

# 一定軸力と変動曲げモーメントを受ける 鉄骨鉄筋コンクリート断面の変形能力

若 林 實・柴 田 道 生

“A STUDY ON THE DUCTILITY OF STEEL REINFORCED  
CONCRETE COLUMN SECTIONS SUBJECTED TO CONSTANT  
AXIAL LOAD AND REPEATED BENDING MOMENT”

By *Minoru WAKABAYASHI* and *Michio SHIBATA*

## Synopsis

A numerical analysis is conducted on the moment-curvature relation of steel reinforced concrete column sections under constant axial load. Assuming piecewise-linear hysteretic, stress-strain relations for steel and concrete and using discrete element approach, the step-by-step incremental calculations show some interesting results that the ductility under repeated loading is much less than that under monotonic loading, and that there exists some critical value of curvature amplitude for estimating the ductility. If the curvature amplitude is greater than its critical value, the moment capacity of the cross-section deteriorates considerably under repeated loading.

## 1. 序

建築構造物の耐震安全性を評価する際、その最大耐力のみならず、耐力を保持しながらどの程度まで変形し得るかという、いわゆる変形能力を考慮せねばならないことはいうまでもない。特に鉄筋コンクリート構造（以後 RC 構造と呼ぶ）あるいは鉄骨鉄筋コンクリート構造（以後 SRC 構造と呼ぶ）では、単調載荷の場合作用軸力が大きくともある程度の変形能力が期待できるが、繰返し載荷の場合は作用軸力が大きくなると数回の繰返しにより著しく耐力が低下することが知られている。

本研究は、一定軸力と繰返し曲げモーメントを受ける RC および SRC 断面のモーメント曲率関係を、実際に近いと考えられる応力-歪関係に基づいて数値解析し、その変形能力に及ぼす繰返し回数、軸力比、鋼材量、鋼材配置等の影響を明らかにしようとする。

## 2. 解 析

ここでは、一定軸力と変動曲げモーメントを受ける、コンクリートと鋼材よりなる複合材料断面の、モーメント-曲率関係の数値解析法について概説する。本解析で用いられた主な仮定を次に記す。

- 1° 平面保持が成立する。
- 2° せん断変形、せん断破壊、付着破壊等いわゆるせん断の影響は考えない。
- 3° 材料の応力-歪関係は区分線形とする。
- 4° 鉄筋や鉄骨板要素の局部座屈は生じない。

仮定 1° によればある荷重段階において、材軸から  $z$  の距離にある繊維要素の応力増分  $d\sigma(z)$  は、その要素の接線弾性係数  $E_t(z)$  および重心軸上の歪増分  $d\epsilon$  と曲率増分  $d\kappa$  により次式で表わされ、

$$d\sigma(z) = E_t(z) \cdot (d\epsilon + z \cdot d\kappa) \dots\dots\dots (1)$$

軸力増分  $dN$  と曲げモーメント増分  $dM$  は断面力の定義に基づいて、

$$dN = \int d\sigma \cdot dA = \int E_c(d\epsilon + z \cdot d\kappa) dA = \bar{A} \cdot d\epsilon + \bar{S} \cdot d\kappa \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$dM = \int z d\sigma \cdot dA = \int E_c z (d\epsilon + z \cdot d\kappa) dA = \bar{S} \cdot d\epsilon + \bar{I} \cdot d\kappa \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\bar{A} \equiv \int E_c dA$ 、 $\bar{S} \equiv \int E_c z dA$ 、 $\bar{I} \equiv \int E_c z^2 dA$  であり、積分表示は断面についての面積積分を表す。

(2)式において軸力一定の条件より  $dN=0$  とおけば、

$$d\epsilon = -\bar{S}/\bar{A} \cdot d\kappa \quad \dots\dots\dots (4)$$

となり、これを(3)式に代入すれば  $dM$  と  $d\kappa$  の関係が次式で与えられる。

$$dM = (\bar{I} - \bar{S}^2/\bar{A}) \cdot d\kappa \quad \dots\dots\dots (5)$$

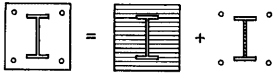


Fig. 1. Idealized cross section.

実際の数値計算では Fig. 1 に示すように断面をいくつかの繊維要素に分割し、各要素内で接線弾性係数が一様に分布すると仮定して  $\bar{A}$ 、 $\bar{S}$ 、 $\bar{I}$  を決定した。このことは断面内の剛性分布を段階的分布と仮定したことになり、仮定 3° を考慮すると  $\bar{A}$ 、 $\bar{S}$ 、 $\bar{I}$  は連続的な曲率変化に応じて段階的に変化し、(5) 式はその各段階について有効である。したがって、段階的数値計算を正確に遂行す

るためには各繊維要素の剛性変化を逐次追跡する必要がある。

重心軸から  $z_j$  の距離にある繊維要素の歪増分  $d\epsilon_j$  は仮定 1° および(4)式より、

$$d\epsilon_j = d\epsilon + z_j \cdot d\kappa = (z_j - \bar{S}/\bar{A}) \cdot d\kappa \quad \dots\dots\dots (6)$$

その要素の接線弾性係数が変化するために必要な歪増分は、歪履歴および材料の応力-歪関係より決定できるので、その値を(6)式の左辺に代入すれば対応する曲率増分  $d\kappa_j$  が定まる。各繊維要素について  $d\kappa_j$  を計算し、それらの内絶対値最小でかつ載荷法則に矛盾しない値が最適増分となる。

