

裸地斜面域における雨水の浸入と地下水流出 (2)

—流出モデルへのアプローチ—

岡 太郎・角屋 隆

RAINFALL INFILTRATION AND GROUNDWATER RUNOFF IN BARE SLOPE (2)

—Approach to Runoff Model—

By *Taro Oka* and *Mutsumi Kadoya*

Synopsis

As the first step of the study to approach runoff process in mountain area, hydrographs observed at the outlet of a slope lysimeter were simulated applying the mathematical model composed of equations of soil moisture movement and groundwater flow.

First, the fundamental equations were solved numerically assuming that capillary zone consists of thin upper and thick lower soil layers. As the result of calculation, it was recognized that the fundamental model could be used to explain the observed hydrographs.

Next, the possibility of simplification of the fundamental model was examined utilizing the above mentioned results. The simplified model consists of co-axial representation of typical factors relating to rain infiltration to separate surface runoff component from rainfall and the functional representation of soil moisture flux by averaged soil moisture content in every soil layer. This model was also able to explain the observed hydrographs.

1. まえがき

斜面域における雨水流出現象は土壤水分の消長と密接な関係を有しているが、土壤水分の消長を反映した実用的流出モデルは確立されておらず、流出解析上の盲点となっている。われわれはこれらの問題点を基礎的に究明する目的で傾斜ライシメータを製作・設置し、自然降雨条件下の裸地斜面域からの流出の観測研究を行うとともに、充填土壤の物理特性を明らかにするため各種実験を行ってきた。これらについては前報¹⁾にまとめられている。これまでの観測結果によると、表面流生起過程には、土壤水分、降雨強度などが複雑に関連しており、こういった物理量を考慮した基礎的検討の必要性が認められる。また地下水流出ハイドログラフからは、その低減部は一本の指數曲線では表しにくいこと、またそのピークは降雨開始より1.5~2.0日後に現われ、その大きさは日雨量には比例せず、ある程度の降雨強度がある場合には、その継続時間が長いほど増大することなど興味ある事実がとらえられている。

ここでは、まずははじめに不飽和浸透流理論と地下水理論を組み合せた流出モデルによって観測結果を理論的に検討し、ライシメータ流出特性を定量的に明らかにする。次に、これらの解析資料を再整理し、土壤水分の消長を巨視的にとらえ、浸透能曲線および土壤水分移動量等の物理量との関係を明示した後、これらの関係を総合的に検討することにより流出モデルの単純化を試みる。最後に、この単純化モデルの適用例を示し、このモデルの適応性有用性について考察した結果について論述する。

2. 不飽和浸透流・地下水水流理論による流出基本モデル

2.1 流出基本モデル構成の方針

傾斜ライシメータの土壤槽の縦断概略図を Fig. 1 に示す。一般に、土壤槽中の水の動きは二次元的であるが、このような取扱いは、問題を極端に複雑にするばかりで、解析精度上それだけの効果を期待できるか疑問である。また現象的にも、二次元流とする必然性は特に認められないので、ここでは次のようなモデルによりライシメータの流出現象を説明することを試みた。

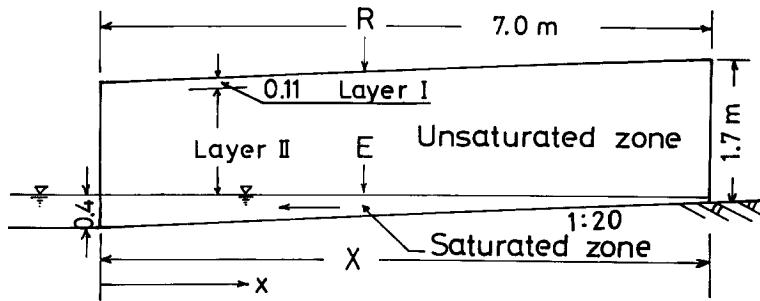


Fig. 1 The longitudinal profile of a container in slope lysimeter.

土壤表面に到達した雨水は、表面流出成分と浸透成分に分離され、浸透成分は土壤中を垂直方向に浸潤し地下水面に達する。その後は水平方向の地下水流とし、下流端より流出する。なお、表面流出成分はそのまま流出し、土壤表面の流下時に地中へ浸透する量はその時間が短かいため無視しうるものとする。

2.2 雨水浸潤の解析

(1) 不飽和浸透流の基礎方程式と差分近似式

不飽和帯における雨水浸潤の解析には基礎方程式が(1)式で表される不飽和浸透流理論²⁾を適用する。(1)式は不飽和領域に拡張された Darcy 則(2)と連続方程式(3)から誘導されるが、ここでは(2), (3)式をそれぞれ差分展開し、Fig. 2 に示すように不等距離 (Δz_n) で区分された領域で数値的に解くこととする。

