

河床波の発達性状に関する実験的考察

中川博次・辻本哲郎

EXPERIMENTAL STUDY ON EVOLUTION OF SAND WAVES FROM AN INITIALLY FLATTENED BED

By *Hiroji NAKAGAWA* and *Tetsuro TSUJIMOTO*

Synopsis

In non-equilibrium alluvial phenomena a strong interaction between the bed configurations and the sediment motion plays an important role. As a typical event of the transport of bed load sediment, the evolution of sand waves from an initially flattened bed was observed here by experiments. The time variation of stochastic properties of undulated beds was investigated. The process of evolution of sand waves was described by a simplified kinematic model coupled with some statistical techniques and verified by the experimental results. Furthermore, the distributions of the step length and rest period of sand movement over a duned bed were obtained from bed profiled data, and the sediment transport rate calculated by use of these quantities showed a fairly good agreement with the experimental results.

1. 緒 言

移動床においてはしばしば何らかの原因で流砂の非平衡が生じ、複雑な現象を呈する。このような非平衡の移動床現象では境界形状と流れの特性、流砂特性が緊密に作用し合っており、こうした現象の合理的かつ普遍的な説明を困難にしている。

河床波もその一例で、従来から多くの研究者の興味の対象となり理論的、実験的研究が積み重ねられてきた。とくに、Kennedy¹⁾、林²⁾らは安定理論によって河床波の発生領域を明らかにし、また Nordin と Algert³⁾、芦田・田中⁴⁾らは河床形状の解析に統計的手法を持ち込み、以後の研究の発展に貢献した。しかし前者は発生初期の機構を扱ったものであり後者は主に平衡状態の河床形状を扱っており、発達成長の過渡的段階を扱ったものは Raichlen と Kennedy⁵⁾、Jain⁶⁾の実験的研究以外殆んどないと言って良い。にもかかわらず、たとえば洪水時のように流量が急変する時の河床形状の応答特性、非定常・非一様な場での流砂特性など興味ある問題に対処するためには、まず平坦河床からの河床波の発達成長過程は明らかにされるべき一対象であろう。

本論文はこれに鑑み、実験水路において平坦河床から河床波が形成されていく過程を記録し、その特性を検討し、またこうした不規則な河床上の砂の流送特性について調べたものである。さらに、個々の河床波のスケールの分布特性がその成長発達に大きく寄与していることに注目し、こうした機構に基づく発達性状を実験結果と比較検討した。

2. 実験装置と実験方法

2.1 実験装置と実験方法

実験は長さ 9 m 幅 33 cm のアクリル製側壁を有する鋼製勾配可変水路で行なった (Fig. 1 参照)。水路全長のうち中央部 7 m 区間を移動床としその上、下流は固定床粗面に仕上げられ、下流端には堆砂箱が設

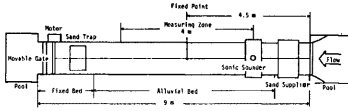


Fig. 1. Experimental flume.

けられている。一方上流端には、Fig. 2 に示されるようなホッパーとベルトコンベアとを組み合わせた給砂装置を設置し給砂を行なった。給砂量は下流端で測定される流砂量で検照され、移動床部の平均河床勾配が実験中を通じて変化しないよう注意した。

河床形状の測定には自走式超音波測深器（自走速度 27 cm/sec）を用い、通水後 1, 3, 5, 10, ……、150分の縦断形状および60~90, 90~120, 120~150分の一地点の河床の時間変動をリニアペンレコーダ（記録紙幅 8 cm）に記録した。なお、本実験に用いられた砂の性質は Table 1 に示す通りで、また Table 2 に実験条件を示した。D砂を用いた実験以外は 一応 dunes の領域 ($Re_* > 20$, $Fr < 0.8$; Re_* : 砂粒 Reynolds 数, Fr : Froude 数) と見なせる。

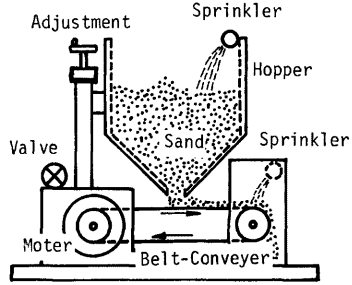


Fig. 2. Sand supplier.

