

裸地斜面における流路の形成過程に関する研究 (2)

一流路の横断面形状—

芦田和男・沢井健二

A STUDY ON THE STREAM FORMATION PROCESS ON A BARE SLOPE (2)

—Stream Cross Section—

By *Kazuo ASHIDA* and *Kenji SAWAI*

Synopsis

In this study, authors propose a simple model for shear stress distribution along the arbitrary channel cross section, and derive stream transformation into rills or into an equilibrium cross section, by tracing amplification or reduction of furrow-like unevenness on the bed, accompanied with erosion process.

On a cohesive stream bed, transverse undulation with intervals narrower than several times as water depth, reduces, and the one with wider intervals grows to split its water surface. If the rate of erosion is proportional to the local shear velocity, the ratio of width to depth gets about 4 in the equilibrium state.

1. 緒 言

裸地斜面からの流出土砂量を土砂水理学的に算定するにあたり、斜面全体のうちで、流路部分の占める割合を知ることは、種々の水理量を求める前提として、きわめて重要なことである。それにもかかわらず、この問題を理論的に論じた研究はなく、経験的にも資料のきわめて乏しいのが現状である。

ところで、斜面全体のうちで流路部分の占める割合は、個々の流路の流路幅と、それらの間隔との比として求まるから、本研究ではその両者について、いくつかの角度から考察を行なっている。前報¹⁾では、流路間隔が単位斜面幅あたりの流路本数の逆数であることから、合流モデルを用いた流路網の確率的シミュレーションによって、斜面上の流路本数の場所的および時間的变化を論じた。しかしながら、個々の流路の横断面形状については、流量や勾配から定まる、ある平衡状態を常に満たしているものとしたため、その変形過程が追跡できず、初期条件として、すでにある流路網を与えねばならなかった。

そこで、本報では、個々の横断面の変形過程に着目し、sheet flow から rill が形成されていく過程や、形成された流路が平衡状態に移行していく過程を理論的に論じ、実験と対比しながら、その適用性について考察する。

2. 流路横断面形状の追跡法

流路横断面の変形を論じる場合、通常、Fig. 1 に示すように、潤辺を河床 (bed) と側岸 (side) に区分

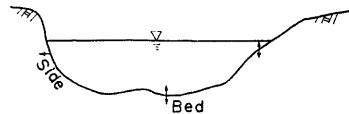


Fig. 1. Movement of the stream wall surface (The bed moves up or down vertically, and the side moves out laterally.).

し、河床においては鉛直方向の堆積上昇または洗掘低下現象、側岸においては水平方向の侵食後退現象が生じるものとしている。しかしながら、流路の変動は、潤辺における土砂粒子の着脱によって生じるのであるから、微視的にみれば、河床と側岸の別にかかわらず、各点における潤辺の法線方向に前進（堆積）または後退（侵食）が生じるはずであり、鉛直方向や水平方向の変動は、その結果として生じるものである。したがって、流路変動の追跡は、鉛直方向や水平方向に行なうよりも、潤辺の法線方向に行なう方がより直接的であり、またそうすることによって、底面侵食と側岸侵食を分けて考える必要もなくなる。そこで本研究では、河床面と側岸斜面を総称して、壁面とよび、その法線方向への後退速度を侵食速度とよぶことにする。

いま、Fig. 2 に示すように、壁面が法線方向へ Δn だけ変位する場合、これを水平または鉛直方向への変位であるときの変位量 $(\Delta x)_z$ 、 $(\Delta z)_x$ と、 Δn との関係はつぎようになる。

$$\Delta n \rightleftharpoons (\Delta x)_z \sin \theta \rightleftharpoons (\Delta z)_x \cos \theta \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 θ は壁面の傾きである。したがって、流路がその横断面形状を変えずに、鉛直に低下する条件（平衡横断面の条件）は、

$$\Delta n / \cos \theta = \text{const.} \dots\dots\dots (2)$$

となる。

ところで、裸地斜面には通常若干の粘土が含まれていて、土砂粒子が剝離しにくいため、斜面長がよほど長くなければ、流水のもと輸送能力に達するだけの土砂が流れることはない。そして斜面上の各点においては、流送土砂の多少とは無関係に、その場所の水理量に応じて侵食が進行する²⁾。すなわち、

$$E = f_n(u_*) \cdot \partial E / \partial u_* \geq 0 \dots\dots\dots (3)$$

である。ここに、 u_* は摩擦速度で、関数 f_n は土質によって異なるが、一般に u_* の増加関数である。また、 E は侵食速度で、先に述べたことから、壁面の法線方向への後退速度をとるべきである。

そこで、式(3)の関数形と掃流力分布がわかれば、裸地斜面における侵食現象が追跡できることになる。

2.1 横断面内の掃流力分布

流れが流下方向に変化しない場合、すなわち、等流において、2次流の影響を省略し、流体内に働くせん断力の原因が流速勾配にあるものとするれば、Fig. 3 (a) のように、断面を等流速線の直截線群で分割したとき、分割線上では、その法線方向に流速勾配が存在しないから、せん断力が働かない。したがって、そのような分割線にはさまれた流体塊に作用する重力の流下方向成分は、壁面せん断力すなわち掃流力のみによって受け持たれる。そこで、分割された面積を A 、潤辺に沿う距離を s とすれば、掃流力 τ は、

$$\tau = \rho g (dA/ds) I \quad (\rho: \text{密度}, g: \text{重力加速度}, I: \text{勾配}) \dots\dots\dots (4)$$

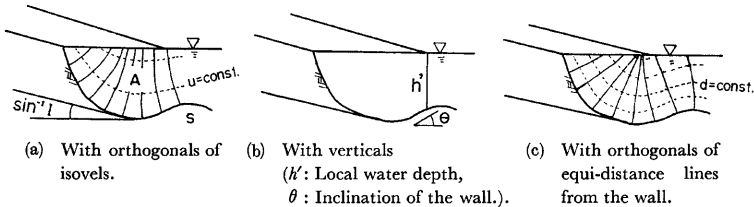


Fig. 3. Various calculation methods of tractive force.

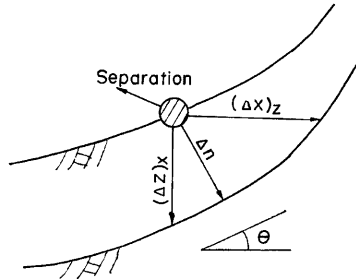


Fig. 2. Definition sketch for Eq. (1) (The Δn directly corresponds to the separation of particles from the wall surface.).

