

長大橋梁の空力増幅関数に関する基礎的考察

小西 一郎・白石 成人・松木 勝・岡南 博夫

FUNDAMENTAL CONSIDERATION ON THE AERODYNAMIC ADMITTANCE OF LONG-SPANDED BRIDGES

By *Ichiro KONISHI, Naruhito SHIRAISHI, Masaru MATSUMOTO, Hiroo OKANAN*

Synopsis

In this paper, the aerodynamic admittance or the dynamic lift function of long spanned bridges with plate like structural section are discussed, and the deflectional response of a few sectional models due to random vertical gust is analyzed by numerical calculation method evaluating Duhamel's integral and by analog simulation method.

Experimental results of dynamic lift function in wind tunnel test are simulated approximately by the modified quasi-steady theory or the Sears function.

By using with these dynamic lift functions, the calculating results of numerical analysis and analog analysis for the deflectional response due to vertical gust show the good agreement with the experimental results.

1. ま え が き

長大橋梁を構造的に安全な設計を行なう上で重要な点は、作用する外力を明確に把握することにある。橋梁自身の自重による死荷重とか走行列車、自動車荷重のような荷重はある程度把握し易いが、地震荷重および風荷重は、本来自然発生的なものであり、不確定な要素が多くその決定に際して困難な問題が多く存在している。特に、スパンが大きくなり、可撓性が増してくると、動的な影響を考慮した耐風性状に対する検討の重要性は、旧タコマ橋の落橋事故以来よく知られているところである。長大橋梁の耐風安定性を評価する場合には、種々の問題があるが、本研究は、車両の走行性等に関する橋梁本来の機能面あるいは橋梁の疲労の問題等を考慮する場合に、最近重要な課題となっている自然風の乱れに起因するガスト不規則振動を扱ったものである。

ガストに起因する過度応答の問題は、古くから空力弾性学の分野で薄翼を対象とした研究が数多く行なわれている。一方、長大構造物を対象とした研究としては、統計的手法（周波数領域における方法）にしたがった A. G. Davenport¹⁾の研究はよく知られているが、最近のものとしては、B. J. Vickery²⁾、伊藤・宮田^{3),4)}、小西・白石他^{5),6),7)}、坂田・田中⁸⁾、篠塚⁹⁾等の研究がある。これらの研究は周波数領域で問題を扱ったものが多いが、時間領域で構造物のガストに起因する不規則応答を評価する方法を述べたものとしては、文献(4)、(6)、(9)が認められる。

本研究は、空力弾性学の分野における結果を参考として、橋梁断面に作用する変動風速（鉛直成分）とそれによって生ずる変動空気力（揚力）とを関連づける空力伝達関数あるいは空力増幅関数に基礎的な評価を加え、ガスト過度応答を数値計算およびアナログシミュレーションによって検討する方法を述べるものである。また、風洞を使用した部分模型の実験結果と、2つの方法によって得られた計算結果とを示す。

2. 空力増幅関数 (Aerodynamic Admittance)

一般に構造物に風が作用すれば、ある流体力の発生することはよく知られている。この場合に、ある変動特

性を有する風を入力として、構造断面に作用する流体力を出力としたとき、この入力と出力との間の関係を表わす関数が一般に空力伝達関数あるいは空力増幅関数と呼ばれているものである。これを大別すれば、(i)静的空力増幅関数、(ii)動的空力増幅関数のようになる。(i)は静止断面に空気流が作用したときに生ずる静的空気力と風速との関係を表わすものであり、(ii)は振動状態にある断面が空気流より受ける動的な空気力と風速との間を関連づけるものである。(iii)に関する従来の研究の一つとしては、薄翼に対する Theodorsen¹⁰⁾によるものがまず挙げられる。さらに、乱れを含む流れに置かれた薄翼を対象にしたものとしては、Sears¹¹⁾、Horlock¹²⁾等による研究がある。Sears の研究は、正弦波のな形を有する鉛直ガスト中を通過する薄翼を扱ったものであり、Horlock の研究は、鉛直ガストの他に飛行方向に平行方向のガストをも考慮した非定常空気を誘導したものである。

変動風速に対する構造物の応答としては、主流方向、およびそれに直角方向の振動、あるいはねじれ振動等が考えられる。しかしながら本研究においては、平板状構造断面を有する長大橋梁を対象とする場合には、実橋での観測あるいは本四架橋に関連して製作された耐風実験橋の観測において、フラッター限界風速以下の自然風に対してかなり大きな鉛直振動が生じたという現象から考え、ガスト応答としては鉛直振動すなわち曲げ振動が支配的であろうとの立場より、変動風速の鉛直成分と構造物の鉛直振動とを扱う。したがって、Sears 関数的な考えに基づく空力増幅関数を応用して長大橋梁のガスト過度応答を評価する。以下に Sears 関数と文献(7)に詳細に述べられている準定常空気力理論に、断面が振動することによって生ずる動的な効果を導入した空力増幅関数とを簡単に紹介する。

2.1 Sears による非定常空気力

W. R. Sears は、Karman の薄翼に作用する非定常空気力理論を応用して、一樣流に正弦波のな鉛直乱れが含まれている場合に薄翼に作用する乱れに起因する非定常空気を誘導している。

いま、薄翼が主流となす相対鉛直速度 w を次式のように級数展開する。

$$w = \{A_0 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos n\theta\} U e^{i\omega t} \dots\dots\dots (2.1)$$

ただし、 $x = \frac{c}{2} \cos \theta$ (c : 翼弦長、 x : 翼弦に沿った座標) U : 主流速度、 ω : 円振動数、 i : 虚数単位とする。このとき、薄翼に作用する非定常空気力は、断面回りの循環特性および流体の有する運動量を考慮することにより、揚力およびモーメントとしてそれぞれ次式で表わすことができる。

$$L = \pi \rho c U^2 e^{i\omega t} \{ (A_0 + A_1) C(k) + (A_0 - A_2) ik/2 \} \dots\dots\dots (2.2)$$

$$M_{\pm} = \frac{\pi}{4} \rho c^2 U^2 e^{i\omega t} \{ A_0 C(k) - A_1 [1 - C(k)] - (A_1 - A_3) ik/4 - A_2 \} \dots\dots\dots (2.3)$$

ただし、 L : 揚力、 M_{\pm} : 翼弦中央点回りのピッチングモーメント、 ρ : 空気密度、 k : 換算振動数 ($= \frac{\omega c}{2U}$)、 $C(k)$: Theodorsen 関数とする。

ここで、乱れが周期的である場合に、以下の解析が行なえる。いま座標軸を翼に固定し、鉛直ガストを次式で表わす。

$$v(x,t) = W \exp \left\{ i\omega \left(t - \frac{x}{U} \right) \right\} \dots\dots\dots (2.4)$$

ただし、 W は一定とする。つぎに、 $v(x,t)$ を上方に正とするとき翼上いたる所における相対鉛直速度(下方を正)は

$$w = W e^{i\omega t} \exp \left(- \frac{i\omega c}{2U} \cos \theta \right) \dots\dots\dots (2.5)$$

となる。式(2.5)において $\omega c / 2U = k$ 、および Jacobi の展開公式を利用すれば、相対鉛直速度は次式のように Bessel 関数によって表わすことができる。

$$w = W e^{i\omega t} \{ J_0(k) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-i)^n J_n(k) \cos n\theta \} \dots\dots\dots (2.6)$$

ただし、 $J_n(k)$ は n 次の Bessel 関数を表わす。

したがって、式(2.1)と式(2.6)とを比較することによって、式(2.2)と式(2.3)は、それぞれ次式のようになる。

$$L = \pi \rho c U W e^{i\omega t} \frac{J_0(k) K_1(ik) + i J_1(k) K_0(ik)}{K_1(ik) + K_0(ik)} \dots\dots\dots (2.7)$$

$$M_{\frac{1}{2}} = \frac{c}{4} L \dots\dots\dots (2.8)$$

ただし、 $K_0(ik)$ および $K_1(ik)$ は、それぞれ 0 次および 1 次の変形 Bessel 関数を表わす。

式(2.7)を次式で表わすとき $\phi(k)$ は Sears 関数と呼ばれる。

$$L = \pi \rho c U W e^{i\omega t} \phi(k) \dots\dots\dots (2.9)$$

なお、Sears 関数の絶対値の自乗の近似式としては、従来よりつぎのように報告されている¹³⁾。

$$|\phi(k)|^2 \doteq \frac{a+k}{a+(\pi a+1)k+2\pi k^2} \quad (a=0.1811) \dots\dots\dots (2.11)$$

一方、Sears 関数の絶対値の近似式は次式で表わす。

$$|\phi(k)| \doteq \frac{0.3084+k}{0.3084+2.0493k+0.7877k^2} \dots\dots\dots (2.11)$$

式(2.11)で表わされる近似式と次式で表わされる厳密なものとの Fig. 1 に示した。

$$|\phi(k)| = \{ (J_0^2 + J_1^2)(F^2 + G^2) + J_1^2 + 2J_0 J_1 G - 2J_1^2 F \}^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots 2.12$$