Table 1. Properties of sands.

San	d_{50}	$\sqrt{d_{84}/d_{16}}$	σ/ρ
A	0.065	1.20	2.60
B	0.140	1.26	2.62
C	0.096	1.39	2.62
D	0.019	1.15	2.57

Table 2. Extent of experiments.

Run No.	i	Q (lit/sec)	h (cm)	τ_*	Re_*	h/d	qa_*
A- 1	1/500	12.93	8.20	0.158	26.7	126.2	0.146
2		8.53	6.65	0.128	23.5	102.3	0.020
6		18.31	10.00	0.193	28.8	113.9	0.409
9	1/300	8.04	5.80	0.186	28.3	89.2	0.099
12	1/200	18.41	8.00	0.384	40.7	123.1	0.667
21	1/500	6.33	5.57	0.110	20.8	88.3	0.042
22		9.02	6.47	0.130	22.3	102.7	0.077
23		10.01	7.11	0.141	23.6	112.8	0.096
B- 3	1/500	15.95	9.25	0.082	54.6	66.1	0.036
8	1/200	14.46	7.70	0.170	86.0	55.0	0.107
9		21.07	9.50	0.209	95.5	67.9	0.189
C- 5	1/300	12.89	7.80	0.167	48.5	81.3	0.120
9	1/200	11.29	7.20	0.232	57.0	75.0	0.276
10		16.34	8.50	0.273	61.9	88.5	0.376
D- 1	1/500	7.31	7.00	0.468	7.0	368.4	0.558
2		4.97	5.00	0.335	6.0	263.2	0.049

2.2 測定値処理

記録された河床の縦断形状 $y_t(x)$ は 0.8 cm 刻みでデジタル化し、各時刻について500個のデータを得、これを定常過程と見なして処理した。記録された $y_t(x)$ はフィルターを通さない生のデータで Fig. 3 に示されるように砂の舞上がりによるデータの跳びが見られこれを除去して処理した。フィルターは自走式測深器の高速性を確保するため用いなかった。一方、一点の河床の時間変動記録は 2 sec 刻みで800個のデジタル量の系列に直して処理した。これらのデータに対して、大型計算機によって校正、勾配補正、平均値の雾化を行ない。こうして得られたデータをもとに河床形状の統計的性質の基礎量が計算された。

