

# 急勾配流れの抵抗と限界掃流力に関する研究

芦田和男・大同淳之・高橋 保・水山高久

## STUDY ON THE RESISTANCE LAW AND THE INITIATION OF MOTION OF BED PARTICLES IN A STEEP SLOPE CHANNEL

By Kazuo ASHIDA, Atsuyuki DAIDO, Tamotsu TAKAHASHI  
and Takahisa MIZUYAMA

### Synopsis

We have discussed in this paper that Darcy-Weisbach's resistance coefficient  $f$  should be a function of  $d/h$ ,  $v_*^2/gd$  and  $Nd^2$  and have made clear by some experiments the functional relationships between these parameters.

Theoretical discussion for the initiation of motion of bed particles comes to the conclusion that the critical shear stress parameter  $S_{*c}$ , which is known as Shields' parameter, must be modified for the effects of steep slope. Some experimental results show that the modified Shields' parameter  $S_{*c}$  is a function of relative roughness  $d/h$ . And if  $d/h$  increases,  $S_{*c}$  will remarkably increase.

An experimental formula of  $S_{*c}$  is proposed and the relationship is proved to be valid by the theoretical discussion using the experimental results for the resistance law.

### 1. 緒 論

流出土砂量の多い山地河川では、一般に比較的広い谷幅を埋めて、大転石から砂まで、広い粒径範囲にわたる砂礫が河床を形成している。このような溪流における水流は、平水時は河床面内のある限られた幅にわたって、水みちを形成して流れており、その河床は比較的大粒径の粒子で覆われたいわゆる armour coat となっている。洪水時においても、大規模な土石流が流下するような場合を除けば、谷幅全体にわたって流水が生ずることは稀であり、しかもその水深は小さく、溪流の石礫の一部分が水面から露出したような状態の流れも見受けられる。したがって、溪流からの流出土砂量を予測するという工学的課題に対しては、輸送路としての溪流へ、どのような粒径分布をもった土砂礫がどのような量で供給されるかということを知ることがもちろんであるが、それと同時に水みちの側岸侵食や armour coat の破壊による河床侵食によって、溪流自身が土砂の生産源となる条件とそれからの流出量を知ることが重要である。このような課題に対して、流水断面積の決定に関連した抵抗則の問題および抵抗則と密接な関係にある限界掃流力の問題は基本的な事項である。

抵抗則の問題および限界掃流力の問題は、古くからそれ自身水理学および土砂水理学研究の中心課題とされてきた。そして、抵抗則に関しては各種の固定人工粗度の相当粗度に関する研究や移動床における河床波の形成との関連でとらえた研究などが行なわれてき、例えば Moody 図のように広く用いられる結果も得られている。しかし、これまでの大部分の研究は緩勾配の、しかも相対水深の大きい場合を対象としており、ここで議論しようとするような、相対水深の小さい急勾配流れに関するものはあまり研究されていないようである。また、限界掃流力に関しては、やはり緩勾配の、水深の大きい流れに関して、Shields の結果に代表されるような成果が得られている。この結果では、限界掃流力は砂粒レイノルズ数 ( $Re_* = u_{*c}d/\nu$ ) の関数で

あって、完全粗面乱流では、限界掃流力の無次元表示は  $Re_{*c}$  に無関係に一定値となる。一方、限界掃流力が摩擦速度  $u_*$ 、重力加速度  $g$ 、粒径  $d$ 、水深  $h$ 、水の粘性係数  $\mu$ 、水の密度  $\rho$  および砂粒の密度  $\sigma$  の関数であるとして次元解析を行なうと、

$$S_c \equiv \frac{\rho u_{*c}^2}{(\sigma - \rho)gd} = \phi \left( \frac{u_{*c}d}{\nu}, \frac{h_c}{d}, \frac{\sigma}{\rho} \right) \dots \dots \dots (1)$$

のように、限界掃流力には砂粒レイノルズ数の他に、相対粗度および砂粒の比重が関係するのではないかと考えられる。ただし、(1)式において添字  $c$  はそれぞれの値の限界時を意味している。また、 $\nu = \mu/\rho$  である。Yalin<sup>1)</sup> は限界掃流力が砂粒レイノルズ数のみで記述される理由として、 $\sigma/\rho$  の値は砂粒運動の慣性による項であって、移動開始の限界状態ではまだ静止の均合状態にあるので、この項は考慮しなくてもよいとし、 $h_c/d$  の項に関しては、河床付近の流れは乱れをも含めて、摩擦速度と河床からの距離のみに依存し、水深とは無関係であるから、河床付近の運動を対象としている限界掃流力に対しては影響を与えないとしている。このような説明は、相対粗度が小さい場合には、ほぼ妥当であると考えられ、Shields 等の結果と対応している。しかし、急勾配の溪流でみられるように、粒径と水深が同程度であるような浅い流れに対しては、粗度の形状によって支配されるような渦の領域が相対的に重要な役割を演ずるようになり、また、水面に発生する不安定な波が流れ全体に影響を与えるものと考えられるから、このような場合の速度分布則や乱流特性が明らかとなっていない現在、 $h/d$  の限界掃流力や抵抗に与える影響について、さらに検討が加えられなければならないであろう。

従来、限界掃流力に対する相対粗度の影響に関する研究もなされた例はある。例えば、Bogardi<sup>2)</sup> は彼自身の実験データや他の多くのデータについて、限界掃流力の無次元表示  $S_c$  と  $Re_{*c}$  との関係のグラフでの、ランダムにみえる実験値のばらつきが、 $d/(\nu^{2/3}g^{-1/3})$  の一定値に対して、 $(d/h)^2$  あるいは河床勾配を  $i$  として  $i^{2/3}$  に比例するような関係でまとめられることを指摘している。この結果は、一定水温のもとにおいては、ある粒径の  $S_c$  が  $d/h$  または  $i$  が大きくなると大きくなることを示している。ただし、彼の用いたデータは  $d/h < 0.2$ 、 $i < 0.025$ 、 $2 < Re_{*c} < 10^4$  の範囲のものであって、 $S_c$  と  $(d/h)^2$  または  $i^{2/3}$  の関係にはなお、かなりのばらつきがある。また、Neill<sup>3)</sup> は  $d/h$  が約0.5にまで及ぶ実験によって、 $d/h$  の増加によって、限界掃流力がわずかに増加することを指摘し、その後、これは異なる粒径に対しても、同一面積、同一時間について、河床から飛び出す粒子個数が観察されたために、小粒径に対して  $S_c$  の値を小さく見積る結果となるためであるとしている<sup>4)</sup>。わが国においても、田畑・市ノ瀬<sup>5)</sup> が大礫の限界掃流力について実験を行ない、 $S_c$  と  $Re_{*c}$  の関係のグラフにおいて、粒径ごとに一つの直線にのるような結果を得ている。

以上のように、従来の研究結果を概観してみても、相対粗度の効果についてはなお不明点が多く、とくに水深と粒径が同程度であるような急勾配に対する研究が必要であることがわかる。本研究はこのような場合に対する抵抗則と限界掃流力に重点を置いて実験的研究を行なうものである。なお、先に述べたように、実際の溪流での土砂礫の移動を対象とする場合には、広い粒径範囲にわたる混合粒径を対象として取り扱う必要があるが、本研究ではとりえず一様粒径の場合のみを対象とすることにし、混合粒径については今後の課題としたい。