ただし、 $F(k)$ と $G(k)$ は Theodorsen 関数の実部と虚部を表わす。

2.2 準定常空気力理論より得られる非定常空気力

ある構造断面に乱れを含む風が作用する場合には、この断面に作用する空気力は、準定常空気力理論によると静的空気力に相対迎角を導入することによって得られる。いまこの構造断面が振動状態にあるものとして、その主流と直角方向の変位を $Z(t)$ とすると、近似的に単位長さ当りの断面に作用する揚力 $L(t)$ は次式で表わされる⁷⁾。

$$L(t) = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right)_{\alpha=0} U \dot{Z}(t) c + \frac{1}{2} \rho \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right)_{\alpha=0} U \int_0^c v(x, t) dx \dots\dots\dots (2.13)$$

ただし、 α : 迎え角、 C_L : 揚力係数、 C_D : 抗力係数、 c : デッキの幅員、 v : 風の鉛直変動成分、 x : 弦長方向の座標、 t : 時間とする。

上式で第 1 項は平均流によって生ずる揚力であり、第 2 項は風速変動成分によって生ずる揚力を表わす。

風の周期的な乱れに起因する揚力は、流れの特性を考慮することによって、式(2.13)の第 2 項よりつぎのように表わされる。

$$L_T(t) = \frac{1}{2} \rho U \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right)_{\alpha=0} \int_0^c v \left(t - \frac{x}{U} \right) dx \dots\dots\dots (2.14)$$

いま、鉛直変動成分を次式のように表わすと

$$v(t) = v_0 e^{i\omega t} \dots\dots\dots (2.15)$$

式(2.14)はつぎのようになる。

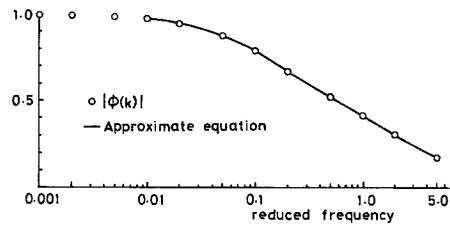


Fig. 1 Exact-equation and approximate-one of absolute value of Sears function

$$L_T(t) = \frac{1}{4} \rho U v_0 e^{i\omega t} c \frac{i}{k} (e^{-2ik} - 1) \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right)_{\alpha=0} \dots\dots\dots (2.16)$$

ただし、 k : 換算振動数 $\left(\frac{c\omega}{2U} \right)$ とする。

以上の各式において、 $\left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right)_{\alpha=0}$ は静的空気力係数であるが、断面が振動することによる空気力への動的効果を表わすものとして $\xi(k)$ を導入すると

$$\left. \begin{aligned} L_T(t) &= \frac{1}{2} \rho U v_0 e^{i\omega t} c Q(k) \xi(k) \left(\frac{dC_L}{d\alpha} + C_D \right)_{\alpha=0, \text{static}} \\ Q(k) &= \frac{i}{2k} (e^{-2ik} - 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.17)$$

$Q(k)$ は周期的変動流における乱れの空間分布特性を表わす関数である。構造断面として、平板を考えると、動的補正係数 $\xi(k)$ は Theodorsen 関数 $C(k)$ で表わされ、静的空気力係数は 2π であることより式(2.17)は

$$L_T(t) = \pi \rho U c v_0 e^{i\omega t} Q(k) C(k) \dots\dots\dots (2.18)$$

となる。

3. 風洞実験

変動風に対する長大橋梁の耐風設計を行なう簡単な手順としては、Fig. 2 に示したようになるものと思われる。図2において、破線で示したIの部分は架橋地点の自然風の性質を調べるための観測、あるいは空力増幅関数を求めるための実験、または観測である。IIの部分は構造物の耐風特性を調べるための実験、あるいは観測である。IIにおける空力増幅関数と振動系の特性を表わす周波数応答関数とが明らかにされれば、風に対する構造物の振動応答がIの結果を利用して求められる。IIIの部分で、測定、あるいは計算によって求められた応答(変位、あるいは加速度)の結果を解析することにより、実際の橋梁の耐風特性を評価することになる。したがって、IIIの結果によっては、IIIからIIにフィードバックされてさらに耐風特性のよい構造断面、あるいは振動特性のよい構造物が選択されることになる。

本章では、IIの部分における空力増幅関数を風洞実験により実験的に求める方法を簡単に述べ、部分模型に対する実験結果と前章で紹介した空力増幅関数を利用した近似式とを示し、比較検討する。

3.1 空力増幅関数の実験的検証法

部分模型の振動系に作用する空気力として、平均風速による成分と乱れによる成分とに分離して考えることにより、たわみ振動1自由度系の運動方程式は

$$\ddot{\eta} + (2\zeta_0\omega_0 - H_1)\dot{\eta} + \omega_0^2\eta = \frac{f(t)}{m} \dots\dots\dots (3.1)$$

のように表わせる。

ただし、 η : 主流直角方向の模型の変位(たわみ変位)、 ζ_0 : 無風時における振動系の減衰比、 ω_0 : 無風時における振動系の固有円振動数、 H_1 : 動的揚力係数、 m : 振動系の単位スパン当りの質量、 $f(t)$: 単位スパン当り

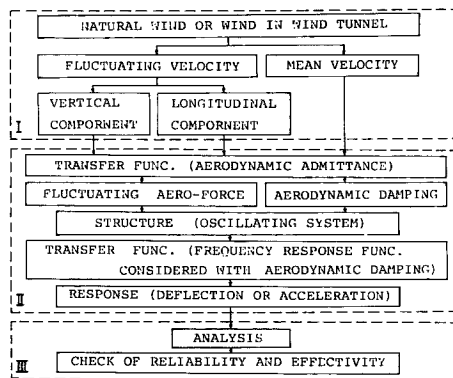


Fig. 2 Block diagram for analysis of deflectional response of long spanned bridges due to vertical gust

に作用する変動風速（鉛直成分）に起因する変動揚力とする。

構造断面に変動風速の鉛直成分 $v(t)$ が作用することによって生ずる変動揚力 $f(t)$ を次式で表わすとき

$$f(t) = \pi \rho c U v(t) A_d(k) \dots\dots\dots (3.2)$$

$A_d(k)$ を動的揚力関数と呼ぶものとする。式(3.1)と式(3.2)より変動風速のパワースペクトル密度 $S_v(\omega)$ とたわみ応答のパワースペクトル密度との間には、つぎの関係式が成立する。

$$S_\eta(\omega) = \{\pi \rho c U \cdot |H(\omega)| \cdot A_d(\omega)\}^2 S_v(\omega) \dots\dots\dots (3.3)$$

したがって、空力増幅関数は次式によって実験的に求めることができる。

$$A_d^2(\omega) = \left\{ \frac{1}{\pi \rho c U} \cdot \frac{1}{|H(\omega)|} \right\}^2 \cdot \frac{S_\eta(\omega)}{S_v(\omega)} \dots\dots\dots (3.4)$$

ただし、 $H(\omega)$ は平均風速 U におけるたわみ 1 自由度系の周波数応答関数であり、次式で表わされる。

$$H(\omega) = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{-\omega^2 + \omega_0^2 + i\omega\{2\zeta_0\omega_0 - \rho(c/2)^2\omega H_1(\omega)/m\}} \dots\dots\dots (3.5)$$

なお、上式に含まれる動的揚力係数 H_1 を実験的に求める方法として、自由振動法により、無風時の振動系の減衰比 ζ_0 、および円振動数 ω_0 、そしてある風速時における減衰比 ζ 、および円振動数 ω を実験的に測定することによって次式から求めることができる。

$$H_1 = 2 \left\{ \zeta_0 \omega_0 - \zeta \omega \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (3.6)$$

3.2 実験内容

前節で述べた方法に基づいて、部分模型の乱れに起因する空力増幅関数を求めるために行なった実験の方法

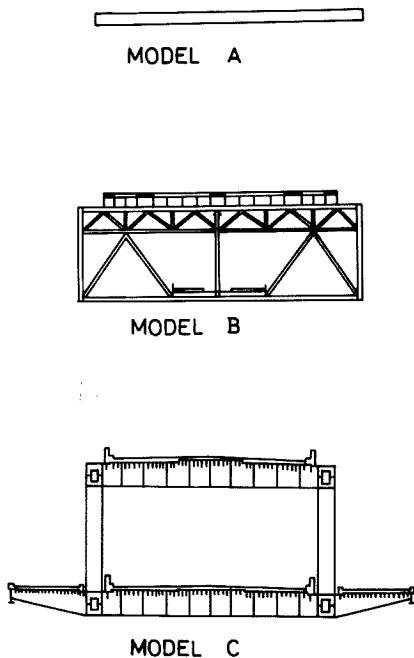


Fig. 3 Models used in wind tunnel test

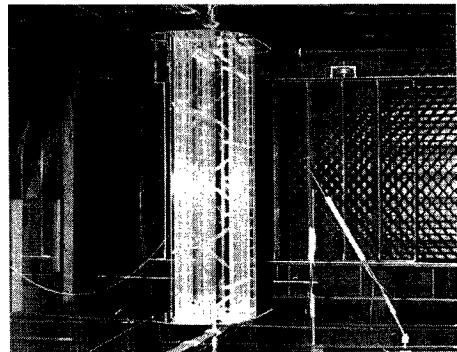


photo.1 Generator of fluctuating wind velocity and model C mounted in wind tunnel



photo.2 Data-recorder and spectral analyzer

および使用した測定器具，装置などについて簡単に述べる。

実験に用いられた風洞は京都大学工学部土木工学教室に設置されたものであり，型式は，吸込み式エッフェル型である。なお，測定断面は高さ 1.5m，幅 2.5m であり，風速は 0~25m/sec の範囲にわたって一様な空気流を発生させることができる。対象とされた模型は，平板断面 (model A)，本州四国連絡橋吊橋 1 案断面 (model B)，および六甲アイランド連絡橋計画断面 (model C) の 3 種類であり，その概略を Fig. 3 に示す。なお，これらの模型は第 5 章の応答解析においても用いられている。模型支持状態は，模型を風洞内に鉛直に吊り下げ，模型上下に取り付けられた 8 本のコイルスプリングによって主流直角方向の振動が可能なものとした。模型変位は，コイルスプリングの端に取り付けられたコの字型エレメントに接着されたストレーンゲージによって検出した。周期的変動流の発生は，風洞上流部に設置された 6 枚の薄翼 (NACA-0012) からなる加振翼 (ねじれ加振) によって行なった。Photo. 1 に風洞内に設置された模型 (model C) とともに，変動流発生装置が示されている。

