

### 3 主応力下の土の応力～ひずみ関係について

松 岡 元

## STRESS-STRAIN RELATIONSHIP OF SOILS UNDER THREE DIFFERENT PRINCIPAL STRESSES

By Hajime MATSUOKA

### Synopsis

Based on the basic relations between stress and strain on the mobilized  $((\tau/\sigma_N)_{\max})$  plane which are obtained from a microscopic analysis of shear resistance and dilatancy, a general stress-strain relationship of soils under three different principal stresses is derived by introducing a new concept of three mobilized planes. These stress-strain relationships are verified on the basis of measured data obtained by the conventional triaxial compression test ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$ ), conventional triaxial extension test ( $\sigma_1 = \sigma_2 \geq \sigma_3$ ), plane strain test ( $\epsilon_2 = 0$ ) and universal triaxial test ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ,  $\epsilon_2 \neq 0$ ).

### 1. 概 説

相異なる3主応力下の土の一般的な応力～ひずみ関係式を、微視的観点からも妥当な土の根源的なパラメーターによって規定することは、現在の土質力学の最重要課題の1つであると考えられる。ここでは、せん断時の土粒子の挙動についての微視的な解析から得たモービライズ面  $((\tau/\sigma_N)_{\max})$  の面)上の応力～ひずみ間の基本関係式<sup>1)</sup>にもとづき、複合モービライズ面の概念を新たに導入して、相異なる3主応力下の土の一般的な応力～ひずみ関係式を誘導する。ついで、この応力～ひずみ関係式を三軸圧縮試験(最大主応力  $\sigma_1 \geq$  中間主応力  $\sigma_2 =$  最小主応力  $\sigma_3$ )、三軸伸張試験( $\sigma_1 = \sigma_2 \geq \sigma_3$ )、平面ひずみ試験(中間主ひずみ  $\epsilon_2 = 0$ )および多軸試験( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ,  $\epsilon_2 \neq 0$ )の実測データによって検証し、その一般性を検討する。また非排水せん断試験に適用する方法を述べ、その結果を実測データと比較する。さらに、この提案式によれば、上記の試験法、試料の間げき比、拘束応力の大小にかかわらず、また砂であっても粘土であっても、全て同一原理にもとづいて説明できることを示す。最後に、これらの応力～ひずみ関係式中の係数( $\lambda, \mu, \mu', \gamma_0$ )の物理的意味およびその決定法について述べる。

### 2. モービライズ面上の応力～ひずみ関係式

すでに発表<sup>1)</sup>したように、せん断時の土粒子のダイレイタンス機構の微視的な解析からモービライズ面上の応力～ひずみ間の諸関係式を誘導した。主要な式を再録すれば次の通りである。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda \cdot \left( -\frac{d\epsilon_N}{d\gamma} \right) + \mu \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \lambda \cdot \left( -\frac{\epsilon_N}{\gamma} \right) + \mu' \quad (\mu' = \lambda \cdot \bar{\theta}_0 + \mu) \dots\dots\dots (2)$$

(1), (2)式をあわせて微分方程式を解けば次式を得る。

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = (\mu' - \mu) \cdot \log_e \frac{\gamma}{\gamma_0} + \mu = 2.3(\mu' - \mu) \cdot \log_{10} \frac{\gamma}{\gamma_0} + \mu \dots\dots\dots (3)$$

$$\epsilon_N = \frac{\mu - \mu'}{\lambda} \cdot \gamma \cdot \left\{ \log_e \frac{\gamma}{\gamma_0} - 1 \right\} = \frac{\mu - \mu'}{\lambda} \cdot \gamma \cdot \left\{ 2.3 \log_{10} \frac{\gamma}{\gamma_0} - 1 \right\} \dots\dots\dots (4)$$

また(3)式の両辺を  $\mu$  で割ると、 $\tau/\mu \cdot \sigma_N$  と  $\gamma/\gamma_0$  が半対数紙上で点 (1, 1) を通る直線であることを意味する次式を得る。

$$\frac{\tau}{\mu \cdot \sigma_N} = \left( \frac{\mu'}{\mu} - 1 \right) \cdot \log_e \frac{\gamma}{\gamma_0} + 1 = 2.3 \left( \frac{\mu'}{\mu} - 1 \right) \cdot \log_{10} \frac{\gamma}{\gamma_0} + 1 \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $\tau/\sigma_N$ ,  $\gamma$ ,  $\epsilon_N$  はそれぞれモービライズ面上のせん断・垂直応力比、せん断ひずみ、垂直ひずみであり、 $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\mu'$ ,  $\gamma_0$  は土の種類と状態で決まる係数である。この係数のうち、 $\mu$  は土粒子間の摩擦係数 (=  $\tan \phi_s$ ) を表わし、 $\lambda$  は  $\mu$  によって決まるほぼ 1.1~1.5 の定数である。なお、前回の報告<sup>1)</sup>でこの  $\lambda$  をおよそ 1.4~1.5 の値としたのは、 $\mu=0.36 \sim 0.58$  ( $\phi_s=20^\circ \sim 30^\circ$ ) に対して  $\lambda$  を計算したからであり、広い範囲の  $\mu$  ( $=0 \sim 0.50$ ) に対しては  $\lambda=1.1 \sim 1.5$  となる。また  $\mu'$  は初期の粒子構造と粒子間摩擦にかかわる係数であるが、以上の 3 係数 ( $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\mu'$ ) は通常の粒子構造のもとでは試料が決まれば大略一定値とみなせるようである。なお  $\gamma_0$  はモービライズ面上の垂直ひずみ  $\epsilon_N$  の最大圧縮点での  $\gamma$  であるが、土の粒子構造を表現するパラメーターと考えられ、初期間げき比  $e_i$  や拘束応力  $\sigma_m$  その他によって変化する係数である。

次に(3)、(4)式に主応力と主ひずみ増分の方向が一致するという条件を入れて、主応力比と主ひずみの関係に変換すれば次式を得る。ただし積分の計算過程で近似計算を行なっている。 $X \equiv \sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - \sqrt{\sigma_3/\sigma_1}$  として、

$$\epsilon_1 = \frac{\gamma_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu}{\mu' - \mu}\right)}{2} \cdot \exp\left\{\frac{X}{2(\mu' - \mu)}\right\} \cdot \left\{\frac{X^2}{8} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} - \frac{\mu' - \mu}{2}\right) \cdot X + (\mu' - \mu)^2 - (\mu' - \mu) + \frac{2\mu'}{\lambda} + 1\right\} \equiv f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\epsilon_3 = \frac{\gamma_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu}{\mu' - \mu}\right)}{2} \cdot \exp\left\{\frac{X}{2(\mu' - \mu)}\right\} \cdot \left\{-\frac{X^2}{8} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} + \frac{\mu' - \mu}{2}\right) \cdot X - (\mu' - \mu)^2 - (\mu' - \mu) + \frac{2\mu'}{\lambda} - 1\right\} \equiv g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \quad \dots\dots\dots (7)$$

この(6)、(7)式が1つのモービライズ面に対する主応力比と主ひずみの関係式である。なお上式は誘導過程の基本概念からせん断 (ダイレイタンス) によるひずみを表わしていると考えられる。

### 3. 3 主応力下の応力~ひずみ関係式

前節において1つのモービライズ面上の応力比~ひずみ関係式およびそれを主応力面上に変換した主応力比~主ひずみ関係式を誘導した。ここでモービライズ面というのは刻々変化するモールの応力円に接する  $(\tau/\sigma_N)_{\max}$  の面であって、Fig. 1 からわかるように最大主応力面と  $(45^\circ + \phi_{mo}/2)$  をなす面となる。このモービライズ面に働く応力の状態を2次元の場合について示せば Fig. 2 のようになる。村山<sup>2)</sup>はすでにこの土粒子が最もモービライズ (mobilize) される面に着目して土の応力~ひずみ関係式を理論的に誘導しており、軽部ら<sup>3)</sup>は中間主応力  $\sigma_2$  方向に平行で最大主応力面とある角をなす土要素に着目して土の応力~ひずみ関係を検討している。さて、一般に3主応力下の土粒子の挙動は3次元的であるので、Figs. 3, 4 に示すような複合された3個のモービライズ面の概念を新たに導入する。これは Fig. 3 に示すように、相異なる3主応力下では  $\sigma_1$  と  $\sigma_3$  に支配される応力面だけではなく  $\sigma_1$  と  $\sigma_2$ ,  $\sigma_2$  と  $\sigma_3$  に支配される応力面においてもそれぞれのモールの応力円に接するモービライズ面を想定するものである。したがって、一般には Fig. 4 に示すように計3個のモービライズ面が存在することになる。なお、これらのモービライズ面は  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  で支配されるモービライズ面が  $\sigma_3$  軸に平行な面であるように、互いに第3の主応力軸に対しては平行な面であるものとする。ここで、3主応力 ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) の各主応力比  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\sigma_1/\sigma_2$ ,  $\sigma_2/\sigma_3$  に対してそれぞれ(6)、(7)式が成立し、かつひずみの重ね合わせが成り立つものとすれば、相異なる3主応力下の主応力比~主ひずみ関係として次式を得る。

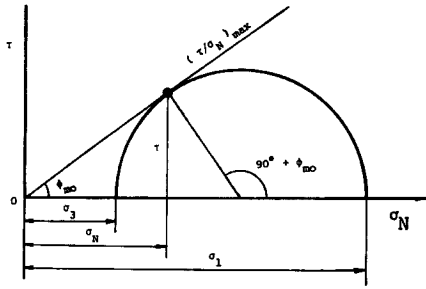


Fig. 1 Mobilized plane on which  $(\tau/\sigma_N)$  is maximum (after Murayama<sup>2)</sup>).

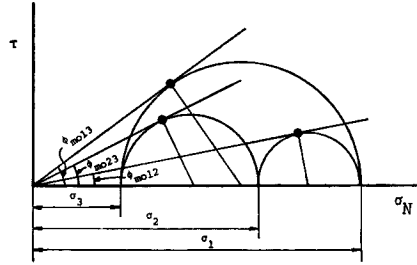


Fig. 3 Three mobilized planes on which  $(\tau/\sigma_N)$  is maximum under three different principal stresses.

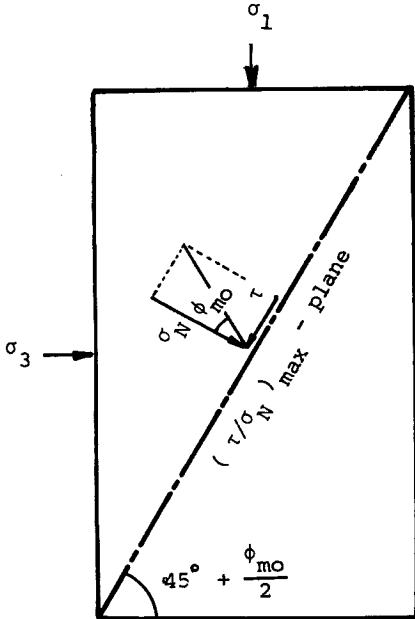


Fig. 2 Stress condition on mobilized plane (after Murayama<sup>2)</sup>).

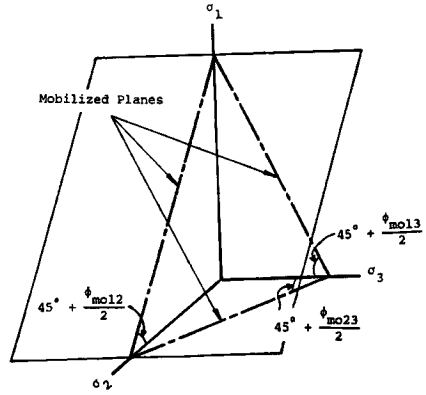


Fig. 4 Three mobilized planes under three different principal stresses.