## 2. 急勾配流れの抵抗則

固定床の急勾配浅水流れの抵抗係数  $f$  が  $u_*$ 、 $g$ 、 $d$ 、 $h$ 、 $\mu$ 、 $\rho$  および  $N$  の関数であるとして次元解析を行なうと

$$f = \phi \left( \frac{u_*d}{\nu}, \frac{u_*^2}{gd}, \frac{d}{h}, Nd^2 \right) \dots \dots \dots (2)$$

を得る。ここに、 $N$  は河床面における単位面積当りの粒子の凸出個数である。

一般に水深の大きい流れでは、速度分布が対数則に従うことが知られており、

$$\frac{u_m}{u_*} \equiv \sqrt{\frac{8}{f}} = B - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h}{k_s} \dots \dots \dots (3)$$

が成立する。ここに、 $B$  は定数で、粘性底層の厚さが  $k_s$  にくらべて大きい場合は

$$B = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{u_* k_s}{\nu} + (\text{const})_1 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$k_s$  が粘性底層厚よりも大きい場合には

$$B = (\text{const})_2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

である。なお、 $u_m$  は鉛直方向の平均流速である。そして、Nikuradse の密に敷き並べた砂粒粗度の実験結果によれば、 $k_s = d$ ,  $1/\kappa = 2.5$ ,  $(\text{const})_2 = 8.5$  である。また、各種の間隔で規則的に配置された粗度に対して、粗度密度 ( $Nd^2$ ) と相当粗度 ( $k_s$ ) の関係が研究されている<sup>6)</sup>。上記のように、多くの従来の研究では抵抗則にパラメータ  $\frac{u_* d}{\nu}$ ,  $d/h$ ,  $Nd^2$  が考慮されているが  $u_*^2/gd$  は考慮されていない。一方、岩垣<sup>7)</sup> は開水路の流れでは自由表面の影響が無視できないとして、多くの実験の結果から、(5)式の  $B$  として、

$$F_r \leq 0.89; \quad B = 9.3 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$F_r \geq 0.89; \quad B = 9.0 - 5.75 \log_{10} F_r + 1.2 (\log_{10} F_r)^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

を提案している。ただし、 $F_r$  は流れのフルード数である。フルード数が対数則の定数項に影響するのは勾配の影響とも考えることができ、 $(u_*^2/gd) \times (d/h) = i$  であるから、(2)式における  $u_*^2/gd$  の項を間接的に考慮に入れたものとも解釈できる。しかし、この場合の実験の範囲は、 $F_r < 1.5$  の場合に  $0.14 < d/h < 0.67$ ,  $F_r > 2.0$  で  $0.06 < d/h < 0.45$  程度であって、さらに  $d/h$  の値の大きい場合に対する検討が必要である。

**2.1 球状粗度による抵抗に関する実験**

実験水路は幅 36.5 cm, 長さ 15 m の勾配可変水路で、その下流端に長さ 1.96 m にわたって、ベニヤ板上に一層のガラス粒子を、Fig. 1 に示すような配置でニス付けした水路床を設け、各種の勾配および水深の

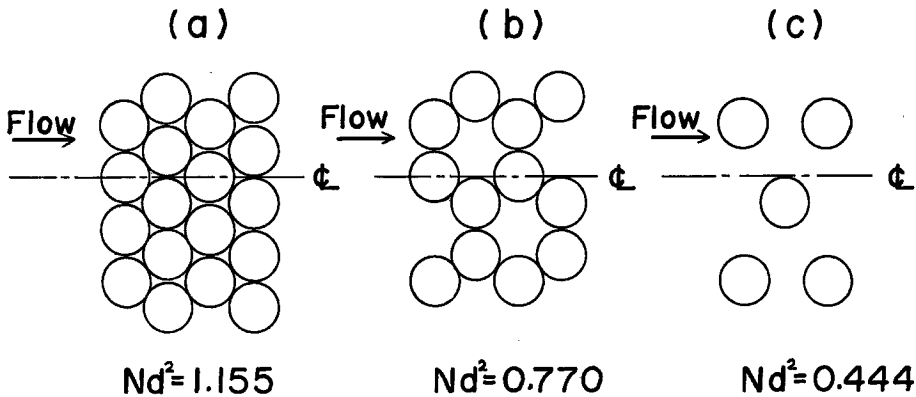


Fig. 1 Arrangement of bed surface grains.

組合せについて抵抗の測定を行なった。勾配の変化範囲は  $i = 0.02 \sim 0.17$  である。使用したガラス球は、直径が  $d = 24.5 \text{ mm}$  と  $d = 12.6 \text{ mm}$  の 2 種類で、以下、Exp. A-(a), Exp. A-(b) および Exp. A-(c) と称するのは、 $d = 24.5 \text{ mm}$  の粒子について、それぞれ配置 (a), (b) および (c) で行なった実験の系列を意味し、Exp. B-(a), と称するのは、 $d = 12.6 \text{ mm}$  の粒子について、配置 (a) で行なった実験の系列を意味することにする。なお、実験中の計測事項は水路中央水深と流量および、後の限界掃流力の研究の参考に供するための、粒子頂点における流速である。ただし、水深の測定には 1/10 mm 読みのポイントゲージを、流量の測定には水路下流端における三角堰を用い、流速の測定はピトー管と傾斜マンオメーターを用いて行なった。

**2.2 実験結果とその考察**

ここで対象としているような、河床粒径が大きい流れでは、いかなる高さを基準として水深を定義するか

ということが問題となる。この点に関して、Einstein および El-Samni<sup>9)</sup> は半球に対する場合に、半球上端より球径の0.2倍下側の位置を理論底面とすれば、流速分布形が対数則によく合うことを述べている。また、岩垣<sup>7)</sup> は砂粒粗度の場合に、砂粒上端より粒径の0.25倍下側をとるのが適当であるとしている。さらに、土屋<sup>9)</sup> は混合粒径の固定河床において、水深と水面勾配から求めた摩擦速度と、流速分布に対数則を適用して求められる摩擦速度の値が等しくなるような座標原点の位置と、 $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$  の関係を求めている。その傾向は均一粒径に対しては、粒子頂点から  $0.25d$  下方に座標原点をとるのが妥当であることを示している。以上は相対水深が比較的大きくて、流速分布が対数則に従う場合であろうが、相対水深が小さい均一な球状粗度に対して、Cheng および Clyde<sup>10)</sup> は Chézy 式および Manning 式の適用性を検討して、頂点から  $0.15d$  下方に理論河床を定めるのが適当であることを述べている。ここでも、相対水深の小さいことを考慮し、また後述の限界掃流力に関する実験値が、粒径にかかわらず一本の曲線で表示できるという理由から、理論河床面を粒子頂点から  $0.15d$  下方にとることとする。