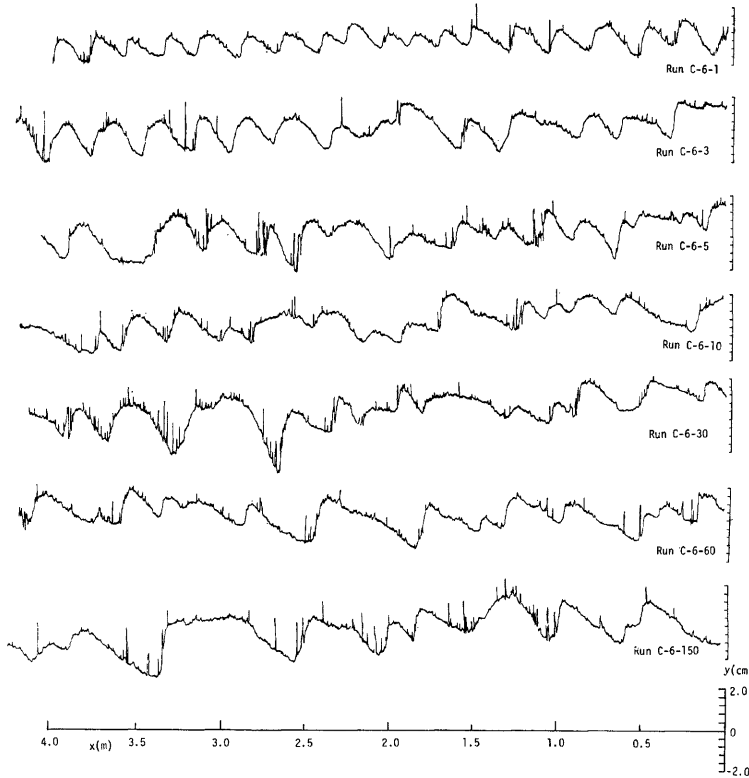


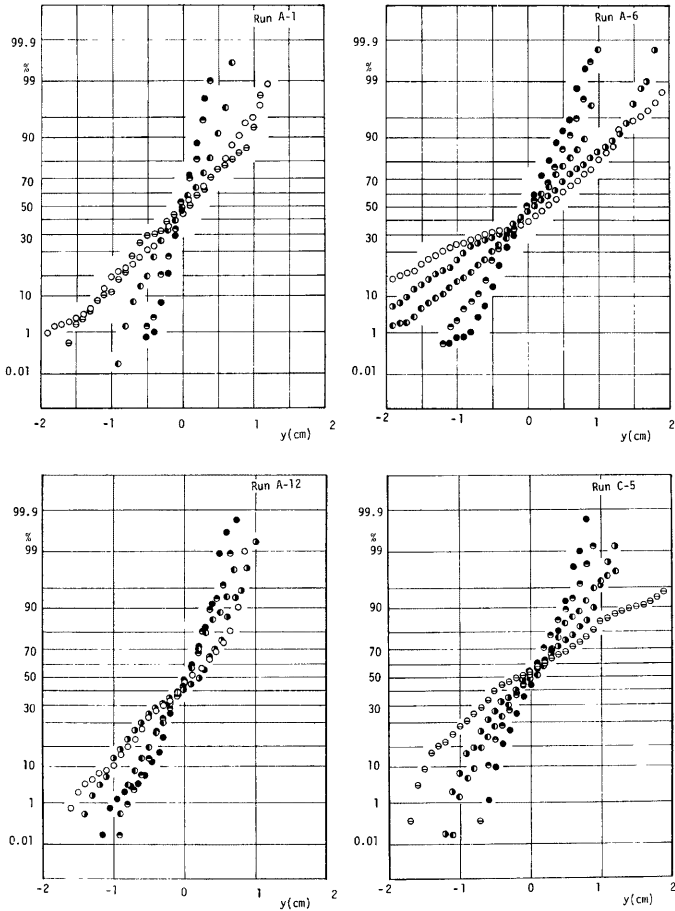
Fig. 3. Example of raw bed profile data, $y_t(x)$.

3. 河床形状の時間的变化

3.1 河床高の統計的性質

(1) 河床高の縦断方向分布

各時刻の河床高の縦断方向の分布は Fig. 4 に示されるようにはほぼ正規分布に従いが、時間とともにその分散 σ^2 が大きくなっていく。Fig. 5 は次式によって計算されるひずみ度 (skewness) S_3 およびとがり度 (kurtosis) K_4 が示されている。



● 1 min. ◐ 3 min. ◑ 5 min. ◒ 10 min. ◓ 20 min. ◔ 45 min. ◕ 90 min. ◖ 150 min.

Fig. 4. Examples of time variations of distributions of bed elevation.

$$S_k = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^3 / \sigma^3 \quad \dots\dots\dots(3.1)$$

$$K_r = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i^4 / \sigma^4 \quad \dots\dots\dots(3.2)$$

ここに、 N はデータ個数、 y_i は平均値零化された河床高データである。Fig. 5 によると、値は散乱しているが正規分布 ($S_k=0, K_r=3$) に比べて若干平坦であるといえる。次に波数スペクトルの時間的変化の例

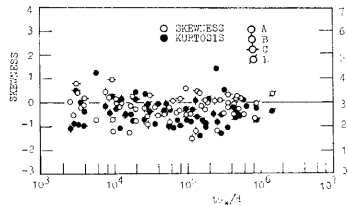


Fig. 5. Skewness and kurtosis of $y_i(x)$.