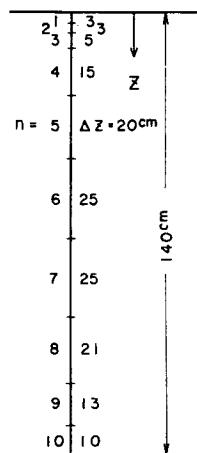


Fig. 2 Distance increment of unsaturated zone for numerical calculation of soil moisture movement.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{\partial q}{\partial z} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

ここで θ : 体積含水率表示の土壤水分量 (cm^3/cm^3)

$D(\theta)$: 土壤水分擴散係數 (cm^2/sec)

$k(\theta)$: 不飽和透水係数 (cm/sec), ただし $D(\theta) = k(\theta) \frac{\partial \psi}{\partial \theta}$

ψ : 土壤水分吸引水頭 (cm)

q : 単位面積当たりの土壤水分移動量 ($\text{cm}^3/\text{sec}/\text{cm}^2$)

z: 下向きを正とする座標 (cm)

t: 時間 (sec)

(2), (3)式の差分近似式はそれぞれ(4), (5)式となる。

$$\left. \begin{aligned} q_{n,n-1} &= -k_{n,n-1} \times \frac{\psi_{n+1} - \psi_{n-1}}{\Delta z_n + \Delta z_{n-1}} + k_{n,n-1} \\ q_{n+1,n} &= -k_{n+1,n} \times \frac{\psi_{n+1} - \psi_n}{\Delta z_{n+1} + \Delta z_n} + k_{n+1,n} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここで、 $q_{n,n-1}$: $n-1$ 層から n 層への土壤水分移動量 ($\text{cm}^3/\text{sec}/\text{cm}^2$)

Δz_n : n 層の距離増分 (cm)

Δt : 時間増分 (sec)

ψ_n : n 層の土壤水分吸引水頭 (cm)

θ_n : n 層の土壤水分量 (cm^3/cm^3)

$k_{n, n-1}$ で表示する n 層と $n-1$ 層との境界での透水係数は、透水係数の異なる土壤が層状をなす場合を想定して R. J. Hanks と S. A. Bower が採用している関係式³⁾と同等な次式を用いて計算することにする。

$$k_{n,n-1} = \frac{\Delta z_n + \Delta z_{n-1}}{\frac{\Delta z_n}{k(\theta_n)} + \frac{\Delta z_{n-1}}{k(\theta_{n-1})}} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

(2) 境界条件とその導入法

この解析では土壤表面の境界条件として、時間雨量、蒸発量が与えられるが、これらの解析への導入は、第1層の土壤水分 (θ_1) との関係において、次のようにして行う。

(a) $\theta_1 < \theta_{sat.}$ のとき

ここで θ_1 : 表面(第1層, $n=1$)の土壤水分量(cm^3/cm^3)

$\theta_{sat.}$: 飽和土壤水分量 (cm^3/cm^3)

$q_{2,1}$: 第1層から第2層への土壤水分移動量 ($\text{cm}^3/\text{sec}/\text{cm}^2$)

R : $R \geq 0$ のとき降雨強度 ($\text{cm}^3/\text{sec}/\text{cm}^2$)

$R < 0$ のとき蒸発強度 ($\text{cm}^3/\text{sec}/\text{cm}^2$)

ただし、第1層の土壤水分量 (θ_1) が気乾状態の土壤水分量 (θ_{air}) より減少すると、地表面蒸発量は極度に減

少するという経験的事実⁴⁾を考慮して、この状態での蒸発量は無視する。

(b) $\theta_1 \geq \theta_{sat.}$ のとき

ただし、 $\theta_1 > \theta_{sat}$ の場合は実質上起こらず、この場合には表面流が生起する。表面流出量 ($Q_{sur.}$) は流量の連續性より(9)式で計算できる。

ここで R : 降雨強度 ($\text{cm}^3/\text{sec}/\text{cm}^2$)

I: 浸透能 ($\text{cm}^3/\text{sec}/\text{cm}^2$)

なお下端 ($n=L$) は常に飽和状態に保持されているため次の条件式が成立する。

(3) 計算手順

計算条件として境界条件の他に、土壤水分吸引水頭 (ψ) と土壤水分量 (θ) との関係を表わす曲線 ($\psi \sim \theta$ 曲線) と不飽和透水係数 (k) と土壤水分量との関係を表わす曲線 ($k \sim \theta$ 曲線) が与えられているものとする。

計算手順は、求めようとする各区分の土壤水分量の第0近似値に Δt 前の値を用いることになると、次のようになる。

- (i) $\psi \sim \theta$ 曲線, $k \sim \theta$ 曲線より各区分の ψ よび k を求める。
 - (ii) 条件式(6)を考慮して、(4)式を用い各 $q_n, n-1$ を計算する。
 - (iii) 境界条件(8)もしくは(9)式および(10)式の下に(5)式を用いて新しく $\theta_{t+4t, n}$ を計算する。