Fig. 2, Fig. 3 および Fig. 4 はこのようにして定めた河床面から測定した水深を用いて、 $u_*^2/gd$  をパラメーターにして、抵抗係数  $f$  の  $d/h$  による変化の状況を示したものである。Fig. 2 および Fig. 3 から明らかなように、河床粒子の密度が大きい場合には相対粗度が大きくなると抵抗係数は急激に増加し、また  $u_*^2/gd$  が大きいほど  $f$  の値は大きくなる。このことはまた、同一の  $d/h$  の値に対しては  $u_*^2/gd$  の違いは

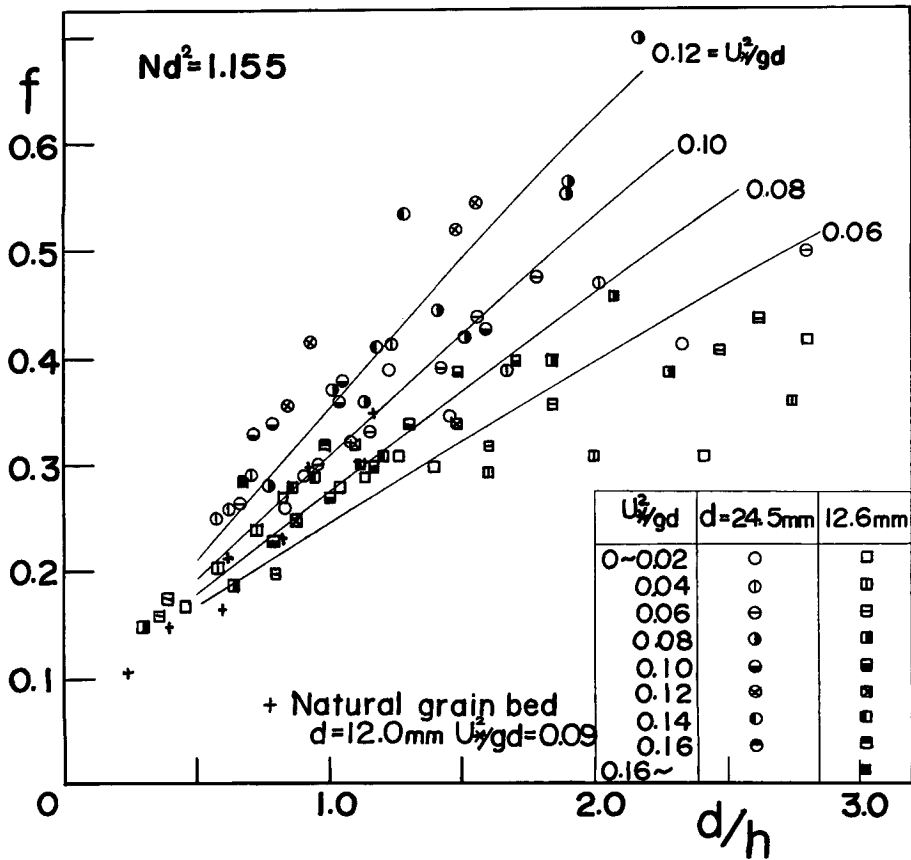


Fig. 2 Relation between Darcy-Weisbach's resistance coefficient  $f$  and  $d/h$ . Bed grain arrangement is (a). (Exp. A-(a), Exp. B-(a))

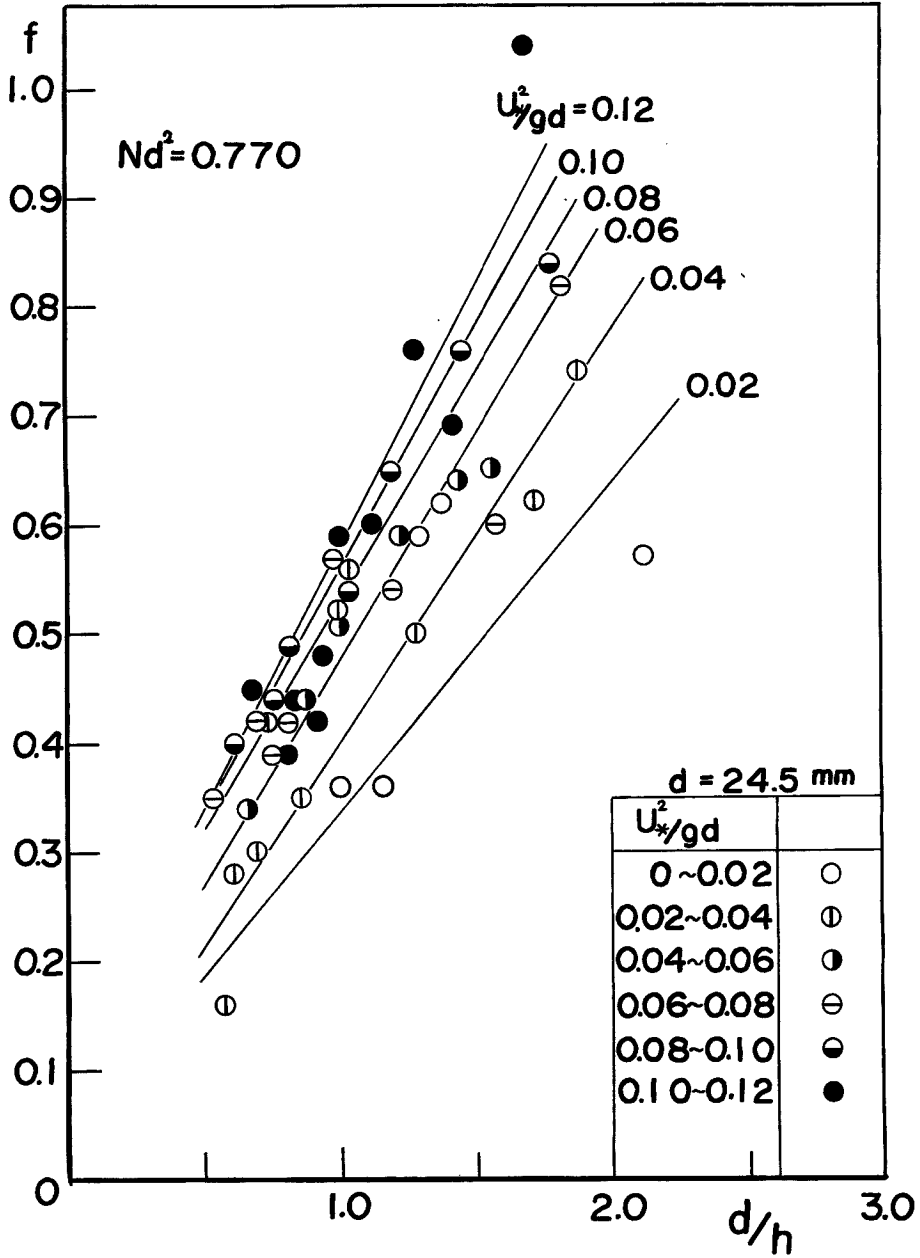


Fig. 3 Relation between Darcy-Weisbach's resistance coefficient  $f$  and  $d/h$ . (Exp. A-(b))

