

# 混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究

芦田 和 男・道上 正 規

## STUDIES ON BED LOAD TRANSPORTATION FOR NONUNIFORM SEDIMENT AND RIVER BED VARIATION

By Kazuo ASHIDA and Masanori MICHIEUE

### Synopsis

This paper describes the results of investigations concerning the bed load transportation for nonuniform sediment, armouring phenomena and the degradation of a river bed composed of graded material in the case of no sediment supply at the upstream end.

The effect of nonuniformity of the material on the bed load transportation can be expressed by the difference of the threshold condition of movement of sediment for various size classes. The process of river bed degradation can be treated by using a representative diameter for the sediment mixture when the material of various grain size classes is in the moving state, on the other hand when some parts of the bed material are under the threshold condition of movement river bed degradation scarcely occurs by the effect of an armour coat.

Therefore authors classify the process of river bed degradation into three regions, and propose a method to predict the grain size frequency distribution of the armour coat on each region and to compute the amount of river bed degradation.

### 1. 緒 言

沖積河川においては、上流からの土砂の供給量はその地点の水流の土砂輸送能力よりも小さい場合、たとえばダム下流域のようなどころでは、河床低下が進行するとともに、その影響は下流に伝ばんでいく。さらに実河川の河道は大小様々の大きさの混合砂礫から構成されているために、河床低下の過程において、細かい土砂が河床からより多く流送れ、河床に残る砂礫は次第に粗くなる。このように河床材料が河床低下にともなって次第に粗粒化し、結局的には河床低下を阻止する状態をわれわれは armouring 効果あるいは armouring 現象と呼ぶとともに、その河床砂礫層を armour coat と名づけている。こうしたダム下流域の現象を解明することは、種々の目的のために建設された多くのダム下流部の水理構造物や護岸に対する影響を予知することに役立つものと思われる。

諸外国においては、ダム建設と同時に河床変動および河床材料の粒度分布の測定が行なわれ、たとえばコロラド川においては非常に詳細な観測が約 20 年間にわたって Borland・Miller<sup>1)</sup> によって行なわれた結果が報じられている。それによると、河床材料は砂が主体になっているので、土砂流送も活発であり、したがって数 10 km の区間にわたって数 m の河床低下が生じているようである。一方実験的および理論的研究としては、河床低下に関して Tinney<sup>2)</sup>、Aksoy<sup>3)</sup> の研究があるが、これらは河床砂を均一砂とみなして考察されたものであり、実河川のような混合砂礫床に対しては、混合特性をさらに吟味する必要がある。Garde・Hasan<sup>4)</sup> は armour coat の代表粒径を初期の河床材料の標準偏差から推定する方法を実験的に検討して、その砂礫が限界掃流力の状態であると仮定して、終局的なダム下流部の安定こう配を推定している。

わが国においては、河村<sup>5), 6)</sup> はダム下流域の河床低下を床河変動の基礎方程式に基づいて考察を加える

とともに、従来提案されている *armouring* 効果を表わす経験式を加味して考察を行なっている。さらに、Egiazaroff<sup>7)</sup> によって提案された混合砂礫の粒径別の限界掃流力を考慮に入れた流砂量式を適用した河床変動の基礎式ならびに粒度の連続式を用いて、ダム下流域の河床低下および *armour coat* に関する研究が平野<sup>8)</sup> によって行なわれており、次第に混合砂礫床の河床変動も明らかになりつつある。

このような混合砂礫床の河床変動を解析するにあたっては、まず第一に混合砂礫の流砂現象がいかなるものであるかを認識する必要がある。つぎに、均一砂礫および混合砂礫の河床において、外力または境界条件の変化によって生起する河床変動の相違点を考えなければならない。これは前者が河床変動のみで対応しようとするのに反し、後者では河床変動と河床材料の粒度構成の変化の2つの作用で対応していると考えられる。したがって、河床材料が混合砂礫から構成されている河道の河床変動は通常均一砂礫床のそれよりも小さくなることが予想される。それゆえにダム下流域の河床低下量を予測するには *armour coat* の特性が明らかにされなければならない。

著者らは以上の観点に立って、混合砂礫の流砂量に関する考察を Egiazaroff によって提案された粒径別の限界掃流力に基づいて行なうとともに、均一砂礫の流砂量との相違点を吟味する。また混合砂礫床の河床変動に重要な役割を演ずる *armour coat* の粒度分布を上述した流砂量式から予測する方法を理論的に考察し、実験的な検証を加える。つぎに、*armouring* 現象の考察を通して混合砂礫床の河床変動に関する境界条件の設定を行ない、掃流力と粒径別の限界掃流力の関係から河床変動の取扱い方を考察して、ダム下流域の河床変動を統一的に解析することを目的とする。以上の方法論はダム下流域の河床変動のみに限らず、山地河川において支流から多量の混合砂礫が供給されて、河床上昇を起したような場合の河床変動の予知にも役立つものと思われる。

## 2. 実験の概要

実験水路は巾 0.8 m、長さ 20 m のコンクリート水路で、河床砂として使用した砂礫は Fig. 1 に示すよう

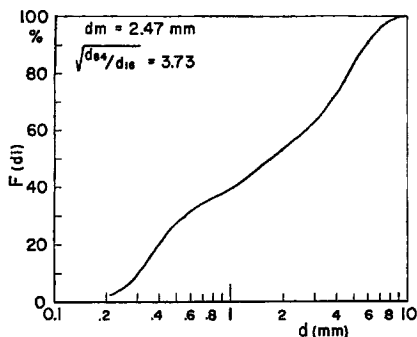


Fig. 1 Size frequency distribution of used sand and gravel.

な混合砂礫である。下流端には採砂装置を設置し、流出土砂の測定ができるようになっている。河床砂は混合砂礫であるので、分離や場所的な河床砂礫の粒度分布の相違がないように注意深くならして通水を開始するとともに、水路下流端の貯水槽の水位をゲート操作によって、流れが等流になるように調整した。実験の境界条件はすべての場合、上流端の給砂量を 0 とし、下流端は堰によって河床高を一定に保持した。混合砂礫の流砂現象を観察するために、初期の水理量は流砂量がほとんどない場合、かなり活発にある場合および非常に多い場合の状態になるように設定して各状態における河床砂の粒度分布、河床変動、水理量、流出土砂量およびその粒度布の時間的分変化を測定した。実

Table 1 Summary of experimental conditions.