となる。

式(4)の近似として、Fig. 3 (b) のような、局部水深 h' を用いた

$$\tau = \rho g h' I \cos \theta \tag{5}$$

がよく用いられるが、これは、等流速線を水平とし、その直截線である鉛直線にはさまれた流体塊に作用する重力の流下方向成分が、掃流力によって受け持たれると考えることに対応する。しかし実際には、壁面の傾きが大きいと、水平方向に流速勾配が存在して、鉛直面上にせん断力が働くため、式(5)は正しくない。また、式(5)によれば、掃流力をすべて底面に受け持たせているため、長方形断面のように鉛直な壁面すなわち側岸がある場合には、その掃流力が評価できない。これはまた、Fig. 1, 2 に示した断面形状の追跡法と密接に関連しており、掃流力を式(5)で算定すれば、河床の変動については、その点の掃流力と結びつけることができるが、側岸の侵食についてはそれができず、底面の掃流力など、何か他の個所の水理量との対応を考慮が必要になるのである。したがって、鉛直な壁面も含めて、壁面の後退速度をその点の掃流力の値と結びつけようとするれば、式(5)は不適当である。

そこで、式(4)の別の近似として、等流速線を壁面からの等距離線でおきかえることにすれば Fig. 3 (c) のように、その直截線による断面の分割が図解的に可能となり、任意の横断面の、壁面全体にわたる掃流力分布が算定できる。これを式(3)と組み合わせれば、横断面の変形過程が図解的に追跡できるが、さらに、その直截線を壁面にたてた法線（直線）で近似すれば、それらが断面内で交錯しないかぎり、掃流力分布を数式で容易に表現することができ、Fig. 4 の記号を用いれば、

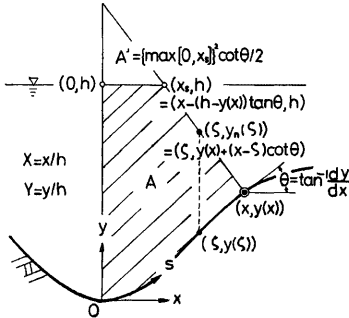
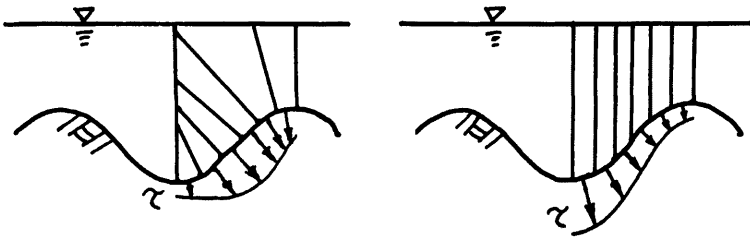


Fig. 4. Definition sketch for Eq. (6).

さらに、その直截線を壁面にたてた法線（直線）で近似すれば、それらが断面内で交錯しないかぎり、掃流力分布を数式で容易に表現することができ、Fig. 4 の記号を用いれば、

$$\begin{aligned} \frac{\tau}{\rho g h I} &= \frac{dA/ds}{h} = \frac{1}{h} \frac{dx}{ds} \frac{d}{dx} \left[\int_0^s \{y_n(\zeta) - y(\zeta)\} d\zeta - A' \right] \\ &= \frac{1}{h} \frac{dx}{ds} \frac{d}{dx} \left[\int_0^s \left\{ y(x) + \frac{dx}{dy} (x - \zeta) - y(\zeta) \right\} d\zeta - \frac{1}{2} \left\{ \max \left[0, x - (h - y(x)) \frac{dy}{dx} \right] \right\}^2 \frac{dx}{dy} \right] \\ &= \frac{\left\{ 1 + (dY/dX)^2 - \frac{1}{2} (d^2Y/dX^2) \cdot F \right\} \cdot F}{\sqrt{1 + (dY/dX)^2}}, \quad F = \min \left[1 - Y, X \frac{dX}{dY} \right] \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$



(a) With normals to the wall surface [Eq. (6)]. (b) Proportional to the local depth [Eq. (5)].

Fig. 5. Two models for shear stress distribution.

となる。ここに h は極大水深、 X および Y は局部的な最深点を原点とする壁面の座標 (x, y) を h で基準化したものである。とくに $dY/dX, d^2Y/dX^2$ がともに小さい場合には、式(6)は式(5)と一致する。式(6)の特徴は、2次導関数 d^2Y/dX^2 の存在によって、壁面の曲率が導入されていることであり、Fig. 5 (a)からもわかるように、曲率の大きい場合には凸部に掃流力が集中し、逆に凹部は避けられることが表わされている。これに対して式(5)は、Fig. 5 (b)からもわかるように、曲率の大小にかかわらず、深部の掃流力が大きくなって不合理である。

Fig. 6 は、幅・水深比が約3の円弧断面について、式(5)と式(6)から求めた掃流力分布を、断面平均値に対する比で表示し、流速分布の実測値から求めた掃流力³⁾と比較したもので、式(6)は式(5)よりもかなり精度のよいことがわかる。ここに、断面平均掃流力 $\bar{\tau}$ は、どちらの式においても通常のもと一致する。すなわち、

$$\bar{\tau} = \frac{1}{P} \int_0^P \rho g \frac{dA}{ds} Ids = \frac{1}{P} \int_0^B \rho g h I \cos \theta ds = \frac{\rho g A I}{P} = \rho g R I \quad \dots\dots\dots (7)$$

(P : 潤辺長, B : 流路幅, R : 径深)

である。

2.2 底面凹凸の正弦波近似ならびに平衡形状

斜面侵食は sheet erosion に始まり、やがて rill erosion を経て gully erosion へと進行するが、その機構ははまだ説明されていない。緒言にもふれたように、流路網の形成過程を確率的事象として模擬する場合においても、sheet flow が rill に分裂していく過程には立ち入らなかったのである。

一般に斜面あるいは流路底面の横断面方向には、種々の規模の擾乱が混在しており、そのうち、凸部よりも凹部の方が速く侵食されるものは発達し、凹部よりも凸部の方が速く侵食されるものは減衰する。このような擾乱の盛衰を解析する手法としては、種々の分野で、線型安定理論がしばしば用いられるが、rill の発生のように、平均量からのずれが平均量と同程度の大きさを有するような現象の解析には、それは適用できないであろう。そこで本報では、底面の凹凸を正弦波で近似することに変わりはないが、線型安定論におけるような微小振幅に限定することなく、任意の波高をもつ凹凸の峰と谷における諸量の比較から、擾乱の発達・減衰を論じる。

また、任意の形状を有する横断面が変形して、平衡横断面を形成する過程については、掃流力分布式ならびに、掃流力と侵食速度の関係式を差分化して、数値的に解析する。

2.3 粘着性材料を用いた斜面侵食実験

著者らは以前から、何種類かの土壌を用いて、その受食性指標を求めることに努めているが、粘土の種類によっては、水流の力で塊状の剝離を生じ、規模の小さな屋内実験では、その侵食過程を十分に追跡できないものがある。ところが、ベントナイトは、気泡の混入によるむらなどを除けば、よほど大きな渦でもない限り、肉眼では識別できないほどの小さな規模で、表層から徐々に侵食が進行し、しかも、砂の中に一部混入させるだけで、十分にその効果を発揮する。そこで、流路横断面形成過程の実態を把握するために、砂とベントナイト粉末と水を重量比 9 : 1 : 3 で練り混ぜたものを流路構成材料とする、斜面水路実験を行なっ

