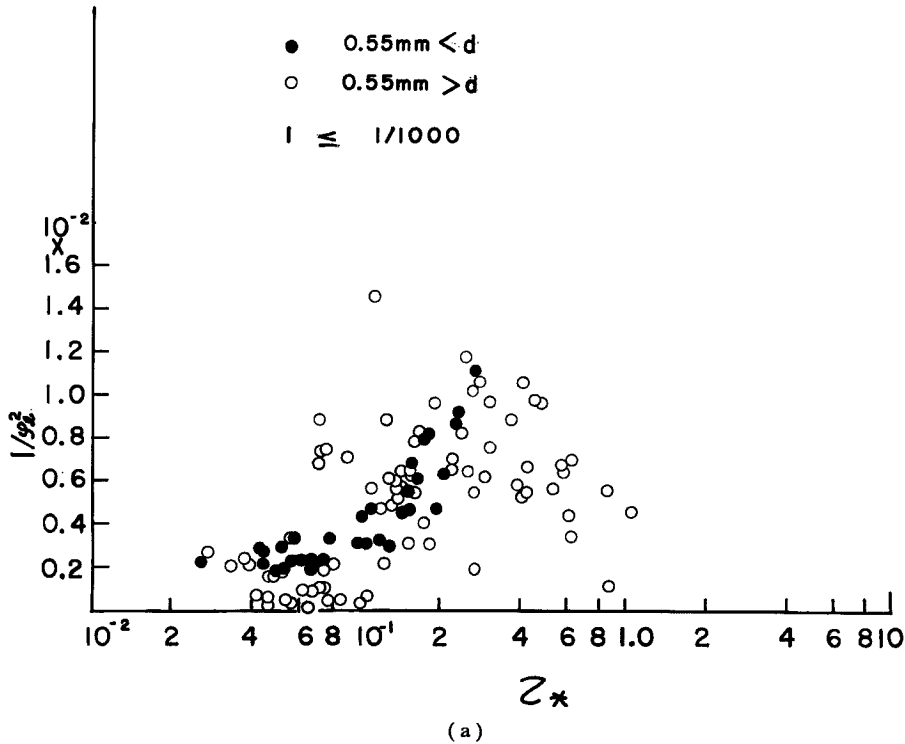
$$\varphi_i = f(\tau_*, I) \dots\dots\dots (23)'$$