Run of Exp.	$i_0$	$q$ cm <sup>2</sup> /s	$u_{*0}$ m/s	Manning's $n$	$T$ min.
1	0.0040	250.0	4.65	0.022	360
2	0.0044	375.0	5.13	0.019	600
3	0.0048	62.5	3.44	0.024	240
4	0.0049	93.8	3.80	0.023	360
5	0.0047	125.0	3.98	0.018	360
6	0.0100	392.5	7.14	0.020	600
7	0.0200	375.0	7.30	0.022	240

験条件は Table 1 に示すとおりである。また、河床砂の採砂方法によってその粒度分布が大きく変化する恐れがあるので、armour coat はごく薄い表層であるとして、各実験を通じて河床面から粒径程度の深さの砂礫を採集するよう注意を払った。

### 3. 混合砂礫の流砂量

実河川の河床材料はすべて混合砂礫であるにもかかわらず、その流砂現象の複雑さおよび実験技術の困難性のために、混合砂礫の流砂量に関する研究は均一砂礫のそれに比較して少ないのが現状である。Einstein<sup>9)</sup> は早くからこの点に注目して、混合砂礫の流砂量を表わすために、遮蔽係数を導入した。その後遮蔽係数に関する実験的検討が加えられ、それは一般に細砂に対して過大評価されていると言われている。こうした混合砂礫の流砂量について測定された浅田・石川<sup>10)</sup> の資料を示したものが Fig. 2 である。この図において、実線は Einstein によって提案された著名な均一砂に関する掃流砂関数であり、点線は粒径別の流砂量を表している。これからも明らかのように、混合砂礫床においては均一砂と相違した流砂関数が予想されるとともに、Einstein が導入したような遮蔽係数という概念で混合砂礫の流砂量を表示するのは不適確で、後述の考察と合わせて著者らは混合効果という観点から流砂量を検討する。

著者らの実験結果に関する Exp. 6 の粒径別の流砂量をプロットした結果および平野<sup>8)</sup> の実験結果を示し

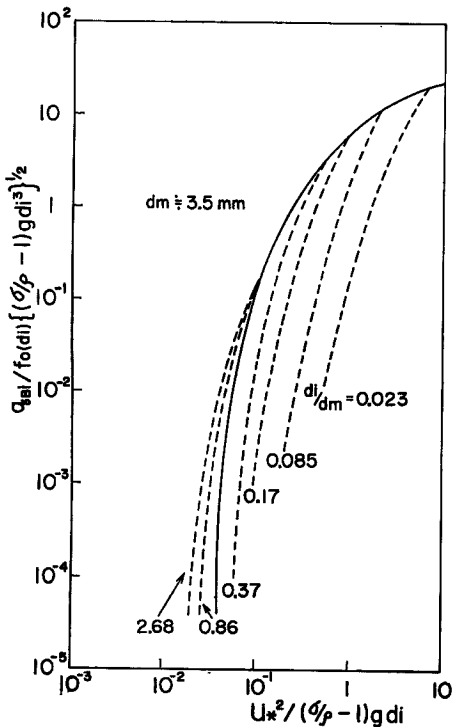


Fig. 2 Bed load discharge of nonuniform sediment after Asada and Ishikawa.

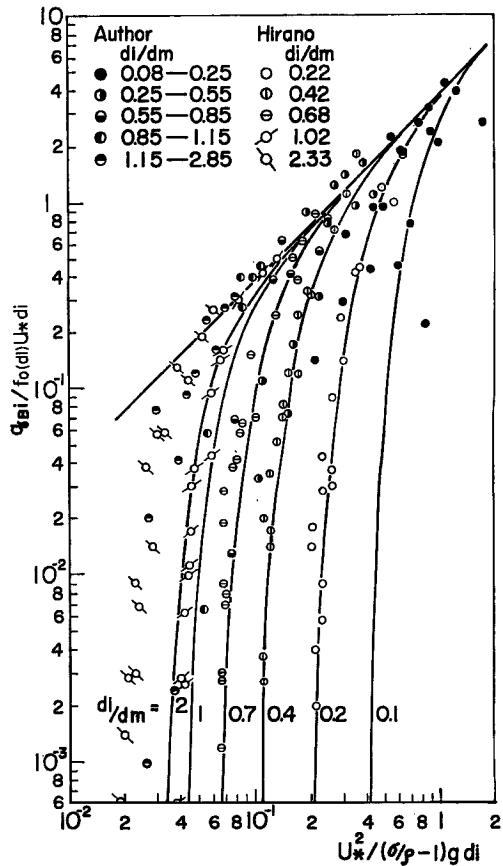


Fig. 3 Comparison between bed load discharge and theoretical equation.

たものが Fig. 3 である。Fig. 2 と同様 Fig. 3 から明らかなように、粒径別の流砂量は均一砂礫のそれとは非常に相違している。ここでは、均一砂礫を対象にして誘導された佐藤・吉川・芦田の式<sup>11)</sup> を混合砂礫の流砂量に修正して適用してみることにしよう。上述の流砂量式は、

$$\frac{q_B}{u_* d} = \varphi F(\tau_0/\tau_c) \frac{u_*^2}{(\sigma/\rho - 1)gd} \dots\dots\dots (1)$$

で与えられる。ここに、 $q_B$ : 単位巾当りの流砂量、 $u_*$ : 摩擦速度、 $d$ : 砂礫径、 $\sigma$ : 砂礫の密度、 $\rho$ : 水の密度、 $\tau_0$  および  $\tau_c$ : それぞれ水流の剪断応力および砂礫の移動限界に関する剪断応力、 $\varphi$ : Manning の粗度係数  $n$  の関数で、 $n \geq 0.025$ ;  $\varphi = 0.62, n \leq 0.025$ ;  $\varphi = 0.62 (40n)^{-3.5}$  である。

つぎに Egiazaroff によって提案された混合砂礫の粒径別の限界掃流力を表わす式は、完全乱流状態に対しては次式のように与えられている。

$$\frac{u_{*ci}^2}{(\sigma/\rho - 1)gd_i} = \frac{0.1}{(\log_{10} 19d_i/d_m)^2} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $d_i$  および  $d_m$ : 河床砂の各砂礫径および平均粒径、 $u_{*ci}$ : 粒径  $d_i$  の砂礫の限界摩擦速度である。(2) 式を変形して、 $\tau_{ci}/\tau_{cm}$  と  $d_i/d_m$  の関係で図示したものが Fig. 4 の実線であるが、この図から明らかなように、 $d_i/d_m < 0.4$  の範囲において、 $\tau_{ci}/\tau_{cm}$  は  $d_i/d_m$  の減少とともに増大する。砂礫の移動限界状態を観察してもこのような現象は見られないようであり、(2) 式は  $d_i/d_m < 0.4$  の範囲では実際の限界掃流力より大きな値を与えるように思われる。また (2) 式の実験による検証は  $d_i/d_m = 0.4 \sim 10$  の範囲においてであって、この領域では (2) 式が実験結果とよく一致するようである。<sup>7)</sup> こうした点に関しては今後より詳細な混合砂礫床面近傍の流体力の測定がなされ、限界掃流力に関する再検討が行なわれる必要があるが、この論文では Fig. 4 の点線が  $d_i/d_m < 0.4$  の範囲における  $\tau_{ci}/\tau_{cm}$  の関係式であるとして修正した (2) 式を以後用いることにする。(1) 式を混合砂礫の粒径別の流砂量式として表示すると次式ようになる。