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_1 &= f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) \\ \epsilon_2 &= f\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3}\right) + g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) \\ \epsilon_3 &= g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + g\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_3}\right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 $X \equiv \sqrt{\sigma_i/\sigma_j} - \sqrt{\sigma_j/\sigma_i}$  ( $i, j=1, 2, 3, i \leq j$ ) として、

$$f\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right) = \frac{\gamma_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu}{\mu' - \mu}\right)}{2} \cdot \exp\left\{-\frac{X}{2(\mu' - \mu)}\right\} \cdot \left\{\frac{X^2}{8} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} - \frac{\mu' - \mu}{2}\right) \cdot X + (\mu' - \mu)^2 - (\mu' - \mu) + \frac{2\mu'}{\lambda} + 1\right\} \quad (i < j)$$

$$g\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right) = \frac{\gamma_0 \cdot \exp\left(-\frac{\mu}{\mu' - \mu}\right)}{2} \cdot \exp\left\{-\frac{X}{2(\mu' - \mu)}\right\} \cdot \left\{-\frac{X^2}{8} + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\lambda} + \frac{\mu' - \mu}{2}\right) \cdot X - (\mu' - \mu)^2 - (\mu' - \mu) + \frac{2\mu'}{\lambda} - 1\right\} \quad (i < j)$$

$$f\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right) = g\left(\frac{\sigma_i}{\sigma_j}\right) = 0 \quad (i=j)$$

とする。

(8)式によれば、また三軸圧縮試験 ( $\sigma_1 \geq \sigma_2 = \sigma_3$ ) の場合には、主ひずみ ( $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ ) および体積ひずみ ( $\Delta V/V$ ) は次のように表わされる。

$$\epsilon_1 = 2f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right), \epsilon_2 = \epsilon_3 = g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \dots\dots\dots(9)$$

$$\frac{\Delta V}{V} = \epsilon_1 + 2\epsilon_3 = 2f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + 2g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \dots\dots\dots(10)$$

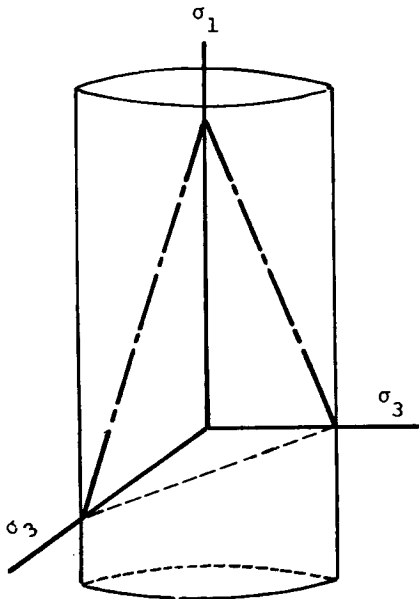
なお、三軸圧縮の場合のモービライズ面を Fig. 5 に示す。

次に三軸伸張試験 ( $\sigma_1 = \sigma_2 \geq \sigma_3$ ) の場合には、主ひずみおよび体積ひずみは次のように表わされる。

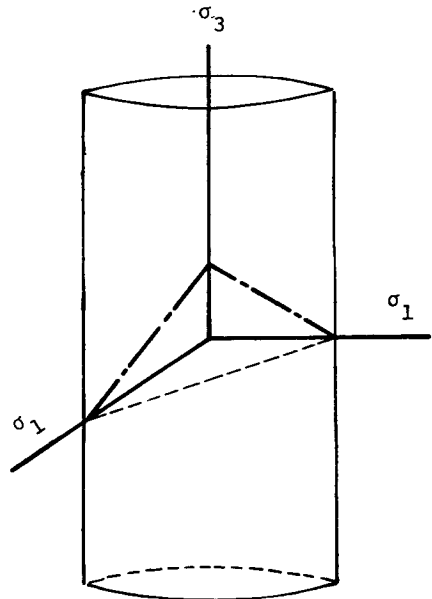
$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right), \epsilon_3 = 2g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \dots\dots\dots(11)$$

$$\frac{\Delta V}{V} = 2\epsilon_1 + \epsilon_3 = 2f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + 2g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \dots\dots\dots(12)$$

三軸伸張の場合のモービライズ面を Fig. 6 に示す。



Triaxial Compression



Triaxial Extension

Fig. 5 Mobilized planes in triaxial compression test. Fig. 6 Mobilized planes in triaxial extension test.

また平面ひずみ条件 ( $\epsilon_2 = 0$ ) の場合には、主ひずみは次式で表わされる。

$$\epsilon_1 = f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) \cong f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right), \epsilon_3 = g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right) \cong g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) \dots\dots\dots(13)$$

(13)式において、 $\sigma_1/\sigma_3$  や  $\sigma_2/\sigma_3$  の値は高々 2 程度までの場合が多いので、大抵の場合には第 2 近似等号が成立するものと考えられる。ここで、(9)式と(11)式を比較すれば初期の粒子構造が同じ試料の場合には、三軸圧縮の  $\epsilon_1$  は三軸伸張の  $\epsilon_1$  の 2 倍、逆に三軸伸張の  $\epsilon_3$  は三軸圧縮の  $\epsilon_3$  の 2 倍となることがわかる。

また(9), (11), (13)式より, 単一のモービライズ面上の関係に変換するには, 三軸圧縮の場合は  $\epsilon_1$  の測定値を1/2倍して, 三軸伸張の場合は  $\epsilon_3$  の測定値を1/2倍して, 平面ひずみ条件の場合は測定値をそのまま整理すればよいことがわかる。さらに, (10), (12)式より, 体積ひずみ  $\Delta V/V$  の傾向は主応力比  $\sigma_1/\sigma_3$  (あるいはモービライズ面上のせん断・垂直応力比  $\tau/\sigma_N$ ) をパラメーターとして整理すれば三軸圧縮でも三軸伸張でも対応することが予想される。これらのことは後程実測データによって検証する。

4. 実験データによる検証

4.1 せん断・垂直応力比 ( $\tau/\sigma_N$ )～垂直・せん断ひずみ増分比 ( $d\epsilon_N/d\gamma$ ) 関係の検証

ここでは前節までに誘導した1つのモービライズ面上で成立すべき応力～ひずみ間の基本関係式および3主応力下の応力～ひずみ関係式を各種の実験データによって検証する。まずモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N \sim d\epsilon_N/d\gamma$  関係を示す(1)式について検討する。一例として, 三軸圧縮試験の測定データから単一のモービライズ面上の応力およびひずみの値を算定するには, (9)式より  $\epsilon_1$  の測定値を1/2倍し  $\epsilon_3$  の測定値はそのまま用いて, 主応力と主ひずみ増分の方向が一致するという条件のもとにモービライズ面上の応力～ひずみ関係に変換すればよい。Fig. 7 は豊浦砂 (平均粒径 0.19mm, 均等係数1.6) の三軸圧縮試験結果をモービラ

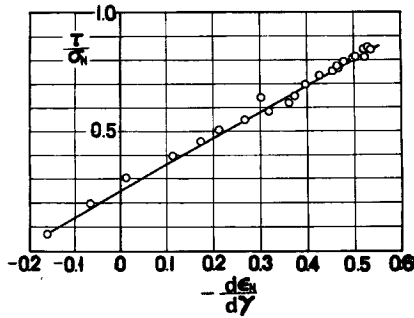


Fig. 7 Relationship between  $\tau/\sigma_N$  and  $d\epsilon_N/d\gamma$  on one mobilized plane in triaxial compression test on Toyoura sand.

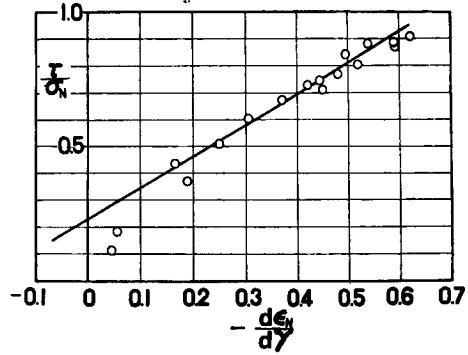


Fig. 8 Relationship between  $\tau/\sigma_N$  and  $d\epsilon_N/d\gamma$  on one mobilized plane in triaxial extension test on Toyoura sand.

イズ面上の  $\tau/\sigma_N \sim d\epsilon_N/d\gamma$  関係で整理したものであって, 実験条件は平均有効主応力  $\sigma_m = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ , 初期間げき比  $e_i = 0.889$  である。この図より測定値のプロットは(1)式の示す通り直線関係となるのがみられる。この縦軸切片 0.25 が粒子間の摩擦係数  $\mu$  ということになり, 直線勾配 1.1~1.2 もこの  $\mu$  の値に対する  $\lambda$  としてほぼ妥当な値である。なお, この豊浦砂の  $\mu$  の値が前回報告<sup>1)</sup>した値 (約 0.45) より小さいのは, 前述したように3主応力下の複合モービライズ面の概念を導入して解析したからである。このようにして求めた  $\mu$  の値の方が粒子間の摩擦係数値として適当であることは, 次のガラス・ビーズを試料とした実験のところで検証する。この  $\tau/\sigma_N \sim d\epsilon_N/d\gamma$  関係は種々の応力条件のもとでも試料が同一であれば不変でなくてはならないから, 三軸伸張試験について同じ整理を行なった結果を次に示す。三軸伸張試験の場合には(11)式より  $\epsilon_3$  の測定値を1/2倍し  $\epsilon_1$  の測定値はそのまま用いて, モービライズ面上の関係に変換すればよい。Fig. 8 は豊浦砂の三軸伸張試験結果を同じ整理で示したものであって, 実験条件は  $\sigma_m = 3.0 \text{ kg/cm}^2$ ,  $e_i = 0.641$  である。この図より縦軸切片 0.23 も直線勾配 1.2 もほぼ Fig. 7 と対応するのがみられる。次に平面ひずみ試験について同様の整理を行なった結果を示す。平面ひずみ条件の場合は(13)式より近似的には  $\epsilon_1, \epsilon_3$  の測定値をそのまま用いて, モービライズ面の関係へ変換すればよい。Fig. 9 は試作した多軸試験機<sup>4)</sup> による豊浦砂の平面ひずみ試験結果を同じ整理で示したものであって, 実験条件は  $\sigma_1 \cong 1.6 \text{ kg/cm}^2$ ,

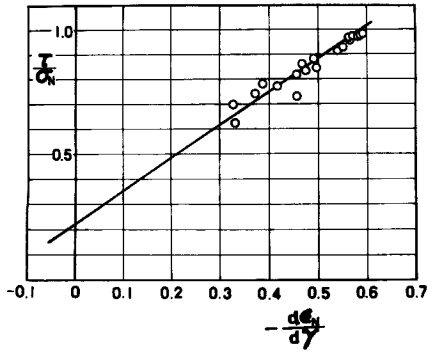


Fig. 9 Relationship between  $\tau/\sigma_N$  and  $d\epsilon_N/d\gamma$  on one mobilized plane in plane strain test after  $K_0$ -compression on Toyoura sand.

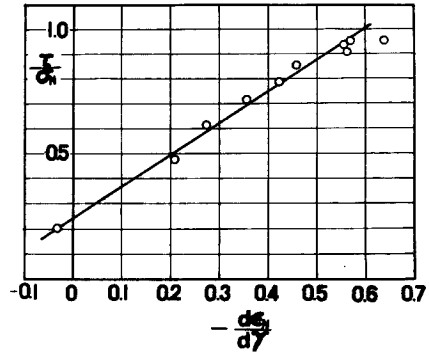


Fig. 10 Relationship between  $\tau/\sigma_N$  and  $d\epsilon_N/d\gamma$  on one mobilized plane in plane strain test on Toyoura sand.

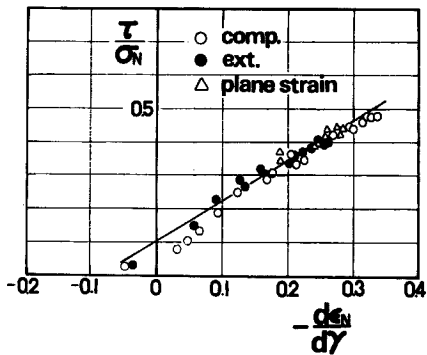


Fig. 11 Relationship between  $\tau/\sigma_N$  and  $d\epsilon_N/d\gamma$  on one mobilized plane in triaxial compression test, triaxial extension test and plane strain test on glass beads.