実験方法は，風洞内の風速をある一定の値に固定し，加振翼を単一正弦波，組合せ正弦波，あるいは不規則波でねじれ強制振動させることにより変動風速を発生させ，X 型熱線風速計 (日本科学工業 K. K. 製) により変動風速を検出し，データレコーダー (TEAC K. K. 製) により磁気テープに記録する。同時に，模型の応答として，ストレーンゲージの抵抗値の変化を動歪計 (新興通信工業 K. K. 製 DS6 / MTX) によって電気的に増幅し，データレコーダーにより磁気テープに記録する。これらの記録されたデータを基に，スペクトルアナライザーを用いて風速変動成分と模型の応答のパワースペクトル密度を計算し前節の方法にしたがって空力増幅関数を求める。ここで使用したデータレコーダーとスペクトルアナライザーを Photo. 2 に示す。使用した測定器具は，以上述べたものの他に，ペン書きレコーダー (渡辺測器製作所 K. K. 製)，ローパスフィルター (新興通信工業 K. K. 製)，NPL 型ピトー管，ベッツ型マンメータ，およびシンクロスコープ (岩崎通信 K.K 製) を使用した。

3.3 実験結果およびその評価

本節では，実験によって得られた動的揚力係数と動的揚力関数の結果を示し，第 2 章で紹介した空力増幅関数の実験結果に対する評価を行なう。

一様空気流中での静的実験より，model B，および C について迎え角 0° における静的揚力係数の勾配 $dC_F / d\alpha$ は，それぞれ 3.325，および 4.914 となった。一方，一様空気流中における自由振動実験より求められた model B についての無次元動的揚力係数 $\hat{H}_1(V)$ を Fig. 4 に示す。なお図中実線は実験値の近似曲線を表わす。model A, B, および C についての $\hat{H}_1(V)$ はそれぞれつぎのように表わすことができる。

$$\text{model A : } \hat{H}_1(V) = -2\pi VF(V) \dots \dots \dots (3.7)$$

$$\text{model B : } \hat{H}_1(V) = -0.04294V^2 - 2.2439V \dots \dots \dots (3.8)$$

$$\text{model C : } \hat{H}_1(V) = -1.060V^2 - 1.211V \dots \dots \dots (3.9)$$

ただし， $\hat{H}_1(V) = mH_1(V) / (\rho b^2 \omega)$ ， $b=c/2$ ， $F(V)$: Theodorsen 関数の実数部， V : 換算風速 ($U / b\omega$) とする。

Fig. 5~7 に動的揚力関数の実験結果を示す。Fig. 5 においては，正弦波の変動気流中における薄翼についての河島の結果¹⁴⁾，および乱流 (乱流格子による) 中における薄翼についての P. Lamson の結果¹⁵⁾を併せて示す。Fig. 6 と図7 においては，風洞気流の変動特性を変化

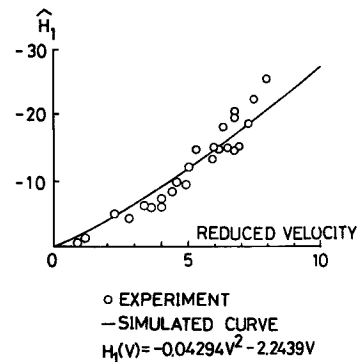


Fig. 4 Comparison of experimental results with approximate curve of dynamic lift coefficient of model B

させた場合の結果を示すもので model B, および model C の実験結果である。なお、これらの図中で細い実線は、Sears 関数の絶対値 $|\phi(k)|$ と静的空気力係数の勾配 $dC_F/d\alpha$ を利用した $(dC_F/d\alpha)|\phi(k)|2\pi$ による計算結果を表わし、太い実線は、準定常空気力理論による式(2・18)を利用した $(dC_F/d\alpha) \cdot Q(k) \cdot C(k)$ を第5章で述べるアナログ計算によって求めたものである。破線で示したものは $|\phi(k)|$ の計算結果である。これらの図から知られるように動的揚力関数の計算結果を実験結果と比較したとき、多少のバラツキはみられるが変動気流特性の変化によらず、ほぼ両者の結果は実験結果の傾向を示しているものと考えられる。したがって、本研究で対象とした模型については、式(3・2)に示される動的揚力関数は近似的に次式によって表わせるものと考えられる。

$$A_d(k) \doteq \frac{dC_F/d\alpha}{2\pi} |\phi(k)| \dots\dots\dots (3\cdot10)$$

あるいは

$$A_d(k) \doteq \frac{dC_F/d\alpha}{2\pi} \cdot Q(k) \cdot C(k) \dots\dots\dots (3\cdot11)$$

4. 長大橋梁のガスト応答問題の検討

自然強風のガストに起因する長大橋梁の不規則振動問題は、1961年に発表された A. G. Davenport の研究を初めとして、以後多くの研究者によって研究が進められている。これらの諸研究は、主として統計的な手法を用いたもので、構造物の応答、あるいは構造部材に生ずる応力などの分散値、あるいは標準偏差値によってガストによる構造物の耐風特性を評価したものである。一方、ガストが構造物に作用したときそれによってどの程度の応答が生ずるかを時間領域で解析することは、構造物の耐風性を評価する上で重要な課題であると考えられる。

第5章において、模型を用いた実験結果に対するガスト過渡応答解析（時間領域における解析）を行なうが、本章では、空力弾性学の分野における、薄翼を対象とした Wagner の問題、および Küssner の問題を簡単に紹介し、式(3・10)および式(3・11)で表わされる近似式に対する若干の評価を行なう。

4.1 Wagner 関数

Fig. 8 に示されるように迎え角 $\alpha = 0^{(0)}$ の状態において、速度 U の薄翼が突然迎え角 α に変化した場合を考える。ただし、以後音速 a に対して $U \ll a$ であって、流れは二次元であるとする。このとき、この迎角

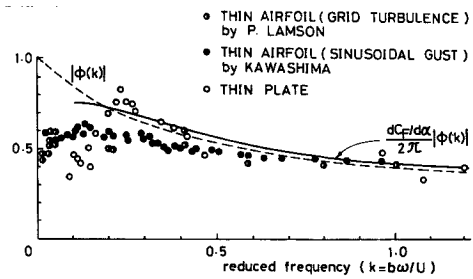


Fig. 5 Comparison of experimental results with some approximate curve of dynamic lift function of model A

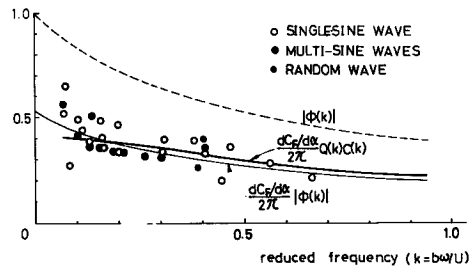


Fig. 6 Comparison of experimental results with some approximate curve of dynamic lift function of model B

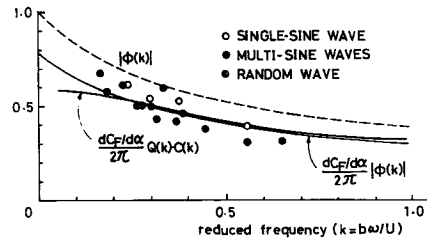


Fig. 7 Comparison of experimental results with some approximate curve of dynamic lift function of model C

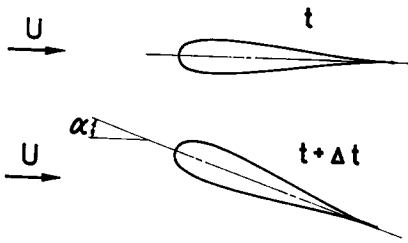


Fig. 8 Impulsive motion of airfoil

の瞬間的な変化に起因して、薄翼に直角な流体の相対速度が生ずる。この直角成分の速度は、薄翼の弦長方向に沿って一様に分布しており、時間の単位ステップ関数 $1(t)$ を用いて次式で表わすことができる。

$$V(x,t) = -U\alpha 1(t) \quad (-1 \leq x \leq 1) \quad \dots\dots (4.1)$$

いま、鉛直速度を次式で表わせば、

$$V(x,t) = V_0 e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (4.2)$$

薄翼に作用する全揚力は次式で与えられる¹⁶⁾。

$$L = -i\rho U b V_0 k \left\{ 1 - \frac{2i}{k} C(k) \right\} e^{ik\tau} \quad \dots\dots (4.3)$$