### 3. 材料の応力-歪関係

#### 3.1 コンクリート

一般に、円柱試験に基づくコンクリートの応力-歪関係は、歪度が0.2%程度までは2次曲線で、それ以上の歪に対しては負勾配を持つ直線で表現できるとされており、RC構造やSRC構造におけるフープの外側、いわゆるかぶり部分のコンクリートの状況はほぼ円柱試験体と類似していると考えられる。一方、帯筋や鉄骨フランジの内側部分は帯筋や鉄骨フランジにより横方向に拘束されるので、強度・変形能力とも上昇することが期待できるとされているが<sup>1)</sup>、鉄骨フランジの定量的な拘束効果についてはいまだ明らかにされていない。

本解析では、かぶり部分と内側部分のコンクリートを区別し、Fig. 2 に示す応力-歪関係を仮定する。両部分共コンクリートは引張応力には耐えられないものとし、弾性除荷部分は、除荷点歪  $\epsilon_1$  が0.2%以下の場合には初期勾配に平行な直線をたどり、0.2%を越える場合は  $(\epsilon_1/2, 0)$  点に向う直線をたどるものとする。仮定した応力-歪関係と文献 2 による実験結果の比較を Fig. 3 に示す。

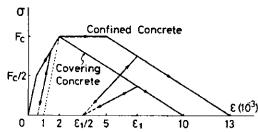


Fig. 2. Idealized stress-strain relation of concrete.

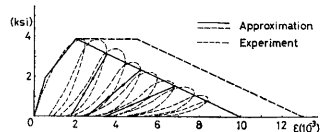


Fig. 3. Comparison of assumed stress-strain relation of concrete with experiment (ref. 2).

3.2 鋼材

鉄骨および鉄筋について Fig. 4 に示す応力-歪関係を仮定する。Bauschinger 域に対応する第 2 勾配は小振幅の場合前回の除荷点に向う直線とし、大振幅では Young 係数  $E(=2100t/cm^2)$  の 1/10 とする。また、歪硬化域に対応する第 3 勾配は  $E/200$  とし、履歴ループのふくらみを規定する補助線（細鎖線で示す）の勾配は  $-E/100$  とする。仮定した応力-歪関係と文献 3 による実験結果の比較を Fig. 5 に示す。

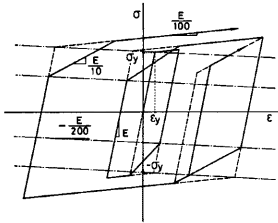


Fig. 4. Idealized stress-strain relation of steel.

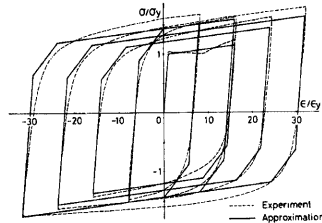


Fig. 5. Comparison of assumed stress-strain relation of steel with experiment (ref. 3).

4. 実験結果との比較

本解析法による解析結果と実験結果との比較を Fig. 6 (a)~(c) に示す。図中実線は解析結果であり、破線は文献 4 による実験結果である。実験値は、H 形鋼を用いた鉄骨鉄筋コンクリート部材に一定軸力と、材軸に沿って一様な繰返し曲げモーメントを加える実験より得られたものであって、断面は 15cm×15cm、使用した鉄骨は H100×50×4×6 (SS 41) であり、鉄筋は 4-D10 (SD 30) であった。Fig. 6 (a) は作用軸力が  $N=0$  の場合であり、解析結果と実験値はよく一致している。Fig. 6 (b) は作用軸力  $N$  と単純圧縮時の最大耐力  $N_0$  の比が  $N/N_0=0.3$  の場合で、解析で得られた最大モーメントは実験値を多少下まわっているが、解析結果は大変形域での履歴性状をよく説明している。Fig. 6 (c) は  $N/N_0=0.6$  の場合であるが実験の繰返し数が少く、変形も小振幅に留まっているので解析結果との比較は困難である。

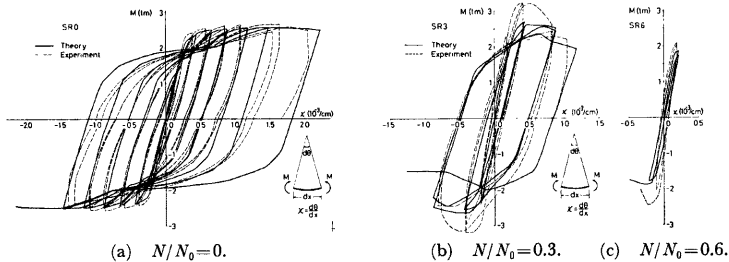


Fig. 6. Comparison of analytical results with experiments (ref. 4).