$e_i=0.878$ である。プロットが右上にあるのは、この試験機の機構上  $K_0$  圧密状態から始まるためである。この図より縦軸切片0.23も直線勾配1.2もほぼ Fig. 7と一致するのがわかる。また Fig. 10 は市原・松沢<sup>5)</sup>による豊浦砂の平面ひずみ試験結果を同様に整理したものである。実験条件は  $\sigma_3=2.0\text{kg/cm}^2$ ,  $e_i=0.663$ である。この図でも縦軸切片0.24, 直線勾配1.2となり、これら4つの図で  $\lambda$  および  $\mu$  はほぼ同一の値となるのがみられる。豊浦砂の場合にはその母岩が入手できず直接摩擦係数値を測定できないので、次に材質の摩擦係数の測定が容易なガラス・ビーズを試料として、三軸圧縮、三軸伸張、平面ひずみ試験を行なった。Fig. 11 はガラス・ビーズ (平均粒径0.15 mm, 均等係数1.2) の三軸圧縮試験 (○印;  $\sigma_m=3.0\text{kg/cm}^2$ ), 三軸伸張試験 (●印;  $\sigma_m=3.0\text{kg/cm}^2$ ) および平面ひずみ試験 (△印;  $\sigma_1\cong 1.6\text{kg/cm}^2$ ) の結果をともに単

一のモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N \sim d\epsilon_N/d\gamma$  関係で整理したものである。この図より、3種の試験について実測値のプロットはいずれもほぼ同一の勾配 ( $\lambda=1.2$ ), 同一の縦軸切片 ( $\mu\cong 0.10$ ) の直線上に整理されるのがみられる。しかも興味あるのは、この縦軸切片の値が、ガラス板どうしあるいはガラス板上にガラス・ビーズを置いて測定した摩擦係数の値0.10~0.13とよく一致することである。このほか、石井川砂 (平均粒径0.95mm, 均等係数5.2), 相模川砂 (平均粒径0.42mm, 均等係数2.2) の三軸圧縮試験および三軸伸張試験の結果についても同じ整理を行なったが、試料が決まれば間げき比、拘束圧の大小にかかわらずほぼ同一の直線勾配 ( $\lambda$ ), 同一の縦軸切片 ( $\mu$ ) になるのがみられた (データ省略)。

次に粘土試料についての検証例を示す。Fig. 12 は藤の森粘土 ( $L. L. 44\%$ ,  $P. L. 26\%$ ) を試料とした平均主応力  $\sigma_m=1.0\text{kg/cm}^2$  (一定) の排水三軸圧縮試験 ( $N. C.$ , 初期含水比  $w_i=33.2\%$ ) 結果を、前と同じくモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N$  と  $d\epsilon_N/d\gamma$  の関係で整理したものである。この図よりせん断初期においては  $\phi_n$  のモービライゼーション (mobilization) が十分でないためプロットは下の方から上ってくる傾向があるが、その後はほぼ一直線上にのりその直線勾配  $\lambda$  はほぼ1.1であり縦軸切片  $\mu$  は0.30前後の値をとるようである。Fig. 13 は少し過圧密 ( $O. C. R. 1.5$ ) された藤の森粘土の平均主応力  $\sigma_m=1.0\text{kg/cm}^2$  (一定) の排水三軸圧

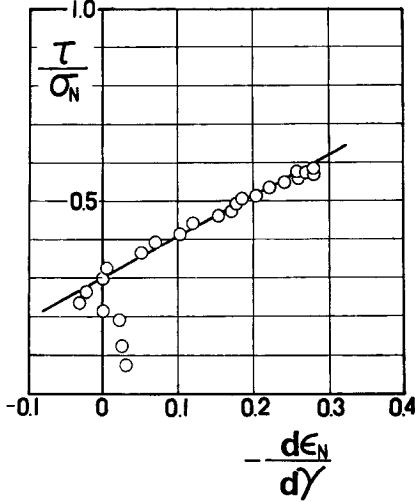


Fig. 12 Relationship between  $\tau/\sigma_N$  and  $d\epsilon_N/d\gamma$  on one mobilized plane in triaxial compression test on Fujinomori clay (N.C.).

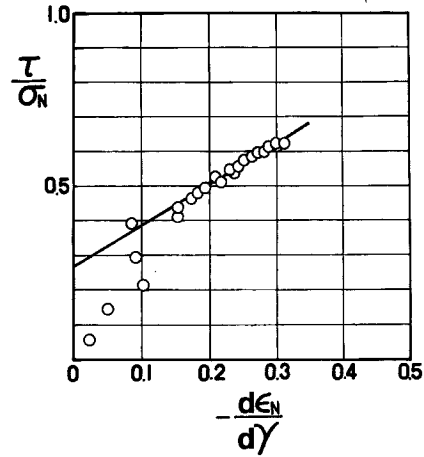


Fig. 13 Relationship between  $\tau/\sigma_N$  and  $d\epsilon_N/d\gamma$  on one mobilized plane in triaxial compression test on Fujinomori clay (O.C., O.C.R. = 1.5).

縮試験 ( $w_i=30.7\%$ ) 結果を同じ関係で整理したものである。この図から縦軸切片は0.27程度の値となり、Fig. 12と比較すれば正規圧密粘土とほぼ同じ直線上に整理されるようである。

以上より、(1)式は砂および粘土について各種応力状態の下でほぼ成立することが検証された。なお、(1)式のひずみは誘導過程の基本概念から、せん断にともなう粒子の乗り上がり、すなわちダイレイタンスーによるひずみと考えられるので、厳密にはすべて平均主応力  $\sigma_m$  一定試験によって検証すべきである。しかしながら砂の場合にはその圧縮性が比較的小さいので、上述のように  $\sigma_m$  一定でなくてもほぼ成立するようである。

#### 4.2 主応力比( $\sigma_1/\sigma_3$ )～主ひずみ増分比( $d\epsilon_3/d\epsilon_1$ )関係の検証

(1)式で表わされる  $\tau/\sigma_N \sim d\epsilon_N/d\gamma$  関係を主応力面上の  $\sigma_1/\sigma_3 \sim d\epsilon_3/d\epsilon_1$  関係に変換するため次の演算を行なう。まず主応力と主ひずみ増分の方向が一致するという条件より次式を得る。

$$\frac{d\epsilon_N}{d\gamma} = \frac{(d\epsilon_1 + d\epsilon_3) - (d\epsilon_1 - d\epsilon_3) \cdot \sin \phi_{m0}}{2(d\epsilon_1 - d\epsilon_3) \cdot \cos \phi_{m0}}$$

そして、

$$\frac{\tau}{\sigma_N} = \tan \phi_{m0} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2\sqrt{\sigma_1 \sigma_3}}, \quad \sin \phi_{m0} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3}, \quad \cos \phi_{m0} = \frac{2\sqrt{\sigma_1 \sigma_3}}{\sigma_1 + \sigma_3}$$

であるので、上4式を(1)式に代入して整理すれば主応力比 ( $\sigma_1/\sigma_3$ ) と主ひずみ増分比 ( $d\epsilon_3/d\epsilon_1$ ) の関係式として次式を得る。

$$\frac{d\epsilon_3}{d\epsilon_1} = \frac{\sigma_1/\sigma_3 - 2\mu \cdot \sqrt{\sigma_1/\sigma_3} + (\lambda - 1)}{(1 - \lambda) \cdot \sigma_1/\sigma_3 - 2\mu \cdot \sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - 1} \dots \dots \dots (14)$$

(14)式は単一のモービライズ面の場合に成立する関係であるので、平面ひずみ条件の下では近似的には測定値をそのまま適用できる関係式と考えられる。三軸圧縮試験に対しては(9)式より  $d\epsilon_1$  の測定値を1/2倍すべきであるので、測定値をそのままプロットするとすれば(14)式は次式に修正されねばならない。

$$\frac{d\epsilon_3}{d\epsilon_1} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma_1/\sigma_3 - 2\mu \cdot \sqrt{\sigma_1/\sigma_3} + (\lambda - 1)}{(1 - \lambda) \cdot \sigma_1/\sigma_3 - 2\mu \cdot \sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - 1} \dots \dots \dots (15)$$

また三軸伸張試験に対しては(11)式より  $d\epsilon_3$  の測定値を1/2倍すべきであるので、測定値をそのままプロッ

トするとすれば次式に修正されねばならない。

$$\frac{d\epsilon_3}{d\epsilon_1} = 2 \cdot \frac{\sigma_1/\sigma_3 - 2\mu\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} + (\lambda-1)}{(1-\lambda)\sigma_1/\sigma_3 - 2\mu\sqrt{\sigma_1/\sigma_3} - 1} \dots\dots\dots(16)$$

これらの関係式を検証するため、豊浦砂の三軸圧縮試験 ( $\sigma_m=1.0\text{kg/cm}^2$ ,  $e_i=0.889$ ), 平面ひずみ試験 (市原・松沢<sup>5)</sup> による;  $\sigma_3=2.0\text{kg/cm}^2$ ,  $e_i=0.663$ ) および三軸伸張試験 ( $\sigma_m=3.0\text{kg/cm}^2$ ,  $e_i=0.641$ ) の結果を整理したのが Fig. 14 である。図中の実線は(14)~(16)式による計算曲線であって、計算には全て豊浦砂

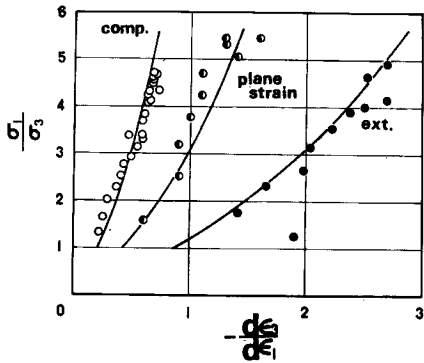


Fig. 14 Relationship between  $\sigma_1/\sigma_3$  and  $d\epsilon_3/d\epsilon_1$  in triaxial compression test, plane strain test and triaxial extension test on Toyoura sand.

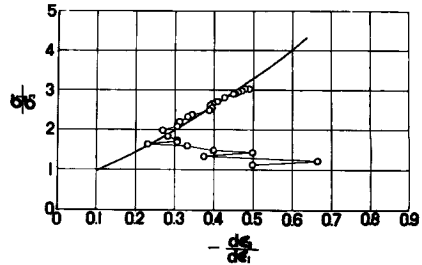


Fig. 15 Relationship between  $\sigma_1/\sigma_3$  and  $d\epsilon_3/d\epsilon_1$  in triaxial compression test on Fujinomori clay.

の係数値  $\mu \cong 0.24$ ,  $\lambda=1.2$  を用いた。この図より上記の 3 種の試験について理論曲線と実測値はほぼ良好な一致を示すのがみられる。

また藤の森粘土の平均主応力  $\sigma_m=1.0\text{kg/cm}^2$  (一定) の排水三軸圧縮試験結果を整理すれば Fig. 15 を得る。図中の実線は藤の森粘土の粒子間摩擦に等価な値と考えられる  $\mu=0.30$  と  $\lambda=1.1$  (Fig. 12 参照) から(15)式によって計算された理論曲線である。この図において、右下から上ってくるプロットが理論曲線にのりはじめる点のせん断ひずみは約 0.7% であるので、ピーク強度に至るまでの主要な部分は(15)式によって説明できると考えられる。

4.3 せん断・垂直応力比 ( $\tau/\sigma_N$ ) ~ 垂直・せん断ひずみ比 ( $\epsilon_N/\gamma$ ) 関係の検証

次にモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N \sim \epsilon_N/\gamma$  関係を示す(2)式がどの程度成立するかを調べるため、若干の実測

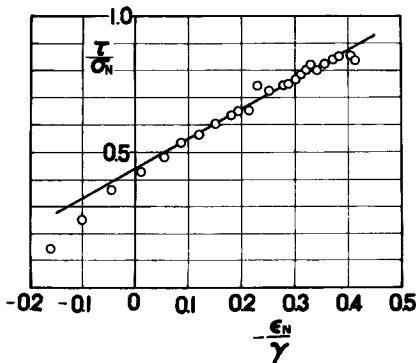


Fig. 16 Relationship between  $\tau/\sigma_N$  and  $\epsilon_N/\gamma$  on one mobilized plane in triaxial compression test on Toyoura sand.

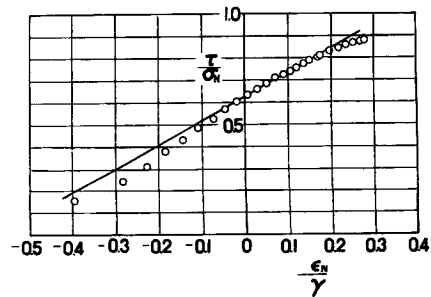


Fig. 17 Relationship between  $\tau/\sigma_N$  and  $\epsilon_N/\gamma$  on one mobilized plane in triaxial compression test on Ishii River sand.



データをあげる。Fig. 16 は豊浦砂の三軸圧縮試験データ ( $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$ ,  $e_i=0.889$ ) を単一のモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N \sim \epsilon_N/\gamma$  関係に変換した結果を示しているが、(2)式の意味する通りほぼ勾配  $\lambda=1.1 \sim 1.2$  の直線上に整理されるのがみられる。また Fig. 17 は石井川砂の三軸圧縮試験データ ( $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$ ,  $e_i=0.706$ ) を同じく単一のモービライズ面上の関係に変換した結果を示しているが、(2)式とほぼ良好な対応を示すようである。

4.4 せん断・垂直応力比 ( $\tau/\sigma_N$ ) ～せん断ひずみ ( $\gamma$ ) ～垂直ひずみ ( $\epsilon_N$ ) 関係の検証

次に、(3)、(4)式に対する実測データのプロットを Figs. 18～25 に示す。Fig. 18 は豊浦砂の三軸圧

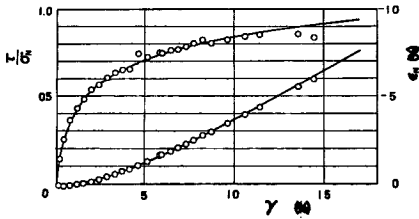


Fig. 18 Relationship among  $\tau/\sigma_N$ ,  $\gamma$  and  $\epsilon_N$  on one mobilized plane in triaxial compression test on Toyoura sand.

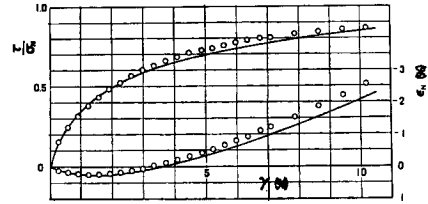


Fig. 19 Relationship among  $\tau/\sigma_N$ ,  $\gamma$  and  $\epsilon_N$  on one mobilized plane in triaxial compression test on Ishii River sand.