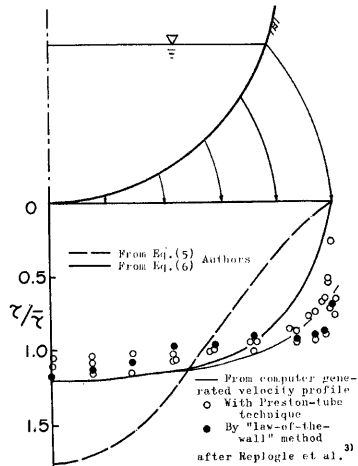
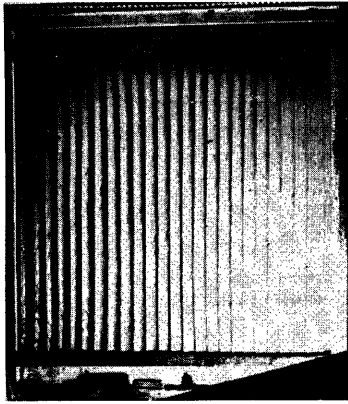
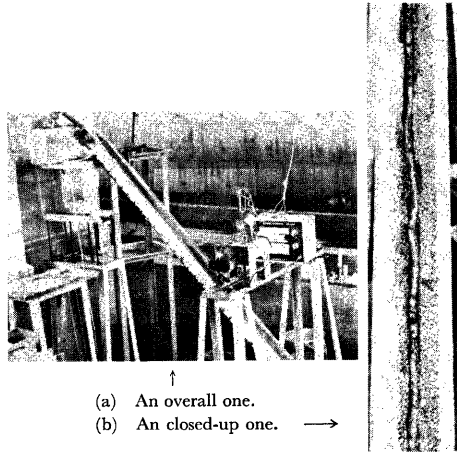


Fig. 6. Various determinations of shear stress distribution in a circular channel.



1 m

Photo 1. A view of Exp. Series A. (Flow from top to bottom of picture).



(a) An overall one. (b) An closed-up one.

Photo 2. Views of Exp. Series B.

た。砂粒径は、比較的規模の大きな実験条件に対しては 1 mm、規模の小さな実験条件に対しては 0.3 mm で、いずれもほぼ均一であり、含水比 300% のベントナイト（ほぼ液性限界）が砂の間隙を埋めつくしている状態である。この材料は透水性が小さく、かつ粘着力が大きいので、通常の水路実験程度の規模では、下流端に砂留めを設けなくても、すべり出すようなことはなく、自立する。

実験は 2 つの Series からなり、Series A (Photo. 1) は、水路全幅にわたって、正弦波状横断面を有する縦溝（うね）を作り、水面がそれを覆うような流量を供給して、その盛衰を調べるもの、Series B (Photo. 2) は、水路中央に 1 本の溝を掘り、溝を溢れない程度の流量を供給して、その変形を調べるものである。

3. 横断面内における凹凸の盛衰と rill の発生

3.1 正弦波近似による底面凹凸の盛衰区分

Fig. 7 に示すように、横断面内の壁面の凹凸を、単一の波長をもつ正弦波

$$\eta = a \sin(2\pi\xi/L) \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $(\xi, \eta) = (x-L/4, y-a)$: 変曲点を原点とする壁面の座標、 L : 波長（うね間隔）、 a : 振幅（半波高）

で近似し、式(6)によって掃流力分布を求めれば、

$$\frac{\tau}{\rho g H I} = \frac{\{1 + \delta^2 \cos^2 \varphi + (\delta^2/2\alpha) \sin \varphi \cdot F'\} \cdot F'}{\sqrt{1 + \delta^2 \cos^2 \varphi}}, \quad F' = \min \left[1 - \alpha \sin \varphi, \frac{\alpha(2\varphi + \pi)}{2\delta^2 \cos \varphi} \right] \dots (9)$$

となり、一方、平均掃流力は式(7)より、

$$\frac{\tau}{\rho g H I} = \frac{A}{HP} = \int_{-L/4}^{L/4} (H - \eta) d\xi \int_{-L/4}^{L/4} H \sqrt{1 + \left(\frac{d\eta}{d\xi}\right)^2} d\xi = \frac{\pi}{2\sqrt{1 + \delta^2} E(\sin(\tan^{-1} \delta))}, \dots (10)$$

ここに、 $E(\sin(\tan^{-1} \delta)) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - \sin^2(\tan^{-1} \delta) \sin^2 \varphi} d\varphi$ (第 2 種完全楕円積分)

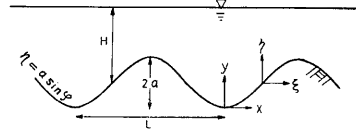


Fig. 7. Definition sketch for sec. 3.1.

となるから、両者の比は、

$$\frac{\tau}{\bar{\tau}} = \frac{2}{\pi} E(\sin(\tan^{-1} \delta)) \sqrt{\frac{1+\delta^2}{1+\delta^2 \cos^2 \varphi}} \left\{ 1 + \delta^2 \cos^2 \varphi + \frac{\delta^2}{2\alpha} \sin \varphi \cdot F' \right\} \cdot F' \dots\dots\dots(11)$$

となる。ここに $\alpha = a/H$, $\delta = 2\pi a/L$, $H = h - a$ (平均水深), $\varphi = 2\pi \xi/L$ (峰側を正とした、変曲点からの位相角) である。Fig. 8 は、式(11)から求めた掃流力分布を、種々の波長と波高について、1周期ずつ示したものである。

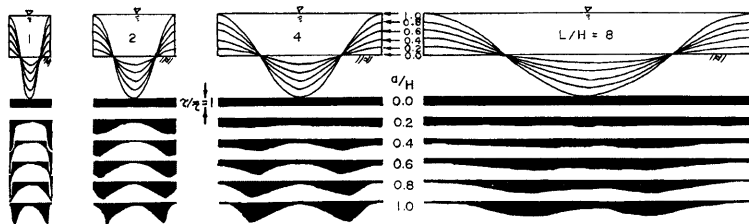


Fig. 8. Shear stress distribution on the furrow-like stream bed.