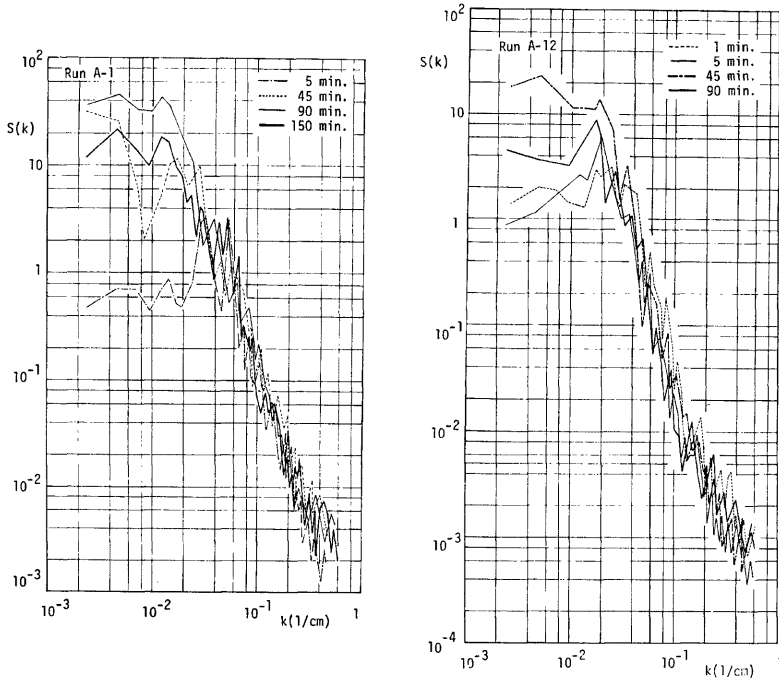


Fig. 6. Time variation of power spectral density, $S(k)$.

を Fig. 6 に示す。これによると、高波数域ではかなり初期からいわゆる「-3乗則」が認められ、時間の経過とともに低波数成分が増加していくことがわかる。スペクトルの0次モーメントは分散に等しく、時間とともに河床高の分散が増加する傾向が読みとれる。

$$\sigma^2 = M_0 = \int_0^{\infty} S(k) dk \quad \dots\dots\dots (3.3)$$

ここに k は波数 (cycle/cm) である。なお、Fig. 7 には次式で計算される無次元スペクトル幅 d の時間的変化を示したが、初期から1に近く河床波が広い波数域に亘っていることがわかる。

$$d^2 = (M_0 M_4 - M_2^2) / M_0 M_4 \quad \dots\dots\dots (3.4)$$

$$M_i = \int_0^{\infty} k^i S(k) dk \quad \dots\dots\dots (3.5)$$

(2) 河床高の時間変動

河床高の時間変動記録から得た河床高分布の例を Fig. 8 に示した。これらは概ね正規分布に従うが、Crickmore⁶⁾ が指摘するようにそのヒストグラムは顕著に正負2つのピークを有している (bimodal distribution)。このことは平均河床高さでの凹凸が少ないことを意味している。また、周波数スペクトル密度

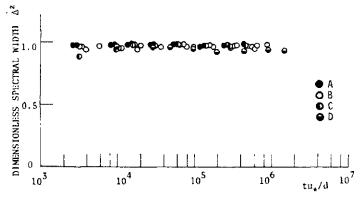


Fig. 7. Dimensionless spectral width of $y_t(x)$.