ただし、 τ : 無次元時間 (Ut/b) とする。

ここで、 $ik = s$ のように変数変換を行なうと、式(4.3)は次式ようになる。

$$L = -\pi\rho U b s \left\{ 1 + \frac{2}{s} C(-is) \right\} V_0 e^{s\tau} \quad \dots\dots\dots (4.4)$$

したがって、薄翼に作用する揚力の indicial admittance は

$$L(\tau) = V_0 L^{-1} \left\{ -\pi\rho U b \left(1 + \frac{2}{s} C(-is) \right) \right\} = -\pi\rho U b V_0 \delta(\tau) - 2\pi\rho U b V_0 L^{-1} \left\{ \frac{C(-is)}{s} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.5)$$

ただし、 $L^{-1} \{ \}$ は $\{ \}$ 内の逆 Laplace 変換を表わす。

式(4.5)の第2項は循環による揚力を表わすが、これを次式で表わすとき

$$L_1(\tau) = 2\pi\rho U b V_0 \Phi(\tau), \quad \Phi(\tau) = 0 \quad (\tau < 0) \quad \dots\dots\dots (4.6)$$

$\Phi(\tau)$ は Wagner 関数と呼ばれる。

$\Phi(\tau)$ は、厳密には次式のように表わされる。

$$\Phi(\tau) = 1 - \int_0^\infty \{ (K_0 - K_1)^2 + \pi^2 (I_0 + I_1)^2 \}^{-1} e^{-s\tau} x^{-2} dx \quad \dots\dots\dots (4.7)$$

ただし、 $K_0, K_1; I_0, I_1$ はそれぞれ2次、および1次の Bessel 関数を表わす。

なお、 $\Phi(\tau)$ の近似式の1つとして、R. T. Jones¹³⁾によれば、つぎのように提案されている。

$$\Phi(\tau) \doteq 1 - 0.165 \exp(-0.0455\tau) - 0.335 \exp(-0.300\tau) \quad \dots\dots\dots (4.8)$$

4.2 Küssner 関数

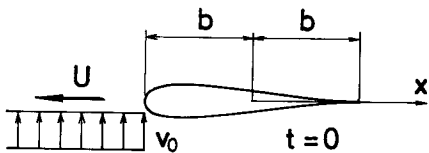


Fig. 9 Airfoil encountering a sharp-edged vertical gust

Fig. 9 に示されるように、水平飛行速度 U である薄翼がステップ状ガストに進入する場合を考える。

$$\left. \begin{aligned} V_a &= 0; & x > Ut - b \\ &= V_0; & x < Ut - b \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (4.9)$$

上式は、 $t = 0$ で Fig. 9 に示すようなステップ状ガストの先端に薄翼の leading edge が到達することを表わし、また、次式で表わすことができる。

$$V_a = \frac{V_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\omega(t - \frac{x}{U} - \frac{b}{U})}}{i\omega} d\omega = \frac{V_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{ik(\tau - x^* - 1)}}{ik} dk \quad \dots\dots\dots (4.10)$$

ただし、 $x^* = x/b$ とする。

したがって、式(4.10)と式(2.7)とから単位スパン当りに作用する揚力は次式で表わされる。

$$L = \rho U b V_0 \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{ik} \left\{ \frac{J_0(k)K_1(ik) + iJ_1(k)K_0(ik)}{K_1(ik) + K_0(ik)} \right\} e^{ik(\tau-1)} dk \dots\dots\dots (4\cdot11)$$

式(4・11)を次式で表わすとき、 $\Psi(\tau)$ が Küssner 関数と呼ばれているものである。

$$L(\tau) = 2\pi\rho U b V_0 \Psi(\tau) \dots\dots\dots (4\cdot12)$$

なお、 $\Psi(\tau)$ は $\tau > 0$ 、および $F_G(k)$ 、 $G_G(k)$ を Sears 関数の実部と虚部とすると次式で表わされる。

$$\Psi(\tau) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{[F_G(k) - G_G(k)] \text{sinc} \tau \cdot \text{sinc} k}{k} dk \dots\dots\dots (4\cdot13)$$

式(4・13)の近似式としては、Laplace 変換の容易な次式が提案されている。

$$\Psi(\tau) \doteq 1 - 0.500 \exp(-0.130\tau) - 0.500 \exp(-\tau) \dots\dots\dots (4\cdot14)$$

4.3 ステップ応答関数およびインパルス応答関数に関する評価

前節までで述べた Wagner 関数 $\Phi(\tau)$ と Küssner 関数 $\Psi(\tau)$ は、ステップ応答関数に相当するものであるが、本節では、式(3・10)と式(3・11)で表わされる動的揚力関数の近似式から得られる等価なステップ応答関数、およびインパルス応答関数を $\Phi(\tau)$ および $\Psi(\tau)$ と比較し検討する。

ガスト応答に対する統計的な評価を行なう場合の従来の周波数領域での議論に対して、本節では時間領域における議論を行なう。この場合に、Duhamel 積分によれば、時間領域で測定された不規則に変動する鉛直方向の風速成分 $V(\tau)$ ($t = \frac{\tau b}{U}$ なる時刻における翼の leading edge に作用する鉛直方向のガスト) による変動揚力 $L(\tau)$ は、ステップ応答関数 (indicial admittance) に相当した前述の Küssner 関数を利用して、 $\Psi(0) = 0$ であることから次式のように表わされる。

$$L(\tau) = 2\pi\rho b U^2 \int_0^{\tau} \frac{V(\sigma)}{U} \frac{d\Psi(\tau-\sigma)}{d(\tau-\sigma)} d\sigma \dots\dots\dots (4\cdot15)$$

一方、Wagner 関数を利用すれば、次式のようになる。

$$L(\tau) = 2\pi\rho b U^2 \left\{ \frac{V(\tau)}{U} \Phi(0) + \int_0^{\tau} \frac{V(\sigma)}{U} \frac{d\Phi(\tau-\sigma)}{d(\tau-\sigma)} d\sigma \right\} \dots\dots\dots (4\cdot16)$$

ただし、式(4・16)においては $\tau = 0$ で運動を開始し、 $\tau < 0$ に対して $V = 0$ とする。したがって、式(4・15)、あるいは式(4・16)で表わされるように変動揚力 $L(\tau)$ が決定されると、たわみ 1 自由度振動系における応答が Duhamel 積分などによって求められる。

以上述べたように、 $\Phi(\tau)$ 、あるいは $\Psi(\tau)$ のような空力的な indicial admittance が求めれば、変動風速による振動応答が求められるという考えに基づき、長大橋梁のガスト応答を求める。そこで、平板状構造断面を有する長大橋梁の等価な (equivalent) aerodynamic indicial admittance $\Omega(\tau)$ を動的揚力関数 $A_d(k)$ より次式によって求める。

$$\left. \begin{aligned} \Omega(\tau) &= \int_0^{\tau} h^*(\tau-\sigma) d\sigma \\ h^*(\tau) &= F^{-1}\{A_d(k)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4\cdot17)$$

ただし、 $F^{-1}\{ \}$ は $\{ \}$ 内の逆 Fourier 変換を表わす。

式(4・17)において $A_d(k)$ を円振動数 ω について偶関数と考え、式(3・10)で表わされる近似式を利用すれば、変動揚力の時間過渡特性を表わす空力伝達関数 $h^*(t)$ は次式で表わされる。

$$h^*(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} A_d(\omega) \cos \omega t d\omega = \frac{dC_F/d\alpha}{2\pi^2} \int_0^{\infty} |\phi(\omega)| \cos \omega t d\omega \dots\dots\dots (4\cdot18)$$

Wagner 関数、および Küssner 関数を実験的に精度良く検証するための研究はあまり行なわれてはおらず、それらの妥当性については明確ではないが、式(4・17)で与えられる $\Omega(\tau)$ に対して式(3・10)、および(3・11)で表わされる $A_d(k)$ の近似式を利用して求めたものを比較するため、それらを Fig. 10 に同時に示した。

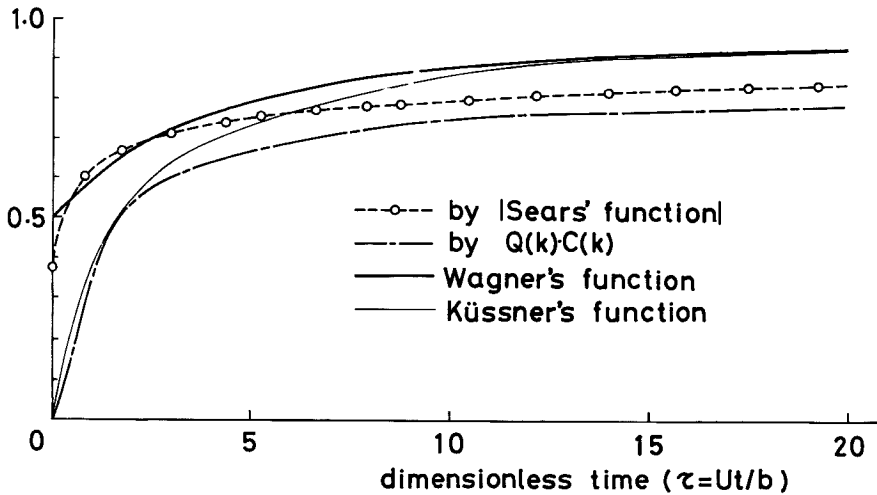


Fig. 10 Aerodynamic indicial admittance and equivalent aerodynamic indicial admittance