ところで、式(3)に示したように、粘性性流路では、侵食速度が掃流力と正の相関をもつから、壁面の凸部における掃流力が凹部におけるよりも大きければ、凸部の方が速く侵食されて凹凸の高さは減少し、逆に、凹部における掃流力が凸部におけるよりも大きければ、凹部の方が速く侵食されて凹凸の高さは増加する。そこで、そのような凹凸の盛衰を調べるために、式(9)の位相角 φ に $\pm\pi/2$ を代入し、正弦波状凹凸の峰と谷における掃流力を求めれば、

$$\tau_{\text{ridge}}/\rho g H I = \left\{ 1 + \frac{1}{2} K \alpha (1 - \alpha) \right\} (1 - \alpha) \dots\dots\dots(12)$$

$$\tau_{\text{trough}}/\rho g H I = \begin{cases} 1/(2K\alpha) & [(2\alpha+1)^2 \geq 1 + (4/K) \text{ のとき}] \\ \left\{ 1 - \frac{1}{2} K \alpha (1 + \alpha) \right\} (1 + \alpha) & [(2\alpha+1)^2 \leq 1 + (4/K) \text{ のとき}] \end{cases} \dots\dots\dots(13)$$

となる。ここに、 $K \equiv (\delta/\alpha)^2 = (2\pi H/L)^2$ である。

Fig. 9 は、式(12), (13)に基づき、流路横断面内の凹凸の増幅と減衰を、波高・波長・水深の相対比によって区分したもので、上向き矢印を付した部分が増幅領域、下向き矢印を付した部分が減衰領域、その境界および平坦河床が平衡状態となる。仮に、正弦河床波が変形する場合、その波高が増減するだけで、変形後も、同じ波長をもった正弦波であることに変わりなく、しかも、平均水深 H が一定に保たれるものとすれば、Fig. 9 上のある点で表わされる凹凸は、侵食時間の経過(平均河床の低下)にともなって、矢

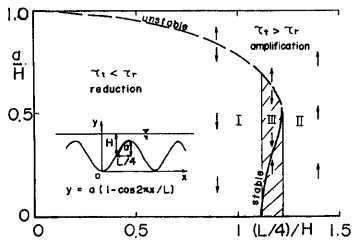


Fig. 9. Stability diagram of the furrow-like stream bed.

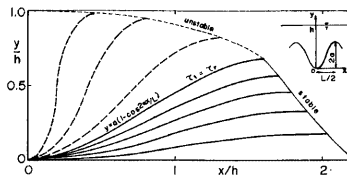


Fig. 10. Bed forms with equal scouring rates at both the trough and the ridge.

印の方向に移行することになり、領域Ⅰでは減衰を続けてやがて消滅し、領域Ⅱでは発達を続けてやがて水面が凹凸の峰よりも低くなり、流路が分裂する。また、領域Ⅲでは、増幅や減衰が生じて、やがてある波高で平衡状態を保つようになる。

图中、太い実線と破線で示した状態は、いずれも平衡条件を満たしているが、前者は、それから少しはずれても元に戻るという意味で、安定な平衡状態、後者は、それから少しでもはずれると別の状態へ移行していくという意味で、不安定な平衡状態である。Fig. 10 は、これらの平衡条件（峰と谷の侵食速度が等しいこと）を満たす正弦波形を表わしたものである。

3.2 rill の発生条件

先にも述べたように、流路の横断方向には種々の規模の擾乱が混在しているが、底面の凹凸に関与するのは、

$$L/B < 1/2 \quad (B: \text{流路幅}) \quad \dots\dots\dots(14)$$

のものであると考えられる。したがって、平坦な sheet flow から横断方向の凹凸が発達する条件は、式(14)を満たす微小擾乱に対する、sheet flow の底面安定・不安定問題として解析できるであろう。先に示した Fig. 9 からわかるように、平坦河床は、

$$(L/4)/H \leq \sqrt{2} \pi/4 \approx 1.1 \quad \dots\dots\dots(15)$$

を満たす正弦微小擾乱に対して、それぞれ安定・中立・不安定である。また、不安定となる擾乱のうち、発達して流路の分裂にまで至るのは、

$$(L/4)/H > \pi/4\sqrt{\sqrt{2}-1} \approx 1.2 \quad \dots\dots\dots(16)$$

のものである。したがって、そのような擾乱が存在して流路の分裂が生じるための条件（rill の発生条件）は、式(14)、(16)より、

$$B/H > 2\pi\sqrt{\sqrt{2}-1} \approx 10 \quad \dots\dots\dots(17)$$

となる。そして、流れが式(17)の条件を満たしている間は、式(14)と(16)を同時に満たす擾乱のうち、もっとも速く水面に達するものによって、流れがつつぎに分離する。しかしながら、それがどのようなものであるか、また、分離が生じるまでにどの程度の時間を要するかは、初期の波長と波高の分布に依存する。

3.3 擾乱の発達・減衰速度

これまでに述べてきたのは、横断方向の凹凸の発達と減衰の領域区分であるが、それらがどのような速度で進行するかを知るには、その擾乱に対する流れの安定度を検討せねばならない。そこで、安定性の指標として、凸部と凹部における侵食速度の差を考えることにする。Fig. 11 に示すように、ある基準線から凹凸の峰までの深さを z_r 、谷までの深さを z_t とすれば、凹凸の振幅は

$$a = (z_t - z_r)/2 \quad \dots\dots\dots(18)$$

であるから、その変化速度は

$$da/dt = (E_t - E_r)/2 \approx \frac{1}{2} (dE/du_k) \cdot du_k \quad \dots\dots\dots(19)$$

となる。ここに、 $E_r = dz_r/dt$ 、 $E_t = dz_t/dt$ 、 $du_k = u_{kt} - u_{kr}$ で、 u_{kr} 、 u_{kt} はそれぞれ、凹凸の峰と谷における摩擦速度である。

ここで、式(3)に示した侵食速度と摩擦速度の関係を

$$E \propto u_k^n \quad \dots\dots\dots(20)$$

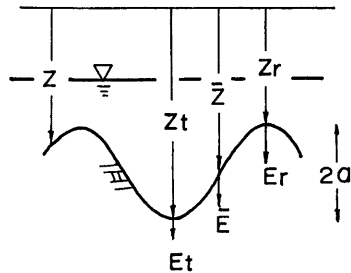


Fig. 11. Definition sketch for Sec. 3.3.

と表示し、さらに式(19)を、水深が H の二次流れにおける侵食速度 E_0 で基準化すれば、

$$(da/dt)/E_0 \approx (n/2) \cdot (du_* / U_*) \dots\dots\dots(21)$$

となる。ここに、 $U_* (= \sqrt{gHI})$ は、そのような二次流れの摩擦速度である。とくに $n=1$, すなわち、

$$E/u_* = \text{const.} \dots\dots\dots(22)$$

の場合には、式(19), (21)は近似式でなくて、等式となる。式(22)の關係は、普遍的なものではないが、ベントナイト河床で比較的掃流力の大きい場合には、ほぼ成り立つことが実験的にわかっている²⁾。

そこで、式(12), (13)を(21)に代入し ($\tau = \rho u_*^2$, $n=1$ として、凹凸の振幅の増減速度を求めると、**Fig. 12** のようになる。**Fig. 12** の矢印は、**Fig. 9** と同じく、上向きが増幅、下向きが減衰で、その長さを式(21)の値、すなわち増幅速度に比例させている。また、増幅速度の逆数を振幅で積分すれば、振幅の増減に要する時間 T が求まるが、積分の始点を、振幅が平均水深の $\frac{1}{2}$ になる状態に選ぶと、式(21)より、

$$\begin{aligned} \frac{T}{H/E_0} &= \frac{E_0}{H} \int_{1/2}^a \frac{dt}{da} da \\ &= \int_{1/2}^a \frac{2U_*}{n d u_*} d \left(\frac{a}{H} \right) \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