以上の結果より軸力大きい場合の本解析の有効性を判断することはできないが、少なくとも軸力比が、 $N/N_0=0\sim 0.3$  の範囲では本解析法が充分有効であることが確認された。

## 5. 数値解析例題

本解析の対象となった断面は Fig. 7 に示す 4 種類で、断面形および鉄筋は全断面とも共通である。断面構成は H344×354×16×16 を用いた Sec. I を基準断面とし、一まわり大きい鉄骨断面 H414×405×18×28 を用いたものを Sec. II, Sec. I と同じ鉄骨断面を 2 個直交して組合わせたものを Sec. III とし、Sec. O は鉄骨のない純 RC 断面である。Sec. O の総鉄筋比は約 1.1%, Sec. I, II, III の鉄骨比はそれぞれ 4.6%, 8.2%, 9.3% であり、コンクリート圧縮強度は 210kg/cm<sup>2</sup>, 鉄骨および鉄筋の降伏強度はそれぞれ 2.4t/cm<sup>2</sup>, 3.0t/cm<sup>2</sup> とした。

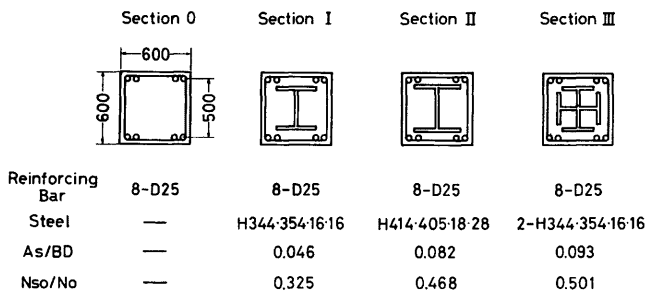


Fig. 7. Column cross-sections.

なお、本解析では平面保持を仮定しせん断等の影響を考慮していないので、RC 構造と SRC 構造の差は単に鋼材量および鋼材配置の問題として評価され、付着性状等に起因する両者の質的な差について評価することはできない。

## 6. 単調載荷の場合

軸力比  $N/N_0=0\sim 0.7$  について単調載荷におけるモーメント-曲率関係の解析結果を Fig. 8 (a)~(d) に示す。縦軸は曲げモーメント、横軸は曲率と材丈 D の積である。

Sec. O では、 $N/N_0=0$  および 0.1 の場合モーメント-曲率関係はほぼ bi-linear 型であるが、軸力比が 0.2 を越えると peak が現われ、 $N/N_0\geq 0.4$  では peak 以後の耐力低下が著しい。Sec. I では  $N/N_0=0$  のときは bi-linear 型であるが、 $N/N_0\geq 0.1$  で peak が表われる。では  $N/N_0\geq 0.3$  では peak 以後の耐力低下が著しいが Sec. O に較べるとそれ程急激ではない。鉄骨量の多い Sec. II および Sec. III においても Sec. I とほぼ同様の傾向が見られる。なお、本解析では作用軸力と全断面に関する圧縮耐力との比を軸力比として定義しているため、軸力比が等しくても鋼材量の多い断面では大きな軸力が作用していることに留意する必要がある。

断面の変形能力をあらわす指標として、モーメントが最大値の 85% まで低下したときの曲率  $\kappa_{or}$  (以後限界曲率と呼ぶ) を選び、軸力比との関係を Fig. 9 に示す。各断面ともほぼ同様の傾向を示し、 $N/N_0\leq 0.2$  では充分な変形能力があり、軸力比が大きくなってもある程度の変形能力が期待できる。RC 断面 (Sec. O) の変形能力は  $N/N_0\leq 0.4$  では SRC 断面 (Sec. I~III) より大きいのが、軸力比が大きくなると SRC 断面より若干低下する。

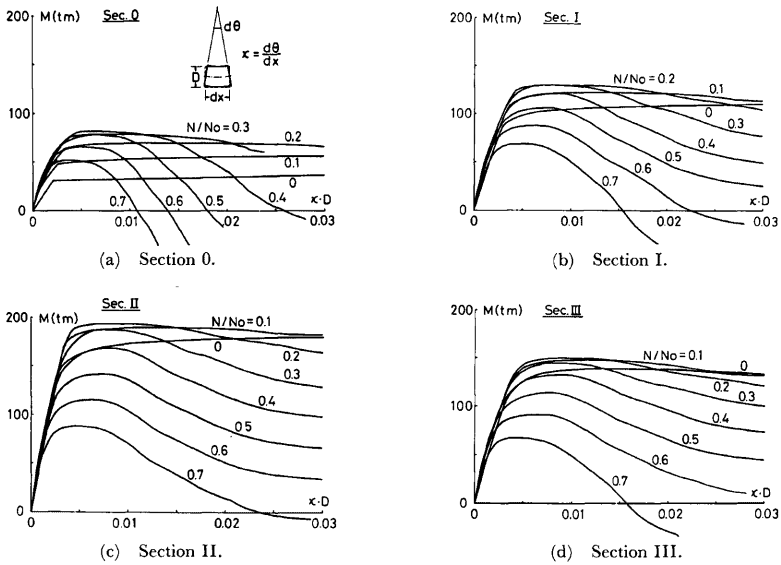


Fig. 8. Moment-curvature relation for monotonic loading.

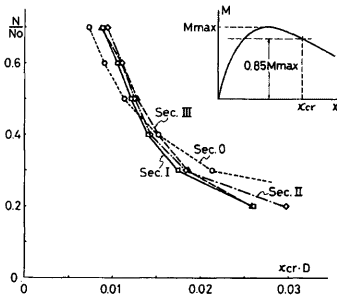


Fig. 9. Critical curvature vs. axial force ratio relation.