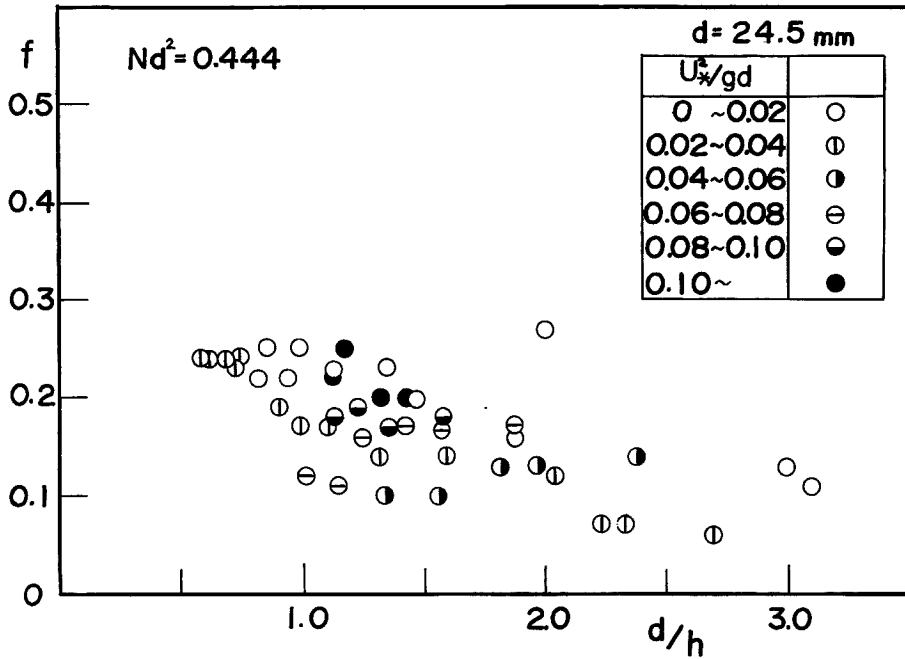


Fig. 4 Relation between Darcy-Weisbach's resistance coefficient  $f$  and  $d/h$ . (Exp. A-(c))

水路勾配の違いを意味しているから、同一の  $d/h$  に対しては、勾配が急になるほど抵抗係数が大きいことを示している。なお、図中の実線は  $u^*/gd$  の値の範囲ごとに、実験値のほぼ平均的な値を示すと思われる曲線を描いたものである。ここで注意を要するのは、とくに水深の小さい場合に、水面に河床粒子とほぼ同一位相の定常的な波が生じ、水深の測定にかなりの誤差があることである。いま、水深の測定値が±10%の誤差を含んでいたものとするれば、 $d/h$  では約10%、 $f$  では約30%の誤差となってあらわれる。したがって、図に示したような実験値のばらつきはほとんど避け得ないものと解釈されるが、しかし、Fig. 2で粒径の小さい方が抵抗が小さくなるような一方的な傾向も認められる。このような点に関しては、河床面高さの決定法や水面波の影響あるいは乱れの効果についての研究をさらに進める必要があるものと考えられ、現在のところその原因を明らかにすることができないので、ここでは一応、図に示したような実線が全体の傾向を示しているものとしておく。

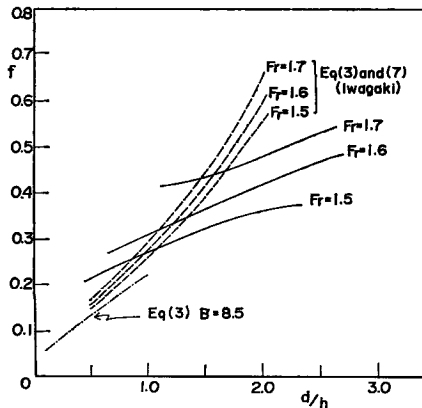


Fig. 5 Comparison with the hitherto proposed theories.

さて、もっとも密に敷きならべられた状態に対する Fig. 2の実線のような関係と、先に述べた(3)式~(7)式の関係とを比較すると Fig. 5のように、急勾配の相対粗度の大きい流れでは  $f$  は対数則にもとづいて計算したものとかなり異なった傾向を持っていることがわかる。ただし、Fig. 5の実線は

$$F_r^2 = \frac{8}{f} \frac{u_*^2}{gd} \cdot \frac{d}{h} \dots\dots\dots (8)$$

の関係のあることから、Fig. 2の実線の間係を(8)式に入れて同一の  $F_r$  の値を与える点を連ねて描いたもの

である。なお、 $f$  の  $d/h$  による変化を議論する場合には、水深と勾配を与えて、ただちに流速の計算ができるという点で、 $F_r$  をパラメーターにするよりも  $u_*^2/gd$  をパラメーターにする方が優れている。

つぎに、Fig. 2, Fig. 3 および Fig. 4 の違いについて述べる。これらの図における抵抗係数の値は非常に大きく違っており、粗度密度 ( $Nd^3$ ) の違いの効果が顕著である。粗度密度の抵抗係数に与える影響については、例えば棧型粗度において、棧間隔が小さいものから大きいものへ変化するにつれて、相当粗度が大きくなり、さらに間隔が大きくなれば小さくなるという実験結果が得られている<sup>11)</sup>が、Figs. 2, 3 および 4 の関係はそれと類似している。ただし、水深の小さい急勾配の流れでは、抵抗の変化は  $Nd^3$  と  $d/h$  のみでは記述できず、 $u_*^2/gd$  の値によっても変化することに注意しなければならない。また、Fig. 4 は Figs. 2 および 3 とは全く異なった傾向を持っている。このようになった原因として考えられることは以下のようである。粒子配列 (c) においては、Fig. 1 で分るように、主流方向と平行に、粒子が縦に並ぶ部分と粒子のない部分とが生じ、水深の小さい実験ケースでは、粒子部分で水面が盛上るような流れ方をする。そして、粒子のない線に沿っては水面は粒子のある線におけるそれよりもかなり低い位置にある。本実験においては水深を水路中央線に沿った測定値の平均値として与えており、その測線は丁度粒子の存在しない線となっている。また、河床面高さとしては、他のケースの場合と同じく、粒子頂点から  $0.15d$  下方にとっている。したがって、水深としてはかなり小さな値を与えたことになったのである。換言すれば、配列 (c) のような場合には、とくに水深の小さい場合には、粒子間を流れる流量の全体に占める割合が大きく、このような場合に対しても、河床高をもっとも密な配列の場合と同じにとることに疑問がある。河床高のとり方の影響の程度を調べるために、Exp. A-(c) について、粒子を貼り付けたベニヤ板の面を河床高さとして実験結果を整理しなおすと Fig. 6 のようになり、今度は  $d/h$  の増加とともに  $f$  が増加して、Exp. A-(a) および

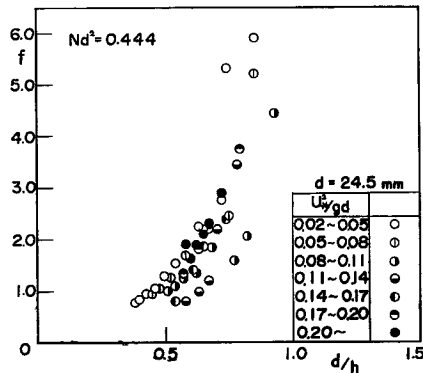


Fig. 6 Relation between  $f$  and  $d/h$ . Rearrangement of Fig. 4, shifting the theoretical bed height to the channel bottom.