縮試験 ( $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$ ,  $e_i=0.889$ ) データをモービライズ面上に変換した結果と(3)、(4)式による計算曲線を示している。なお計算には豊浦砂の係数值  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.44$  と  $\gamma_0=0.45\%$  を用いた。また Fig. 19 は石井川砂の三軸圧縮試験 ( $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$ ,  $e_i=0.706$ ) データを同じくモービライズ面上に変換した結果と(3)、(4)式による計算曲線を示している。計算には石井川砂の係数值  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.40$ ,  $\mu'=0.62$  と  $\gamma_0=1.3\%$  を用いた。次に Fig. 20 と Fig. 21 はガラス・ビーズの三軸圧縮試験 ( $\sigma_m=3.0 \text{ kg/cm}^2$ )

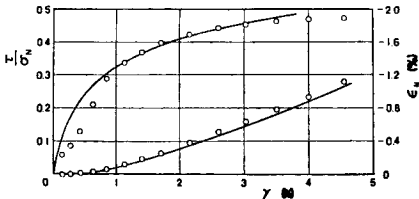


Fig. 20 Relationship among  $\tau/\sigma_N$ ,  $\gamma$  and  $\epsilon_N$  on one mobilized plane in triaxial compression test on glass beads.

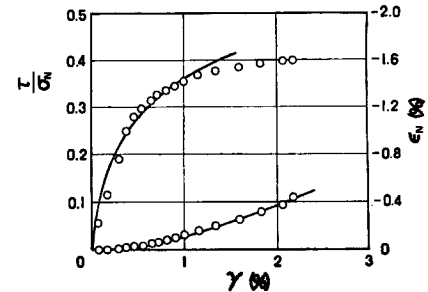


Fig. 21 Relationship among  $\tau/\sigma_N$ ,  $\gamma$  and  $\epsilon_N$  on one mobilized plane in triaxial extension test on glass beads.

および三軸伸張試験 ( $\sigma_m=3.0 \text{ kg/cm}^2$ ) のデータを共にモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$  関係に変換した結果を示している。実線は計算曲線であるが、計算にはガラス・ビーズの係数值  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.10$ ,  $\mu'=0.22$  と  $\gamma_0=0.15\%$  (図-20),  $\gamma_0=0.11\%$  (図-21) を用いた。また Fig. 22 と Fig. 23 は相模川砂の三軸圧縮試験 ( $\sigma_m=2.0 \text{ kg/cm}^2$ , ゆる詰め)、三軸伸張試験 ( $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$ , ゆる詰め) のデータ<sup>8)</sup> を共にモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$  関係に変換した結果を示している。実線は計算曲線であるが、計算には両図とも全く同じ係数值  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.28$ ,  $\mu'=0.46$ ,  $\gamma_0=0.3\%$  を用いている。このように全く同じ係数值によって三軸圧縮、三軸伸張試験結果が共に説明できるのは、これら両図の試料の初期の粒子構造が同じであることを

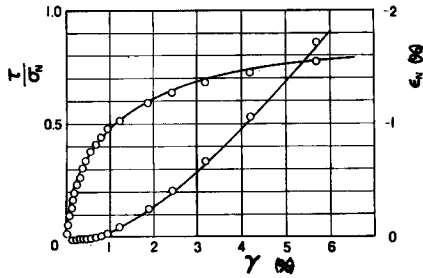


Fig. 22 Relationship among  $\tau/\sigma_N$ ,  $\gamma$  and  $\epsilon_N$  on one mobilized plane in triaxial compression test on Sagami River sand.

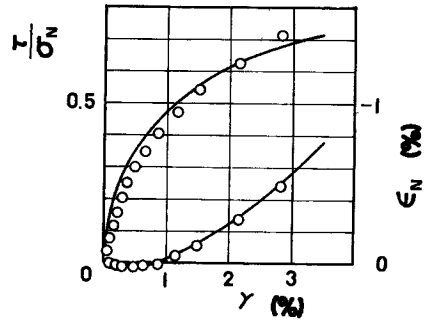


Fig. 23 Relationship among  $\tau/\sigma_N$ ,  $\gamma$  and  $\epsilon_N$  on one mobilized plane in triaxial extension test on Sagami River sand.

意味している。

次に、Fig. 24 は藤の森粘土の三軸圧縮試験データ ( $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$ , N.C.) を単一のモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$  関係で整理した結果と(3)、(4)式による計算曲線を示している。計算には藤の森粘土の係数值  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.30$ ,  $\mu'=0.42$  と  $\gamma_0=1\%$  を用いた。また Fig. 25 は梅田粘土 (L.L. 77%, P.L. 32%) の三軸圧縮試験データ ( $\sigma_3=1.0 \text{ kg/cm}^2$ , N.C.) を単一のモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$  関係で整理した結果と(3)、(4)式による計算曲線を示している。計算には  $\lambda=0.9$ ,  $\mu=0.42$ ,  $\mu'=0.55$ ,  $\gamma_0=3\%$  を用いた。

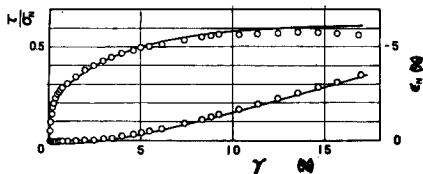


Fig. 24 Relationship among  $\tau/\sigma_N$ ,  $\gamma$  and  $\epsilon_N$  on one mobilized plane in triaxial compression test on Fujinomori clay.

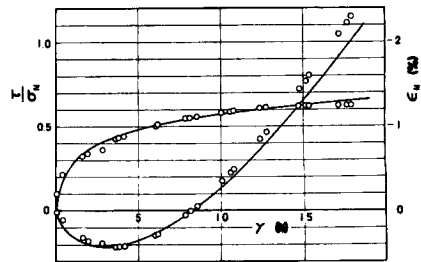


Fig. 25 Relationship among  $\tau/\sigma_N$ ,  $\gamma$  and  $\epsilon_N$  on one mobilized plane in triaxial compression test on Umeda clay.

以上の整理で興味あるのは、モービライズ面上の応力～ひずみ関係が三軸圧縮試験であっても三軸伸張試験であっても、試料がゆる詰めであっても密詰めであっても、また拘束応力の大小にかかわらず、全て同じその試料の係数值 ( $\lambda, \mu, \mu'$ ) によって説明されることである。ただし、 $\gamma_0$  は初期の粒子構造を評価するパラメーターであるので初期間げき比や拘束応力によって変化する。このように各種条件下の応力～ひずみ関係が、このモービライズ面上の関係にもとづけば、物理的意味の明確な同一の係数值によって算定されるところがここでの1つの主張点であり、このモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N \sim \gamma \sim \epsilon_N$  関係を土の応力～ひずみ間の基本関係式と呼ぶゆえんである。

#### 4.5 $\tau/\mu \cdot \sigma_N \sim \gamma/\gamma_0$ 関係の検証

次に  $\tau/\mu \cdot \sigma_N$  と  $\gamma/\gamma_0$  が半対数紙上で点 (1, 1) を通る直線であることを意味する(5)式を検証する。この関係式に対する排水三軸試験の実測データのプロットを Figs. 26～30 に示す。Fig. 26 の試料は豊浦砂で、実験条件は図中に示すように平均有効主応力  $\sigma_m=0.5 \sim 2.0 \text{ kg/cm}^2$  の3ケースである。Fig. 27 の試料は石井川砂で、実験条件は  $\sigma_m=2.0 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_3=1.0 \text{ kg/cm}^2$  の2ケースである<sup>7)</sup>。また Fig. 28 は相模川砂の

三軸圧縮および三軸伸張試験のデータ<sup>6)</sup>を整理したものである。以上の図より拘束応力が種々変化しても、また三軸圧縮試験においても三軸伸張試験においても、モービライズ面上での(5)式はほぼ同様に成立するのがみられる。これらの図の直線勾配は(5)式の係数からその試料の粒子間摩擦や粒子構造などによって規定されるべきものと考えられるが、Figs. 26~28をみると間けき比の影響もあまり顕著には受けないうである。このことより通常の初期の粒子構造のもとでは試料が決まれば上記直線関係の勾配は第1次近似とし

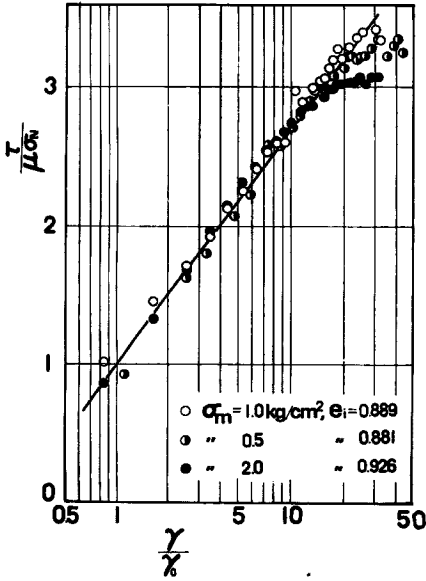


Fig. 26 Relationship between  $\tau/\mu\sigma_N$  and  $\gamma/\gamma_0$  on Toyoura sand.

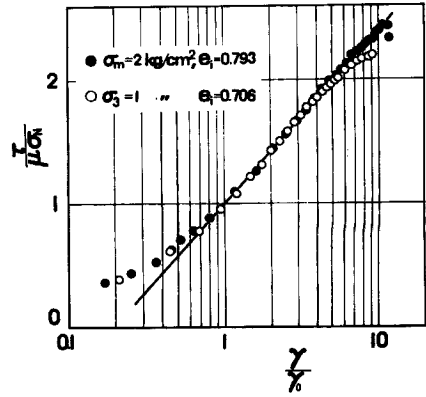


Fig 27 Relationship between  $\tau/\mu\sigma_N$  and  $\gamma/\gamma_0$  on Ishii River sand.

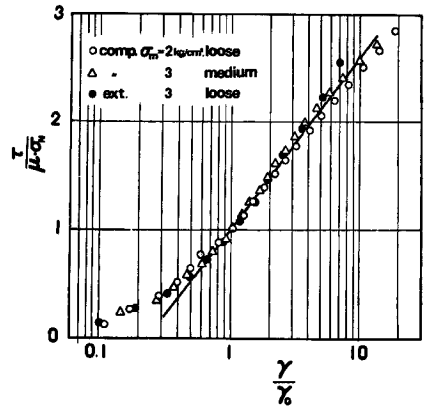


Fig. 28 Relationship between  $\tau/\mu\sigma_N$  and  $\gamma/\gamma_0$  on Sagami River sand.

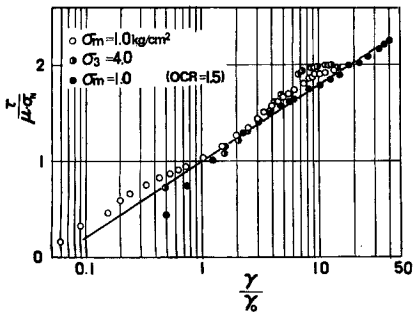


Fig. 29 Relationship between  $\tau/\mu\sigma_N$  and  $\gamma/\gamma_0$  on Fujinomori clay.

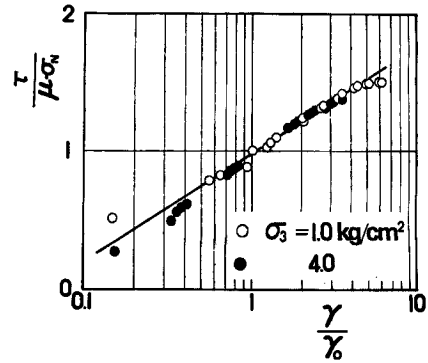


Fig. 30 Relationship between  $\tau/\mu\sigma_N$  and  $\gamma/\gamma_0$  on Umeda clay.

てはほぼ一定と考えることもできるようである。

次に, Fig. 29 は藤の森粘土の  $\tau/\mu\sigma_N \sim \gamma/\gamma_0$  関係であって, 拘束応力の大小にかかわらずほぼ点 (1, 1) を通る一直線上に整理されるのがみられる。実験条件は  $\sigma_m = 1.0 \text{ kg/cm}^2$  の正規圧密粘土 (○印),  $\sigma_3 = 4.0 \text{ kg/cm}^2$  の正規圧密粘土 (●印) と過圧密比 1.5 で  $\sigma_m = 1.0 \text{ kg/cm}^2$  の過圧密粘土 (●印) である。また Fig. 30 は梅田粘土についての同じ整理であって, 同じく拘束応力の大小にかかわらずほぼ点 (1, 1) を通る一直線上に整理されるようである。実験条件は  $\sigma_3 = 1.0 \text{ kg/cm}^2$  の正規圧密粘土 (○印) と  $\sigma_3 = 4.0 \text{ kg/cm}^2$  の正規圧密粘土 (●印) である。実験データの数が少々少ないが, 以上より粘土の場合についても (5) 式はほぼ成立するようである。

#### 4.6 三軸圧縮・三軸伸張応力下の主応力比 ( $\sigma_1/\sigma_3$ ) ~ 主ひずみ ( $\epsilon_1, \epsilon_3$ ) 関係の検証

4.4 においてモービライズ面上の応力比~ひずみ関係式が試料が決まれば同一の係数値 ( $\lambda, \mu, \mu'$ ) に対して成立することを実証した。ここでは, このモービライズ面上の応力~ひずみ間の基本関係式にもとづいて導びかれた三軸圧縮, 三軸伸張条件下の主応力比~主ひずみ関係式を検証する。まず Fig. 31 は豊浦砂の三

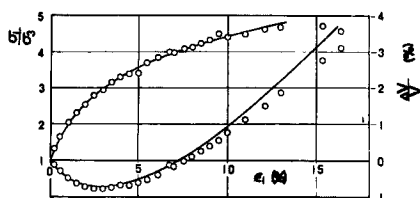


Fig. 31 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3, \epsilon_1$  and  $\Delta V/V$  in triaxial compression test on Toyoura sand.