全区間にについて (i)～(iii) の繰返し計算を行い、希望する精度の解を得た後、 Δt 時間進め、この計算を継続する。なお $\theta_{t+\Delta t}$ 値が収束した後、不飽和帯から地下水水面への供給量 $E_{t+\Delta t}$ は (11)式を用いて計算する。

ここで、 R' は表面からの浸入量を示す。

2.3 地下水流動の解析

土壤槽中の地下水は不圧地下水であり、不飽和帯からの水供給があることを考慮して、(12)式で表わされる方程式を用いて、地下水流动を解析する。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{KH_0}{\lambda} - \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{E}{\lambda} \dots \quad (12)$$

ここで h : 地下水位 (cm)

H_0 : weighted mean depth (cm)

λ : 有効間隙率

E: 不飽和帶からの水供給量 (cm³/sec/cm²)

K : 透水係数 (cm/sec)

x : 水平座標 (cm)

なお有効間隙率は、実際に滯水層の貯留効果を考慮し、地下水流动現象をうまく表示できるよう適当な値が選ばれるのが普通⁵⁾であるが、ここでは E により不飽和帯からの水供給および貯留効果は十分考慮されているので、 λ の値に真の間隙率を採用する。

E が変化するため、(12)式を、解析的に解くことは困難であるが、数値的に解くことは容易である。

この場合、下流端の水位は一定であり、上流端からの水供給は存在しないという境界条件が考えられる。また初期条件は既知の地下水位が与えられる。

地下水流出量は(13)式を用いて計算しうる。

$$Q_g = B \times \left[\lambda \sum_{x=0}^{x=X} \left\{ (h_t, x - h_t + \Delta t, v) \frac{\Delta x}{\Delta t} \right\} + E(t) \times X \right] \dots \dots \dots (13)$$

ここで Q_g : 地下水流出量 (cm^3/sec)

B : 土壌槽の幅 (cm)

X : ライシメータの長さ (cm)

$\Delta t, \Delta x$: それぞれ時間増分 (sec), 距離増分 (cm)

3. 観測結果と基本モデルに基づく計算結果との対比検討

3.1 計算条件

混合土が充填されている土壌槽（ライシメータ 1）について解析を進めることにする。混合土 (sample B) についての実験より得られた $\psi \sim \theta$ 曲線および $k \sim \theta$ 曲線をそれぞれ Fig. 3, 4 に示す¹⁾。降雨条件としては観測結果から得られる時間雨量を用いたが、蒸発量については日単位の観測資料しか得られないで、蒸発時間は 9 時から 15 時の間と仮定し、日蒸発量をこの 6 時間に割り振り蒸発条件とした。なお sample B では間隙率が 0.37 であるので飽和土壤水分量 ($\theta_{sat.}$) は 0.37、気乾状態の水分量 (θ_{air}) は適当と思える時の測定結果より 0.01 とした。以上の解析条件を用い、土壌が一様であると仮定して計算を行った結果、定性的には観測ハイドログラフを説明することはできたが、表面流出量は過少、地下水流出量は過大に評価する傾向にあり、定量

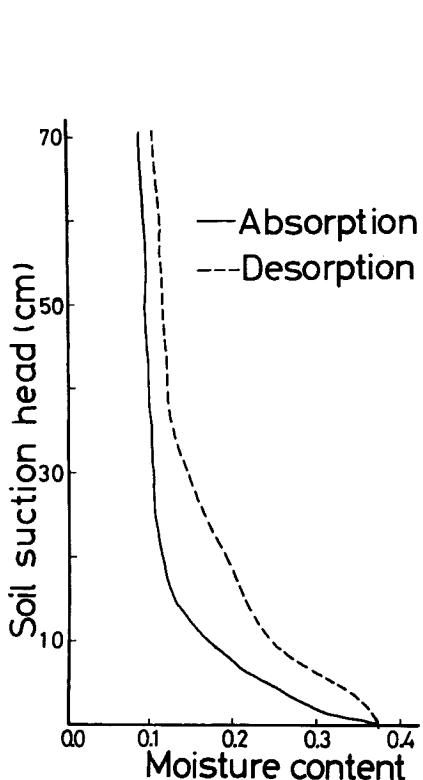


Fig. 3 Relationships between soil suction head (cm) and soil moisture content.