Exp. A-(b) らの結果と同様の傾向を示すようになるが、 $f$  の値が過大ではないかと考えられる。しかし、いまのところ適当な河床高さを決定する基準を持ちあわせていないので、この点に関してはその重要性を指摘するにとどめておくことにしたい。ただし、抵抗に与える粒子密度の影響の問題は混合粒径の河床粗度の問題を取扱う際には中心的課題となるものと考えられるので、今後研究を進展させなければならない。

なお、Fig. 2 中に、後述する限界掃流力の実験と並行して測定した自然砂礫を密にならべた場合の  $f$  の値が記入されている。この場合に数並べた全粒子個数から  $Nd^3$  を求めると  $0.66$  という値が得られる。この値は Exp. A-(a) よりむしろ Exp. A-(b) の場合に近いにもかかわらず  $f$  の値は Exp. A-(a) のものにほぼ一致している。この場合には流量測定の精度にも多少問題があるが、人工的に配列した河床砂礫の形状の影響が出ているものと解釈される。

### 3. 急勾配流れの限界掃流力

Fig. 7 に示したような、勾配  $\theta$  の水路床の砂礫が限界状態で均合しているものとするれば、

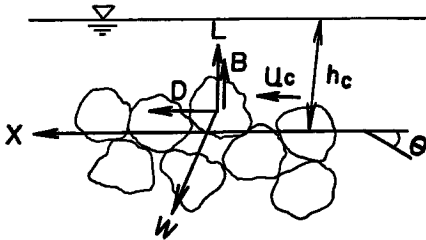


Fig. 7 Equilibrium state of a bed particle.

$$D + W \sin \theta = (W \cos \theta - L - B) \tan \phi \dots (9)$$

が成立する。ここに、 $D$  は抗力、 $L$  は揚力、 $B$  は浮力、 $W$  は礫の重量、 $\phi$  は礫の内部摩擦角である。そして、これらの力は、圧力勾配によるものを無視すれば、それぞれ、

$$D = C_D k_1 d^2 \rho u_c^2 / 2 \dots (10)$$

$$L = C_L k_2 d^2 \rho u_c^2 / 2 \dots (11)$$

$$W = \sigma g k_3 d^3 \dots (12)$$

$$B = \rho g k_3 d^3 \cos \theta \dots (13)$$

であらわされる。ここに、 $C_D$  および  $C_L$  はそれぞれ抗力

および揚力係数、 $k_1$  および  $k_2$  は面積をあらわすための、 $k_3$  は体積をあらわすための定数、 $u_c$  は限界状態での礫近傍の流速である。なお、ここで対象としているような急勾配の流れにおいても、流れは平行流であると、し、水圧は静水圧分布をするものと仮定する。したがって、粒子表面における静水圧の合力として生ずる浮力は河床面に垂直であり、 $x$  方向の分力は存在しないとする。

$$u_c = C u_{*c} \dots (14)$$

と書いて、(10)式~(13)式を(9)式に入れて整理すると、

$$\frac{u_{*c}^3}{(s-1)gd} \cdot \frac{1}{\tan \phi \cos \theta - \frac{s}{s-1} \sin \theta} = \frac{1}{C_D} \cdot \frac{2k_3}{k_1 + \frac{C_L}{C_D} k_2 \tan \phi} \cdot \frac{1}{C^2} \dots (15)$$

となる。(15)式の左辺は Shields のパラメーターを急勾配に対して修正したものであって、これを  $S_{sc}$  と書くことにする。いま議論を簡単にするために、礫が球であると、礫同志が互いに遮蔽関係にあることを考慮して、遮蔽係数  $\varepsilon$  を導入すると、

$$S_{sc} \equiv S_c \cdot \frac{1}{\tan \phi \cos \theta - \frac{s}{s-1} \sin \theta} = \frac{4}{3} \cdot \frac{1}{C_D} \cdot \frac{1}{\varepsilon \left(1 + \frac{C_L}{C_D} \tan \phi\right)} \cdot \frac{1}{C^2} \dots (16)$$

が得られる。ただし、 $s = \sigma / \rho$  である。

(16)式の右辺は抗力および揚力係数、遮蔽係数、抵抗係数を含んでいる。これらの係数はいずれもレイノルズ数と相対粗度および  $u_*^2 / gd$  の関数であると考えられるが、完全粗面乱流では、レイノルズ数には依存しないものと期待される。また、抗力係数、揚力係数および遮蔽係数を別にすれば、(16)式については先述の抵抗則に関する研究成果が参考になる。ただし、(16)式の  $C$  は粒子近傍の流速と摩擦速度の比であり、抵抗係数そのものの知識だけでは不十分であって、流速分布形を知る必要がある。したがって、ここでは実験によってまず速度分布形を明らかにし、その結果を用いて、適当な仮定のもとに(16)式を計算し、実験値と比較して、急勾配水路を対象とした新しい限界掃流力式の提案を試みる。

#### 3.1 速度分布則および限界掃流力に関する実験

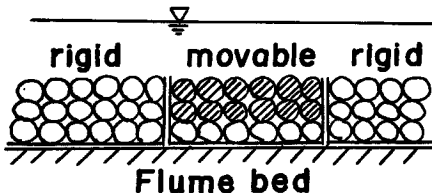


Fig. 8 Schematic sketch of channel bed.

実験は幅 20 cm、深さ 40 cm、長さ 20 cm の勾配が 0 ~ 0.20 の範囲で変化させられる鋼鉄製水路で行なった。この水路内に対象とする粒径の自然礫をニス付けした箱を入れて固定床とし、固定床の箱と箱の中間に移動床の部分を入れて、この移動床の部分の砂礫の移動を観察した。移動床の部分の長さは、表面に露出した砂礫の数が少くとも数百個あるようにきめ、厚さは固定砂礫上 2 粒



径とした。Fig. 8 は水路床の概念図である。

本実験は主として限界掃流力の測定を目的として行なったものであるが、 $d=12.0\text{ mm}$  の場合について、ほぼ移動限界に近い  $u_* = 10\text{ cm/s}$  に対して、種々の  $d/h$  における流速分布形を測定した。

限界掃流力に関する実験は、まず所定の勾配に水路を設定した後、移動床部分を金網で覆い、所定の流量を流して等流状態になったところで金網をとり除き、最初の30秒間とそれを含む3分間に移動床の箱から外へ移動した砂礫の数をそれぞれ測定するという手順を繰返して行なった。

実験に用いたのは、Table-1 に示す3種類の河川砂利である。自然の複雑な形状をもった粒子の粒径を

Table 1 Characteristics of grains.