$$\frac{q_{Bi}}{f_0(d_i)u_* d_i} = \varphi F(\tau_0/\tau_{ci}) \frac{u_*^2}{(\sigma/\rho - 1)gd_i} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $f_0(d_i)$ : 粒径  $d_i$  の砂礫が河床砂において占める割合および  $q_{Bi}$ : 粒径  $d_i$  の砂礫の流砂量である。Fig. 4 から求められる  $\tau_{ci}/\tau_{cm}$  の値と、

$$\frac{\tau_{cm}}{\rho(\sigma/\rho - 1)gd_m} = 0.06$$

の関係から  $\tau_{ci}$  を求め、これを (3) 式に代入して粒径別の流砂量を図示したものが Fig. 3 の実線である。ただし、Exp. 6 の実験では、Manning の粗度係数が 0.02 であるにもかかわらず、平野の実験結果の  $n = 0.015$  の場合と同様を性状を示したので、 $\varphi$  の値としては  $n = 0.015$  を用いて計算した。このことに関しては、均一砂の流砂量においても数倍の誤差を現状では認めざるをえない状態なのでやむをえないものと思わ

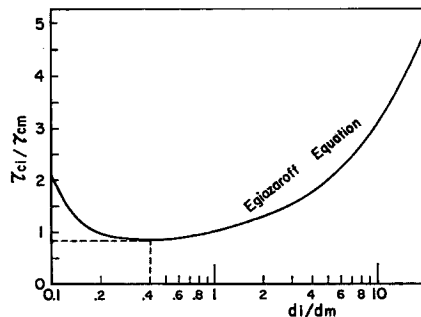


Fig. 4 Critical tractive force of sediment for various size classes.

れる。なお Fig. 3 の直線は (3) 式において、 $F(\tau_0/\tau_{ci})=1$  の状態の流砂量を示したものであり、この場合は流砂量が粒径の大きさに依存しないことを示している。Fig. 3 には  $d_i/d_m$  をパラメーターにして粒径別の流砂量を図示しているが、 $d_i/d_m=1$  の場合が均一砂の流砂量に相当している。これからも明らかなように、混合砂礫の流砂量は  $d_i/d_m$  をパラメーターとして導入する必要が理解されるであろう。しかしながら、 $d_i/d_m>1$  では、実験値は (3) 式と若干相違するが、その傾向は類似している。

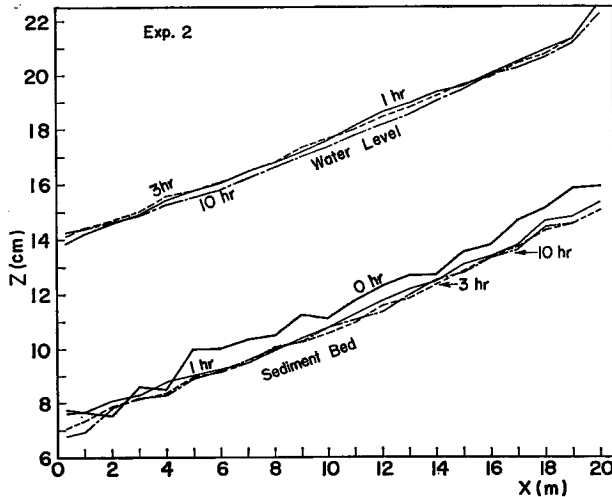
以上の考察からつぎのことが結論されよう。(2) 式に基づいた各粒径ごとの限界掃流力を (3) 式に適用するならば、混合砂礫に関する流砂量の遮蔽効果の物理性がよく理解される。遮蔽係数という概念はもともと物理的根拠の乏しいものであったが、流砂現象にそくして考えればこうした係数は適当なものではなく、遮蔽効果は各粒径ごとの限界掃流力が均一砂と相違することによって生じるものである。換言すれば、混合砂礫床において平均粒径よりも小さい砂礫では、それらの限界掃流力は大きい砂礫による遮蔽のために、同じ粒径で構成された均一河床砂のそれよりも大きくなるので、砂礫を移動させるのに必要な掃流力は大きくならなければならない。一方平均粒径よりも大きい砂礫では、上述したことと逆の現象が生じるので、同一の掃流力に対して均一河床砂の場合よりも多くの流砂量を与えることになる。したがって、限界掃流力の流砂量に及ぼす影響の小さい範囲  $-\tau_0/\tau_{ci}>2\sim3-$  では、混合砂礫の流砂現象は均一砂のそれと同一になるものと考えられる。この実験範囲では、 $u_*^3/(\sigma/\rho-1)gd_m$  の値が 0.1 程度で混合効果はほとんど認められず、流砂量は  $q_{Bi}\sim f_0(d_i)u_*^3$  の関係を満足していた。しかしながら、こうした値は粒度分布の広がりによって相違するので、詳細に混合砂礫の流砂量を議論する場合には、上述の  $\tau_0/\tau_{ci}$  で評価する方が適当であるように思われる。

今後の研究課題としては、粒径別の限界掃流力はほぼ (2) 式によって表わされるようであるが、標準偏差の大きい混合砂礫を対象とした実験が追加されるとともに、河床面近傍の流れ特性に関する研究を行なう必要があろう。

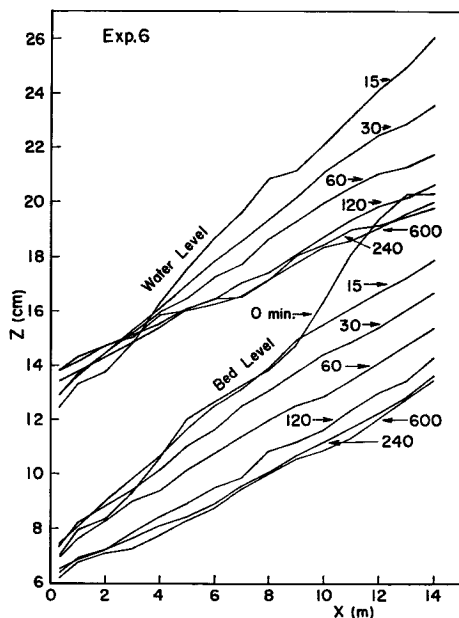
#### 4. Armour coat

##### 4.1 Armour coat の形成過程

上流端からの給砂量がない場合、河床は与えられた掃流力に対応して安定化の方向に推移する。均一砂礫床では掃流力に対応した河床変動が生じるが、一方混合砂礫床ではそれにさらに 1 自由度を増加させた形で河床変動が生じる。Fig. 5 に代表的な河床変動および水位変化に関する実験結果を示すとともに、Fig. 6



(a)

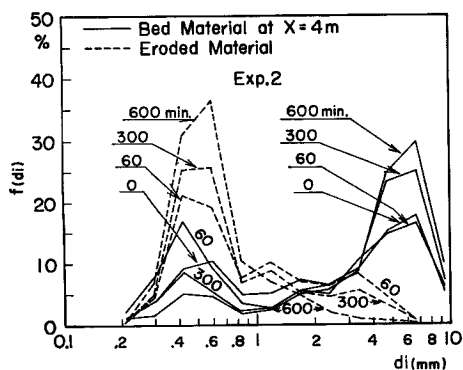


(b)

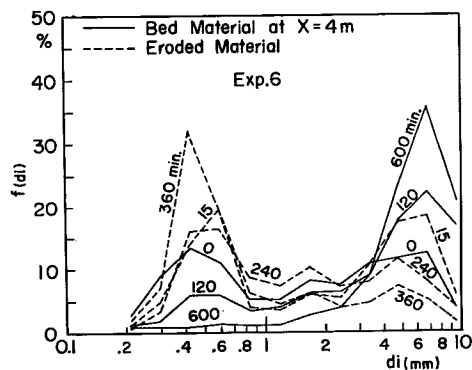
Fig. 5 Variation of water level and bed sediment height.