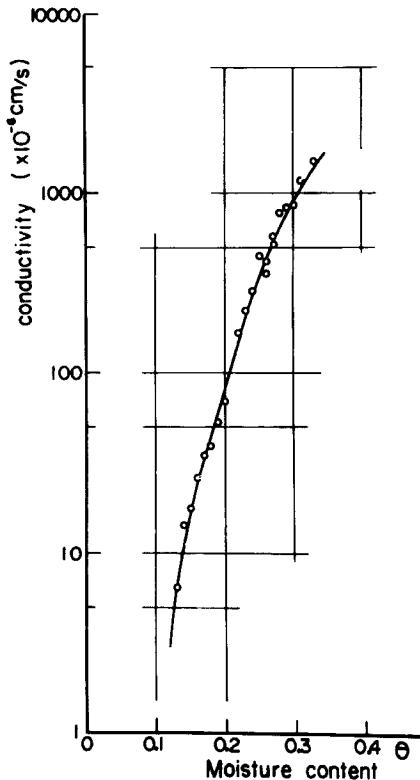


Fig. 4 Relationships between unsaturated conductivity (x 10^-4 cm/s) and soil moisture content.

的には良い結果が得られたとはいえない。この原因は、試料充填後かなりの日時が経過しており土壤表面に難透水性皮膜が形成され、これにより雨水浸入が若干妨げられる傾向にあることを計算上考慮しなかったためと考えられた。そこで、これらの点を改善するため、表面から 11 cm の部分の $k \sim \theta$ 曲線、 $\psi \sim \theta$ 曲線を一部修正し、 $\theta_{sat} = 0.30$ 、 $\theta_{air} = 0.05$ にとり再計算を行うことにした。ただ間隙率が 0.30 相当の実験結果が得られていないので、他の実験データを参考にして、 $k(\theta)$ の値を Fig. 4 に示す値の 1/10 とし、Fig. 3 の曲線の飽和付近の一部を修正した $\psi \sim \theta$ 曲線を用いた。また、Fig. 2 に示すように解析領域を、土壤水分の変化の大きい部分は、解析精度を高めるために細かく、他は、計算量を軽減するため粗く区分し、 Δt に 150 sec、打切り誤差に 10^{-4} をとり計算を行った。

地下水流动に関する(12)式の解析に採用した定数は $\lambda = 0.37$ 、 $k = 0.06 \text{ cm/sec}$ 、 $H_0 = 40 \text{ cm}$ 、 $\Delta t = 60 \text{ sec}$ 、 $\Delta x = 35 \text{ cm}$ 、 $X = 700 \text{ cm}$ 、 $B = 145 \text{ cm}$ である。

3.2 計算結果

このようにして求めた地下水流出量の計算結果を観測結果と対比して Fig. 5 に示す。同図には、日雨量・蒸発量および計算より得られた土壤水分の変化も併示してある。Table 1 にはこの期間の水収支を観測値と

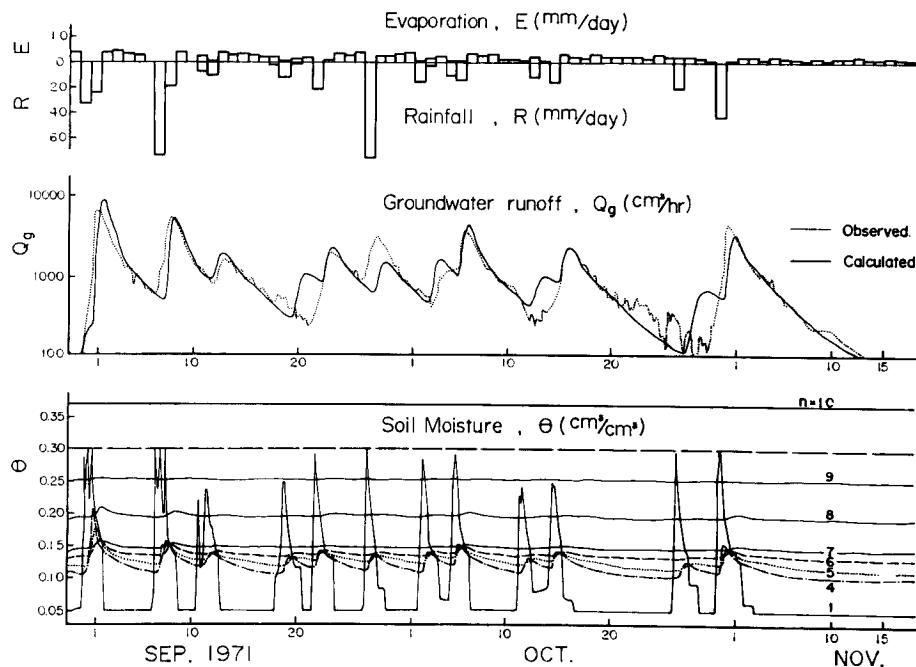


Fig. 5 An example of observed and calculated hydrographs of groundwater runoff.

Table 1 An example of water balance.