### 7. 繰返し載荷の場合

定曲率振幅交替繰返し載荷におけるモーメント-曲率関係を、4種類の曲率振幅 ( $\kappa \cdot D = \pm 0.5\%$ ,  $\pm 1\%$ ,  $\pm 1.5\%$ ,  $\pm 2\%$ ), および6種類の軸力比について Fig. 10(a)~(d)に示す。繰返し回数は各例題とも5往復である。

RC断面 (Sec. 0) の場合  $N/N_0 \leq 0.3$  では大変形振幅に対しても履歴ループは安定しているが、 $N/N_0 = 0.4$  では大変形振幅において数回の繰返しによりコンクリートの圧壊を生じ、軸力を支えきれなくなる。この状態を以後「崩壊した」と呼ぶことにする。履歴ループの形状は  $N/N_0 = 0$  の場合小振幅においてbi-linear型、大振幅ではtri-linear型であるが、 $N/N_0 = 0.1$  の場合スリップ型となり  $N/N_0 \geq 0.2$  では平行四辺形

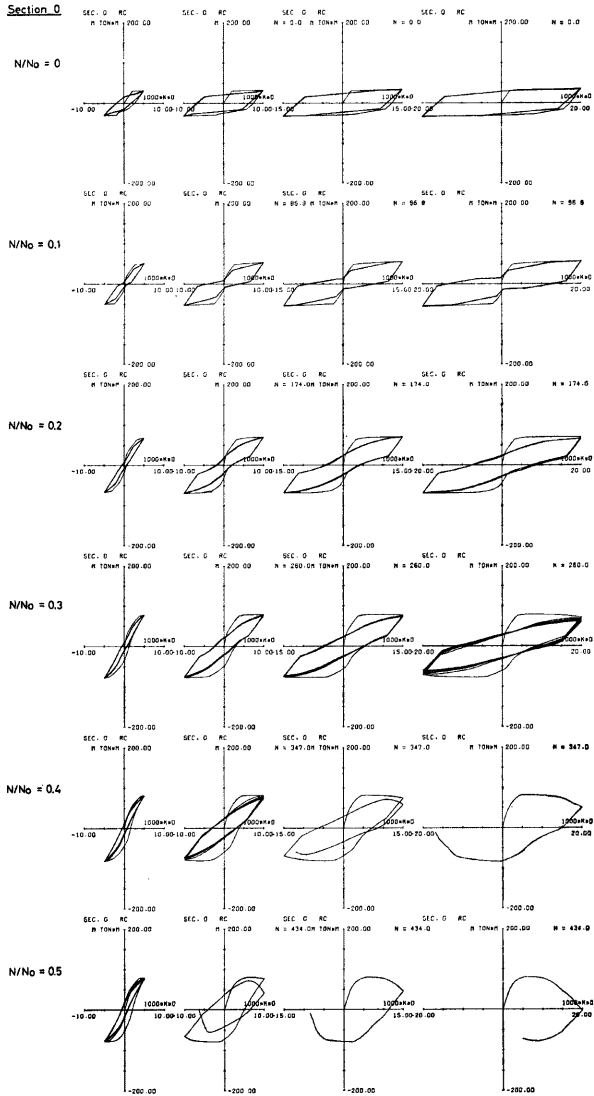


Fig. 10. Moment-curvature relation for alternately repeated loading.

(a) Section 0.

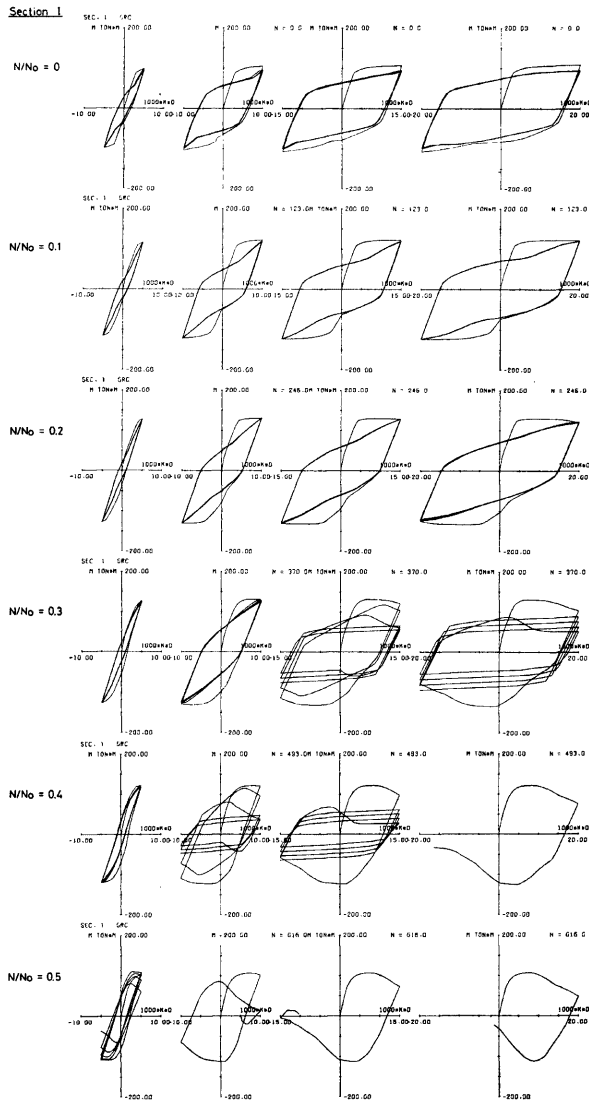


Fig. 10. Moment-curvature relation for alternately repeated loading.  
(b) Section I.