太い実線で示したものが Wagner 関数であり、細い実線が Küssner 関数を表わしている。破線で示したものは、 $A_d(k)$ の近似式として式 (3・10) を採用し、式 (4・17)、および式 (4・18) にしたがって数値計算を行なった結果を示している。これは $\tau=0$ で 0.3714 を示し、 $\tau \rightarrow \infty$ で 0.8714 に収束する。 $\psi(\tau)$ 、および $\Psi(\tau)$ の収束値が 1.0であることを考えれば、これは、本来複素関数である Sears 関数を絶対値によって評価していること、あるいは数値計算上の誤差などが原因しているものと思われる。一点鎖線で示したものが、式 (3・11) で表わされる $A_d(k)$ の近似式を利用して、第 5 章で述べるアナログ計算を行なった結果である。この場合にも、 $\tau \rightarrow \infty$ での収束値が $\psi(\tau)$ と $\Psi(\tau)$ に比較して小さいが、これは、アナログ計算機の演算器によるプログラム回路に関する誤差が原因しているものと考えられる。あるいは、近似式の精度上の問題も含まれているものと考えられる。

しかしながら、これらの indicial admittance に関して、特に τ の値が 0 に近い小さな領域における立上り部分が応答計算では重要と考えられることより、それらの精度に関しては、さらに今後に残された問題が多いものと考えられる。

5. ガスト応答の時間領域での解析

本章においては、前章までで述べた空力増幅関数、あるいは動的揚力関数を用いてガスト過渡応答を解析する方法について述べる。文献 (4) においては、不規則振動に関するモンテカルロ法を用いて、与えられたパワースペクトル密度から変動空気力をシミュレートし、これを外力とする振動系の変位応答の時間軌跡を求め、応答のピークの最大値分布についても検討を行なっている。本章で述べる方法は、変動風に起因する長大橋梁の応答のピークの最大値分布などに関する評価を行なうためのガスト過渡応答解析の第 1 段階として行なわれたものであり、2, 3 の構造断面について、たわみ 1 自由度振動系の 2 次元構造物を対象とした解析方法、およびその解析結果を述べる。

第 1 の方法は、Duhamel 積分を用いて数値計算を行なうものであり、第 2 の方法は、入出力の Laplace 変換による伝達関数に基づいたアナログシミュレーションによるものである。

5.1 数値計算

ある時刻 t における構造断面のたわみ 1 自由度系のガスト過渡応答 $\eta(t)$ を数値計算によって求める。この場合に空力伝達関数 $h^*(t)$ は式 (4・18) で表わされるものとし、振動系の伝達関数 $h(t)$ は、式 (3・5) で

表わされる空力減衰を考慮した周波数応答関数 $H(\omega)$ の逆 Fourier 変換として、

$$h(t) = F^{-1}\{H(\omega)\} = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_0 t} \sin \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} t \dots\dots\dots (5.1)$$

のように表わされる。model B ($U = 5.0 \text{ m/sec}$)、および model C ($U = 4.09 \text{ m/sec}$) について式(4.18)より計算される $2\pi\rho b U h^*(t)$ の結果を Fig. 11, Fig. 12 に示した。なお図中●印は $\rho b U \{(dC_F / d\alpha) / 2\pi\} \times \int_0^\infty |\phi(k)| \sin \omega t d\omega$ より求められる計算結果を表わしている。Fig. 13, Fig. 14 は式(5.1)より計算される model B ($U = 5.0 \text{ m/sec}$) と model C ($U = 4.09 \text{ m/sec}$) とについて、無風時の場合と比較した $e^{-\zeta \omega_0 t}$ の計算結果を示したものである。したがって、 $h^*(t)$ と $h(t)$ とを用いることによって $\eta(t)$ は次式により計算される。

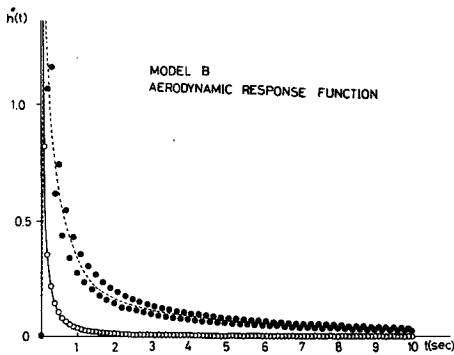


Fig. 11 Aerodynamic response function of model B

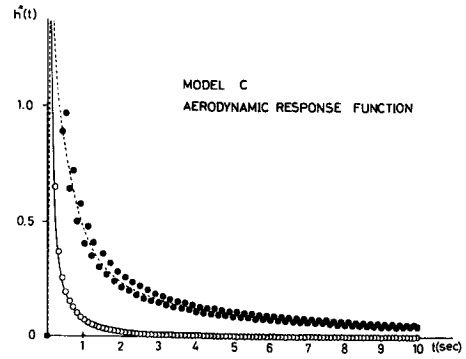


Fig. 12 Aerodynamic response function of model C

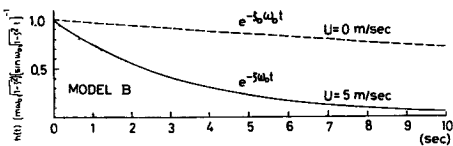


Fig. 13 Envelope of response function of model B

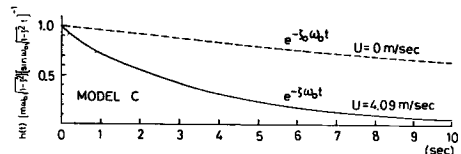


Fig. 14 Envelope of response function of model C

$$\begin{aligned} \eta(t) &= \int_{-\infty}^t \left\{ 2\pi\rho b U \int_{-\infty}^{\sigma_1} V(\sigma_2) h^*(\sigma_1 - \sigma_2) d\sigma_2 \right\} h(t - \sigma_1) d\sigma_1 \\ &\doteq \int_{-\infty}^t \left\{ 2\pi\rho b U \int_{-\infty}^{\sigma_1} V(\sigma_2) \frac{1}{2\pi^2} \frac{dC_F}{d\alpha} \left[\int_0^\infty |\phi(\omega)| \cos \omega(\sigma_1 - \sigma_2) d\omega \right] d\sigma_2 \right\} \\ &\times \frac{1}{m} \frac{1}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}} e^{-\zeta \omega_0 (t - \sigma_1)} \sin \omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} (t - \sigma_1) d\sigma_1 \dots\dots\dots (5.2) \end{aligned}$$

なお、上式のなかに含まれる空力減衰を考慮した減衰比 ζ において、式(3.7)～式(3.9)で表わされる無次元動的揚力係数 $\hat{H}_1(V)$ は ω の関数でもあり $\hat{H}_1(\omega_0)$ の値を用いる。 $\hat{H}_1(\omega)$ を $\hat{H}_1(\omega_0)$ で近似した周波数応答関数 $H(\omega)$ は、計算結果によれば、ほとんど誤差は見られなかった。さらに実験結果によれば、不規則変動風に対する構造物の応答は、振動系の固有振動数に近い振動数で振動することより $\hat{H}_1(\omega)$ を $\hat{H}_1(\omega_0)$ で近似したものをを用いて計算を行なった。また Sears 関数の絶対値 $|\phi(\omega)|$ は、式(2.11)で表わされる近似

Table 1. Physical dimensions of model tests

NOTATION	DIMENSION		MODEL B	MODEL C	LARGE SCALE MODEL
AIR DENSITY	ρ	$\text{kg}\cdot\text{sec}^2\cdot\text{m}^{-4}$	0.1250	0.1250	0.1250
SPAN LENGTH	l	m	0.9300	0.9300	8.0000
HALF CORD LENGTH	b	m	0.1675	0.2415	1.7100
MASS PER UNIT SPAN LENGTH	m	$\text{kg}\cdot\text{sec}^2\cdot\text{m}^{-2}$	0.4509	0.8065	41.310
INITIAL CIRCULAR FREQUENCY	ω_0	sec^{-1}	11.78	9.239	1.320
INITIAL DAMPING RATIO	ζ_0		0.002876	0.004760	0.009550
SLOPE OF LIFT COEFFICIENT	$\frac{dc_g}{d\alpha}$		3.325	4.914	1.592
MEAN WIND VELOCITY	U	$\text{m}\cdot\text{sec}^{-1}$	5.000	4.090	14.90
CIRCULAR FREQUENCY	ω	sec^{-1}	11.78	9.235	
DAMPING RATIO	ζ		0.02499	0.03089	