	Observed.		Calculated.	
	mm	%	mm	%
Surface runoff	75.7	18.2	72.8	17.5
Groundwater runoff	199.1	47.8	193.6	46.5
Evaporation from Soil surface, etc.	141.7	34.0	150.0	36.0

Rainfall: 416.5 mm Evaporation: 161.2 mm (Aug. 29–Nov. 12, 1971)

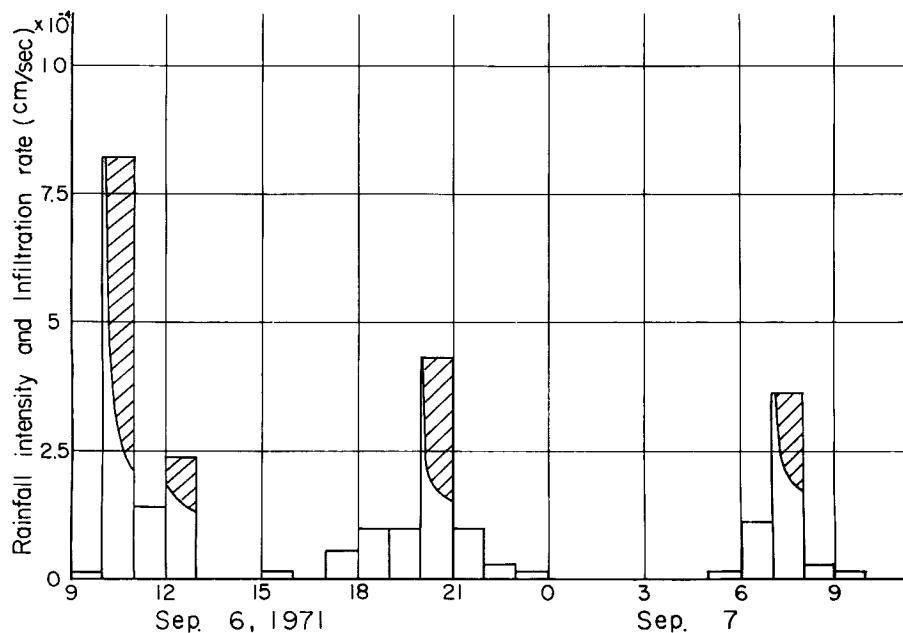


Fig. 6 Infiltration rate in rain period. (Shaded part represents surface runoff component.)

計算値とを比較して示す。なおこの水収支は地下水流出が始まり終了するまでの期間について得られたものである。

Fig. 6 および Fig. 7 にそれぞれ 9月6, 7日および9月26日の時間雨量と計算より得られた浸透能曲線・表面流出成分を示す。Table 2 にはこの2降雨の表面流出量について観測値と計算値を比較して示してある。

Fig. 8 に9月6, 7日の土壤水分の分布を示す。なお図中の○印の数字は時刻を表している。

3.3 結果の対比検討

まずははじめに、Table 1 に示される水収支について比較すると、表面流出量、地下水流出量ともに計算値と観測値は良く一致している。Fig. 5 の地下水流出曲線に着目すると、計算曲線と観測曲線は良く一致しており、特に観測結果によると低減曲線は必ずしも一本の指數函数曲線ではなく、地下水流出のピーク付近では数日後の低減曲線と比較して低減率はかなり大きいことを見い出しが、この現象を計算曲線がよく再現している。

表面流についてみると、計算では Fig. 6, 7 に示す2降雨についてのみ表面流起が認められたが、観測結果ではこの他7回の小規模の表面流起がある。しかし、これらは量的にはきわめて小さく特に問題にする必要はない。この2降雨の表面流出量を観測値と計算値について比較すると、Table 2 から明らかなように両者は良

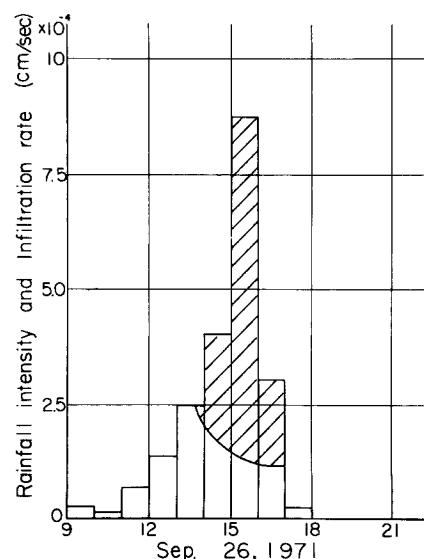


Fig. 7 Infiltration rate in rain period. (Shaded part represents surface runoff component.)

Table 2 Comparison of observed and calculated surface runoff.