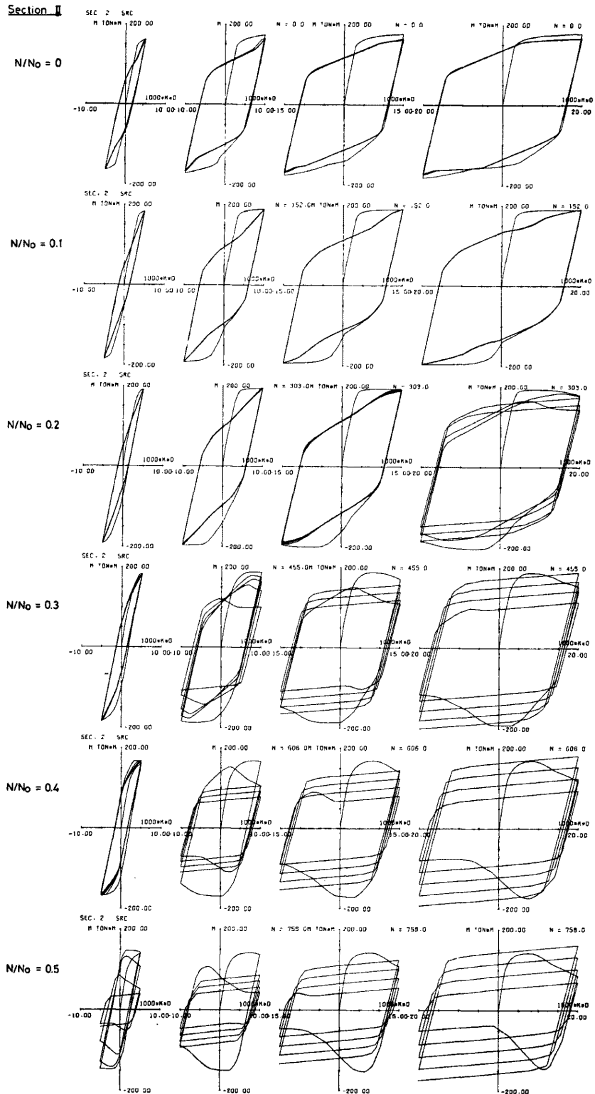


Fig. 10. Moment-curvature relation for alternately repeated loading.  
(c) Section II.



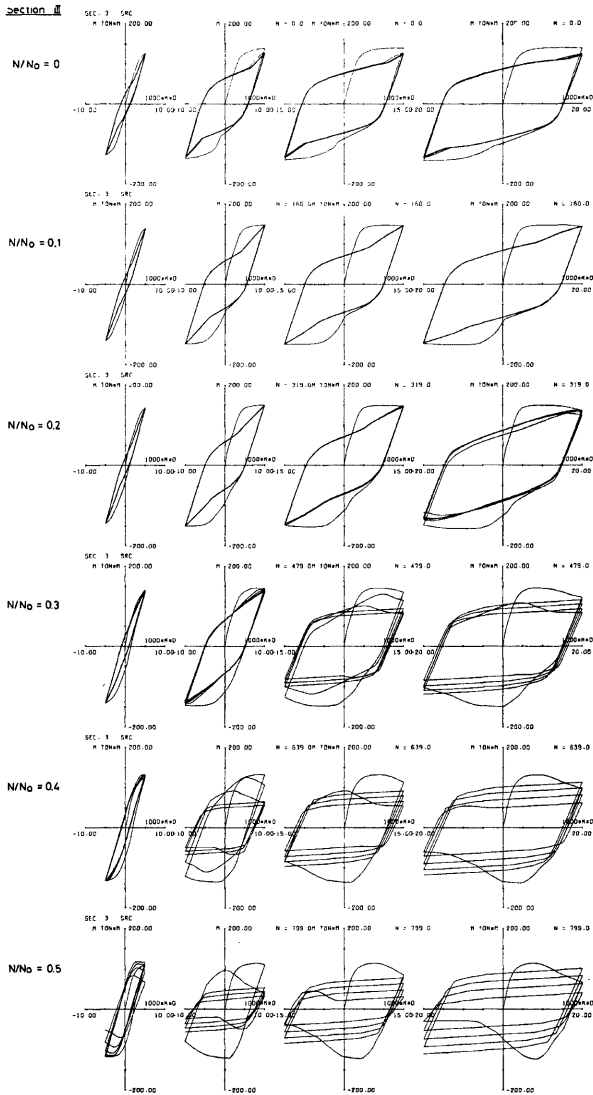


Fig. 10. Moment-curvature relation for alternately repeated loading.  
 (d) Section III.