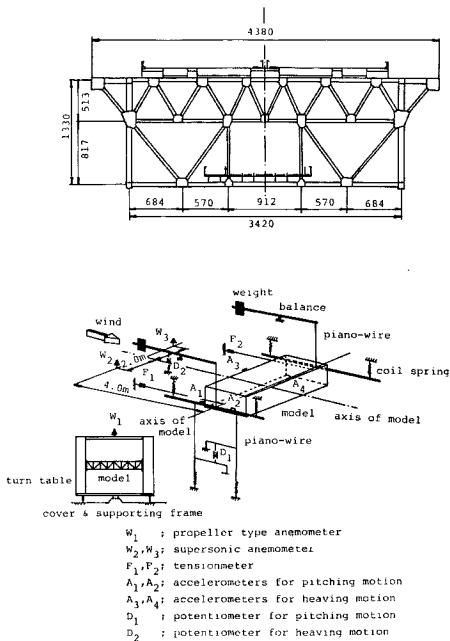


Fig. 15 Dimension and mounting system of large scale model

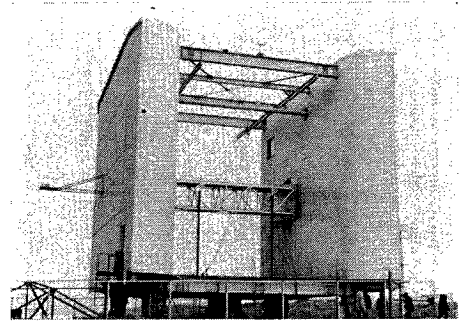


Photo. 3 Large scale model

式を用いた。Table 1 に計算に用いられた model B, model C, および耐風実験橋についての諸物理量を示す。Fig. 15 に耐風実験橋の断面寸法, およびその支持状態を示す。 W_2 と W_3 は超音波風速計を表わしている。なおこの模型のスパンは 8m であり, Photo. 3 にその全体の風景が示されている。

Fig. 16 において一番上に示した (A) の図が耐風実験橋のたわみ応答記録である。(B) と (D) は, それぞれ Fig. 15 において W_2 と W_3 で示した風速計によって測定された鉛直方向の変動風速の記録

である。Fig. 16 の (C) と (E) は、それぞれ (B), (D) で示される鉛直方向ガストに対して計算されたたわみ変位応答を示しているが、それぞれ応答振幅の計算結果は実測値に比較して小さい。これらの結果からもわかるように、部分模型であるとはいっても大型の模型であることと自然風中に設置されていることより考えれば、流れの二次性の仮定は、もはや成立していない。したがって、風速測定位置、あるいは風速の空間分布特性をどのように考慮すべきかという問題が、ここで述べた方法においても重要となってくるものと考えられ

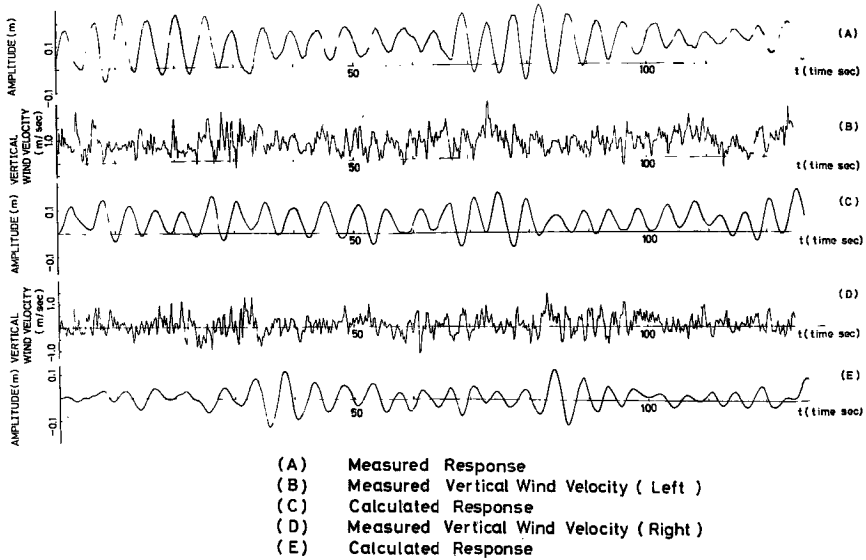


Fig. 16 Comparison of calculated deflectional response by numerical analysis with experimental results of large scale model (due to vertical gust)

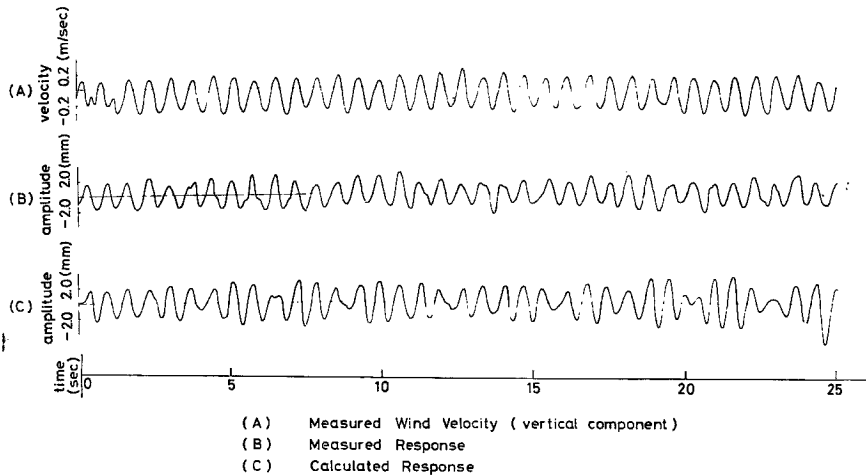


Fig. 17 Comparison of calculated deflectional response by numerical analysis with experimental results of model B (due to vertical sinusoidal gust)

る。Fig. 17 は、model B の風洞実験より得られた周期的鉛直方向ガスト (A) に対するたわみ変位応答の測定記録 (B) とその計算結果 (C) とを示す。Fig. 18, Fig. 19 は、model B の 2 種類の正弦波を組合せた鉛直方向ガスト (A) に対する実験結果 (B) と計算結果 (C) とを示したものである。Fig. 20 は、model C の周期的鉛直方向ガストに対する計算結果と実験結果を示している。model C については、応答振幅の計算値は実験値に比較してかなり小さくなっているが、この模型はダブルデッキ型式であり、平板状構造物とは多少異なった耐風性状を有することに原因しているものと思われる。さらに、ここで述べた方法は、つぎのような問題点が残されている。(i) 実験値には主流方向の変動風速によって生ずるとされる応答も含まれていること、

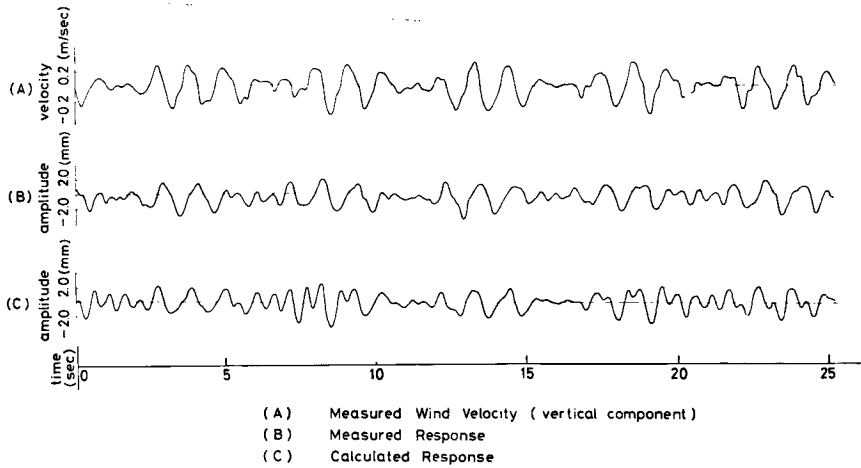


Fig. 18 Comparison of calculated deflectional response by numerical analysis with experimental results of model B (due to vertical multi-sinusoidal gusts)

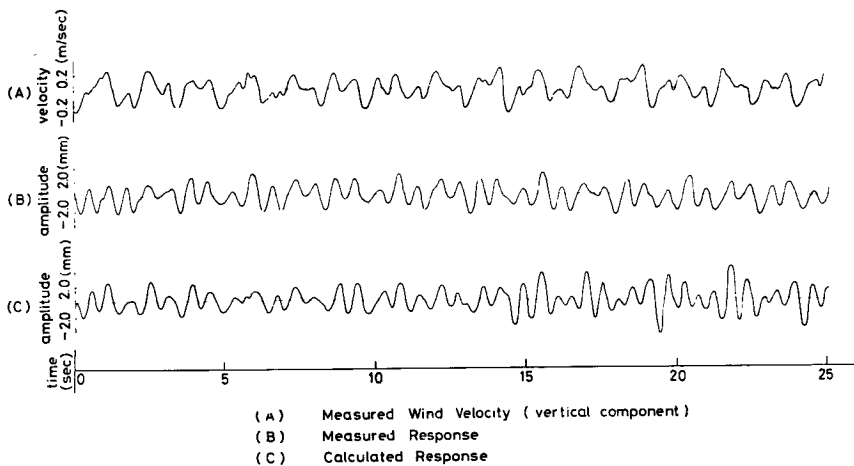


Fig. 19 Comparison of calculated deflectional response by numerical analysis with experimental results of model B (due to vertical multi-sinusoidal gusts)