にこれらの実験における河床砂および流出砂の粒度分布時の間的变化を示している。Figs. 5(a)および6(a)から明らかなように、水理量としての摩擦速度はほとんど変化せずに、河床は初期河床にほぼ平行に若干低下するにとどまるが、河床砂礫の粒度分布は大きく変化する領域が存在する。このような掃流力のもとでは、河床砂礫の一部に移動しないものが含まれるために、河床変動は高々粒径程度に抑制されるものと考えられる。Gessler<sup>12)</sup>の言葉を借りれば、この状態を parallel degradation の領域と定義することができよう。

一方、Figs. 5(b)および6(b)に示したような領域では、顕著な河床変動が生じるとともに、河床砂礫の粒度分布も初期のそよりも大巾に変化する。このような領域では、河床変動とともに摩擦速度も初期の値から変化するので、parallel degradation の領域とは性状が相違する。したがってこの領域を rotational degradation と呼ぶことにしよう。以上の2ケースの実験において下流端で採集した流出土砂量を示したものが Fig. 7である。Exp. 2 の場合のように流砂量の少ないときは Fig. 6(a) からわかるように、流出砂の粒径は小さ



(a)



(b)

Fig. 6 Time variation of size frequency distribution of bed and eroded material.

く、一方 Exp. 6 のように流砂量の多い場合には通水初期における流出砂の粒度は河床砂のそれとほぼ類似しており、時間の経過とともに流砂量が減少していく過程で、その粒度構成も粗くなっていく様子が見られる。

armour coat の粒度分布および河床低下の過程は粒径別の限界掃流力に密接に関連しているので、Fig. 4 または (2) 式を用いて以上の考察を模式化すると Fig. 8 のようになる。図中の  $u_{*c1}$  および  $u_{*cmax}$  は与えられた粒度分布から Fig. 4 を用いて決定される限界摩擦速度を表わしたものである。 $u_{*c1} \geq u_*$  では河床

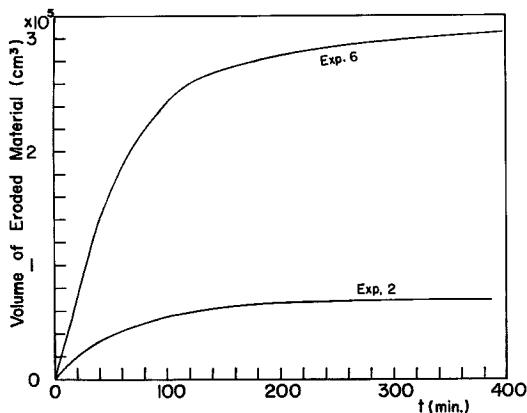


Fig. 7 Time variation of volume of eroded material.

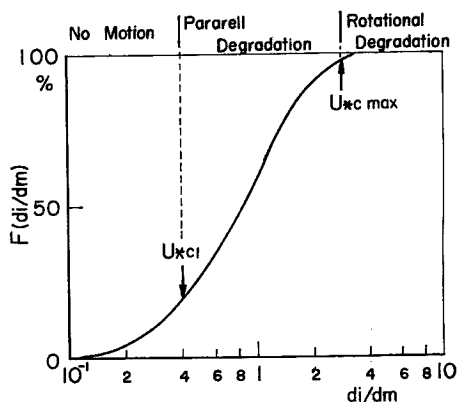
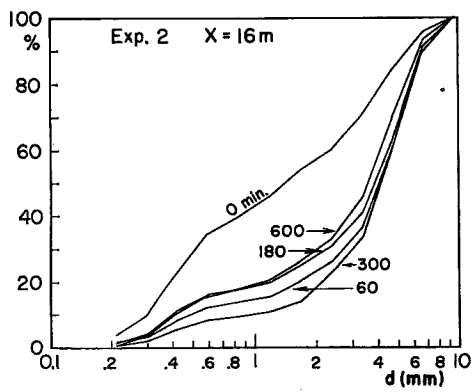


Fig. 8 Schematic diagram on river bed degradation and armour coat.

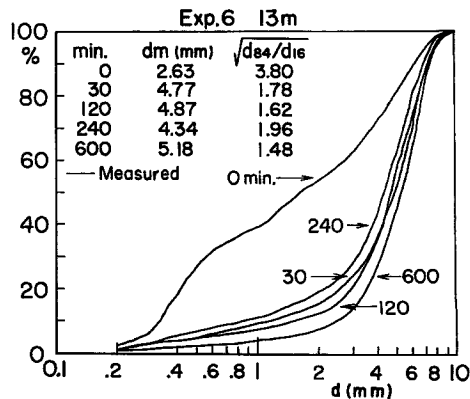
砂礫は移動しない状態にあり、つぎに、 $u_{*c1} < u_* \leq u_{*cmax}$  の場合には、 $u_*$  の変化は見られないが、河床には armour coat が形成され、河床低下は初期河床に平行に若干起こる程度である。 $u_{*cmax} < u_*$  の領域では全河床礫が移動の状態にあり、流砂量の項で考察したように、混合効果が現われにくく、混合砂礫の代表粒径を用いて均一砂的な取扱いで河床低下を議論することが可能である。この領域では  $u_*$  が  $u_{*cmax}$  になる方向に変化し、armour coat は  $u_{*cmax}$  によって規定される粒度分布をとらなければならない。

#### 4.2 Armour coat の伝ばん

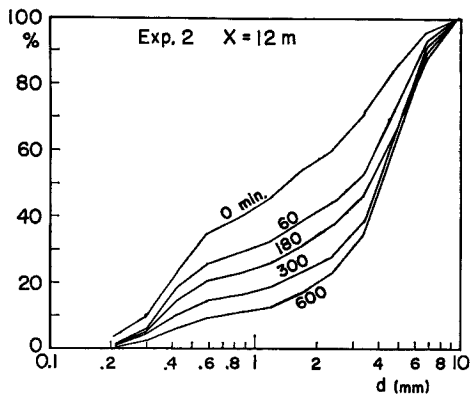
parallel および rotational degradation の領域における armour coat の伝ばんの状況をそれぞれ Figs. 9 および 10 に示している。これらの図から明らかなように、両者の領域で上流端では通水初期に armour coat が形成されており、その影響が下流に伝ばんしていくにしたがって下流側の粒度の変化が生じ、この実験の