がねじれたような形状になる。

Sec. I の場合  $N/N_0 \leq 0.2$  において大振幅に対しても安定した履歴ループが得られる。 $N/N_0=0.3$  および  $0.4$  の場合も小振幅の繰返しでは履歴ループは安定しているが、大振幅では数回の繰返しによりコンクリートが圧壊し、耐力は著しく低下する。しかしながら、この程度の軸力は鉄骨だけで支えることができるので断面は崩壊せず、むしろ歪硬化の影響により耐力は再び上昇する。もちろんこのような大歪域では鉄筋や鉄骨フランジの局部座屈が予想されるので、コンクリートが圧壊歪度に達した後の耐力上昇はほとんど期待できないと考えられる。むしろこの程度の軸力に対しては断面が崩壊せず、多数回の繰返しに耐え得るという点が RC 断面の場合と異なっている。 $N/N_0=0.5$  になると振幅の如何によらず数回の繰返しにより断面は崩壊する。定常履歴ループの形状はあまり軸力比に依存せず、小振幅では SRC 構造特有のループを描き、大振幅では bi-linear 型ないし tri-linear 型となる。

Sec. II は鉄骨断面が大きいので耐力は大きい、同じ軸力比に対し作用軸力が Sec. I に較べて大きく、耐力低下は早期に発生する傾向がある。Sec. III の鉄骨量は Sec. I の2倍であるが、断面の中心部分に集中しているため耐力、繰返し性状とも Sec. I とほとんどかわらない。Sec. II および Sec. III は Sec. I より鋼材量が多いので  $N/N_0=0.5$  の場合も断面は崩壊しない。

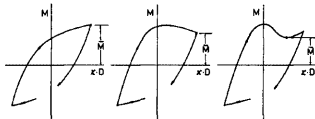


Fig. 11. Definition of  $\bar{M}$ .

繰返しに伴う耐力低下の性状を明らかにするため、各サイクルでの耐力の最小値として Fig. 11 に示す  $\bar{M}$  を定義し、 $\bar{M}$  と各サイクルでの累積曲率 (曲率振幅と繰返し回数積) との関係は数例について Fig. 12 (a), (b) に示す。

□印、◇印、△印、▽印はそれぞれ曲率振幅と材丈の積が 0.5%, 1%, 1.5%, 2% の場合をあらわし、 $N/N_0=0.2$  の場合、RC 断面では曲率振幅の大きさによらず著しい耐力低下はみられないが、SRC 断面では 2% の振幅に対して

耐力低下が認められ、コンクリート全断面が圧壊して最小耐力を記録した後、鋼材の歪硬化により再び耐力が上昇する。 $N/N_0=0.4$  の場合 RC 断面は 1% 以下の振幅に対し耐力は低下しないが、振幅が 1.5% を越え

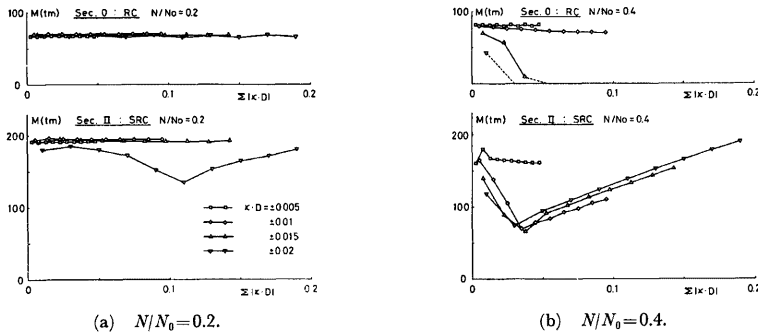


Fig. 12.  $\bar{M}$  vs. cumulative curvature relation.

ると数回の繰返しにより断面は崩壊する。SRC 断面は 1% 以上の振幅に対し耐力低下がみられるが、コンクリートが圧壊しても鉄骨だけで軸力に抵抗できるので崩壊はしない。

5 往復の繰返し載荷において記録された  $\bar{M}$  の最小値と曲率振幅の関係を示す Fig. 13(a)~(f) に示す。図中 ○印、□印、◇印、△印は各振幅のもとで繰返したときの  $\bar{M}$  の最小値を示し、破線は単調載荷におけるモーメント曲率関係である。RC 断面の場合  $N/N_0 \geq 0.2$  であれば大振幅の繰返しにおいても単調載荷時の耐