となる。**Fig. 12** の点線は、 $n=1$ でかつ、平均水深 H が時間的に変わらないものとして、式(23)の値を求めたものである。

Fig. 12 からわかるように、横断河床波の振幅の増減速度は、うね間隔や波高によってかなり異なり、増幅領域と減衰領域の境界近傍、および波高が小さい領域では、増幅・減衰ともその速度が遅く、うね間隔 (L) を一定とすれば、減衰領域では、その速度 ($|da/dt|$) の極大となる波高が存在するが、増幅領域では、波高が大きくなるほど急速に増幅する。また、同一波高では、一般にうね間隔の狭いものほど減衰しやすく、広いものほど増幅しやすい。

一方、侵食の進行にともなって、当然、平均河床が低下するが、正弦波では、峰と谷の平均が全体の平均にはかならないから、**Fig. 11** の基準線から平均河床までの深さを z とすれば

$$z = (z_t + z_r) / 2 \dots\dots\dots(24)$$

であり、その低下速度 \bar{E} は、

$$\bar{E} = dz/dt = (E_t + E_r) / 2 \approx E(\bar{u}_*) \dots\dots\dots(25)$$

となる。ここに、 $E(\bar{u}_*)$ は、平均摩擦速度 $\bar{u}_* [= (u_{*t} + u_{*r}) / 2]$ に対する侵食速度である。式(25)を E_0 で基準化し、さらに式(20)を用いれば、

$$E/E_0 \approx (\bar{u}_*/U_*)^n \dots\dots\dots(26)$$

となる。また、振幅が平均水深 H の半分からある値 a になるまでの、平均河床の低下量 Z は、

$$\frac{Z}{H} = \frac{1}{H} \int_{1/2}^a \frac{dz}{da} da = \frac{1}{H} \int_{1/2}^a \frac{\bar{E}}{E_0} \frac{E_0}{da/dt} da = \int_{1/2}^a \frac{2}{n} \cdot \left(\frac{\bar{u}_*}{U_*} \right)^{n-1} \frac{\bar{u}_*}{du_*} d \left(\frac{a}{H} \right) \dots\dots\dots(27)$$

となる。**Fig. 13** は、 $n=1$ の場合における、平均河床の低下速度ならびに低下量を示したもので、矢印が式(26)、点線が式(27)の値を表わしている。

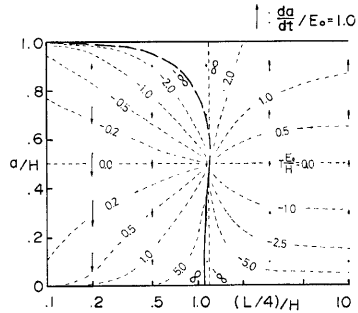


Fig. 12. Amplification rate and the time required.

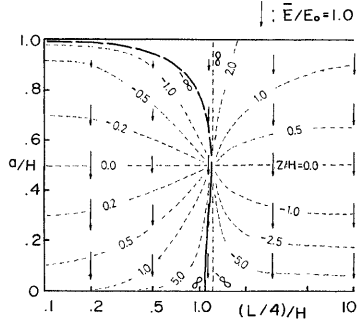


Fig. 13. Average scouring rate and the scouring depth.

3.4 擾乱の盛衰に関する実験的検証

以上の理論結果を検証し、さらに問題点を検討するために、水路実験を行なった（Series A, 2.3 Photo. 1）。Table 1 および Fig. 14 は、その実験条件ならびに結果を示したものである。この実験では、Run 2~5 のようにうね間隔の狭い凹凸を与えると、その凹部に比べて凸部の方がきわめて速く侵食されて、

Table 1. Experimental conditions and results (Series A.).

| | Run 1 | Run 2 | Run 3 | Run 4 | Run 5 | Run 6 | Run 7 | Run 8 | Run 9 | Run 10 | Run 11 | Run 12 | Run 13 | Run 14 |
|-----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Q (l/s) | 0.1 | 0.6 | 0.15 | 0.6 | 0.15 | 1.2 | 0.6 | 0.15 | 0.6 | 0.3 | 0.15 | 6.6 | 6.6 | 4.3 |
| I | 1/5 | 1/20 | 3/10 | 1/20 | 3/10 | 1/40 | 1/20 | 3/10 | 1/20 | 1/5 | 3/10 | 1/20 | 1/20 | 1/20 |
| H (cm) | 0.17 | 0.85 | 0.35 | 1.1 | 0.4 | 2.5 | 0.8 | 0.45 | 0.9 | 0.4 | 0.3 | 1.5 | 1.0 | 0.8 |
| L (cm) | 7 | 0.5 | | 1 | | 2 | | | | 4 | | 100 | | 4 |
| a (cm) | 0.25 | | | | | | | | | | | 0.50 | | |
| t (min) | 10 | 5 | 5 | 10 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 | 16 | 16 | 48 |
| a (cm) | 0.05 | 0.04 | 0.04 | 0.15 | 0.15 | 0.25 | 0.23 | $>H$ | 0.25 | 0.38 | $>H$ | 0.10 | 0.60 | 0.45 |
| t (min) | 20 | 10 | 10 | 20 | 10 | 10 | 10 | | 10 | | | 45 | 45 | |
| a (cm) | 0.07 | 0.04 | 0.04 | 0.10 | 0.07 | 0.22 | 0.20 | | 0.25 | | | 0.15 | 0.45 | |
| t (min) | | | | 30 | 15 | 15 | 15 | 15 | 15 | | | 75 | | |
| a (cm) | | | | 0.10 | 0.07 | 0.18 | 0.19 | 0.15 | 0.25 | | | 0.40 | | |
| t (min) | | | | | | | | 5 | | 15 | 15 | | | 48 |
| B/h | | | | | | | | 2.82 | | 3.73 | 3.37 | | | 3.41 |

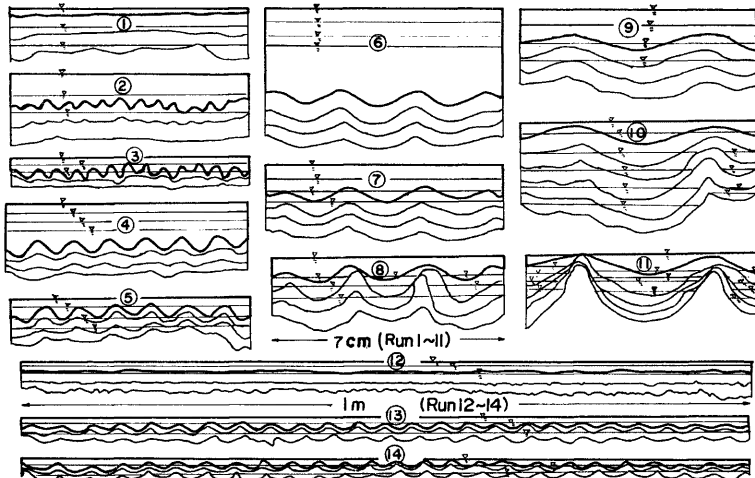


Fig. 14. Growing and attenuating process of the furrow-like stream bed (Exp. Series A.).