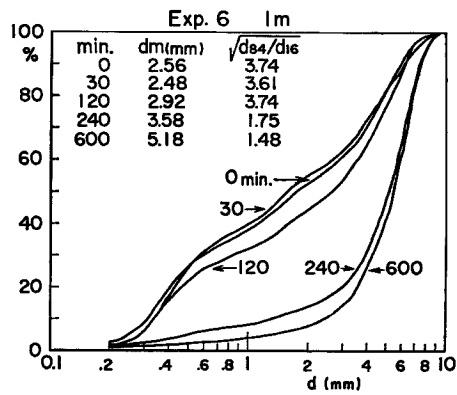
(a)



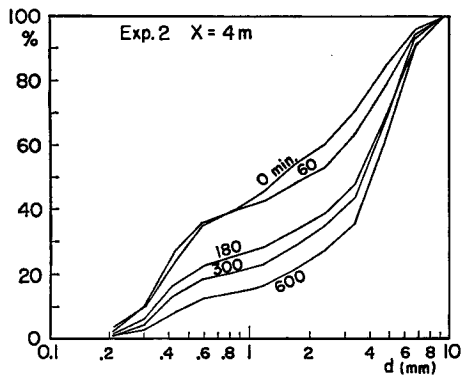
(a)



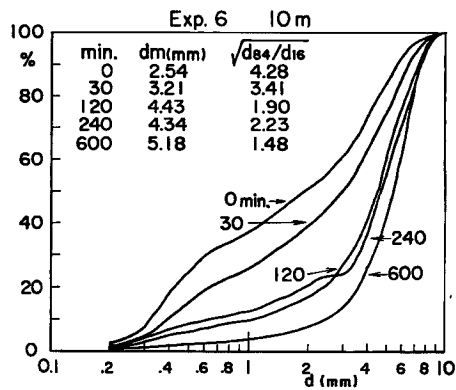
(b)



(b)



(c)



(c)

Fig. 9 Propagation of size frequency distribution of armour coat in region of parallel degradation.

Fig. 10 Propagation of size frequency distribution of armour coat in region of rotational degradation.

ような有限区間の領域では 5 時間 ~ 10 時間程度経過した後で水路全体が上流端で形成された armour coat によっておおわれてしまうことが理解される。

一方, rotational degradation の領域における河床低下に関する時間的変化を示した Fig. 5 (b) から, 上流端においては初期に形成された河床こう配を一定に保持しながら河床が低下していく様子がうかがわれる。armour coat が下流に伝ばんしていくことおよび上流端で形成された河床こう配が下流に伝ばんしていく様子は両者が非常に密接な関係にあることを示した興味深い実験結果であると考えられる。以上の現象は上流端において armour coat によって決定される境界条件が下流に伝ばんしていく過程であると考えられる。

### 4.3 Armour coat の解析

armouring 現象は流砂量に混合効果が生じるために生起する現象であると考えられるので, parallel degradation の領域における armour coat の粒度分布を求めるならば, 全領域における終局的な粒度分布を求めることが可能である。いま流砂量式としては, (3) 式を次式のように変形して用いることにしよう。

$$q_{Bt} = \frac{\varphi u_*^3}{(\sigma/\rho - 1)g} p(d_i) \int_{d_{min}}^{d_{max}} f_0(d_i) F(\tau_0/\tau_{ci}) dd_i \dots \dots \dots (4)$$



$$\text{ここに, } p(d_i) = \frac{f_0(d_i)F(\tau_0/\tau_{ci})}{\int_{d_{min}}^{d_{max}} f_0(d_i)F(\tau_0/\tau_{ci})dd_i} \dots\dots\dots (5)$$

であり,  $d_{min}$  および  $d_{max}$ : それぞれ最小および最大粒径を表わす。(5) 式は流砂の粒度分布を表わすので, parallel degradation の領域における河床低下量は高々粒径の数倍程度のオーダーであるから, これを  $jd$  で表わすと, 終局的には  $j \times$  単位面積の砂礫の量が (5) 式の割合で流送されることになるので, この関係を式で表示すればつぎようになる。

$$f_j(d_i) = (j+1)f_0(d_i) - jp(d_i) \dots\dots\dots (6)$$

あるいは,

$$F_j(d_i) = \int_{d_{min}}^d f_j(d_i)dd_i \dots\dots\dots (7)$$

ここに,  $f_j(d_i)$  および  $F_j(d_i)$ : 河床低下が  $j$  層生じたときの armour coat の確率密度分布およびその累加曲線,  $j$ : 正の実数である。 $f_j(d_i)$  あるいは  $F_j(d_i)$  の計算の仕方は, 河床砂礫の平均粒径が変化した状態では粒径別の限界掃流力もまた変化するので, 一層ごとに計算しなければならない。以上の計算をすべての河床砂礫が移動しない状態になるまでくり返す。

一方流出砂の粒度分布は (6) 式を計算する過程から明らかなように, ステップごとに求められる  $p(d_i)$  を加え合せ, その平均をとることによって求められる。すなわち,

$$\bar{p}(d_i) = \frac{1}{j} \{p_1(d_i) + \dots + (j-[j])p_j(d_i)\} \dots\dots\dots (8)$$

あるいは,

$$P(d_i) = \int_{d_{min}}^d \bar{p}(d_i)dd_i \dots\dots\dots (9)$$

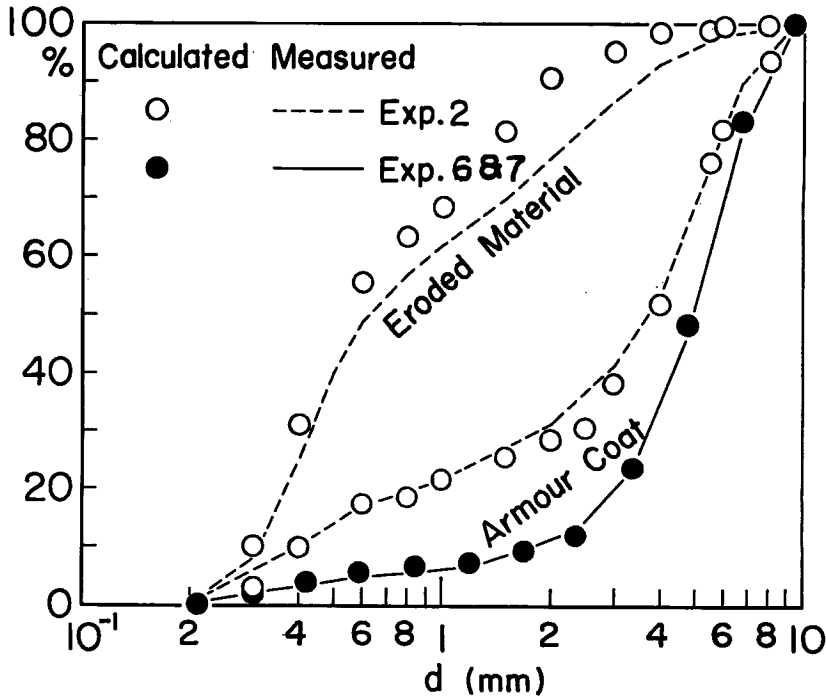


Fig. 11 Comparison between calculated values and measured results concerning size frequency distribution of armour coat.