No.	Mesh	Sieve diameter $d_s$	Nominal diameter $d_n$	Shape factor	Specific weight $s$	$\tan\phi$	Length of movable bed
1	22.2 ~ 20.0 mm	21.10 mm	22.5 mm	0.945	2.490	1.0	2.0 m
2	12.7 ~ 9.5	11.10	12.0	1.008	2.656	1.0	1.0
3	5.66 ~ 4.76	5.21	6.4	—	2.507	1.3	0.5

記述するには各種の方法があるが、以後のデータ整理には nominal diameter を用いる。その理由は、粒子の重さが移動に対する重要な抵抗力となると考えたからである。なお、実験に用いた砂礫の内部摩擦角は、空気中において、傾斜盤に移動床部分として用いた箱を乗せて次第に傾斜角度を変化させ、移動を開始する角度とした。

さて、いかなる状態をもって移動限界と定義するかは、いままでに種々議論されているところであるが、ここでは、ある少流量で先に示した要領の実験を行ない、粒子の移動個数を読み、移動礫を元に戻して流量をふやして、また移動個数を読むというように、同様の実験を繰返し、Fig. 9 のような、30秒間および3分間に移動した総個数と、そのときの水深との関係のグラフをえがき、移動粒子個数が0になるであろう最大の水深をその勾配における移動限界水深と定めることにした。ただし、水深は先述のように粒子頂点から約  $0.15d$  下方を河床面と定めて計測しているが、自然砂礫を敷きならべた河床面は、個々の粒子頂点の高さも一定ではないので、細かく河床表面高を計測し、その高さより上方に河床表面の25%が凸出しているような高さを河床面とした。このような高さは均一な球状粒子に対する頂点から  $0.15d$  下方の高さとほぼ対応している。

3.2 実験結果およびその考察

Fig. 10 は  $d=12.0\text{ mm}$  の場合に対して、粒子の頂点の位置で鉛直方向の流速分布を測定した例である。分布形は  $y=0.8d$  付近を境として、上層と下層でそれぞれ異なった勾配を持つ対数分布形をしているようである。このように粗度近傍の領域とそれより上層の領域で流速分布形が異なるということはすでに指摘されているところであり、粗度領域の厚さを  $\delta$  とすれば、 $\delta/d$  は  $h/d$  の値にかかわらずほぼ一定値をとり、

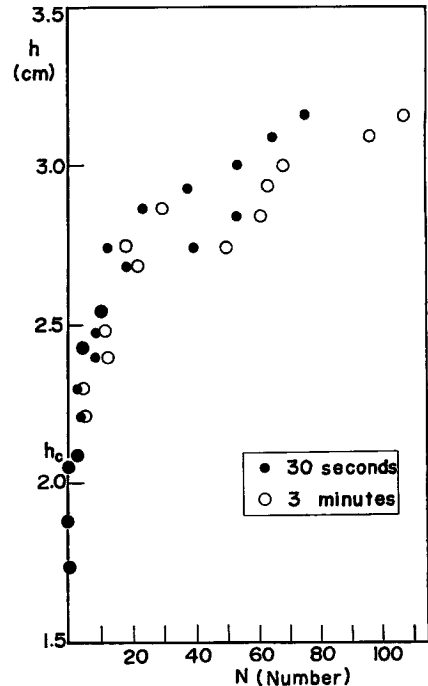


Fig. 9 An example of the relation between depths and numbers of grains in motion.

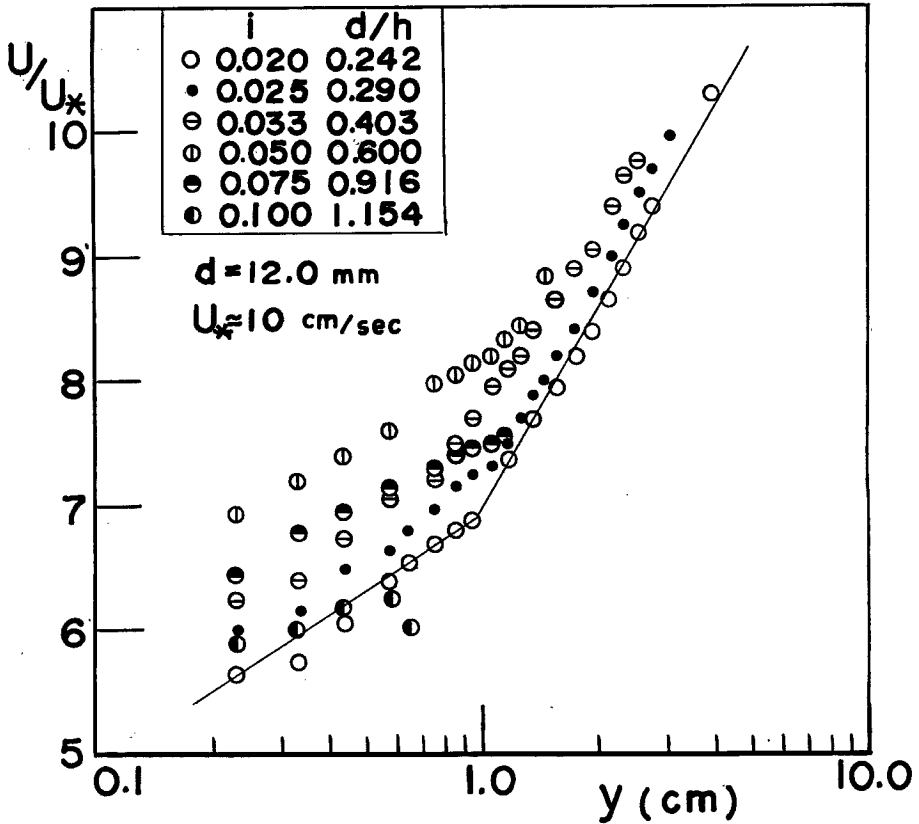


Fig. 10 Examples of velocity distribution.

$\delta$  を粒子頂点から測った厚さとすれば、 $\delta/d$  がほぼ 0.60 程度の値をとるという実験結果も得られている<sup>12)</sup>。著者らの実験の場合には、河床面を粒子頂点から 0.15d 下った高さにとっているので、 $\delta$  は 0.8d 程度となっているが、ほぼ従来の実験結果と一致しているものと考えられる。

限界掃流力に関係するのは粒子近傍の流速であるから、この実験結果を用いて、礫頂での流速  $u_t$  を求めよう。Fig. 10 のように、粗度近傍の領域およびそれより上層の領域について、それぞれ対数分布をしていることから、

$$y \leq \delta \text{ で、 } \frac{u}{u_*} = A + \phi \ln \frac{y}{\delta} \dots\dots\dots (17)$$

$$y \geq \delta \text{ で、 } \frac{u}{u_*} = A + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{\delta} \dots\dots\dots (18)$$

のように書き、 $y = \delta$  での流速を  $u_s$  と書けば、断面平均流速  $u_0$  は

$$h \geq \delta \text{ では、 } \frac{u_0}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h}{\delta} - \frac{h-\delta}{h} \cdot \frac{1}{\kappa} - \frac{\delta}{h} \phi + \frac{u_s}{u_*} \dots\dots\dots (19)$$

$$h < \delta \text{ では、 } \frac{u_0}{u_*} = \frac{u_s}{u_*} + \phi \left( \ln \frac{h}{\delta} - 1 \right) \dots\dots\dots (20)$$

となる。また、礫頂での流速  $u_t$  は、(17)式より、

$$\frac{u_t}{u_*} = \frac{u_s}{u_*} + \phi \ln \frac{0.15d}{\delta} \dots\dots\dots (21)$$