(ii)動的揚力関数を複素関数として評価していないこと、(iii)Fourier逆変換の計算において ω の積分がある有限の範囲で行なわれていること、(iv)入力である変動風速(鉛直成分)は、ローパスフィルターを通した後のペン書き記録より読み取ったものであり、変動風速の高周波成分が除去されていること、(v)数値積分計算に含まれる累積誤差の影響が考えられること、さらに、耐風実験橋の実験、および計算結果から知られたように、ここで述べた方法を実橋へ適用するには、変動風速の空間分布特性に対する考慮も払わなければならないなどの課題が残されている。しかしながら、ここで述べた方法は前述のようにいくつかの問題点は残されているが、計算によって求められた結果は、一応実験結果を説明しているものと考えられる。

5.2 アナログシミュレーション

平板状構造物の耐風特性のアナログ解析を行なったものとしては文献(17)が認められる。これは、たわみ、およびねじれ2自由度振動系において、主流方向、およびそれと直角方向の周期的変動風速に起因する強制振動、およびフラッターを扱ったものであり、空気力係数の非線形性を考慮し、主流方向の変動空気力に Sears 関数を導入している。

本研究においては、第2章でも述べた理由からたわみ1自由度振動系の2次元断面としての鉛直ガストに起因する過渡応答を近似的に推定することを目的としている。したがって、この場合には、応答振幅は比較的小さく、空気力の非線形性は考慮せず線形問題とみなしても大きな誤差はないものと考えられる。なお、本研究においては、すべて線形問題として解析を行なっている。

無次元時間 τ で式(3・2)を表わし、 $v(\tau)$ を入力、 $f(\tau)$ を出力と考えれば、入力と出力を関連づける伝達関数は、Laplace 変換によって次式で表わされる。

$$\frac{L\{f(\tau)\}}{L\{v(\tau)\}} = 2\pi\rho b U A_d(-is) \dots\dots\dots (5\cdot3)$$

ただし、 $L\{ \}$ は $\{ \}$ 内の Laplace 変換を表わし、 i を虚数単位として $ik = s$ なる変数変換を行なう。式(5・3)において、動的揚力関数 $A_d(k)$ として式(3・11)で表わされる近似式を用い、また Theodorsen 関数 $C(k)$ には、R. T. Jones の近似式¹⁸⁾を用い、さらに式(2・17)を用いることにより伝達関数は

$$\frac{L\{f(\tau)\}}{L\{v(\tau)\}} \doteq \rho b U \frac{dC_F}{d\alpha} \frac{1}{2s} (-e^{-2s}) \left(1 - \frac{0.165}{1+0.0455/s} - \frac{0.335}{1+0.3/s} \right) \dots\dots\dots (5\cdot4)$$

となる。式(5・4)には e^{-2s} を含むが、これはアナログ計算機の時間遅れ要素に相当するものであり、計算機の種類によってはこの時間遅れ要素の装置が組込まれているものがある。しかしながら、我々の使用した計算機日立 ALS-200 X には、その装置が無いという理由により次式で表わされる近似式 Padé の展開 P_{22} を採用して、アナログ計算機の演算器によって作る方法を用いた¹⁸⁾。

$$P_{22} = \frac{12-12s+4s^2}{12+12s+4s^2} \dots\dots\dots 5\cdot5)$$

この近似式は、べき級数に展開して第5項まで一致している。なお、この近似式には適応範囲があって、伝達

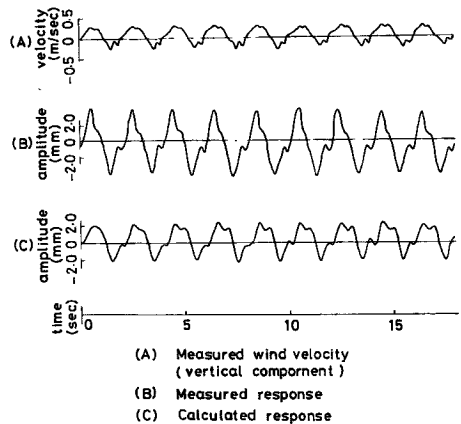


Fig. 20 Comparison of calculated deflectional response by numerical analysis with experimental results of model C (due to vertical sinusoidal gust)

関数を e^{-2s} とするとき、その入力波の振動数 k (換算振動数) は、 $0 < k < 1$ を満足するようなものでなければならぬ。我々の行った実験に対するシミュレーションにおいては、ほぼこの条件は満足しているものと考えられる。したがって、式 (5.5) を式 (5.4) に代入し、アナログ計算機のプログラムに便利な形に変形すれば、伝達関数は次式のように表わされる。

$$\frac{L\{f(\tau)\}}{L\{v(\tau)\}} \doteq 3\rho bU \frac{dC_F}{d\alpha} \frac{1}{s^2 + 3s + 3} \cdot \frac{1+sT_1}{1+sT_2} \cdot \frac{1+sT_3}{1+sT_4} \dots\dots\dots (5.6)$$

ただし、 $T_1=18.60$, $T_2=21.98$, $T_3=1.969$, $L_4=3.333$ 。式 (5.6) で表わされる伝達関数に対するブロック線

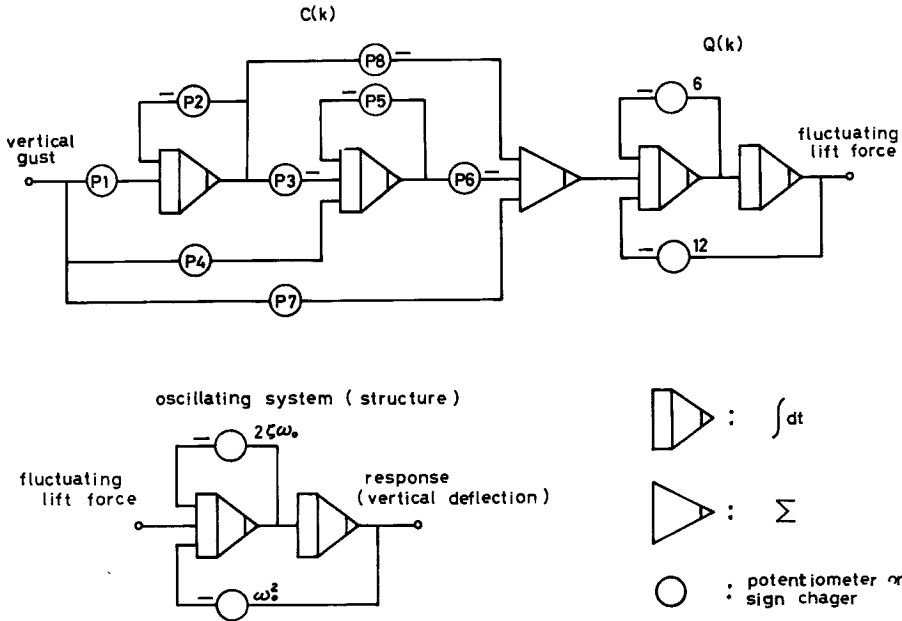


Fig. 21 Analog block diagram

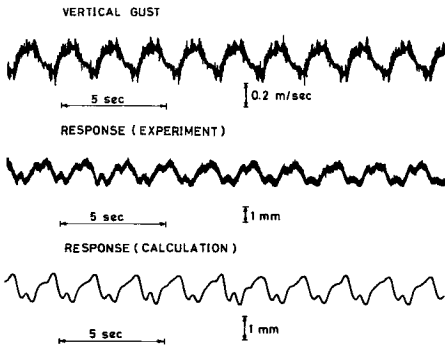


Fig. 22 Comparison of calculated deflectional response by analog analysis with experimental results of model B (due to vertical sinusoidal gust)

図を Fig. 21 に示す。なお、Fig. 21 において、 $P_1=3\rho bU (dC_F/d\alpha) (1/T_2)$, $P_2=1/T_2$, $P_3=(T_2-T_1)/T_2T_4$, $P_4=3\rho bU(dC_F/d\alpha) (T_1/T_2T_4)$, $P_5=1/T_4$, $P_6=(T_3-T_4)/T_4$, $P_7=3\rho bU (dC_F/d\alpha)(T_1T_3/T_2T_4)$, $P_8=(T_2T_3-T_1T_3)/T_2T_4$ である。したがって、変動風速の鉛直成分 $v(\tau)$ が式 (5.6) で表わされる伝達関数を有する系に入力されて、出力として変動揚力が生ずる。そして、この変動揚力がいま考えている空力減衰を考慮した減衰を有するたわみ 1 自由度振動系の強制外力項として入力され、その出力としてのたわみ応答が求められる。

Fig. 22~Fig. 24 に model B に対する実験結果と計算結果とを示す。それぞれ、上段に示したものが模型スパン中央付近の leading edge の横側約 40cm に設置した熱線風速計によって得られた鉛直方向ガストの記録