波高は急速に減衰するが、Run 11 のようにうね間隔が広く、かつ水深が波高と同程度の場合には、凸部にくらべて凹部の侵食速度が速く、波高は増大してやがて流路が分裂している。また、Run 6~9 のようにその中間的なうね間隔のものは、通水開始後まもなく凹凸の変曲点付近が侵食されて、やや峰のつがった形に変化するが、その後はほぼ一定の形状を保ったまま低下している。これらの特徴は、3.1において Fig. 8 に示した掃流力分布から、十分説明できるものである。

Fig. 15 は、Series A の実験結果を Fig. 12 の平面上で追跡したもので、先の理論によって、その変形過程をある程度模擬できることがわかる。ただし、図中の数字は、通水時間を平均水深と平均河床低下速度の比で割った値である。この中で Run 8 の動きは複雑で、通水初期に増幅が生じて一旦流路が分裂したのち、再び合体して、減衰に移行している。これは、初期状態においては、峰部よりも谷部の侵食が速いため、峰部の低下よりも速く水位が低下して、峰部が水面上に露出したが、分離した個々の流路は、その水量に対応する平衡形状よりも深く狭いため、拡幅が生じて、オーバーハングした部分を崩落させ、その結果流路が合体すると、Run 2~5 や13と同様に峰部の掃流力が谷部の掃流力を上回るようになったものと考えられる。これに対して Run 11 や14の一部においては、通水初期に凹凸が発達して一旦流路が分裂すると、その後は、分離した流路がそれぞれほぼ一定の形状を保ったまま低下している。これは、分裂した時点において、それぞれの流路が平衡形状よりも扁平で、中央部が速く侵食され、流路幅を減少させながら平衡断面を形成したためと考えられる。この場合には、一旦分離した流路が再び合体することがあるとすれば、拡幅によるものではなくて、蛇行によるものであろう。Run 10 は、Run 8 と Run 11, 14 の中間的なものである。

また、この図において Run 9 のように、時間の経過とともに横座標 $((L/4)/H)$ がわずかに移動しているものがあるのは、波長 (L) の変化ではなくて、侵食の進行にともなう水深 (H) の変化、すなわち抵抗の変化によるものである。一方、Run 2, 3, 4 および12の後半のように、横座標が右方へ大きく移動しているものは、種々の擾乱の中から、波長の大きなものが選択的に残った結果であり、Run 1 および12の前半のように左方へ大きく移動しているものは、平坦な初期河床（水路幅を波長とする、波高0の擾乱とみなした）上に、水路幅よりも小さな波長をもつ新たな凹凸が発生した結果である。このように、実際の侵食現象には種々の波長の擾乱が混在しており、卓越波長が時間的に変化することもある。

本節に示した実験では、式(17)のような、平坦河床から rill が発達して流れを分離させる条件は確認できなかったが、先にも示したように (Fig. 12)、波高の小さい擾乱は発達領域においてもその発達速度がきわめて遅く、それを確認するためには、かなり長時間にわたる実験が必要であろう。しかしその場合、Fig. 13 からわかるように、平均河床の低下量がきわめて大きくなるから、実験装置の規模の制約があって、その確認は困難である。もっとも、ここには載せなかったが、流量を少なくして水深を極端に小さくすれば、平坦河床からでも容易に凹凸が生長して、流路が分離する。しかしその場合には、sheet flow のもつ土砂輸送能力が小さいことから、侵食と同時に局所的な堆積現象が随所に生じ、流下方向に流況が変化して、等流状態が維持されない。前報に述べた、sheet flow から網状流路が発生する過程は、このようなものである。

なお、侵食の進行（横断面の変形）にともなう平均河床低下速度の変化については、本実験では十分な精度が得られず、式(26)の関係を検証することはできないが、全般的に、平坦河床のときよりも、横断面内に

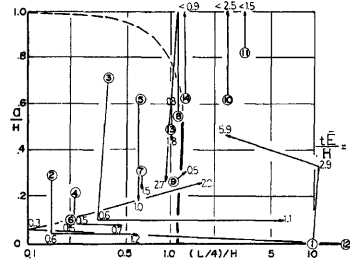


Fig. 15. Trace of Exp. Series A on the wave length-amplitude plane.

凹凸のあるときの方が，低下速度がいくぶん大きくなっている。

4. 平衡横断面の形成過程

4.1 平衡横断面形状

3.1 において，凹凸の高さと間隔と水深の比がある関係にあるとき，峰と谷の侵食速度が等しくなって，波高が変化しないことを述べた。これは，流路横断方向の凹凸を，単一の波長と波高を有する正弦波で近似し，侵食が進行しても波高が変わるだけで，同じ波長をもつ正弦波であることに変わりはないという仮定から，導かれたものである。ところが，正弦河床波上の掃流力分布は，Fig. 8 に示したように，その変曲点付近に極大値があり，実際には侵食が進行すると，河床は正弦波状を維持できなくなる。したがって，平衡横断面形状をより正確に求めるには，凹凸の峰と谷だけでなく，壁面全体にわたる侵食速度を論じなければならない。

ある基準線から流路壁面までの深さを z とすれば，壁面の後退速度 E と低下速度 $\partial z/\partial t$ の関係は，式(1)より，

$$E = (\partial z/\partial t) \cos \theta \dots\dots\dots(28)$$

であるから，流路がその横断形状を変えずに低下する条件は，壁面に沿って，

$$\partial z/\partial t = E/\cos \theta = \text{const.} \dots\dots\dots(29)$$

が成り立つことである。そこで，掃流力と侵食速度の関係を式(20)で表わし，掃流力を式(6)で求めれば，式(29)は，

$$C = \left\{ 1 + \left(\frac{dY}{dX} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{d^2Y}{dX^2} \cdot F \right\} \cdot F \cdot \left\{ 1 + \left(\frac{dY}{dX} \right)^2 \right\}^{1/n-1/2}, \quad F = \min \left[1 - Y, X \frac{dX}{dY} \right] \dots\dots(30)$$

となる。ここに， C は最深部の掃流力と ρghI との比である。

Fig. 16 は， $n=1$ において式(30)を積分したもので， $C < 0.833$ の場合には，解曲線が水中で直立してその法線群が交錯し，本モデルに適合する解が得られないが， $C > 0.833$ の場合には， $X=2$ で河床高の極大が現われて，うね間隔・最大水深比が約4の横断方向の波状河床となる。とくに $C=0.833$ の場合には，その峰が水面と一致し，水面幅・最大水深比が約4の，閉じた平衡断面となる。

Fig. 16 を，先に求めた正弦波による平衡断面の近似解 (Fig. 10) と比較すると，波高の小さなものはよく類似しているが，波高が大きくなるほどそのずれが大きくなり，峰側のやせた形状になっている。また，正弦波による近似では， $(L/2)/h < \pi/3\sqrt{\sqrt{2}-1}$ (≈ 1.63) の場合に不安定な平衡状態となったが，その形状はここで求めた平衡断面とは全く異なっており，この意味でも，うね間隔の極端に小さい擾乱は，存続しにくいものと考えられる。