Fig. 32 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3, \epsilon_1$  and  $\Delta V/V$  in triaxial compression test on Ishii River sand.

軸圧縮試験 ( $\sigma_m = 1.0 \text{ kg/cm}^2, e_i = 0.889$ ) のデータを  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1 \sim \Delta V/V (= \epsilon_1 + 2\epsilon_3)$  関係で整理した結果と (9), (10) 式による計算曲線を示している。計算には前と同じ豊浦砂の係数値  $\lambda = 1.2, \mu = 0.25, \mu' = 0.44$  と  $\gamma_0 = 0.45\%$  を用いた。これらの係数値の決定法については後節で詳述する。Fig. 32 は石井川砂の三軸圧縮試験 ( $\sigma_3 = 1.0 \text{ kg/cm}^2, e_i = 0.706$ ) のデータ<sup>7)</sup> を同じく  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1 \sim \Delta V/V$  関係で整理した結果と (9), (10) 式による計算曲線を示している。計算には石井川砂の係数値  $\lambda = 1.2, \mu = 0.40, \mu' = 0.62$  と  $\gamma_0 = 1.3\%$  を用いた。次に Fig. 33 はガラス・ビーズの三軸圧縮試験データ (○印;  $\sigma_m = 3.0 \text{ kg/cm}^2$ ) と三軸伸張試験データ (●印;  $\sigma_m = 3.0 \text{ kg/cm}^2$ ) を  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1$  関係 (右半分) および  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_3$  関係 (左半分) で整理した結果と (9), (11) 式による計算曲線を示している。計算にはガラス・ビーズの係数値  $\lambda = 1.2, \mu = 0.10, \mu' = 0.22$  と  $\gamma_0 = 0.15\%$  (三軸圧縮),  $\gamma_0 = 0.11\%$  (三軸伸張) を用いた。Fig. 34 は相模川砂の三軸圧縮試験データ<sup>6)</sup> (○印;  $\sigma_m = 2.0 \text{ kg/cm}^2$ , ゆる詰め) と三軸伸張試験データ<sup>6)</sup> (●印;  $\sigma_m = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ , ゆる

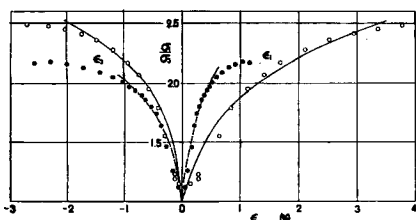


Fig. 33 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3, \epsilon_1$  and  $\epsilon_3$  in triaxial compression and extension tests on glass beads.

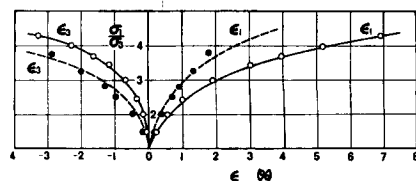


Fig. 34 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3, \epsilon_1$  and  $\epsilon_3$  in triaxial compression and extension tests on Sagami River sand.

詰め)を  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1$  関係および  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_3$  関係で整理した結果と(9), (11)式による計算曲線を示している。この場合計算には三軸圧縮, 三軸伸張試験ともに全く同じ係数値  $\lambda=1.2, \mu=0.28, \mu'=0.46, \gamma_0=0.3\%$  を用いた。このことは, 両者の初期の粒子構造が同じであることを意味しており, したがって前節で述べた三軸圧縮の  $\epsilon_1$  が三軸伸張の  $\epsilon_1$  の2倍であり三軸伸張の  $\epsilon_3$  が三軸圧縮の  $\epsilon_3$  の2倍であるという関係も満足しているのがみられる。

Fig. 35 は相模川砂の三軸圧縮試験 (○, △印;ゆる詰め, 中位の詰め方,  $\sigma_m=一定$ ) および三軸伸張

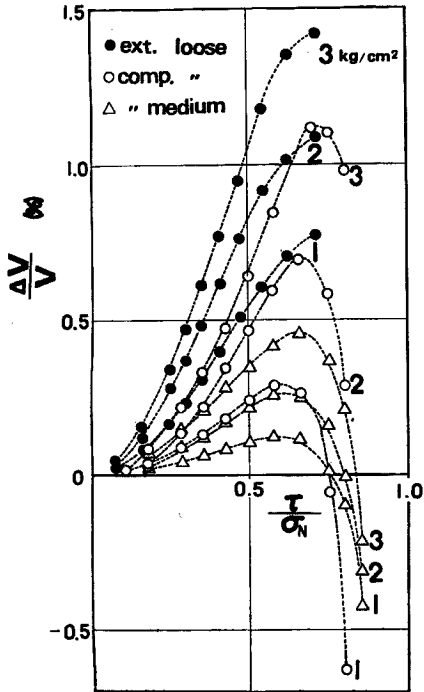


Fig. 35 Relationship between  $\Delta V/V$  and  $\tau/\sigma_N$  in triaxial compression and extension tests on Sagami River sand.

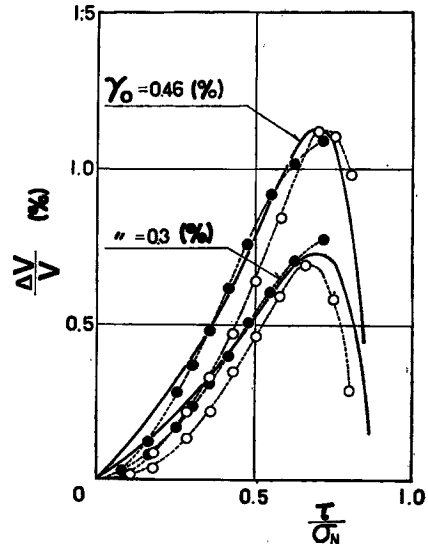


Fig. 36 Theoretical and experimental relationship between  $\Delta V/V$  and  $\tau/\sigma_N$  (cf. Fig. 35).

試験 (●印;ゆる詰め,  $\sigma_m=一定$ ) のデータ<sup>6)</sup>を  $\Delta V/V$  と  $\tau/\sigma_N(\sigma_1/\sigma_3$  と対応する) の関係でプロットしたものである。図中の数字は平均有効主応力  $\sigma_m$  の値 ( $\text{kg/cm}^2$ ) を表わしている。この図より, ほぼ同一の  $\tau/\sigma_N$  の値においてダイレイタンス  $\Delta V/V$  の曲線が圧縮方向から膨張方向へ反転するのがみられる。また  $\Delta V/V$  の最大圧縮値がほぼ等しい曲線は  $\gamma_0$  が等しい試料と考えられるが, このとき三軸圧縮, 三軸伸張ともほぼ同一の曲線となるのは (10), (12) 式の妥当性を示していて興味深い。Fig. 36 は Fig. 35 中の comp.  $\sigma_m=3.0\text{kg/cm}^2$  と ext.  $\sigma_m=2.0\text{kg/cm}^2$  のデータおよび comp.  $\sigma_m=2.0\text{kg/cm}^2$  と ext.  $\sigma_m=1.0\text{kg/cm}^2$  のデータを選んで, それぞれに対して(10), (12)式による計算曲線(実線)との比較を示したものである。計算には相模川砂の係数値  $\lambda=1.2, \mu=0.28, \mu'=0.46$  と  $\gamma_0=0.3\%, 0.46\%$  を用いた。

ここで, ダイレイタンス ( $\Delta V/V$ ) の最大圧縮点 (極小点) における  $\tau/\sigma_N$  (あるいは  $\sigma_1/\sigma_3$ ) の値を算定することを試みる。ダイレイタンスの極小点においては, 三軸圧縮の場合  $d(\Delta V/V)=d\epsilon_1+2d\epsilon_3=0$ , 三軸伸張の場合  $d(\Delta V/V)=2d\epsilon_1+d\epsilon_3=0$  であるから, それぞれ(15), (16)式より共に次式を得る。

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_3} + \frac{4\mu}{\lambda-2} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_3}} - 1 = 0 \dots\dots\dots (17)$$

相模川砂の場合には  $\lambda=1.2$ ,  $\mu \approx 0.28$  であるから, (17)式よりダイレイタンスの極小点での  $\sigma_1/\sigma_3=3.69$ , したがって  $\tau/\sigma_N=0.70$  となる。この値は当然 Figs. 35,36 と対応するのがみられる。

さて, ここで  $\tau/\sigma_N$  あるいは  $\sigma_1/\sigma_3$  の代りに主応力差と平均有効主応力の比  $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma_m (\equiv q/p)$  を横軸として体積ひずみ  $\Delta V/V$  を整理しなおした結果を Fig. 37, Fig. 38 に示す。なお, この変数  $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma_m$

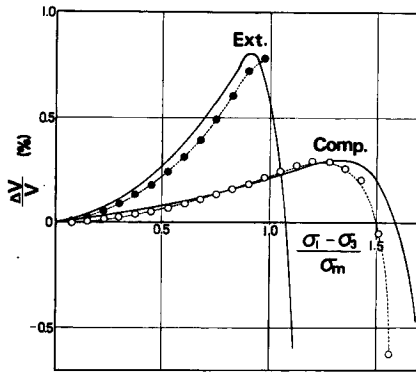


Fig. 37 Relationship between  $\Delta V/V$  and  $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma_m$  in triaxial compression and extension tests on Sagami River sand ( $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$ ).

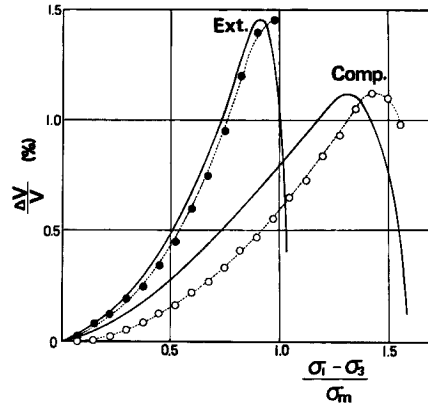


Fig. 38 Relationship between  $\Delta V/V$  and  $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma_m$  in triaxial compression and extension tests on Sagami River sand ( $\sigma_m=3.0 \text{ kg/cm}^2$ ).

は柴田<sup>9)</sup>, 柴田・軽部<sup>9),10),11)</sup>, 軽部・栗原<sup>12)</sup> によって粘土のダイレイタンスを支配するパラメーターとして提唱され, 村山・八木<sup>13),14)</sup>, 八木<sup>15),16)</sup>, 龍岡・芝<sup>9)</sup> などによって砂についても整理されたものである。また畠・太田<sup>17)</sup>, 太田<sup>18)</sup> は土のダイレイタンスがこの変数に対して直線関係で表わされることを1つの基本式として, 土の応力~ひずみ間の関係を導いている。Fig. 37 は Fig. 35 中の  $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$  の三軸圧縮と三軸伸張試験結果を示したものであって, 実線は(10), (12)式による計算曲線を表わしている。計算には相模川砂の係数値  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.28$ ,  $\mu'=0.46$  と, 三軸圧縮の場合には  $\gamma_0=0.13\%$ , 三軸伸張の場合には  $\gamma_0=0.3\%$  を用いた。また, Fig. 38 は Fig. 35 中の  $\sigma_m=3.0 \text{ kg/cm}^2$  の三軸圧縮と三軸伸張試験結果を示したものであって, 計算曲線は三軸圧縮の場合  $\gamma_0=0.46\%$ , 三軸伸張の場合  $\gamma_0=0.59\%$  として求めた。この両図と Figs. 35, 36 を比較すれば, 砂のダイレイタンスは  $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma_m (\equiv q/p)$  ではなくて,  $\tau/\sigma_N$  (あるいは  $\sigma_1/\sigma_3$ ) によってユニークに規定されるのが明らかになるであろう。このことは(10), (12)式からも予想されるところである。