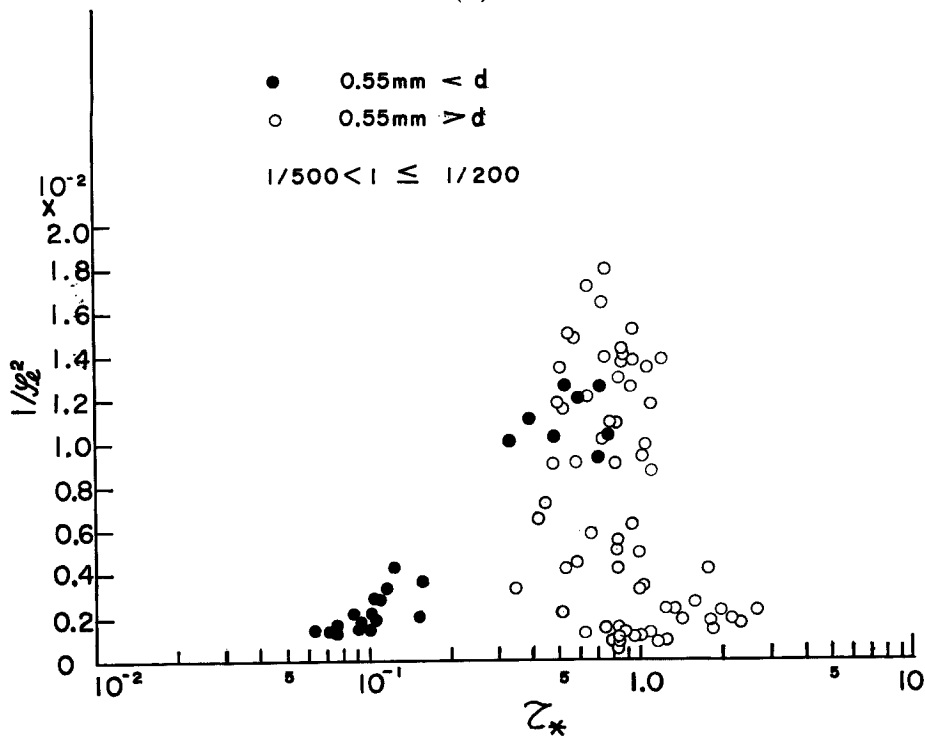
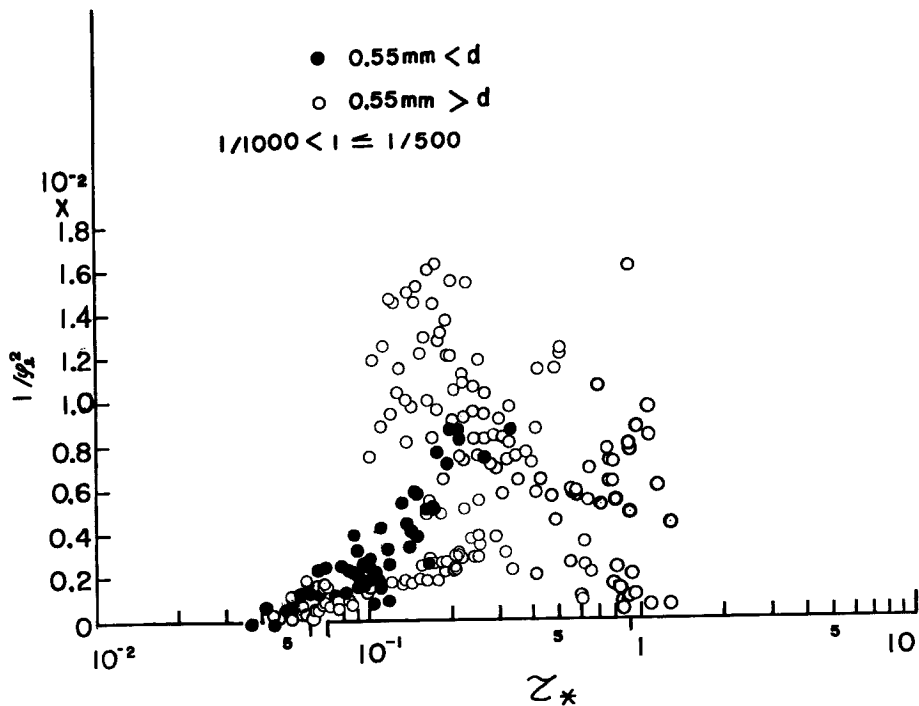
の関係に帰着する。さらに (23)' 式の関係は粒径によって異なることが予想される。

移動床の抵抗係数に関しては従来数多くの実験が行なわれており、これらの結果を用いて (23)' 式を粒径別に検討して行きたいと考えているが、現在までに、Alberter 大学¹⁹⁾ でまとめられた資料の一部について、その検討を行なったので、その結果について述べよう。この場合の粒径の取り扱いについては、Sentürk は粒径が $d < 0.55 \text{ mm}$ 、 $0.55 \text{ mm} < d < 1.5 \text{ mm}$ 、 $3 \text{ mm} < d$ の三つのグループにより河床形状の発達、崩壊の特性が異なることを指摘しているの、ここでもそれに従うこととし、それぞれのグループで φ_i と τ_* の関係を I をパラメーターにして検討することにした。パラメーター I の区分範囲は適当に定めたが、これが妥当かどうかはさらに多くの資料によって I による変化を検討した上で改めて考えなおす必要が生じるかも知れない。