Rainfall	Surface runoff				
	Observed.		Calculated.		
mm	mm	%	mm	mm	%
Sep. 6, 7	93	34.4	36.9	30.9	33.2
Sep. 26	76	35.6	46.9	41.9	55.2

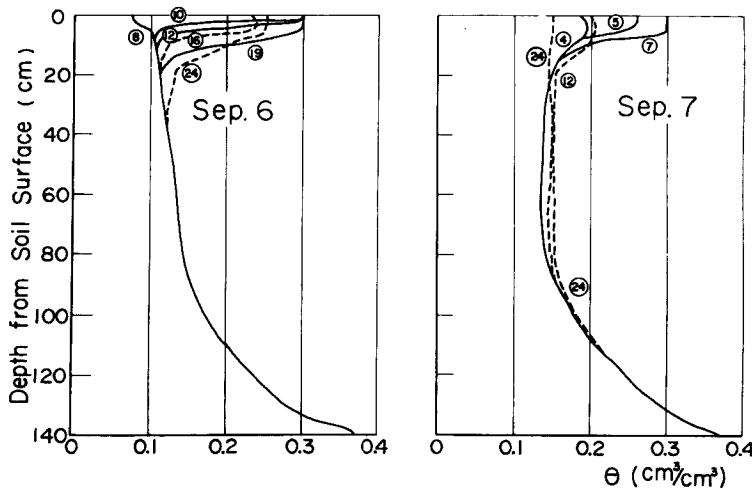


Fig. 8 Soil moisture distributions in rain period.

く一致している。

以上に示したように、地下水流出量、表面流出量とともに計算結果と観測結果は良く一致しており、このモデルの有用性と、ここで用いたいくつかの仮定の妥当性が認められる。

最後に Fig. 5 と Fig. 8 の土壤水分の変化および分布に着目すると、地表面から 20 cm の領域では土壤水分の変動は大きいが、他の区間はそれほど変化せず、上層からの雨水は、わずかの土壤水分の増加とそれに伴う透水係数の増大により、土壤水分貯留の形を経ずに下方へ伝播される様子が認められる。

4. 流出基本モデルの単純化

不飽和浸透流・地下水水流理論を組み合せた流出モデルの有用性・適応性は十分認められたが、この計算は煩雑であり、かつ多くの物理定数を必要とするため、自然流域への適用には不向きである。そこで、物理特性を損わない程度に、このモデルの簡単化を試みる。

4.1 土壌水分消長について

前述の流出計算を煩雑にしているものは(2)式であり、これを適当な函数で置き換えることができればこのモデルはかなり単純化できる。そこで土壤水分変動の大小を考慮して、Fig. 1 に示すように不飽和帯を Layer I の表層部と Layer II の下層部に分け、それらの区間の平均土壤水分量 (θ_I , θ_{II}) およびそれぞれの境界での土壤水分移動量 (q_I , q_{II}) を用いることにより、(2)式を(14)式の形で表すことにする。

いま、表層部を表面より 11 cm の区間、下層部をそれ以下の区間とし、前述の計算結果よりそれぞれの区

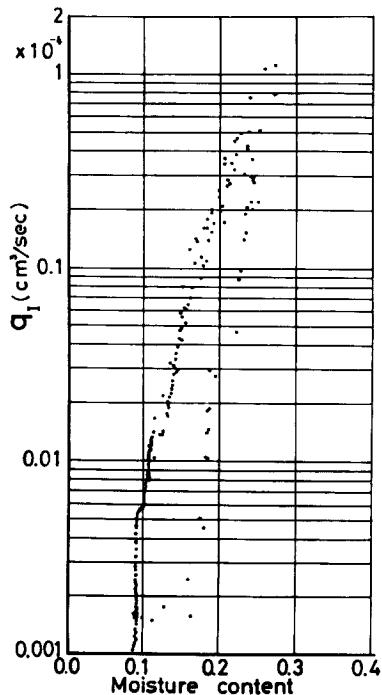


Fig. 9 Soil moisture flux at the bottom of layer I.

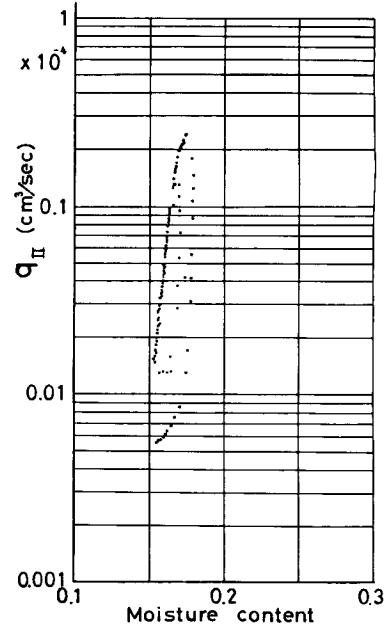


Fig. 10 Soil moisture flux at the bottom of layer II.