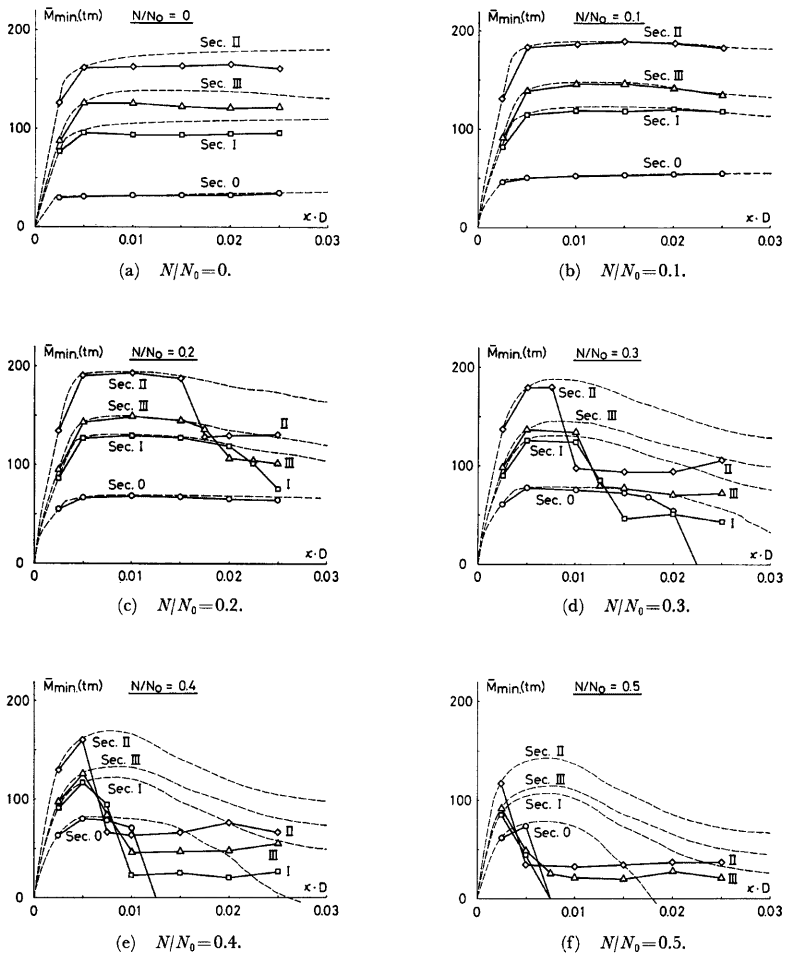


Fig. 13. Minimum value of  $\bar{M}$  vs. curvature amplitude relation.

力を保持できる。 $N/N_0 \geq 0.3$  では振幅が小さいときは単調荷重時の耐力を保持するが、振幅がある値を越えると数回の繰返しで崩壊する。SRC 断面の場合、 $N/N_0 \leq 0.1$  では振幅によらず単調荷重時の耐力を保持するが、 $0.2 \leq N/N_0 \leq 0.4$  では大振幅において耐力低下を生じる。 $N/N_0 = 0.5$  では Sec. I が小振幅の場合を除き数回の繰返しで崩壊するのに対し、鉄骨量の多い Sec. II および Sec. III の場合耐力は低下しても崩壊はしない。鉄骨量の多いもの程同じ軸力比に対し作用軸力が大きいので小振幅で耐力低下が発生するが、崩壊しにくくなる。

以上のことから定曲率振幅繰返し荷重の場合、繰返しによって耐力が低下するかどうかはその曲率振幅に

依存し、曲率振幅がある値  $\bar{\kappa}_{cr}$  (以後限界曲率振幅と呼ぶ) を越えない場合はほとんど耐力低下を生じないが、限界曲率振幅を上まわると RC 断面は数回の繰返しで崩壊し、SRC 断面も著しい耐力低下を生ずるものと考えられる。

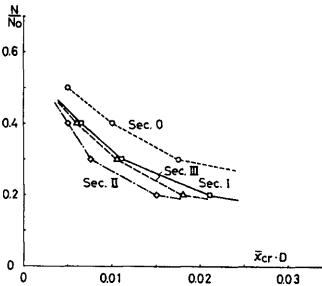


Fig. 14. Critical curvature amplitude vs. axial force ratio relation.

5往復の交番繰返しにおける  $\bar{M}$  の最小値である。RC 断面の場合累加強式は単調荷重における最大モーメントとよく一致しているが、コンクリート・ストレスブロックの平均強度を最大強度の85%に抑えているので、軸力比が大きくなると数値解析結果を下まわる。繰返し荷重の場合曲率線振幅の増加とともに  $N-M$  相関関係は劣化し、軸力比が各曲率振幅に対応したある値 (限界軸力比と呼ぶ) を少しでも上まわると断面は早期に崩壊する。繰返し荷重の場合にも単調荷重の場合の耐力を確保し、断面を崩壊させないためには軸力比を0.3以下に抑える必要がある。SRC 断面の場合、累加強式は Sec. I および Sec. II については単調荷重時の最大モーメントとよく一致しているが、Sec. III については数値計算結果を相当上まわる。繰返し荷重の場合、曲率振幅を増せば  $N-M$  相関関係は劣化するが、鋼材の耐力線に漸近していくので、軸力比が限界軸力比を上まわっても、鋼材の降伏軸力以下であれば断面は崩壊しない。繰返し荷重において単調荷重時の耐力を確保しようとすれば軸力比を0.1~0.2以下に抑える必要があるが、少なくとも鉄骨だけで軸力を支えられるように設計してあれば断面は崩壊しない。

## 8. 結 語

鉄筋コンクリートあるいは鉄骨鉄筋コンクリート断面の変形能力は、単調荷重の場合と繰返し荷重の場合で著しく異なる。単調荷重の場合その変形能力は鋼材量にあまり依存せず、相当大きな軸力のもとである程度の変形能力が期待できる。一方、繰返し荷重においては曲率振幅が限界曲率振幅以下の場合、繰返しに伴う耐力低下はみられず単調荷重時の耐力を保持することができるが、曲率振幅が限界曲率振幅を上まわると著しい耐力低下を生じ、鋼材量が多い程同じ軸力比に対し限界曲率振幅は小さくなるが、断面は崩壊しにくくなる。

鉄骨鉄筋コンクリート柱の設計にあたり、地震等の繰返し荷重による断面の劣化を生じさせないためには、鋼材量が少ない場合でも断面の軸力比を  $N/N_0 \leq 0.3$  程度に、鋼材量が多い場合には  $N/N_0 \leq 0.1 \sim 0.2$  に抑える必要がある。一方繰返しに伴う多少の耐力低下はやむを得ないものと考え、少なくとも断面が崩壊しないように設計しようとするならば、鉄骨だけで長期の軸力に耐えられるよう設計すべきである。