Fig. 39 は藤の森粘土の三軸圧縮試験データ ( $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$ , N.C.) を  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1 \sim \Delta V/V$  関係で整理した結果と(9), (10)式による計算曲線を示している。計算には藤の森粘土の係数値  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.30$ ,  $\mu'=0.42$  と  $\gamma_0=1\%$  を用いた。また Fig. 40 は梅田粘土の三軸圧縮試験データ ( $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$ , N.C.) を  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1 \sim \Delta V/V$  関係で整理した結果と(9), (10)式による計算曲線を示している。なお, 計算には  $\lambda=0.9$ ,  $\mu=0.42$ ,  $\mu'=0.55$ ,  $\gamma_0=3\%$  を用いた。次に, Fig. 41 に藤の森粘土の三軸圧縮試験データ ( $\sigma_m=1.0 \text{ kg/cm}^2$ , N.C.) を  $\Delta V/V \sim (\sigma_1-\sigma_3)/\sigma_m$  関係で整理した結果と(10)式による計算曲線を示す。なお, 藤の森粘土の係数値には前と同じ  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.30$ ,  $\mu'=0.42$ ,  $\gamma_0=1\%$  を用いた。この横軸  $(\sigma_1-\sigma_3)/\sigma_m$  はさきに触れたように柴田・軽部らによって粘土のダイレイタンス量 ( $\Delta V/V$ ) をユニークに規定するパラメーターとして提案されたものであるが, (10), (12)式の考え方にもとづけば土のダイレイタンスは  $\sigma_1/\sigma_3$  あるいは  $\tau/\sigma_N$  によって支配されることになる。このどちらのパラメーターが粘土の力学特性をよりよく表現するかということ調べるには, 例えば  $\sigma_m$  一定の排水三軸伸張試験を行なって Fig. 41 と同じ整理をすればよいであろう。

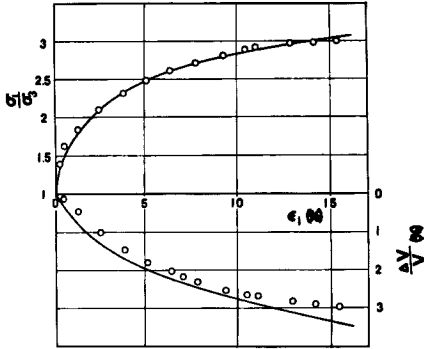


Fig. 39 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$  and  $\Delta V/V$  in triaxial compression test on Fujinomori clay.

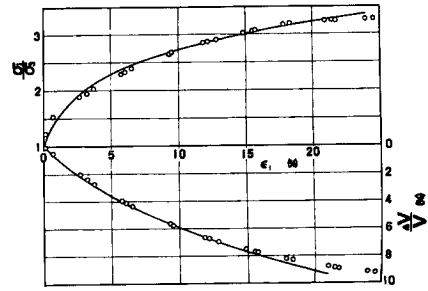


Fig. 40 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$  and  $\Delta V/V$  in triaxial compression test on Umeda clay.

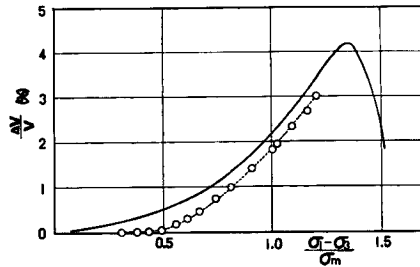


Fig. 41 Relationship between  $\Delta V/V$  and  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m$  in triaxial compression test on Fujinomori clay.

4.7 多軸応力下の主応力比 ( $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\sigma_1/\sigma_2$ ,  $\sigma_2/\sigma_3$ ) ~ 主ひずみ ( $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ ,  $\epsilon_3$ ) 関係の検証

ここではモービライズ面上の応力比～ひずみ関係式にもとづいて誘導された相異なる3主応力下の主応力比～主ひずみ関係式(8)式および(13)式を実験データによって検証する。まず平面ひずみ条件下で成立する(13)式の検証を平面ひずみ試験によって行なう。Fig. 42は豊浦砂の平面ひずみ試験結果<sup>5)</sup>( $\sigma_3=2.0\text{kg/cm}^2$ ,

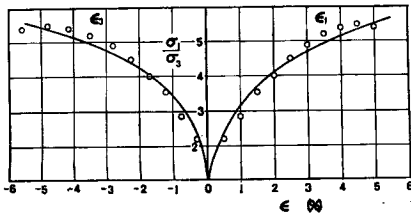


Fig. 42 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_3$  in plane strain test on Toyoura sand.

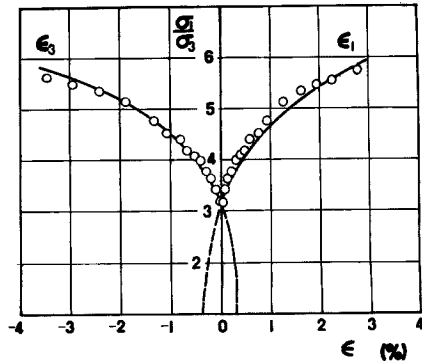


Fig. 43 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_3$  in plane strain test after  $K_0$ -compression on Toyoura sand.

$e_i=0.663$ )と(13)式による計算曲線を示したものであるが、両者はよく対応するのがみられる。計算には前と同じ豊浦砂の係数值  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.44$  と  $\gamma_0=0.2\%$  を用いている。また Fig. 43 は試作した多軸試験機による豊浦砂の平面ひずみ試験結果 ( $\sigma_1 \cong 1.4 \text{ kg/cm}^2$ ,  $e_i=0.660$ ) と(13)式による計算曲線を示している。ただし、この試験機の場合には通常  $K_0$  圧密状態からせん断が始まるので、この図に示すように計算曲線を平行移動させて実測値と対比させている。これは  $K_0$  圧密によって初期の主応力比に対応する分だけすでにせん断を受けているという考え方にもとづくものであるが、計算曲線は実測値をほぼ説明するのがみられる。なお、計算には豊浦砂の係数值  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.44$  と  $\gamma_0=0.1\%$  を用いた。Fig. 44 は多軸試験機によるガラス・ビーズの平面ひずみ試験結果 ( $\sigma_1 \cong 1.5 \text{ kg/cm}^2$ ) と計算曲線を示している。計算にはガラス・ビーズの係数值  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.10$ ,  $\mu'=0.22$  と  $\gamma_0=0.2\%$  を用いた。以上より(13)式が平面ひずみ試験に対して成立することが実証され、また異方圧密後のせん断試験に対しても同様に適用可能なことが示された。

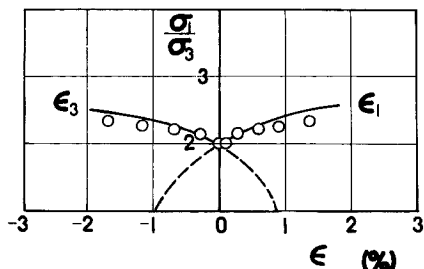


Fig. 44 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_3$  in plane strain test after  $K_0$ -compression on glass beads.

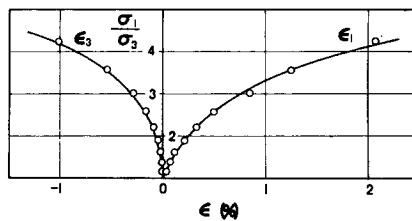


Fig. 45 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_3$  in triaxial compression test on Ottawa sand.

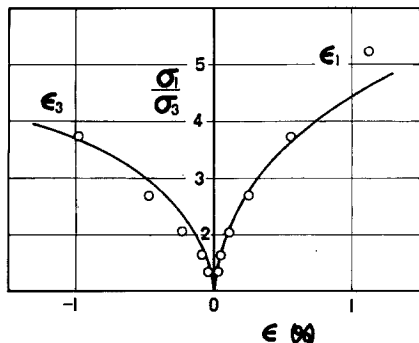


Fig. 46 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_3$  in triaxial extension test on Ottawa sand.

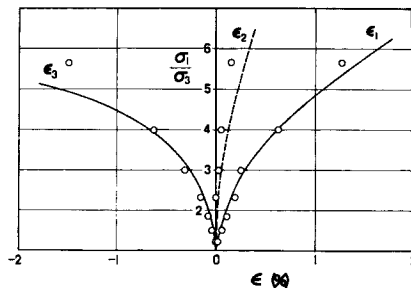


Fig. 47 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  and  $\epsilon_3$  in universal triaxial test on Ottawa sand.

次に、相異なる3主応力下の主応力比～主ひずみ関係の一般式(8)式を多軸試験結果によって検証することを試みる。Ko と Scott<sup>(19), (20), (21)</sup> は、立方体形の供試体に対してゴム膜を介して3主応力を独立に載荷できる装置を試作し、平均有効主応力  $\sigma_m$  一定の条件下での三軸圧縮、三軸伸張試験および正八面体応力面(octahedral plane)上でその中心から半径方向に直線的に変化する応力経路(したがって  $\sigma_m$  一定)に沿う3主応力下のせん断試験を行なっている。Figs. 45~47 は比較的ゆる詰め Ottawa 砂についてのそれぞれ三軸圧縮、三軸伸張および RS60° (RS は radial shear の略称) と呼ばれる相異なる3主応力下の試験結



果 ( $\sigma_m=20\text{psi}$ ) と (8) 式による計算曲線 (実線) を示している。計算には Fig. 45 に示す三軸圧縮試験結果からモービライズ面上の諸関係の整理をして定めた Ottawa 砂の係数値  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.45$  と、多少初期の粒子構造が異なるのでそれぞれの場合について  $\gamma_0=0.12\%$  (Fig. 45),  $\gamma_0=0.10\%$  (Fig. 46),  $\gamma_0=0.08\%$  (Fig. 47) を用いた。また, Fig. 48 は宮森・白石<sup>22)</sup>によって得られた豊浦砂の相異なる3主応力下のせん断試験結果と(8)式による計算曲線を示している。なお, この実験条件は初期間げき比  $e_i=0.661$  であり,  $\sigma_2=1.0\text{kg/cm}^2$ ,  $\sigma_3=0.6\text{kg/cm}^2$  のもとで  $\sigma_1$  を増加させて行っている。したがって  $\sigma_m$  一定の試験ではない。また, 計算には豊浦砂の係数値  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.44$  と  $\gamma_0=0.04\%$  を用いた。 $\gamma_0$  の値が小さいのはせん断前に異方圧縮を受けて密な粒子構造になっているためと考えられる。次に, Fig. 49 は試作した多軸試験機による豊浦砂の試験結果 ( $\sigma_1 \cong 1.5\text{kg/cm}^2$ ,  $e_i=0.698$ ) と(8)式による計算曲線を示している。計算には豊浦砂の係数値  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.25$ ,  $\mu'=0.44$  と  $\gamma_0=0.1\%$  を用いているが, 両者はほぼ対応しているのがみられる。計算曲線を初期せん断の分だけ平行移動しているのは前と同様である。

以上より, 一般式(8)式は三軸圧縮, 三軸伸張, 平面ひずみ試験を含めて, 相異なる3主応力下の主応力比～主ひずみ関係をほぼ妥当に説明できるものと考えられる。

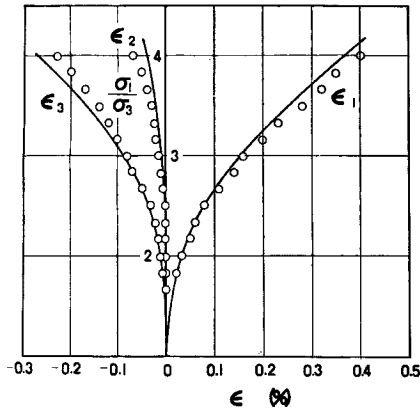


Fig. 48 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  and  $\epsilon_3$  in universal triaxial test on Toyoura sand.

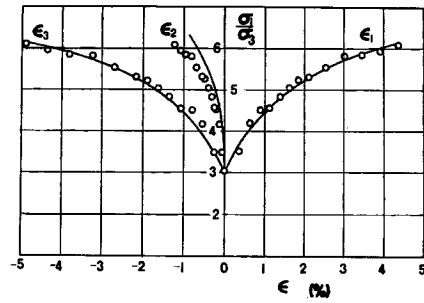


Fig. 49 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$  and  $\epsilon_3$  in universal triaxial test after  $K_0$ -compression on Toyoura sand.