である。Fig. 10 の結果より、 $\kappa=0.4$ 、 $\delta=0.8d$ 、 $\phi=0.87$  とし、さらに  $u_0/u_*=\sqrt{8/f}$  に注意して、Fig. 2 の関係を用いれば、(19) 式～(21) 式より、 $d/h$  および  $u_*^2/gd$  の各組合せに対する  $u_i/u_*$  を計算することができる。Fig. 11 は抵抗則に関する実験と並行して測定した粒子頂点における流速と、上述の手続きによって計算した値とを比較したものである。実験値がいつも正確に礫頂で計測されているかどうかということにも多少疑問があり、また、 $u_i/u_*$  の実験値のばらつきが大きく、断定的なことは言えないが、少し実験値より計算値が小さい傾向があり、 $f$  の変化特性や流速分布形については、さらに詳細な検討を要することを示唆している。しかし、 $u_i/u_*$  の  $d/h$  による変化の傾向は一応説明しているものと考えられる。

さて、上述のようにして求めた礫近傍の流速を用いて限界掃流力を計算することができる。

$$Y = \frac{u_*^2}{(s-1)gd} \frac{1}{\tan \phi \cos \theta - \frac{s}{s-1} \sin \theta} \dots\dots\dots (22)$$

$$X = \frac{4}{3} \frac{1}{C_D} \left(1 + \frac{C_L}{C_D} \tan \phi\right) \frac{1}{\varepsilon} \frac{1}{(u_i/u_*)^2} \dots\dots\dots (23)$$

のように書くことにすれば、 $Y$  の値は  $u_*^2/gd$  と  $d/h$  の値を与えると、 $\theta$  の値は自から決定されるから計算できる。また、 $u_i/u_*$  の値は Fig. 11 のように、やはり  $u_*^2/gd$  と  $d/h$  に応じて計算されるから、 $C_D$ 、 $C_L$  および  $\varepsilon$  を適当に与えると  $X$  の値が計算される。したがって、 $X$  および  $Y$  はともに  $d/h$  に対して  $u_*^2/gd$

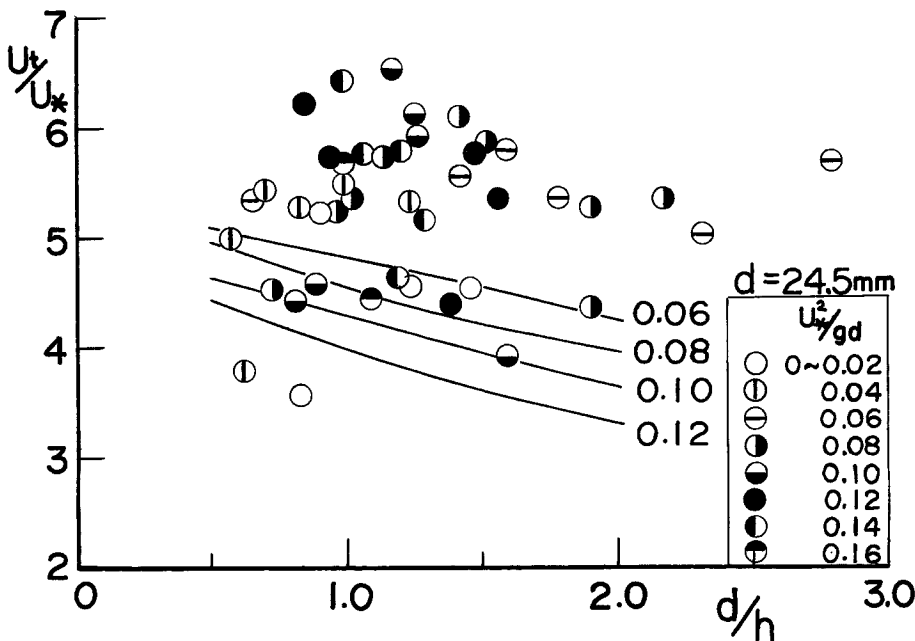


Fig. 11 Relation between  $u_i/u_*$  and  $d/h$ .

をパラメーターとして、同一平面上に2種類の曲線群で示されることになり、限界掃流力を示す(16)式は、同一の  $u_*^2/gd$  に対する  $X$  および  $Y$  を示す曲線の交点を結んだ曲線を示すことがわかる。

つぎに、このようにして求められる限界掃流力と実験結果とを比較してみよう。実験結果をまとめて示すと、Table-2 のようである。ただし、用いた水路の幅が 20 cm と狭いので、壁面粗度の影響を Einstein の方法によってとり除いている。表中の  $R_b$  は河床に対する径深である。

Fig. 12 は  $S_{bc}$  と  $d/h$  の関係を示したものであり、図中の太い実線は先述の方法によって計算した  $S_{bc}$

Table 2 Experimental results.

No.	$d_n$ (mm)	$i$	$h_c$ (cm)	$Q$ (l/s)	$R_b$ (cm)	$S_{sc}$
1.1	22.5	0.02	9.15	22.3	7.00	0.0431
1.2	"	0.05	3.55	7.4	3.25	0.0527
1.3	"	0.075	2.50	4.9	2.37	0.0607
1.4	"	0.10	2.15	—	2.06	0.0743
1.5	"	0.15	1.53	3.05	1.48	0.0894
1.6	"	0.20	1.30	1.7	1.29	0.1178
2.1	12.0	0.01	9.75	13.5	8.20	0.0402
2.2	"	0.025	3.65	5.0	3.40	0.0427
2.3	"	0.05	2.05	—	1.95	0.0535
2.4	"	0.075	1.45	—	1.42	0.0608
2.5	"	0.10	1.20	0.85	1.19	0.0691
2.6	"	0.125	1.15	0.7	1.14	0.0846
3.1	6.4	0.01	5.45	6.5	4.76	0.0386
3.2	"	0.025	2.40	2.4	2.30	0.0461
3.3	"	0.05	1.30	0.85	1.28	0.0546