によって表わされる。ここに、 $\bar{p}(d_i)$  および  $P(d_i)$ : 流出砂礫径の平均的な確率密度分布およびその累加曲線、 $[j]$ :  $j$  をこえない最大の整数である。

Fig. 11は(7)および(9)式から計算される値と実験値を比較したものである。このような簡単なモデルに基づく理論式であるにもかかわらず、理論値と実験値はかなり良好な一致を示しているとともに、rotational degradationの領域の2ケースの実験結果(Exps. 6および7)から、この領域においても最大粒径が限界掃流力の状態になるときの $u_{*cmax}$ を与えられた水理量として、parallel degradationの場合とまったく同様な方法で計算した結果と実験値がよく一致することおよびその再現性も良好であることがわかる。ただし、 $d_{max}$ としては河床の初期の粒度分布の $d_{95}$ を用いて計算している。

## 5. 混合砂礫床の河床変動

### 5.1 河床変動の基礎式

緩こう配流れにおける水流に関する不等流の運動方程式は、Fig. 12に示すような座標をとるとき次式のように表わされる。

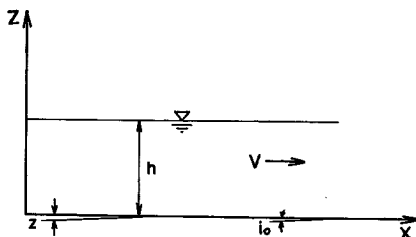


Fig. 12 Schematic diagram of river bed variation.

$$\frac{u_*^3}{gh} = i - \frac{\partial h}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{v^2}{2g} \right) \dots \dots \dots (10)$$

ここに、

$$i = i_0 - \frac{\partial z}{\partial x} \dots \dots \dots (11)$$

$i_0$ : 基準面の河床こう配,  $v$ : 断面平均流速である。いま水路巾が一様であるとして、(10)式の右辺第2および3項を $L(x)$ で表わすとき、

$$L(x) = (1 - Fr^2) \frac{\partial h}{\partial x} \dots \dots \dots (12)$$

のように書ける。河床変動は、流砂量式から明らかなように、 $u_*$ の $x$ 方向の変化率によって規定されるので、(10)式を $x$ に関して偏微分し、Manning型の抵抗法則 $u_* = g^{1/2} nq/h^{7/6}$ を用いて整理すると、

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -\frac{10}{3} \frac{u_*^2}{gh^2} \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial L(x)}{\partial x} \dots \dots \dots (13)$$

ここに、

$$\frac{\partial L(x)}{\partial x} = (1 - Fr^2) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 3 \frac{a^2 u_*^2}{gh^2} \left( \frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 \dots \dots \dots (14)$$

$a = v/u_*$ ,  $Fr$ : フールド数である。(13)式は著者の一人の芦田<sup>13)</sup>によって検討されているように、 $\partial h/\partial x$ が1/1000程度よりも小さくかつわれわれの対象としている河床変動が大スケールの場合には、(13)式の右辺第2項は第1項に比較して無視しうると考えられる。以上のような仮定すなわち擬似等流を仮定すれば、水流の運動方程式は、

$$\frac{\partial i}{\partial x} = -\frac{10}{3} \frac{u_*^3}{gh^3} \frac{\partial h}{\partial x} \dots\dots\dots (15)$$

のように表わされる。流砂量式として (1) 式を用い、流砂の連続式として次式、

$$\frac{\partial z}{\partial t} + \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_B}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (16)$$

を用いて、河床高  $z$  に関する方程式をこれらの式から導くと、次式のような拡散方程式になる。

$$\frac{\partial z}{\partial t} = k \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \dots\dots\dots (17)$$

ここに、

$$k = \frac{21}{20} \frac{1}{1-\lambda} \varphi F(\tau_0/\tau_c) \frac{q}{(\sigma/\rho-1)a} \dots\dots\dots (18)$$

ただし、(17) 式の誘導において、 $k$  は  $x$  方向に関しては一定であるとしている。しかしながら、一般的に  $k$  の値は  $x$  または  $t$  に関して変化するが、顕著な河床変動が生じているときは  $k$  の変化は緩慢であるので、平均的にみた値によって計算することができると考えられる。さらに、(18) 式から明らかなように、 $k$  は流砂量式によって決定される  $\varphi$  の値に依存しているため、この値の精度が  $k$  の精度を決定するといつてよいであろう。

一方河床変動に関しては特性曲線法によるより詳細な計算方法なども提案されているが、こうした方法は非常に膨大な計算をしなければならず、流砂量に関するわれわれの知見が乏しい現状においてはかならずしも得策ではない場合も生じる。また、河床変動の安定性に関する研究からも、河床の変動は時間とともに減衰し、消滅していく過程であることが明らかにされている<sup>14)</sup>。以上の点を考慮するならば、(17) 式は大スケールの河床変動を解析していく場合有効であるとともに、その解は境界条件によって規定される安定状態への移行過程を示すものであるとみなされ、河床変動の特性をよく表わしていると考えられる。

### 5.2 混合砂礫床に関する河床変動の解析

上流端からの給砂がない場合には、4 で考察したように、上流端においては与えられた  $u_*$  は最大粒径の限界摩擦速度  $u_{*cmax}$  になるように、通水の開始と同時に変化するとともに、その状態を一定に保持しながら、それを下流に伝ばんさせていく。また、河床変動を表わす (17) 式は均一砂礫を想定して誘導されたものであるが、掃流力の大きい状態での混合砂礫の流砂量は均一砂礫的な取扱いが可能であることを指摘してきたので、こうした点を考慮するならば、混合砂礫床の河床変動も (17) および (18) 式を用いて解くことができる。ただし、(18) 式において、 $\tau_c$  としては  $d_m$  に対応する限界剪断応力  $\tau_{cm}$  を用いる。

さて上流端の境界条件を河床こう配によって表わすと、次式のようになる。

$$\left. \frac{\partial z(x,t)}{\partial x} \right|_{x=0} = i_0 - i_c \dots\dots\dots (19)$$