### 5. 非排水せん断試験等への適用

土質力学の分野では, 従来より土の体積ひずみを等方圧密による体積ひずみとせん断にともなう体積ひずみ (ダイレイタンス) に便宜上分けて考えている。一般に土要素に生じるひずみが圧密によるひずみとダイレイタンスによるひずみの重ね合わせとして表現できるものと仮定すれば次式を得る。

$$\frac{\Delta V}{V} = \left(\frac{\Delta V}{V}\right)_c + \left(\frac{\Delta V}{V}\right)_d \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\epsilon_1 = (\epsilon_1)_c + (\epsilon_1)_d \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\epsilon_2 = (\epsilon_2)_c + (\epsilon_2)_d \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$\epsilon_3 = (\epsilon_3)_c + (\epsilon_3)_d \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここにサフィックス  $c$  は圧密によるひずみを, サフィックス  $d$  はダイレイタンス (せん断) によるひずみを表わすものとする。

圧密による体積ひずみ  $(\Delta V/V)_c$ , 主ひずみ  $(\epsilon_1)_c$ ,  $(\epsilon_2)_c$ ,  $(\epsilon_3)_c$  はよく知られているように次式で与えられる。

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_c = \frac{C_c}{1+e_i} \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \dots\dots\dots (22)$$

$$(\epsilon_1)_c = (\epsilon_2)_c = (\epsilon_3)_c = \frac{1}{3} \cdot \frac{C_c}{1+e_i} \cdot \log_{10} \frac{\sigma_m}{\sigma_{mi}} \dots\dots\dots (23)$$

ここに  $C_c$  は圧縮 (あるいは膨張) 指数,  $e_i$ ,  $\sigma_{mi}$  はそれぞれ圧密前の初期間げき比および初期平均有効主応力である。一方, ダイレイタンスーによる体積ひずみ  $(\Delta V/V)_d$ , 主ひずみ  $(\epsilon_1)_d$ ,  $(\epsilon_2)_d$ ,  $(\epsilon_3)_d$  は一般には (8)式, 三軸圧縮試験の場合には (9), (10)式, 三軸伸張試験の場合には (11), (12)式によって与えられる。したがって, 圧密・せん断両現象をともなった場合の主応力比  $\sigma_1/\sigma_3 \sim$  主ひずみ  $\epsilon_1 \sim$  体積ひずみ  $\Delta V/V$  の関係は算定できることになる。

砂の場合には一般に圧縮性が小さい ( $C_c$  が小さい) ので, 前述したように平均主応力  $\sigma_m$  一定試験と例えば側圧  $\sigma_3$  一定試験の差はあまり顕著でないと考えられる。そこで, このような応力条件の違いにもとづく応力～ひずみ曲線の差違については粘性土について実例を示すことにする。ここでは, せん断中に排水を許さない条件, すなわち非排水条件のもとの土の挙動を考えてみる。非排水条件というのは土試料全体としての体積変化を許さないことであるから, もし負のダイレイタンスーによって体積が圧縮しようとするれば有効拘束圧が減少してその分だけ膨張させ, もし正のダイレイタンスーによって体積が膨張しようとするれば有効拘束圧が増加してその分だけ圧縮させていると解釈することができるであろう。すなわち, (18)式によれば,

$$\left(\frac{\Delta V}{V}\right)_c + \left(\frac{\Delta V}{V}\right)_d = 0 \dots\dots\dots (24)$$

と置くことができる。

このような考え方にもとづいて (22)式と (10), (12)式を (24)式に代入すれば, 三軸圧縮試験および三軸伸張試験の場合のせん断中の有効応力の関係式, すなわち応力径路 (stress path) を算定することができる。例えば, 三軸圧縮試験の場合には  $\sigma_m = (\sigma_1 + 2\sigma_3)/3$  であるから, (24)式より,

$$2\left\{f\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right) + g\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_3}\right)\right\} + \frac{C_c}{1+e_i} \left\{\log_{10} \frac{\sigma_1/\sigma_3 + 2}{3\sigma_{mi}} + \log_{10} \sigma_3\right\} = 0$$

上式より任意の  $\sigma_1/\sigma_3$  の値に対して  $\sigma_3$  が決まり, したがって  $\sigma_1$  の値も算定できる。なお上式の  $\sigma_1$ ,  $\sigma_3$ ,  $\sigma_{mi}$  は全て有効応力を表わす。Fig. 50 はこのようにして求めた計算結果 (実線) と実測値の比較を示して

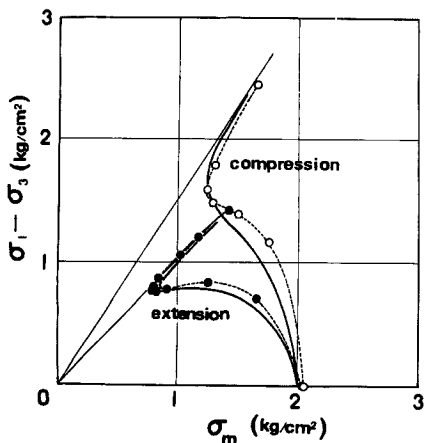


Fig. 50 Relationship between  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  and  $\sigma_m$  in undrained triaxial compression and extension tests on Sagami River sand.

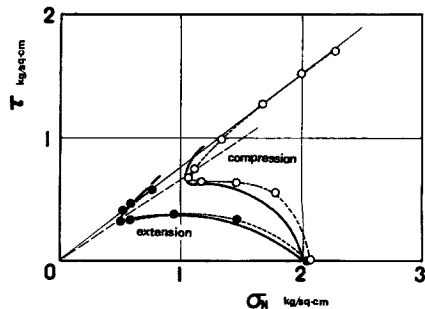


Fig. 51 Relationship between  $\tau$  and  $\sigma_N$  in undrained triaxial compression and extension tests on Sagami River sand.

いる。実測値は相模川砂の三軸圧縮および三軸伸張試験のデータ<sup>6)</sup>であって、計算には  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.26$ ,  $\mu'=0.44$ ,  $\gamma_0=0.35\%$  (三軸圧縮),  $0.6\%$  (三軸伸張),  $C_c=0.06$ ,  $e_i=0.74$  を用いた。なお、これらの係数値は相模川砂の実験データから決定したものである。この図より、三軸圧縮、三軸伸張ともに計算曲線と実測値は良好な対応を示しているのがみられる。特にこれらの曲線が左から右へ反転するのはダイレイタンスーの影響によるものであり興味深い。この応力径路上の  $\sigma_m$  の極小点はダイレイタンスーによる体積ひずみ  $(\Delta V/V)_d$  の極小点に対応していると考えられるので、この点の主応力比は(17)式によって決定することができる。

Fig. 50 に示す  $(\sigma_1 - \sigma_3) \sim \sigma_m$  関係の整理では三軸圧縮と三軸伸張の実測値はかなりはずれるが、これをそれぞれモービライズ面上の  $\tau \sim \sigma_N$  関係で再整理すると Fig. 51 を得る。この図によれば、三軸圧縮の場合も三軸伸張の場合もともに同じ  $\tau/\sigma_N$  の値で左から右へ反転し、また  $\tau/\sigma_N$  の最大値(ピーク強度)も同じ値になるようである。ここで、同じ  $\tau/\sigma_N$  の値で左から右へ反転するのは(17)式から明らかであり、 $\tau/\sigma_N$  の最大値が同じ値になるのは Mohr-Coulomb の破壊規準に従うことを示していると考えられる。また Fig. 50 と同じ係数値を用いて算定した計算曲線(実線)も同じ傾向を示すのがみられる。これらの事実は、前節でも述べたように土の力学特性が  $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_m (\equiv q/p)$  ではなくてモービライズ面上の  $\tau/\sigma_N$  によって支配されるという考え方を支持するものであろう。

次に、粘土の場合は圧縮性(膨張性)が比較的大きいので、砂の場合よりも圧密によるひずみの影響が効くものと考えられる。そこで圧密とダイレイタンスーの両現象が起ると考えられる側圧  $\sigma_3$  一定試験と、ダイレイタンスーによるひずみだけが生じると考えられる平均有効主応力  $\sigma_m$  一定試験の実測データを比較し、あわせて上述の方法によって算定した計算結果と対比してみた。Fig. 52 は  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1 \sim \Delta V/V$  関係で整理

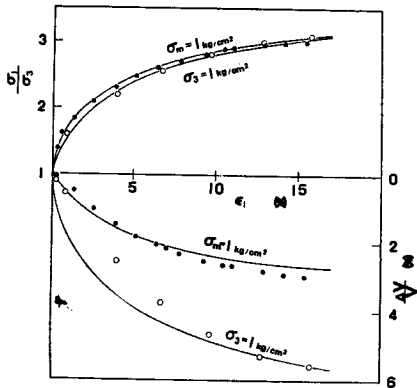


Fig. 52 Relationship among  $\sigma_1/\sigma_3$ ,  $\epsilon_1$  and  $\Delta V/V$  in  $\sigma_m = \text{const.}$  and  $\sigma_3 = \text{const.}$  tests on Fujinomori clay.

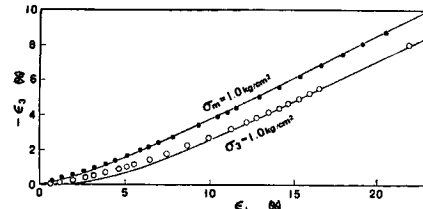


Fig. 53 Relationship between  $\epsilon_1$  and  $\epsilon_3$  in  $\sigma_m = \text{const.}$  and  $\sigma_3 = \text{const.}$  tests on Fujinomori clay.

した  $\sigma_m = 1.0 \text{ kg/cm}^2$  と  $\sigma_3 = 1.0 \text{ kg/cm}^2$  の排水三軸圧縮試験結果とその計算曲線を示している。なお計算には  $\lambda=1.2$ ,  $\mu=0.30$ ,  $\mu'=0.42$ ,  $\gamma_0=1.0\%$ ,  $C_c=0.24$ ,  $e_i=0.897$  を用いた。この図より  $\sigma_1/\sigma_3 \sim \epsilon_1$  関係の方は両条件であり差がないのがみられる。また Fig. 53 はこの場合の  $\epsilon_3 \sim \epsilon_1$  関係の実測値と計算曲線を示したものである。これら両図より、上述の考え方にもとづいた計算値は  $\sigma_m$  一定試験と  $\sigma_3$  一定試験の実測値の傾向をほぼ表現できるようである。

さて非排水試験の場合は、上述したように圧密による体積ひずみ  $(\Delta V/V)_c$  とダイレイタンスーによる体積ひずみ  $(\Delta V/V)_d$  の和が0という条件から算定することができる。Fig. 54 は藤の森粘土の非排水三軸圧縮試験の実測値<sup>23)</sup>とそれに対する計算曲線(実線)を示すが、両者の傾向はほぼ対応しているのがみられ

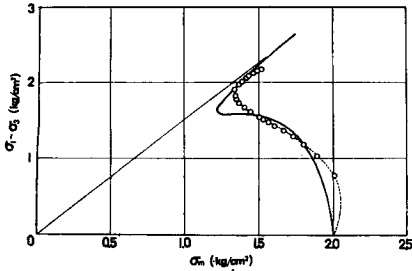


Fig. 54 Relationship between  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  and  $\sigma_m$  in undrained triaxial compression test on Fujinomori clay.

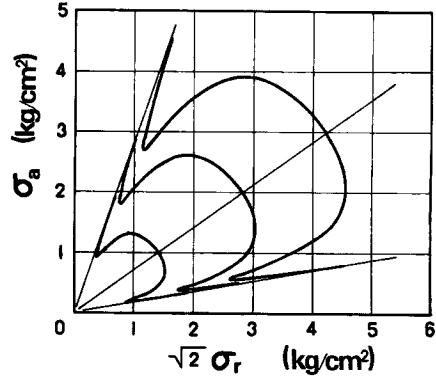


Fig. 55 An example of calculated stress path on Rendulic's stress plane.

る。なお、この計算には  $\lambda=1.2, \mu=0.30, \mu'=0.42, \gamma_0=0.7\%, C_c=0.24, e_i=0.776$  を用いた。また Fig. 55 は Rendulic の応力面上の応力径路の計算例を示したものである。土の係数値としては  $\lambda=1.2, \mu=0.30, \mu'=0.42, \gamma_0=1.0\%, C_c=0.24, e_i=0.897$  を用い、 $\sigma_m$  だけを変化させて計算した。この相似的なカーブには Henkel のデータ<sup>24)</sup> を想起させるものがあり、また圧縮側においても伸張側においても応力径路が左から右へ反転するのは興味深い。

以上より、土のダイレイタンス機構の微視的な解析からここで誘導したせん断による応力～ひずみ関係式と従来より用いられている圧密による応力～ひずみ関係式にもとづき、せん断によるひずみと圧密によるひずみの重ね合わせを認めることによって、圧密・せん断両現象が生じる一般的な応力条件下での応力～ひずみ関係をほぼ妥当に説明できることが検証された。また、この特別な場合として両現象による体積ひずみの和が0という条件より非排水せん断時の応力径路も算定できることがわかった。

### 6. 応力～ひずみ関係式の算定法

著者は土の一般的な応力～ひずみ関係式を最小限度の根源的なパラメーターによって表現すべく努力してきた。このパラメーターとしては、粒子固有の特性を表現するもの——例えば粒子間摩擦  $\mu$  のようなもの——と粒子の集合体としての特性を評価するもの——初期間げき比だけでは不十分であって、例えば初期構造を評価すると考えられる  $\gamma_0$  (あるいは  $\bar{\theta}_0$ ) のようなもの——が少なくとも不可欠であると考えられる。ここで取り扱っているせん断に関する4個の係数値 ( $\lambda, \mu, \mu', \gamma_0$ ) のうち、 $\mu$  は粒子間の摩擦係数 ( $=\tan \phi_N$ ) と考えられる材料固有の物理定数であって、実際  $\tau/\sigma_N \sim d\epsilon_N/d\gamma$  関係の整理をして縦軸切片をとると少々の

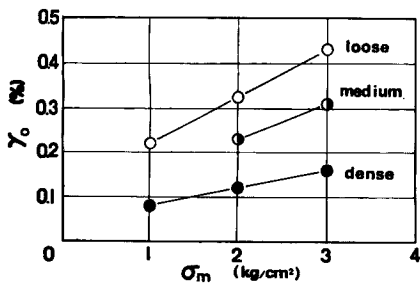


Fig. 56 Relationship among  $\gamma_0$ , confining stress  $\sigma_m$  and density of sample.