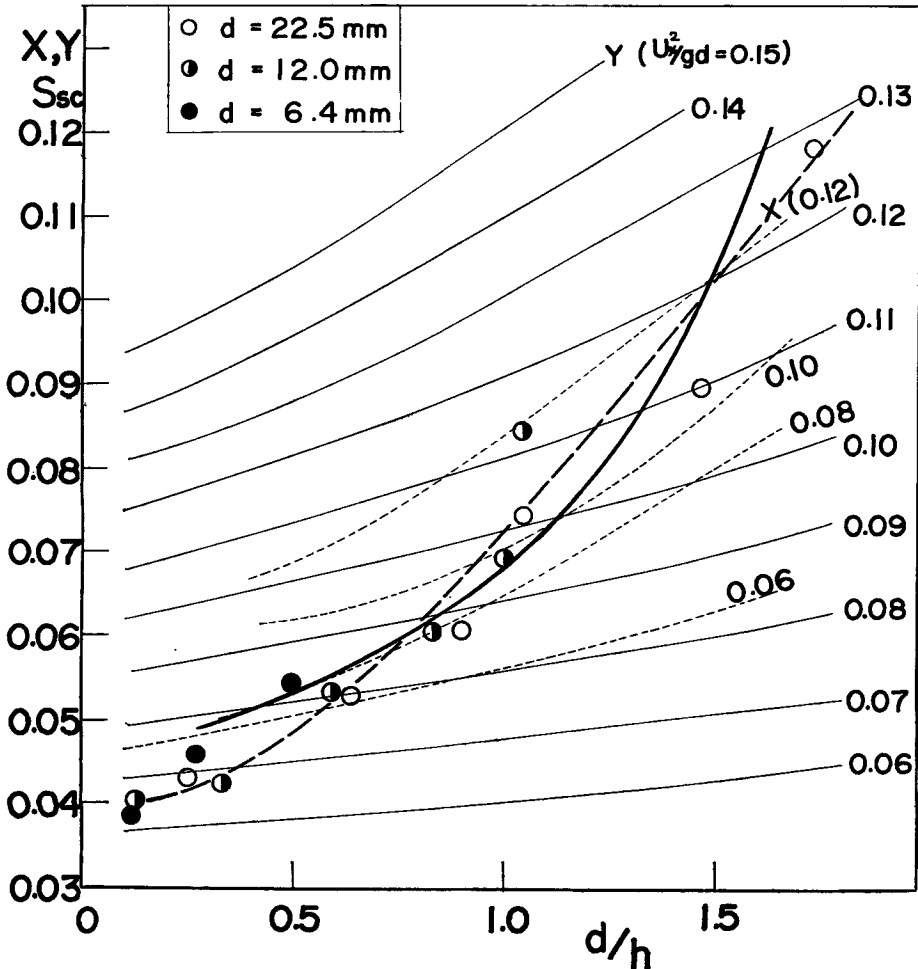


Fig. 12 Variation of critical shear stress parameter  $S_{sc}$ .

である。ただし、 $C_D$ 、 $C_L$  および  $\epsilon$  については、どのような値をとるのがもっとも適当であるか、現在不明であるので、便宜上、

$$\frac{1}{C_D} \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{C_L}{C_D} \tan \phi\right)} \cdot \frac{1}{\epsilon} = 1 \quad \dots\dots\dots (24)$$

と仮定して計算している。計算値と実験値とは比較的よく合っており、ここで行なった議論が妥当であることを示している。すなわち、相対水深の浅い流れでは、限界掃流力が  $d/h$  の増加とともに急激に大きくなり、水深の大きい流れで言われている値の数倍にも及ぶのが著しい特徴であるが、これは主として、 $d/h$  の増大にともなって、抵抗が著しく増大することに起因していることがわかる。

なお、Fig. 12 において、太い破線は実験結果を最もよく代表しているものとみなされる曲線であって、近似的に、

$$S_{*c} = 0.034 \times 10^{0.82 \left(\frac{d}{h}\right)} \quad \dots\dots\dots (25)$$

のように示される。ただし、実験範囲は  $d/h$  が 0.1~1.7 である。

#### 4. 結 論

以上、急勾配の一樣粒径河床の浅い流れにおける抵抗と限界掃流力に関する実験的研究を行なったが、得られた結果を列挙すると以下のようである。

1) 完全粗面乱流状態における抵抗係数は、 $u_*^2/gd$ 、 $d/h$  および  $Nd^2$  の関数であり、比較的粗度密度の高い場合に対しては、一定の  $Nd^2$  および一定の  $u_*^2/gd$  で、 $f$  の値が  $d/h$  の増加によって急激に増加し、一定の  $d/h$  に対しては、 $u_*^2/gd$  の大きいほど  $f$  の値は大きくなる。これらの関係は Figs. 2 および 3 のように示される。

2) 粗度密度の高い場合に対しては、理論河床面を礫頂より約 0.15d 下った高さにとるのが適当であるが、粗度密度が小さくなると、粗度要素間を流れる流量が重要な意味をもってくるので、理論河床面はもっと下方にとる必要がある。

3) 限界掃流力に対する急勾配であることの影響は、緩勾配に対する Shields のパラメーターに修正項  $1/\{\tan \phi \cos \theta - s/(s-1) \sin \theta\}$  を乗じた  $S_{*c}$  によって議論される。

4)  $Re_*$  が  $10^3$  以上で完全粗面乱流であるとみなされるような場合でも、限界掃流力の無次元表示  $S_{*c}$  の値は一定ではなく、 $d/h$  の値が増加すると急激に増加する傾向があり、近似的に(25)式のような関係が成立する。そして、このような関係は、 $u_*^2/gd$  の一定値に対して、 $d/h$  が増加すると抵抗が急激に増大し、河床付近の流速が減少することと対応している。

本研究によって、一樣粒径河床の浅い流れにおける抵抗と限界掃流力がある程度明らかにすることができたが、どうして抵抗係数がかくも大きく変化するのか、また、どうして限界掃流力が(25)式のような関係で記述されるのかといった事柄を理論的に詳細に究明するためには、さらに相対水深の変化、粗度密度の変化、 $u_*^2/gd$  の変化と流れの乱流特性の変化や表面波の効果についての研究を必要とし、また、これらの特性変化と関連して変化するものと考えられる抗力および揚力係数さらには遮蔽係数に関する研究が必要である。今後は以上のような基礎研究の他に、混合粒径の場合の研究を進めなければならないと考えている。

最後に、本研究の推進にあたって、日本学術振興会の援助によって来日された、トルコ国イスタンブール大学の M. Bayazit 博士の協力のあったことを記して感謝の意を表するものである。

#### 参 考 文 献

1) Yalin, M. S.: Mechanics of sediment transport, Pergamon, 1972.  
 2) Bogárdi, J.: Bestimmung der Grenzzustände bei der Geschiebewegung, Die Wasserwirtschaft, 7, 1968.

- 3) Neill, C. R.: Mean-velocity criterion for scour of coarse uniform bed material, Proc. 12th Congress of IAHR, 1967.
- 4) Neill, C. R.: Note on initial movement of coarse uniform bed-material, Journal of hydraulic research, Vol. 6, 1968.
- 5) 田畑茂晴・市ノ瀬栄彦：大礫の限界掃流力に関する実験，土木学会第25回年次講演会概要集，1970.
- 6) Schlichting, H.: Boundary-layer theory, 6ed., McGraw Hill, 1968.
- 7) 岩垣雄一：雨水流による地面浸食機構に関する研究，学位論文，1955.
- 8) Einstein, H. A., El-Samni, and A. El-Sayed,: Hydrodynamic forces on a rough wall, Reviews of Modern physics, Vol. 21, No. 3, 1949.
- 9) 土屋義人：限界掃流力とその水工学上への適用に関する研究，学位論文，1963.
- 10) Cheng, E.D.H. and C.G. Clyde,: Instantaneous hydrodynamic lift and drag forces on large roughness elements in turbulent open channel flow, Sedimentation, ed. by H. W. Shen, 1972.
- 11) 足立昭平：人工粗度の実験的研究，土木学会論文集，第104号，1964.
- 12) 伊藤紘慶・足立昭平：球状粗度の実験的研究，土木学会第23回年次講演会概要集，1968.