以上より I と d をパラメーターとした φ_i と τ_* の関係は Figs. 10 (a) ~ 10 (d) に示すとおりであり、次のことが言える。

- i) 掃流力が河床砂の限界掃流力近傍では形状損失は小さい。これは河床が平滑であり、かつ、(20) (22) 式による摩擦抵抗の分離がほぼ妥当なことを示している。
- ii) $d_m < 0.55 \text{ mm}$ に対して、 φ_i と τ_* の関係は相当のばらつきを示すが、 φ_i は掃流力が限界掃流力より大きくなると急激に増大し、 τ_* が $0.2 \sim 0.3$ より大きな値で τ_* の増加とともに減少する傾向が伺われる。
- iii) $0.55 \text{ mm} < d_m$ に対しては、掃流力が増加するにつれて φ_i は徐々に増加し、 φ_i と τ_* の関係についても点のばらつきは比較的少ない。 τ_* がある値になると Lower Regime から Upper Regime に遷移するため φ_i は急激に減少すると考えられる。この遷移点は、 $I < 1/1000$ 、 $1/1000 < I < 1/500$ については、今までに解析し終った資料が少なく分からないが、 $1/200 < I$ 、および $1/500 < I < 1/200$ では $\tau_* = 1$ 近傍である。





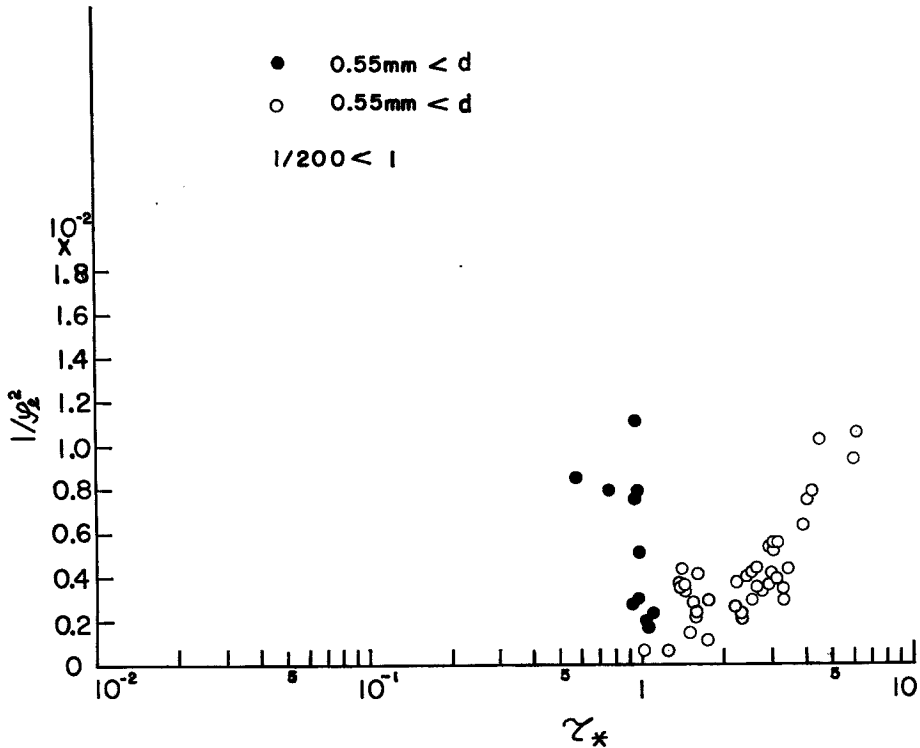


Fig. 10 (a)-(d) Relation between $1/\varphi_e^2 \sim \tau_*$ with parameters I and d .