なお，ここで求めた波状の平衡断面には，水際が存在せず，流路幅が無限となるので，現実の有限の流量に対する平衡断面は，閉じた平衡断面，すなわち，Fig. 16 の $C=0.833$ に対応するものだけとなる。ただし，側岸と河床の材質が異なる場合には，式(20)が壁面全体に対しては成り立たないから，以上の議論だけで波状の平衡断面の存在を判定することはできないであろう。

4.2 任意形状横断面の変形過程

3. では，正弦河床波の盛衰を，凹凸の峰と谷の侵食速度のみによって論じ，また，4.1 では，変形が終わった後の平衡断面について論じたが，先にも述べたように，周期的な波状底面では，流量が無限大となるか

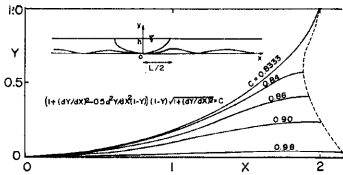


Fig. 16. Theoretical equilibrium channel cross sections.

ら、有限の流量に対する平衡断面の形成過程を追跡するには、さらに一般的な形状をもつ断面の変形過程を、論ずることが必要となる。

そこで、土質条件から定まる、掃流力と侵食速度の関係を表わす式(3)、すなわち、

$$E = f_n(u_*^3) \dots\dots\dots(31)$$

ならびに、断面内の掃流力分布を表わす式(4)、すなわち、

$$\tau = \rho g(dA/ds)I \dots\dots\dots(32)$$

を用いることによって、壁面の侵食速度を求めることにする。その際、等流速線は、壁面からの等距離線で近似する。また、側岸と河床の材質が異なる場合には、壁面上の位置によって、式(31)を使い分ければよい。ただし、一般の断面変形においては、侵食の進行にともなって、水深も変化するものとしなければならないから、水位を定めるために、抵抗則が必要である。**Fig. 17** に示す記号を用いて、

$$f = 8(\tau/\rho)/U^2 = 8gRI/(Q/A)^2 \quad [U: \text{平均流速}, Q: \text{流量}] \dots\dots\dots(33)$$

と定義される抵抗係数が、任意の断面形に対してどのようになるかは明確でないが、特定の断面形や粗度要素に対しては、

$$f = f_n(R_s, R/k, F_r) \quad [R_s: \text{レイノルズ数}, k: \text{粗度高さ}, F_r: \text{フルード数}] \dots\dots\dots(34)$$

となるであろう。そこで、式(31)~(34)を組み合わせれば、与えられた水文条件と地形条件、すなわち、流量 Q と勾配 I に対して、断面の変形過程が追跡できることになる。

ところで、任意の初期形状をもつ横断面が、侵食にともなって変形し、平衡断面を形成するか否か、もしも形成するならば、それはどのようなものであるか、また、それが初期形状に依存するかどうかということは、きわめて興味深い問題である。**Fig. 18** は、case study として、種々の放物線を初期形状とする断面の変形過程を、数値差分法によって追跡したものである。ただし、掃流力は式(6)で算定し、侵食速度の比や抵抗係数などは、実験と対比するため、図中に示した数値を用いている。

このように、初期断面を狭くて深いものにすれば、拡幅が生じて水深が減少し、逆に、初期断面を広くて浅いものにすれば、深掘れが生じて流路幅が減少し、変形速度は異なるが、いずれもほぼ同じ平衡断面(1.4 に示した、 $C_s=0.833$ に対するもの)に漸近する。しかしながら、ここに見られる平衡断面の一意性は、滑らかな放物線で表わされた初期断面に対して得られたものであり、3. で述べた、発達領域に属する波状の初期断面に対しては、流れがいくつかに分裂した後、そのそれぞれが、平衡断面を形成していくものと思われる。その分裂のしかたは、初期断面における、凹凸の波長(間隔)や波高の分布、ならびにその位相の組み合わせによって、異なるであろう。

実際の斜面における地表面の凹凸状況は、雨水流の

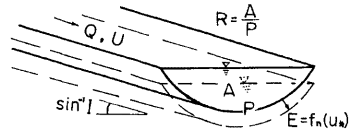


Fig. 17. Definition sketch for Eq. (33).

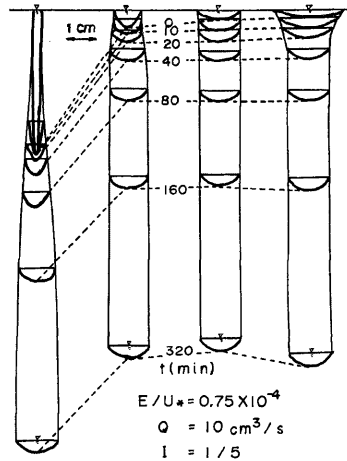


Fig. 18. Transformation process of channel cross section (Simulated by method of numerical finite differences.).

水深程度のスケールから見れば、法面工の施工直後といえども、かなり不規則であり、まして崩壊地などにおいては、その程度がはなはだしい。また、斜面の初期形状だけでなく、侵食機構そのものにも、これまでに述べたような決定論的な現象だけでなく、種々の不規則な現象が混在している。したがって、そのような斜面上の流路の形成過程を、一般的に扱かうには、決定論的な手法だけでなく、確率・統計的な手法も導入せざるを得ないであろう。

4.3 平衡横断面の形成に関する実験的検証

先にも述べたように、特定的水深に対して（すなわち、流量と勾配の組み合わせに対して）、狭すぎる断面は拡幅し、広すぎる断面は、分裂や深掘れを生じて流水幅が縮小し、いずれもある形状に漸近することが予想される。実験 Series B は、これを実証し、平衡横断面形状、とりわけ流路幅・水深比に関する情報を得ようとするもので、Table 2 および Fig. 19 に、その条件ならびに結果を示している。実験方法は2.3に述べたとおりであるが、このうち、Run 10 だけは、洛西ニュータウンで採取した土砂試料⁴⁾を用いたものである。

Table 2. Experimental conditions and results (Series B.).

| | Run 1 | Run 2 | Run 3 | Run 4 | Run 5 | Run 6 | Run 7 | Run 8 | Run 9 | Run10 |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Q (cm ³ /s) | 5 | 9 | 20 | 2 | 5 | 10 | 1 | 2 | 5 | 10 |
| sin ⁻¹ I | 13° | | | 26° | | | 45° | | | 33° |
| t (min) | 180 | 180 | 120 | 210 | 120 | 90 | 18 | 105 | 75 | 20 |
| B (cm) | 1.33 | 1.20 | 2.20 | 0.90 | 1.26 | 1.68 | | 0.83 | 1.20 | 1.25 |
| h (cm) | 0.32 | 0.32 | 0.63 | 0.27 | 0.34 | 0.36 | | 0.21 | 0.35 | 0.39 |

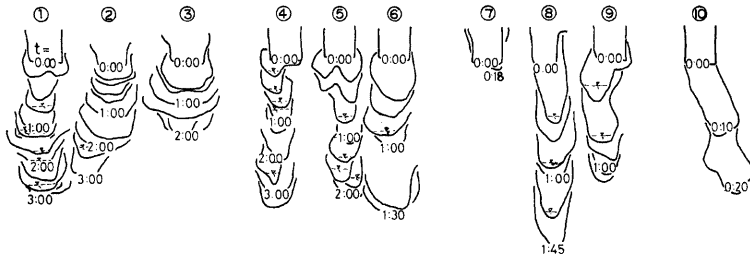


Fig. 19. Transformation process of channel cross section (Exp. Series B.).