一方初期条件は

$$z(x,t) \Big|_{t=0} = 0 \dots\dots\dots (20)$$

のように表わされるので、(17) 式を (19) および (20) 式の条件のもとで解いたときの半無限の解は次式で表わされる。

$$z = -2(i_0 - i_c)\sqrt{kt} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\pi}} \exp(-T_0^2) - T_0 \operatorname{erfc}(T_0) \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 $T_0 = \frac{x}{2\sqrt{kt}}$ 、 $\operatorname{erfc}(T_0) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{T_0} \exp(-T^2) dT$ 、

$i_c$ : 混合砂礫中の最大粒径に対応する移動限界こう配である。

(21) 式において,  $x=0$  を代入すれば, 上流端における河床低下量は  $|z| = \Delta z \sim \sqrt{t}$  の関係にある。Fig. 13 は上流端における河床低下量の時間的変化を示した平野の実験結果を整理したものであるが, 下流端の

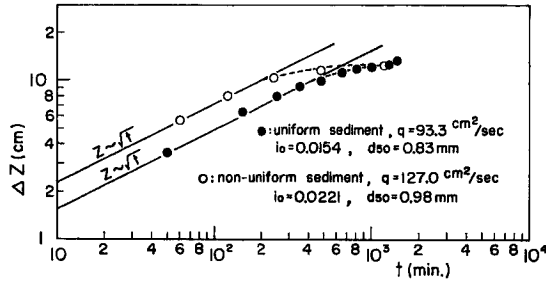


Fig. 13 Amount of bed degradation at upstream end.

影響が現われるまでは上記の関係が満足されており, (19) 式で与えた境界条件が適切であることを示している。つぎに, (21) 式を  $x$  で偏微分すると, 次式のようになり,

$$\frac{\partial z / \partial x}{i_0 - i_c} = \operatorname{erfc}(T_0) \dots \dots \dots (22)$$

これから上流端の境界条件の伝ばんの状況を検討することができる。以上は半無限における状態を議論したものであるが, 実際には床止めやその他河川構造物によって河床高が一定に保持される場合があるとともに, 実験室においては有限区間の河床変動を取扱うことが多い。このような場合には, (17) 式は次式のような境界条件および初期条件で解かなければならない。

$$\left. \frac{\partial z(x, t)}{\partial x} \right|_{x=0} = i_0 - i_c \dots \dots \dots (19)$$

$$z(x, t) \Big|_{x=l} = 0 \dots \dots \dots (23)$$

$$z(x, t) \Big|_{t=0} = 0 \dots \dots \dots (20)$$

(17) 式の解は,

$$z = -(i_0 - i_c) \left[ (l - x) - \frac{2}{l} \sum_{s=0}^{\infty} e^{-k(2s+1)\pi/2l)^2 t} \left\{ \frac{2l}{(2s+1)\pi} \right\}^2 \cos \frac{(2s+1)\pi x}{2l} \right] \dots \dots (24)$$

のように表わされる。ここに,  $l$ : 移動床の長さである。

以上のように河床変動を予知することができるが, この場合もっとも重要なものとしては  $i_c$  の推定である。最大粒径が限界掃流力の状態にあるとして,

$$i_c = u_{*c \max}^2 (gh_f)^{-1} \dots \dots \dots (25)$$

と表わし, 一方 Manning 型の抵抗法則

$$i_c = n_f^2 q^2 h_f^{-10/3} \dots \dots \dots (26)$$

を用いるならば, (25) および (26) 式から,

$$i_c = \left( \frac{u_{*c \max}^2}{g} \right)^{10/7} (n_f q)^{-6/7} \dots \dots \dots (27)$$

$$h_f = \left( \frac{g}{u_{*c \max}^2} \right)^{3/7} (n_f q)^{6/7} \dots \dots \dots (28)$$

の関係が得られる。添字  $f$  は最終的な状態における値を示すものとする。 $u_{*c \max}$  としては初期の粒度分布

から Fig. 4 を用いて決定される値を使用する。また、河床が低下していく過程においては、顕著な砂漣の発生発達が見られないようであるので、ここでは  $n_f$  が砂礫径によって決定されるとして、従来提案されている Strickler 型の関係式を用いる。これは河床が平滑な場合、

$$n = ad^{1/6} \quad (n: \text{m. sec 単位}, d: \text{cm 単位}) \dots\dots\dots (29)$$

とされているが、各研究者によって、 $a$  に関して Table 2 のような値が提案されている<sup>15), 16)</sup>。

Table 2 Relation between  $d$  and  $a$ .

Investigators	$d$ (cm)	$a$
Meyer-Peter-Müller	$d_{90}$	0.0192
Irmay	$d_{90}$	0.0116
Strickler	$d_{65}$	0.0199
Keulegan	$d_{50}$	0.0121
Lane-Carson	$d_{75}$	0.0181

Irmay および Keulegan の  $a$  の値は他の研究者のものに比較して小さいようであるが、他のものについてはほとんど同じような  $n$  の値を与えるものと考えられる。一方著者らの実験においては、河床の初期の粒度分布における  $d_{90} \approx 0.6\text{cm}$  を用いると、 $a = 0.0195 \sim 0.0260$  であり、さらに armour coat の粒度分布から決定される  $d_{90}$  を用いるならば、 $a$  の値としては Meyer-Peter-Müller の式に近づくものと考えられる。

さて、rotational degradation の領域における河床低下量の計算値と実験の比較を行なうことにしよう。 $d_{\max}$  としてはいろいろな値が考えられるが、ここでは  $d_{95}$  を用いて計算することにした。計算諸量は、

Exp. 6:  $k = 200\text{cm}^2/\text{sec}$ ,  $i_c = 0.005$ ,  $i_0 = 0.010$ ,  $a = 9.7$ ,

$q = 392.5\text{cm}^2/\text{sec}$ ,  $\varphi = 4.66$ ,  $F(\tau_0/\tau_{cm}) = 1$ ,  $l = 13.0\text{m}$ .

Exp. 7:  $k = 200\text{cm}^2/\text{sec}$ ,  $i_c = 0.005$ ,  $i_0 = 0.020$ ,  $q = 375\text{cm}^2/\text{sec}$ ,  $l = 7.0\text{m}$ .

である。Figs. 14 および 15 は計算値と実験値の比較を示したものであるが、図中の実線および点線はそれぞれ (24) および (21) 式に基づいて計算された値であり、この中でも実線は実験結果とかなりよく一致するようである。ただし、最終状態における河床低下量は計算値よりも若干実験結果の方が大きめになっている

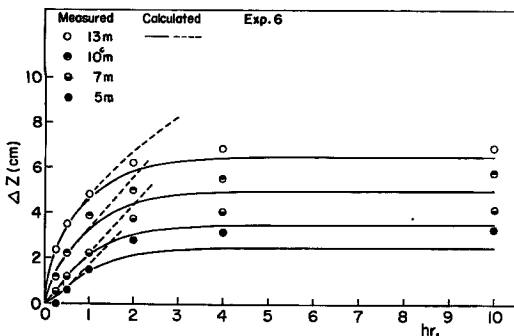


Fig. 14 Comparison between amount of degradation calculated and measured values concerning Exp. 6.