間の土壤水分の平均値を求めるとともに、その時の q_I , q_{II} を抽出すると、Fig. 9, 10 を得る。これらによると q は θ の 1 価の函数とはいえず、反時計方向のループを呈するが、(14)式の取扱いはかなり適切であり、モデルの単純化の方向を示している。

ここで、Fig. 9, 10 の関係を用い、(3)式を考慮することにより土壤水分の消長を説明することができる。なお、地下水流动についてはこのような単純化を行わず、(12)式を用いて数値的に解析することにする。ただし、表層部における計算では境界条件として降雨・蒸発条件を考慮し、雨量強度が大きいときには表面流出成分を分離することが必要である。この場合、前述の流出基本モデルにおいては、不飽和浸透流の解析の段階で表面流出成分の分離が可能であったが、このように単純化した場合にはこれまでの方法は適当でなく次の方法によらねばならない。

4.2 浸透能曲線について

計算結果からは Fig. 6, 7 に示すように 4 本の浸透能曲線が得られているが、これだけでは一般的法則性は見出しづらいので、種々の初期土壤水分分布、雨量強度に

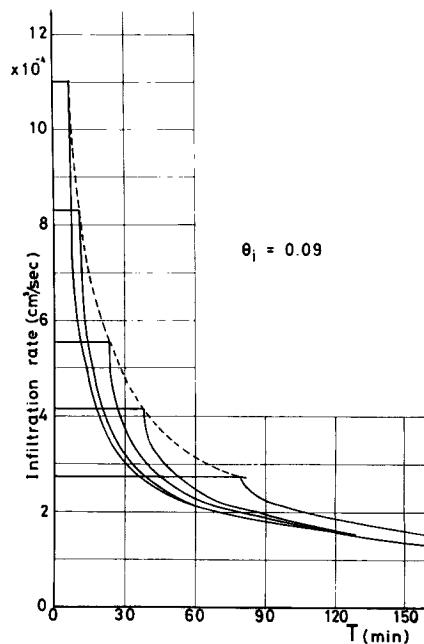


Fig. 11 Infiltration curves.

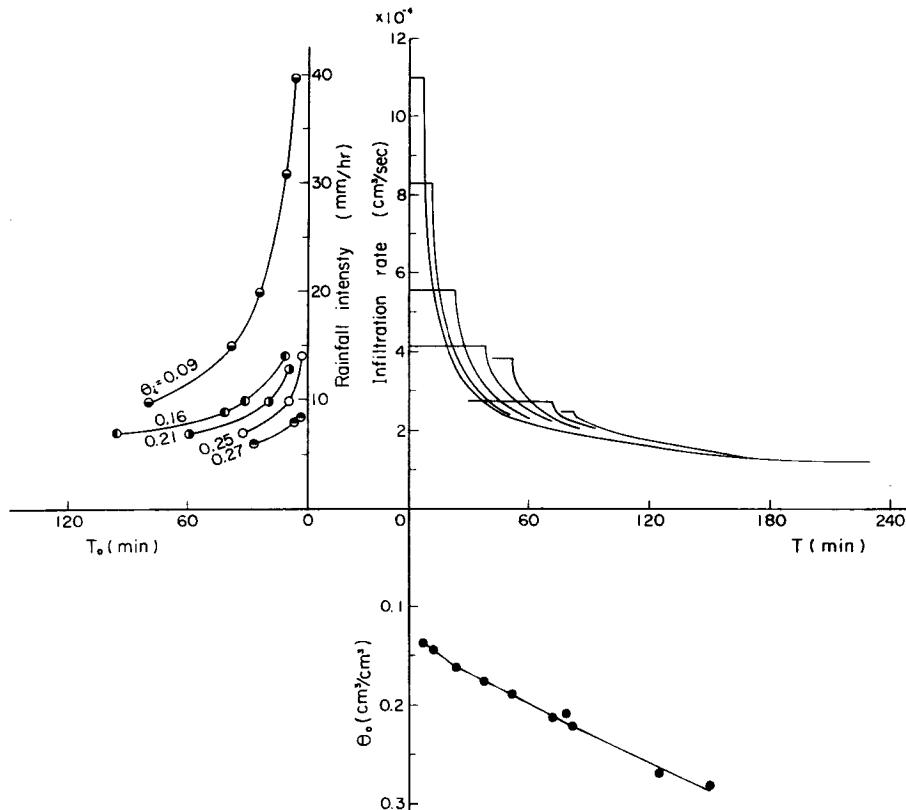


Fig. 12 Co-axial representation of rainfall intensity, time T_0 , and soil moisture content θ_0 at the occurrence of surface runoff and infiltration curve.