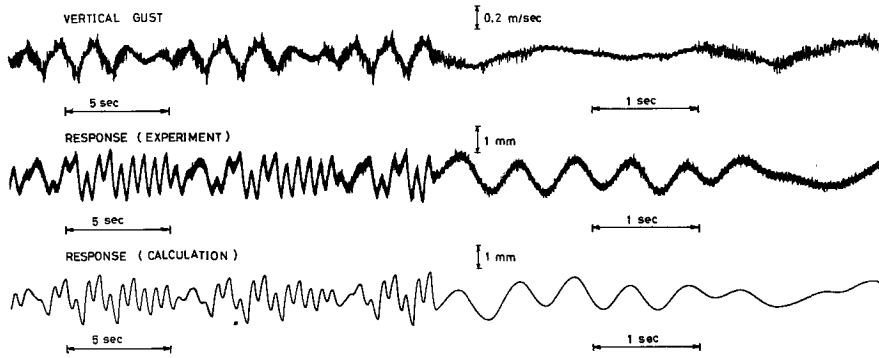


Fig. 23 Comparison of calculated deflectional response by analog analysis with experimental results of model B (due to vertical multi-sinusoidal gusts)

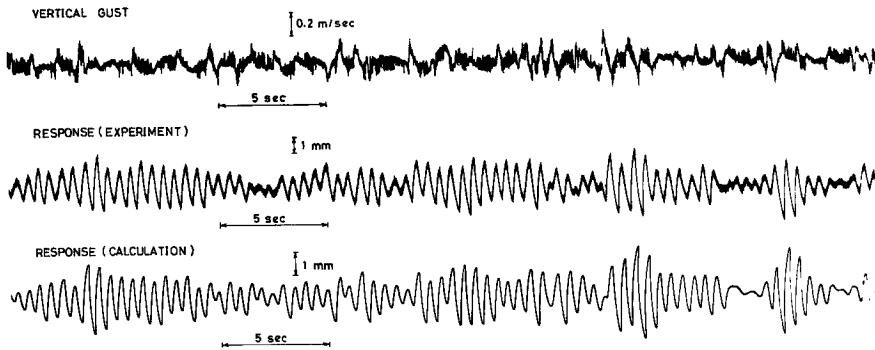


Fig. 24 Comparison of calculated deflectional response by analog analysis with experimental results of model B (due to vertical random gust)

であり、中段のトレースは、たわみ変位応答の実験結果である。下段に示したトレースが、上段に示した鉛直方向ガストのデータレコーダーの磁気テープに記録されたものの出力を Fig. 21 で示される伝達関数を有するアナログ計算機に直接入力することによって求められたたわみ応答の計算結果である。Fig. 22 は、周期的なガストに対するものであり、Fig. 23 は数種類の正弦波を組合わせたガストに対するものである。Fig. 22～Fig. 24 よりわかるように、計算結果は波形、および振幅とも実験結果と良く一致しているものと考えられる。ただし、位相については、良い結果が得られていないが、これは式 (3・11) を用いた $A_d(k)$ の近似式が位相も含めた近似式でないことに原因するものと考えられる。今後実験データを数多く集めることにより、さらに精度の良い $A_d(k)$ の近似式を求めることが望まれる。なお、ここで述べたアナログ解析においても、平均流方向の変動風の影響、およびねじれ振動を含めていないことの問題、あるいはタイムスケールングのために行なうデータレコーダーによるガスト記録の低周波化の際に生ずるノイズの影響など、今後検討しなければならない課題が残されている。しかしながら、前述のようないくつかの問題点は残されてはいるが、ここで述べた方法は、たわみ 1 自由度振動系におけるガスト過渡応答を推定する上で、観測データをそのまま入力でき取扱いが簡単であるなどの利点があり、ガスト応答のピーク分布などに対する考察も比較的簡単に行

なえるものと思われる。

6. む す び

本研究では、平板状構造断面を有する長大橋梁の空力増幅関数（あるいは動的揚力関数）として Sears 関数、および準定常空気力に動的補正を考慮したものを近似的なものとして適用し、実験的な検証を行なった。さらに、それらの結果を利用し、Wagner 問題、および Küssner 問題として知られている空力的な時間過渡問題に関連づけ、たわみ 1 自由度振動系の 2 次元断面の鉛直方向ガストに起因する過渡応答を数値計算、およびアナログ計算により近似的に推定する方法を述べた。

得られた結果の主たるものを列記すればつぎのとおりである。

- (1) 変動風速(鉛直成分)とそれに起因する変動揚力とを関連づける動的揚力関数は、近似的には、静的揚力係数勾配 $dC_F/d\alpha$ と Sears 関数の絶対値 $|\phi(k)|$ とによって $A_d(k) = \{(dC_F/d\alpha)/2\pi\} \cdot |\phi(k)|$ 、および Theodorsen 関数 $C(k)$ と周期的変動流における乱れの空間分布特性を表わす関数 $Q(k)$ とによって、 $A_d(k) = \{(dC_F/d\alpha)/2\pi\} Q(k) \cdot C(k)$ のように表わすことができるものと考えられる。
- (2) 空力増幅関数または動的揚力関数は、気流の変動特性には平板状断面については余り大きな影響を受けないものと思われる。
- (3) 動的揚力係数 $H_1(\omega_0)$ を用いて空力減衰を考慮した周波数応答関数 $H(\omega)$ と $A_d(k) = \{(dC_F/d\alpha)/2\pi\} |\phi(k)|$ とにより、数値計算を行なって得られたガスト応答の値は、大体実験値と一致しているものと考えられる。
- (4) $H_1(\omega_0)$ により空力減衰を考慮し、 $A_d(k) = \{(dC_F/d\alpha)/2\pi\} Q(k) C(k)$ を用いアナログ計算を行なって得られたガスト応答の結果は、大体実験結果と一致しているものと考えられる。

なお、今後変動風速の測定位置(変動風速の空間分布特性)に対する評価を行なうことが望まれる。また、Wagner 関数、および Küssner 関数に関連して $A_d(k)$ より得られる等価な indicial admittance に対する実験的検証法について検討することなど、今後に残された課題は多いものと思われる。

最後に、本研究を行なうにあたり多大の協力を得た石川島播磨重工大門孝一氏、本州四国連絡橋公団岸本良孝氏、建設省谷口栄一氏、および京都大学工学部橋梁研究室の丸山俊氏をはじめとして関係各位に感謝の意を表するものである。

参 考 文 献

- 1) Davenport A. G.: A Statistical Approach to the Treatment of Wind Loading of Tall Masts and Suspension Bridges, PhD Dissertation, Univ. of Bristol, 1961.
- 2) Vickery B. J. and A. W. Clark: Lift or Across-Wind Response of Tapered Stacks, J. of the Str. Division, ASCE, 1972, pp. 1~36.
- 3) 伊藤 学, 宮田利雄他: 変動風速による吊橋模型の不規則振動応答, 第28回土木学会年次学術講演会, 1973, pp. 425~426.
- 4) 伊藤 学, 宮田利雄他: 併用吊形式橋梁等の耐風性に関する研究, 東京大学工学部土木工学科橋梁研究室, 1973.
- 5) 小西一郎, 白石成人他: 長大吊橋補剛桁の風に対する動的応答の数値計算例, 第28回土木学会年次学術講演会, 1973, pp. 420~422.
- 6) 小西一郎, 白石成人, 松本 勝: 構造断面の不規則応答に関する一考察, 構造物の耐風性に関する第3回シンポジウム論文集, 1974, pp. 247~254.
- 7) 白石成人, 松本 勝他: 長大吊橋の不規則な耐風応答特性に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第17号 B, 1974, pp. 191~208.

- 8) 坂田 弘, 田中博喜 : 不規則流によるつり橋の振動, 三菱重工技報, Vol. 7, No. 7.
- 9) 篠塚正宣 : Simulation of Multivariate and Multidimensional Random Processes, JASA, 1971.
- 10) Theodorsen. T.: General Theory of Aerodynamic Instability and the Mechanism of Flutter, NACA, TR-496, 1935, pp. 3~23.
- 11) Sears: W. R. Some Aspects of Non-Stationary Airfoil Theory and Its Practical Application, JAS, Vol. 8, No. 3, 1941, pp. 104~108.
- 12) Horlock J. H.: Fluctuating Lift Forces on Airfoil Moving, Eng'g, Trans. ASME, 1968, pp. 494~500
- 13) Fung Y. C.: The Theory of Aeroelasticity, J, Wiley, 1955.
- 14) 河島佑男 : 調和的に変動する風に関する研究, 構造物の耐風性に関する第1回シンポジウム論文集, 1970, pp. 243~250.
- 15) Lamson P.: Measurement of Lift Fluctuations due to Turbulence, NACA, Technical Note. 3880, 1957, pp. 1~38.
- 16) Von Karman, & Sears W. R., Airfoil Theory of Non-Uniform Motion, JAS. Vol. 5, No. 10, 1938, pp. 379~390.
- 17) 宇都宮英彦, 岡南博夫 : 変動風による平板の応答に関する基礎的研究, 第27回土木学会年次学術講演会, 1972, pp. 839~842.
- 18) 藤田広一 : アナログ電子計算機のプログラム, 昭晃堂, 1971, pp. 143~144.