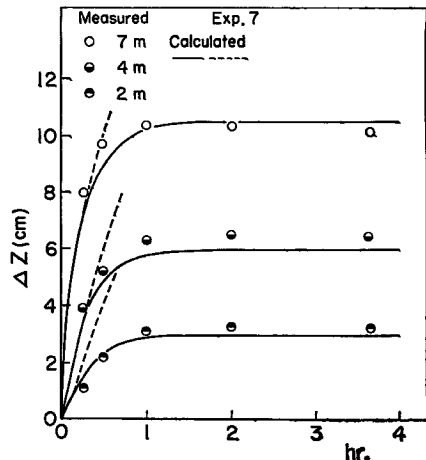


Fig. 15 Comparison between amount of bed degradation calculated and measured values concerning Exp. 7.

が、これは上流端における境界条件が最大粒径の移動限界こう配になるとしたことによるもので、parallel degradation の領域に入っても粒径オーダーの河床低下が生じるという実験結果を考慮に入れば理解されることであろう。

一方 (21) 式に基づく計算結果は当然のことながら下流端の影響が現われるまでは実験結果とよく一致する。以上の計算にあたっては拡散係数の与え方が問題であるが、これは流砂量式に基づいた (18) 式によってほぼ決定されるようである。細部にわたっては、この場合には (18) 式によって決定される値よりも若干大きめの  $k$  を使用の方が実験結果をよりよく説明できるようである。

## 6. 結 語

混合砂礫床に関する河床変動を考察するために、まずその流砂量について検討を加えるとともに、ダム下流域のように混合砂礫床の特性がもっとも顕著に現われるところの armouring 現象と河床変動について明らかにされたことを列挙して結語とする。

- 1) 混合砂礫の流砂量において生じる混合効果は粒径別の限界掃流力の相違によって生じる現象であり、佐藤・吉川・芦田式に粒径別の限界掃流力を表わす式を導入することによって混合砂礫の流砂量を表示できる。またこの限界掃流力は Egiazaroff によって提案された式でほぼ表わされる。
- 2) 混合効果は掃流力の大きい範囲、すなわち  $\tau_0/\tau_{c1} > 2 \sim 3$  では消滅し、混合砂礫の流砂量は代表粒径を用いて均一砂礫と同様な取扱いが可能である。
- 3) 上流端から給砂がない場合の河床変動は Fig. 8 に示すように、3つの領域に分類できる。 $u_{*c1} \geq u_*$ : 河床低下および河床砂の粒度分布の変化は起らない、 $u_{*c1} < u_* \leq u_{*cmax}$ : parallel degradation の領域で、河床は初期河床に平行に高々粒径の数倍程度の低下量であって、 $u_*$  の変化はみられないが、一方河床砂の粒度分布は armouring 現象のため粗粒化する、 $u_{*cmax} < u_*$ : rotational degradation の領域で、河床は  $u_{*cmax}$  によって規定される河床こう配まで大巾に低下するとともに、河床砂の粒度分布もまた粗くなる。
- 4) parallel degradation の領域では、armour coat の粒度分布の下流側への伝ばんだけが顕著に現われ、rotational degradation では河床低下および armour coat の下流への伝ばんが生じ、両者は密接に関連している。
- 5) armour coat の終局的な粒度分布は混合砂礫の流砂量式を用いて求めることができる。parallel degradation の領域では与えられた  $u_*$  を用い、一方 rotational degradation では河床の初期の粒度分布から決定される  $u_{*cmax}$  を水理量として用い、(6) 式から2つの領域の粒度分布を計算することができる。
- 6) rotational degradation の領域における混合砂礫床の河床変動は河床変動に関する拡散型の基礎式に、上流端の境界条件として  $u_{*cmax}$  によって規定される移動限界こう配を用いることにより、均一砂礫と同様な取扱いができる。

以上混合砂礫床において生起する現象について明らかにされた主な事項を述べてきたが、われわれが対象とする実河川の粒度の範囲は非常に広いので、今後はさらにこうした点に考慮を払って実験および理論的研究を進めていくとともに、河巾の変化および不定流性を考慮に入れた研究を行っていく必要がある。

最後に本研究に遂行するにあたって、実験および資料の整理に協力していただいた中村行雄技官および大学院生江頭進治君に心から感謝の意を表します。なお計算にあたっては京都大学大型計算機センター電子計算機 FACOM 230-60 を使用した。

## 参 考 文 献

- 1) Borland, W.M. and C.R. Miller: Sediment Problems of the Lower Colorado River, Proc. ASCE, HY4, April, 1960, pp. 61-87.
- 2) Tinney, E.R.: The Process of Channel Degradation, Jour. Geophysical Research, Vol. 67, No. 4,

- April, 1962, pp. 1475-1480.
- 3) Aksoy, S.: An Analytical Study of the River-Bed Degradation Downstreams of Large Dams, Proc., 11th Cong. Leningrad, I.A.H.R., Vol. 3, 1965.
  - 4) Garde, R.J. and S.M. Hasan: An Experimental Investigation of Degradation in Alluvial Channels, Proc., 12th Cong. Colorado, I.A.H.R., Vol. 3, Sept., 1967, pp. 38-45.
  - 5) 河村三郎：ダム下流域における河床変動の研究，昭44. 4.
  - 6) 河村三郎：Armor Coat の生成に関する研究，第 15 回水理学会講演集，昭46. 2, pp. 37-42.
  - 7) Egiazaroff, I.V.: Calculation of Nonuniform Sediment Concentrations, Proc. ASCE, HY 4, 1965, pp. 225-246.
  - 8) 平野宗夫：貯水池下流の河床低下と Armouring 現象について，第 14 回水理学会講演集，昭 45. 2, pp. 77-82.
  - 9) Einstein, H.A.: The Bed-Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flow, U. S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, Technical Bull., No. 1026, 1950, pp. 1-71.
  - 10) 浅田宏・石川晴雄：混合砂礫の掃流限界と掃流砂量式，電力中央研究技術報告，No. 68045, 昭43. 11.
  - 11) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男：河床砂礫の掃流運搬に関する研究 (1)，土木研究所報告，第 98 号の 2，昭 32, pp. 13-30.
  - 12) Gessler, J.: Self-Stabilizing Tendencies of Alluvial Channels, Proc. ASCE, Water Ways and Harbors Div., May, 1970, pp. 235-248.
  - 13) 芦田和男：河床変動に対する境界条件の影響，土木学会第 25 回年次学術講演会講演集，第 2 部，昭 45. 11, pp. 263-266.
  - 14) 石原藤次郎編：応用水理学中 I，丸善，第 4 版，昭 41, p. 61.
  - 15) Meyer-Peter, E and R. Müller: Formulas for Bed-Load Transport, Proc. 2nd Cong. Stockholm, I. A. H. R., 1948.
  - 16) Raudkivi, R.J.: Loose Boundary Hydraulics, Pergomen Press, 1st Edition, 1967, p. 153.