Fig. 19 からわかるように、初期断面はいずれも幅約 1 cm の長方形としたが、通水開始後まもなく、放物線形に変化する。その後、低下にともなって、縦断形状は階段状となり、流路位置は横へもかなり振れるが(2.3 Photo. 2)、流水断面は、それらの変動に対して比較的速く調節されて、Run 1 と Run 5 を除けば、時間的にさほど変化しない。(Run 1, 5 は、一旦分離した流路が、蛇行のために、測定点よりも上流で合流し、一方の流路が涸渇するとともに、他方の流路の流量が増加したものである)。

流量や勾配を変えれば、断面の大きさはもちろんそれらに依存して変化するが、その形状には系統的な差異が見出しがたく、水面幅・最大水深比が約 3～4 の範囲に分布している。これは、4.1 に述べた平衡横断面の理論から得られる値、すなわち、 $B/h=4$ にかなり近い。

なお、Fig. 19 や Photo. 2 に見られるように、水面より上の部分の溝幅が、水面幅にくらべて広いのは、流路位置の横変動や、側壁の崩落によるものと思われる。

また、3.4 Fig. 18 に示した波状の平衡断面の理論解と比較すると、実験で得られるものには、波長・最大水深比が理論値(約4)にくらべてはるかに小さいものが含まれており、峰部もかなりとがっている。これらが実際の平衡形状であるのか、それとも単に変形速度が遅いだけで、もっと別の平衡形状へ移行していく過渡的な段階にあるのかは、判定しがたいが、いずれにしても、掃流力を式(6)で算定する限り、そのような峰部のとがりを説明することはできず、さらに、縦渦などの2次流の効果^{5,6)}を考慮する必要があるだろう。

さて、断面形状がわかれば、先に式(33)で示した抵抗係数 f を与えることによって、流量や勾配と、流路幅との関係が導かれる。すなわち、

$$B = \left(\frac{k_b \cdot f \cdot Q^2}{8 \cdot I \cdot g} \right)^{1/5} \quad \text{ここに、} k_b \equiv \frac{B^5}{A^2 R} \quad \dots\dots\dots(35)$$

である。ところが、斜面侵食流路の抵抗は、断面形の効果を無視できない上に、蛇行や階段状の縦断形の影響など、未知の要素が多く、今後に残された課題である。

5. 結 論

以上、平坦な斜面上に rill が形成されていく過程、ならびに形成された流路の横断面が、平衡形状に移行していく過程を、理論的に考察し、実験によってその適用性を検討した。得られた結果を要約すると、つぎのようである。

- 1) 掃流力分布、ならびに、掃流力と侵食速度の関係が得られれば、流路横断面の変形過程を追跡することができる。
- 2) 等流における、流路横断面内の掃流力分布は、壁面からの等距離線にたてた直線にはさまれる部分の面積を、その潤辺長で微分することによって、幾何学的に模擬できる。
- 3) 壁面の上に凸の部分では、直線的な部分にくらべて掃流力が集中し、凹の部分では分散する。その結果、粘着性河床における、極端に波長の短い凹凸は、侵食の進行にともなって平滑化される。しかし、理論上は減衰領域にある擾乱でも、ある程度減衰が進んで波高が小さくなると、減衰速度が遅くなり、波高がほとんど変化しなくなる。
- 4) 水深 (H) にくらべて波長 (L) の大きな凹凸 ($L/H \geq 5$) は、侵食の進行にともなって発達し、流れを分裂させるようになる。その際、初期波高がきわめて小さければ、発達速度が遅く、その確認は困難であるが、初期波高が水深の数パーセントもあれば、理論上、平均河床が水深の数倍程度低下する時間内に、波高が水深よりも大きくなって、流れが分離する。
- 5) 放物線で近似されるような横断面は、初期形状が広くて浅ければ、中央部に深掘れを生じて流路幅が減少し、初期形状が狭くて深ければ、拡幅を生じて水深が減少し、いずれもほぼ同一の平衡断面に漸近する。壁面の後退速度が摩擦速度に比例するものとすれば、その平衡断面は流量や勾配によらず相似で、水面幅・最大水深比が約4となる。
- 6) 流路の断面形状特性がわかれば、水流の抵抗則を与えることによって、流量や勾配と断面の大きさの関係が得られるが、抵抗則は、流路の縦・横断ならびに平面形状と密接に関連しており、一般的な把握が困難である。
- 7) 本報では、流れを等流として、2次流の影響を省略したが、実際の流れはさらに複雑で、場所によって状態が異なり、掃流力分布の算定法を改良する必要がある。また、蛇行などのために合流が生ずれば、流量までも変化する。
- 8) 土の受食性を表わす、侵食速度と摩擦速度の関係は、土の種類や状態によってかなり異なるが、それ

によって流路の横断面形状がどのように変わるかは、現在のところ明らかでない。

9) 本報では、主に決定論的な観点から、流路横断面の形成過程を論じたが、水文条件・地形条件・土質条件、さらには水理学的な流れの機構の中にも、不規則性の存在は避けがたく、実際問題への適用にあたっては、前報に用いたような確率・統計的な手法を組み合わせていくことが必要である。

なお、本研究における種々の数値計算には、京都大学大型計算機センターならびに、京都大学防災研究所資料センター計算機を利用した。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男, 田中健二: 裸地斜面における流路の形成過程に関する研究(1)—流路網の確率的シミュレーションを中心として—, 京都大学防災研究所年報, 第18号 B, 1975, pp. 513-528.
- 2) 芦田和男, 田中健二: 粘土分を含有する砂れき床の侵食と流砂機構に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 第17号 B, 1974, pp. 571-584.
- 3) Graf, W.H.: *Hydraulics of Sediment Transport*, McGraw-Hill, 1971, p. 112.
- 4) 芦田和男, 沢井健二, 藤田学: 宅造地法面における侵食流路形態, 土木学会関西支部昭和51年度年次講演会, 投稿中
- 5) Allen, J.R.L.: *Transverse Erosional Marks of Mud and Rock: Their Physical Basis and Geological Significance*, *Sediment. Geol.*, 5, 1971, p. 320.
- 6) 林泰造, 尾崎幸男: 河床安定理論の立場からみた河川蛇行の卓越波長について, 土木学会第20回水理講演会論文集, 1976, p. 93 ほか