本報告で扱ってきた変形能力とはあくまで断面の変形能力であって、構造物あるいは構造物材としての変形能力ではない。安定材料で構成された部材では曲げモーメント-曲率関係は負勾配域を持たないので、その変形は曲率を材軸に沿って積分することにより求められるから、断面としての変形能力から部材としての

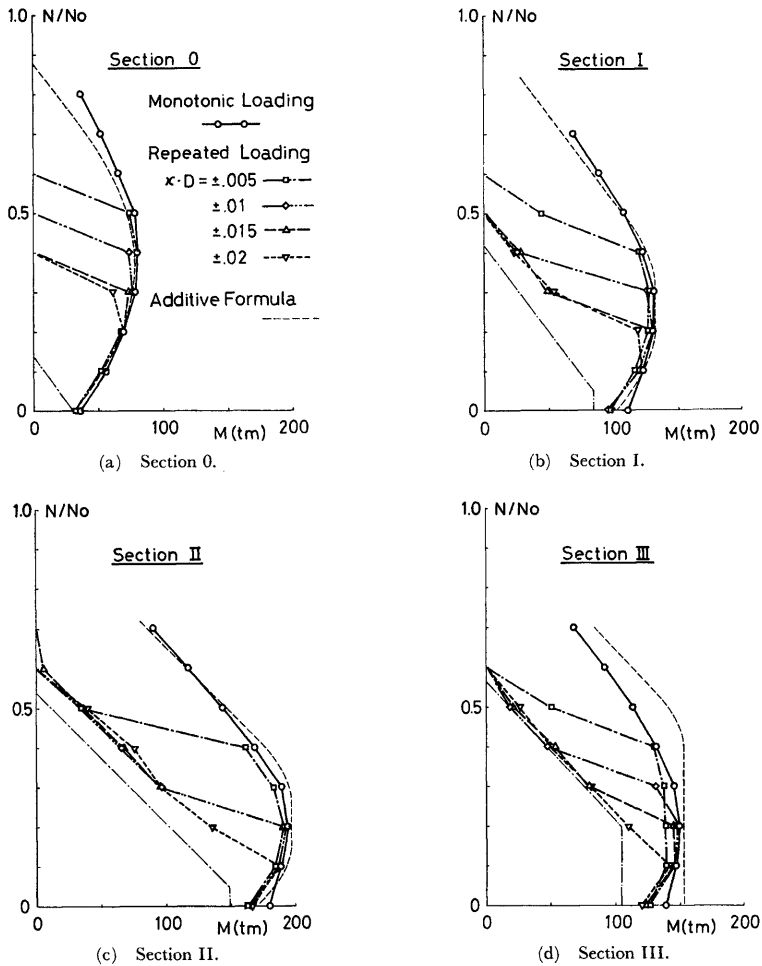


Fig. 15.  $N-M$  interaction relation.

変形能力を決定することが可能である。しかしながら RC または SRC 断面に軸力とモーメントが同時に作用する場合、コンクリートの圧壊に伴ってモーメント-曲率関係が負勾配域を持ち、部材の変形と曲率を理論的に結びつける方法は、いまだ確立されていない。本解析で得られた断面の変形能力をいかにして部材の変形能力と結びつけていくかが今後の重要な課題である。

本解析では軸力と曲げモーメントのみが作用した断面を考え、せん断力の影響は考えていないが、実際の構造物ではせん断力を伴わないで曲げモーメントを生ずることは極めてまれである。したがって相当細長い部材を除いては、曲げ破壊に先だってせん断破壊やせん断断着破壊を生ずる可能性があるため、平面保持仮

定に基づく本解析結果の有効範囲は相当限定される可能性がある。また、鉄筋および鉄骨板要素は周辺コンクリートにより拘束されると考え、それらの座屈現象は起り得ないものと仮定したが、周辺コンクリートが圧壊程度に達した後もその拘束効果を期待することには無理があり、局部座屈の発生が充分予想される。一方、鉄骨フランジや帯筋で囲まれた部分のコンクリートについてはそれらの拘束効果を期待し、かぶり部分のコンクリートより大きな変形能力を仮定したが、その効果は定量的に解明されているわけではなく、特に鉄骨フランジの拘束効果についてはその局部座屈後の挙動も含めて早急に解明されねばならない。

#### 参 考 文 献

- 1) Kent, D. C. and Park, R., "Flexural Members with Confined Concrete," Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 97, No. ST7, July, 1971, pp. 1969-1990.
- 2) Sinha, B. P., Gerstle, K. H. and Tulin, L. G., "Stress-Strain Relationships for Concrete Under Cyclic Loading," Journal of the American Concrete Institute, Proceedings Vol. 61, No. 2, Feb., 1964, pp. 195-211.
- 3) Yokoo, Y., Nakamura, T. and Komiyama, T., "Nonstationary Stress-Strain Relations of Wide Flange Steels and Moment-Curvature Relations under Presence of Axial Force," Preliminary Report of IABSE Symposium, Lisboa, 1973, pp. 125-134.
- 4) Wakabayashi, M., Shibata, M., Matsui, C. and Minami, K., "A Study on the Behaviour of Steel Reinforced Concrete Columns and Frames," Preliminary Report of IABSE Symposium, Québec, 1974, pp. 45-52.