ついて前述の基本モデルを用いて計算を行い、多くの浸透能曲線を求めた。なおこの計算では表層部で $\Delta z = 1 \text{ cm}$, $\Delta t = 30 \text{ sec}$ として計算を行った。一例として表層部の初期土壤水分量 (θ_i) が 0.09 の場合の浸透能曲線群を Fig. 11 に示す。なお、浸透能曲線群の水平部は、表面流が生起せず全雨量が浸透していることを示し、この部分に相当する時間を T_0 とする。Fig. 11 から浸透能は一つの基本浸透能曲線に収束する方向で減少し、 T_0 と雨量強度との間に点線のような関係が成立しているのが認められる。これらの特性に着目して、種々の θ_i に対する浸透能曲線群を整理すると Fig. 12 が得られる。Fig. 12において、第1象限には浸透能曲線群、第4象限には Fig. 11 の点線で示される曲線群すなわち θ_i をパラメータとした雨量強度と T_0 との関係、第2象限には表面流生起時の表層部の土壤水分量 (θ_0) と T との関係が表示されている。いま条件として θ_i と雨量強度が与えられれば Fig. 12 を用いて図解法により、このときの浸透能曲線が求められる。すなわち、 θ_i によって決まる T_0 ～雨量強度曲線より T_0 が求まり、 T_0 , θ_i 雨量強度と Fig. 9 の関係および(3)式より θ_0 が計算できる。次に θ_0 ～ T 曲線より T が求まり、雨量強度が既知であるので第1象限で浸透能曲線の出発点が明らかになる。最後に近隣の浸透能曲線を参照して、この出発点を通るような曲線を描くことにより、必要とする浸透能曲線が求められる。ただし、この場合 T 軸の原点は、Fig. 12 のものとは異なり、この浸透能曲線の出発点より T_0 時間だけ左にあることに留意しなければならない。

5. 単純化モデルの適用例

以上の単純化モデルをライシメータ流出に適用した結果を Fig. 13 に示す。この計算では Δt を 1 時間にとり、Fig. 9 より q_1 を求める場合にはそのループを考慮したが、Fig. 10 より q_{II} を求める場合にはループを考慮しなかった。また 9月 6, 7 日には表面流の生起を見たがその浸透能曲線は Fig. 6 に示すものとほとんど等しかった。

Fig. 13 に観測曲線、前述の流出基本モデルを用いた計算曲線および単純化モデルにより求められた地下水流出曲線を示してあるが、かなり良く三者が一致しており、単純化モデルの適応性がかなり認められる。

6. あとがき

雨水損失・地下水流出機構の解明を目的として設置された傾斜ライシメータの観測結果に基づき、裸地斜面域における流出現象を明示する数理シミュレーションモデルについて検討を行ったが、その結果をまとめると次のようである。

(1) 不飽和浸透流・地下水水流理論を組み合せた流出モデルは観測期間中の水収支および地下水流出ハイドログラフをよく再現しており、流出モデルの有用性が認められた。このモデルによると、地下水流出の長期間連続計算と同時に、斜面域における直接流出成分の分離が可能となり、雨水流出現象を長期間総合的にとらえることができる。

(2) 上述の流出基本モデルの実際問題への適用がかなり煩雑であるので、その計算結果より得られる種々の物理量特性を吟味・検討し、第 1 段階の単純化を試みた。その結果はかなり良く観測値を説明し、流出モデル単純化の方向を示してはいるが、試行の段階にすぎず今後十分な検証が必要である。

なお実際流域への適用にはさらにモデルの単純化を図るとともに、諸定数の簡易推定法を明示する必要があるが、これについては今後検討する予定である。

最後に、ライシメータにおける観測資料整理およびこの計算には、京都大学防災研究所防災科学資料センターの電子計算機 FACOM 230-25 および大型計算機センターの FACOM 230-60, 75 を使用したこと、本報告は文部省科学研究費一般研究 B による研究成果の一部であることを付記する。

参考文献

- 1) 岡 太郎・角屋 瞳：裸地斜面域における雨水の浸入と地下水流出（1）—傾斜ライシメータと土壤特性一、京都大学防災研究所年報、第17号B、昭49.4、pp. 511-522.
- 2) 例えは De Wiest: Flow through Porous Media, Academic press, 1969, pp. 222-223.
- 3) Hanks, R. J. and S. A. Bowers: Numerical Solution of the Moisture Flow Equation for Infiltration into Layered Soil, Proceedings of Soil Science Society of America, Vol. 26, 1962, pp. 530-534.
- 4) 例えは, W. R. Gardner: Some Steady State Solutions of the Unsaturated Moisture Equation with Application to Evaporation from a Water Table, Soil Science, Vol. 85, 1958, pp. 228-232.
- 5) 例えは R. C. Ward: Principles of Hydrology, McGraw Hill Publishing Company, 1967, pp. 254-255.

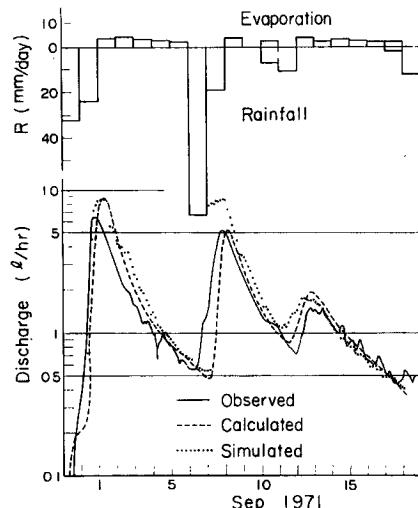


Fig. 13 An example of observed and calculated hydrographs of groundwater runoff.