パラツキはあるが、間げき比、拘束圧にかかわらずほぼ一定値になるようである。また  $\lambda$  は材料の  $\mu$  によって決まる定数であって、上述の  $\tau/\sigma_N \sim d\epsilon_N/d\gamma$  関係の直線勾配から求めると1.2前後の値をとることが多い。次に  $\mu'$  は定義式  $\mu' = \lambda \cdot \bar{\theta}_0 + \mu$  によれば、初期の粒子構造と粒子間摩擦にかかわる係数である。最後に  $\gamma_0$  はモービライズ面上の垂直ひずみ  $\epsilon_N$  の最大圧縮点での  $\gamma$  を意味し、土の粒子構造を評価するパラメーターと考えられる。通常の構造のもとでは初期間げき比 ( $e_i$ ) と拘束圧 ( $\sigma_m$ ) 等による係数と思われる (Fig. 56 参照)。

さて、Figs. 26～30の直線勾配は(5)式より $2.3(\mu'/\mu-1)$ に対応するが、これらの図をみるとこの勾配値は拘束圧や間げき比の影響をあまり顕著には受けないようである。このことより、 $\mu$ が一定値であることを考慮すれば、通常の粒子構造のもとでは $\mu'$ の値も第1次近似としてほぼ一定であると考えられる。係数値( $\lambda, \mu, \mu'$ )の値が試料によってほぼ一定に規定されれば、残る係数 $\gamma_0$ の値は現位置の拘束圧と土の密度(間げき比)に対してFig. 56を参考にすれば大略推定可能と考えられる。

次に各係数値の具体的な算定方法を述べると、まず対象とする現場の試料について、現位置での拘束圧を含む2～3の拘束圧のもとで、またできる限り密度もあわせるようにして、例えば排水三軸圧縮試験を実施する。この試験結果より、4節で述べた方法によってモービライズ面上の $\tau/\sigma_N \sim d\epsilon_N/d\gamma$ 関係および $\tau/\sigma_N \sim \log_{10}\gamma$ 関係の整理を行なう。(1)式より $\tau/\sigma_N = \lambda \cdot (-d\epsilon_N/d\gamma) + \mu$ であるから、 $\tau/\sigma_N \sim d\epsilon_N/d\gamma$ 関係のプロットの直線勾配から $\lambda$ を、縦軸切片から $\mu$ を決定する。これらの値は拘束圧、間げき比にかかわらずほぼ一定となるはずである。次に(3)式より、 $\tau/\sigma_N = 2.3(\mu' - \mu) \{\log_{10}\gamma - \log_{10}\gamma_0\} + \mu$ であるから、 $\tau/\sigma_N \sim \log_{10}\gamma$ 関係の勾配から $\mu'$ を、 $\gamma=1$ のときの縦軸の値から $\gamma_0$ を決定する。 $\mu'$ の値がばらつく場合にはその平均値を採用する。 $\gamma_0$ の値は $\sigma_m, e_i$ の影響を受けるので、Fig. 56のような整理をして現位置の $\gamma_0$ の値を推定する。このようにして、いったん各係数値( $\lambda, \mu, \mu', \gamma_0$ )が決定されれば、前述したように基本的には各種条件下の応力～ひずみ関係式を算定することが可能である。要は、得られた応力～ひずみ関係式の普遍性と適用性が問題であると思われる。前節までの計算では、豊浦砂の場合は $\lambda=1.1\sim 1.2, \mu=0.25, \mu'=0.44$ 、石井川砂の場合は $\lambda=1.2, \mu=0.40, \mu'=0.62$ 、ガラス・ビーズの場合は $\lambda=1.2, \mu=0.10, \mu'=0.22$ 、相模川砂の場合は $\lambda=1.2, \mu=0.26\sim 0.28, \mu'=0.44$ 、藤の森粘土の場合は $\lambda=1.2, \mu=0.30, \mu'=0.42$ 、梅田粘土の場合は $\lambda=0.9, \mu=0.42, \mu'=0.55$ なる値を終始一貫してそれぞれの試料の係数値として用いている。これらのほぼ一定の係数値によって、それぞれの試料の三軸圧縮試験、三軸伸張試験、平面ひずみ試験、多軸試験における応力～ひずみ関係を説明できるという提案式の普遍性と適用性は注目すべきところである。残された係数 $\gamma_0$ の正確な決定は極めて困難であるが、土の応力～ひずみ関係にはどうしても粒子構造を評価するこのようなパラメーターが何らかの形で必要であり、もしなければ土の応力～ひずみ関係としては不十分であるといわねばならない。 $\gamma_0$ は上述の方法等によって、現状の最善を尽して推定しなければならない係数である。

## 7. 結 語

ここで提案した土の応力～ひずみ関係式は、土の力学特性がモービライズ面上のせん断・垂直応力比( $\tau/\sigma_N$ )によって支配されるという考え方( $\tau/\sigma_N$ 説と仮称する)にもとづき、せん断中の粒子構造の変化に着目して誘導したものであって、Coulomb系の摩擦法則に対応するものと考えられる。一方、現在の土質力学においては正八面体面(octahedral plane)上のせん断応力 $\tau_{oct} = (\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2})/3$ と垂直応力 $\sigma_{oct} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ の比、あるいは三軸試験の場合は $q = (\sigma_1 - \sigma_3)$ と $p = (\sigma_m)$ の比によって土が規定されるとするvon Mises系の考え方<sup>25), 26)</sup>( $q/p$ 説あるいは $\tau_{oct}/\sigma_{oct}$ 説と仮称する)が支配的であるが、2, 3の実験事実から指摘したように $\tau/\sigma_N$ 説にもとづいた方が土の力学特性を統一的に説明しやすいようである。 $\tau_{oct}$ や $\sigma_{oct}$ は応力の不変量(invariant)で表現できるという有利さはあるが、逆にせん断応力の方向や主応力の回転を評価できないという問題点も有している。以上の研究を通じて、著者は土が通常の間げき比のもとでは基本的には摩擦法則に従う材料であると確信する。例えば、モービライズ面上で成立する1つの基本式 $\tau/\sigma_N = \lambda(-d\epsilon_N/d\gamma) + \mu$ は表面に凹凸がある場合の摩擦法則<sup>27)</sup>と対応する形になっている。

さて本論文では、微視的考察から得たモービライズ面上の応力～ひずみ関係式にもとづき、複合モービライズ面の概念を新たに導入して、相異なる3主応力下の土の一般的な応力～ひずみ関係式を誘導した。これらの応力～ひずみ関係式を各種の砂、ガラス・ビーズ、および粘土を試料とした三軸圧縮試験、三軸伸張試験、平面ひずみ試験や相異なる3主応力を作用させる多軸試験の実測データによって検証するとともに、こ

の提案式中の係数値 ( $\lambda, \mu, \mu', \gamma_0$ ) の具体的な決定法についても説明した。このような相異なる3主応力下の土の一般的な応力～ひずみ関係式を、微視的な観点からも妥当な根源的なパラメーターによって規定することは、現在の土質力学の最重要課題の1つであると考えられるが、この問題に対して著者は一応の解答を与え得たものと思っている。この応力～ひずみ関係式にもとづいてせん断時の土の変形特性を規定し、圧密理論と結びつけることによって、地盤や土構造物の変形解析を行なうことも可能であると考えられる。

最後に、御指導を賜った京都大学村山朗郎教授に深謝の意を表します。またモービライズ面について適切な御助言をいただいた神戸大学軽部大蔵助教授、実験およびデータ整理に御協力をいただいた京都大学助手橋本 正氏(現・大阪土質試験所)、京都大学研究員加茂一郎氏(現・不動建設)、京都大学大学院生服部岩樹氏(現・大阪市)ならびに研究室の方々に感謝致します。相模川砂についての実験データ(既発表)のコピーを送っていただいた東京大学大学院生龍岡文夫氏(現・建設省土木研究所)にもその御好意に対し謝意を表します。なおこの報文は昭和47年度文部省科学研究費(奨励研究)によるものの一部であることを付記する。

### 参 考 文 献

- 1) 松岡 元: せん断時の土の応力-ひずみ関係について, 京都大学防災研究所年報, 第15号B, 1972, pp. 499-511.
- 2) Murayama, S.: A Theoretical Consideration on a Behaviour of Sand, Proc. of IUTAM Symposium on Rheology and Soil Mechanics, Grenoble, 1964, Springer-Verlag, 1966, pp. 146-159.
- 3) 軽部大蔵・玉井達郎: せん断試験中の応力-ひずみ関係について, 土木学会第27回年次学術講演会講演概要集, III-41, 1972, pp. 123-126.
- 4) 松岡 元・橋本 正: 多軸試験機の試作とその測定結果の解析について, 第8回土質工学研究発表会, 1973.
- 5) 市原松平・松沢 宏: 平面ひずみ状態と軸対称ひずみ状態における乾燥砂のせん断特性, 土木学会論文報告集, No. 173, 1970, pp. 47-59.
- 6) 龍岡文夫・芝 穎司: 三軸装置における砂の応力-ヒズミ特性(第三報), 第7回土質工学研究発表会講演集, 1972, pp. 165-168.
- 7) 三好 一・浅居賢二: 砂の応力-変形特性に関する一考察, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集, III-7, 1971.
- 8) 柴田 徹: 粘土のダイラタンシーについて, 京都大学防災研究所年報, 第6号, 1963, pp. 128-134.
- 9) 柴田 徹・軽部大蔵: 複合応力状態における土の挙動について, 京都大学防災研究所年報, 第7号, 1964, pp. 1-9.
- 10) 柴田 徹・軽部大蔵: 粘土の応力ヒズミ関係について, 京都大学防災研究所年報, 第8号, 1965, pp. 515-523.
- 11) Shibata, T. and Karube, D.: Influence of the Variation of the Intermediate Principal Stress on the Mechanical Properties of Normally Consolidated Clays, Proc. 6th Int Conf. SMFE, Vol. 1, 1965, pp. 359-363.
- 12) 軽部大蔵・栗原則夫: 繰り返し粘土のダイレイタンシーとせん断強度について, 土木学会論文集, 第135号, 1966, pp. 16-24.
- 13) 村山朗郎・八木則男: 砂の変形特性について, 京都大学防災研究所年報, 第7号, 1964, pp. 24-38.
- 14) 村山朗郎・八木則男: 砂質土の変形特性について, 土と基礎, 第13巻2号, 1965, pp. 65-71.
- 15) 八木則男: 砂の圧縮とせん断特性について, 京都大学防災研究所年報, 第10号B, 1967, pp. 375-381.
- 16) 八木則男: 砂のせん断抵抗について, 京都大学防災研究所年報, 第13号B, 1970, pp. 493-503.
- 17) 島沼治郎・太田秀樹: 粘土の非排水せん断時の間げき水圧に関する一考察, 土木学会論文集, 第155号, 1968, pp. 18-24.
- 18) Ohta, H.: Analysis of Deformation of Soils Based on the Theory of Plasticity and its Application to

- Settlement of Embankments, Doctor Thesis, Kyoto Univ., 1971.
- 19) Ko, H. Y. and Scott, R. F.: A New Soil Testing Apparatus, *Géotechnique*, Vol. 17, 1967, pp. 40-57.
  - 20) Ko, H. Y. and Scott, R. F.: Deformation of Sand in Shear, *Proc. ASCE*, Vol. 93, No. SM5, 1967, pp. 283-310.
  - 21) Ko, H. Y. and Scott, R. F.: Deformation of Sand at Failure, *Proc. ASCE*, Vol. 94, No. SM 4, 1968, pp. 883-898.
  - 22) 宮森建樹・白石孝雄： $\sigma_2 \approx \sigma_3$  応力条件における砂の変形，土木学会第 27 回年次学術講演会講演概要集，III-27, 1972, pp. 72-82.
  - 23) 村山朔郎・関口秀雄・上田貴夫：粘土の応力緩和特性について，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集，III-1, 1972.
  - 24) Henkel, D. J.: The Effect of Overconsolidation on the Behaviour of Clays during Shear, *Géotechnique*, Vol. 6, 1956, pp. 139-150.
  - 25) Roscoe, K. H., Schofield, A. N. and Wroth, C. P.: On the Yielding of Soils, *Géotechnique*, Vol. 8, 1958, pp. 22-53.
  - 26) Schofield, A. N. and Wroth, C.P.: *Critical State Soil Mechanics*, McGraw-Hill, London, 1968.
  - 27) Bowden, F. P. and Tabor, D.: *The Friction and Lubrication of Solids*, Oxford, 1954.