- iv) Lower Regime から Upper Regime の遷移点では、 φ_i は 0 近傍になり、河床は平滑であることを示している。さらに τ_* が増加すると antidunes が形成されるため φ_i は再び増加する。
- v) τ_* と φ_i の関係が I によってどのように変化するか、また $d_m > 1.5\text{mm}$ に対する関係等についてはさらに多くの資料を追加して検討する必要がある。

5. 結 語

以上、sand waves 河床上の流れについて若干の検討を行ない、それにもとずいて抵抗分離法の妥当性を調べた。さらに運動量方程式を適用して、sand waves の波高、波長を用いて形状抵抗を算定する方法を提案した。ついで、sand waves の波高、波長に関する現在の知識から、移動床における形状抵抗と水理量との関数関係を考察し、従来の多くの実測資料を用いて検討した結果興味ある事項を明らかにした。しかし、sand waves の形状と水理量との関係についてはさらに考察を展開して、移動河床の抵抗算定の上に十分反映させるとともに、さらに多くの実測資料を追加して本文における考察を発展させる必要がある。

参 考 文 献

- 1) Kennedy, J.F.: The Mechanics of Dune and Antidune in Erodible-Bed Channels, J. Fluid Mech., Vol. 16, Part 4, 1963, pp. 521-544.
- 2) 林泰造：河川蛇行論，1970 年度水工学夏季研修会講義集，土木学会，昭 45.
- 3) Tanaka, Y.: Geometrical Characteristics of Sand Waves, Proceedings of the 13th. I.A.H.R. Congress, Vol. 4, 1969.

- 4) Einstein, H.A. and N.L. Barbarossa: River Channel Roughness, Proceedings A.S.C.E., Vol. 77, 1951.
- 5) Vanoni, V.A. and L.S. Hwang: Relation between Bed Forms and Friction in Stream, Proceedings A.S.C.E., Vol. 93, HY-3, 1967, pp. 121-144.
- 6) Yalin, S.: On the Average Velocity of Flow over a Movable Bed, La Houille Blanche, N°1, 1964, pp. 45-51.
- 7) 芦田和男, 田中祐一朗: 砂漣に関する実験的研究(3), 京都大学防災研究所年報, 第10号B, 昭42, pp. 121-132.
- 8) Raudkivi, A.J.: Study of Sediment Ripple Formation, Proceedings A.S.C.E., Vol. 89, HY-6, 1963, pp. 15-33.
- 9) 山岡勲: 河床上の矩形粗度が水路の抵抗に及ぼす効果の研究, 北海道開発局土木試験所報告, 第27号, 昭37, pp. 1-55.
- 10) Joplnig, A.V.: Laboratory Study of Sorting Processes Related Flow Separation, Jour. Geophysical Research, Vol. 69, No. 16, 1964, pp. 3403-3418.
- 11) Sheen, S.J.: Turbulence over a Sand Ripple, from "Loose Boundary Hydraulics", Pergamon Press, 1st Edition, 1967.
- 12) Butte, J.N. and J. Pichon: Étude de la Turbulence dans un Écoulement a Surface Libre A-dessus d'une Singularité en Forme de Marche, La Houille Blanche, N°4, 1970, pp. 331-342.
- 13) 芦田和男: 開水路断面変化部の水理に関する研究(2)-一段落ち部の水理一, 土木研究所報告, 105号の6, 昭35, pp. 1-23.
- 14) 古屋善正・藤田秀臣: 流動抵抗と表面あらさの問題, 日本機械学会誌, 71巻, 588号, 昭43, pp. 131-137.
- 15) 前出の文献 3)
- 16) Alan, A.M. and J.F. Kennedy: Friction Factors for Flow in Sand-Bed Channels, Proceedings A.S.C.E. HY-6, 1969.
- 17) 篠原謹爾・椿東一郎: 移動河床の粗度, 第1回水理講演集, 昭32.
- 18) Sentürk, F.: Mechanics of Bed Informations, La Houille Blanche, N° 2, 1969.
- 19) Cooper, R.H. and A.W. Peterson: A Review of Data Frow Sediment Transport of Civil Engineering, University of Alberta, August, 1969.