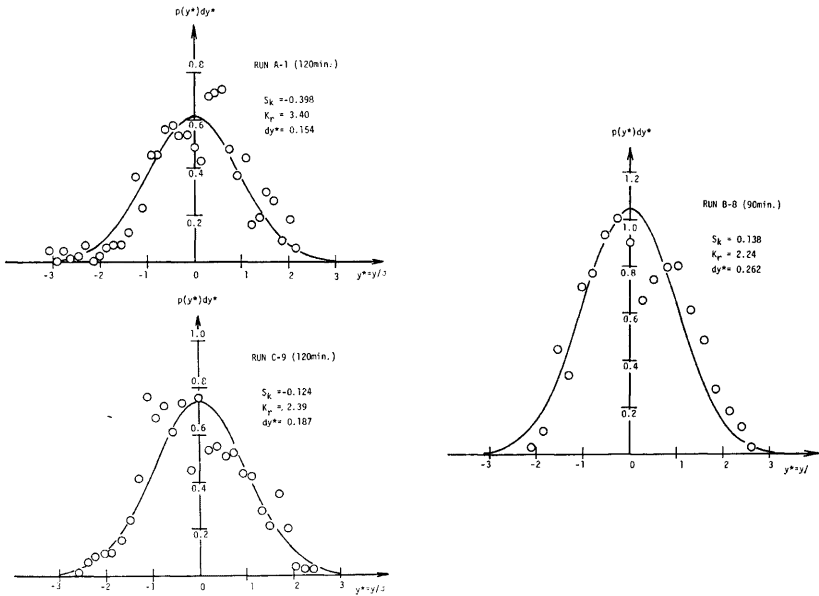


Fig. 8. Example of distribution of bed elevation from $y_x(t)$.

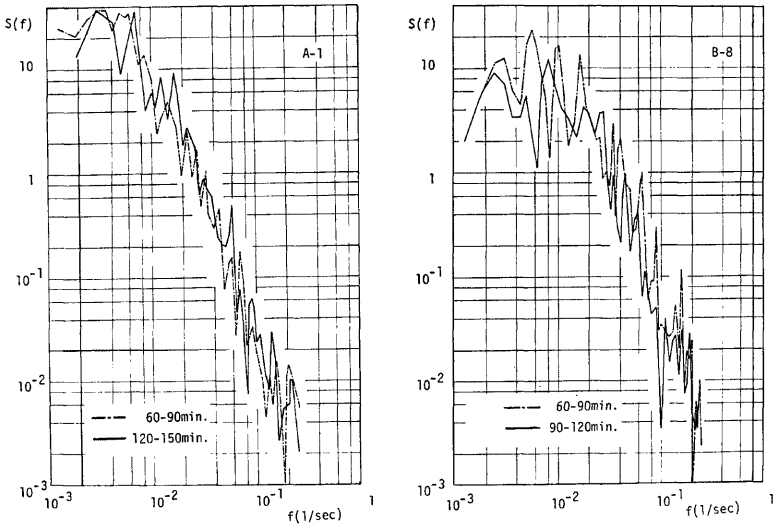


Fig. 9. Power spectral density, $S(f)$.

$S(f)$ の例を Fig. 9 に示した。図によると、高周波数域 ($f > 2 \sim 4 \times 10^{-2}$ cycle/sec) では $S(f)$ は f の -3 乗に比例し、低周波数域には f の -2 乗に比例する領域が認められる。

3.2 河床波の波長・波高相当量

河床波の波長、波高はこれまで多くの研究者によって測定されているがその結果は大きくばらついてゐる。これはこれら形状諸量の統計的性質、時間的変化特性に負っており、さらに波長、波高の定義自体もこれらの形状の3次元性のため曖昧であることによる。

さて、波高 H は河床高の分散 σ^2 と密接な関係にあると推測される。Fig. 10 は直接測定された平均波高 H と河床高の標準偏差 σ とを比較したものでほぼ次の関係が認められた。

$$H/\sigma = 2.0 \quad \dots\dots\dots(3.6)$$

一方 波長相当量としては直接測定されるもの他に zero-up crossings 間隔 L_u , zero-down crossings 間隔 L_d , さらにスペクトルのモーメントから次式によって計算される L_1, L_2 が考えられる。

$$L_1 = M_0/M_1 \quad \dots\dots\dots(3.7)$$

$$L_2 = \sqrt{M_0/M_2} \quad \dots\dots\dots(3.8)$$

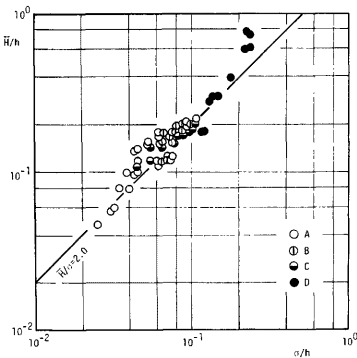


Fig. 10. Comparison between wave height and standard deviation of bed elevation.

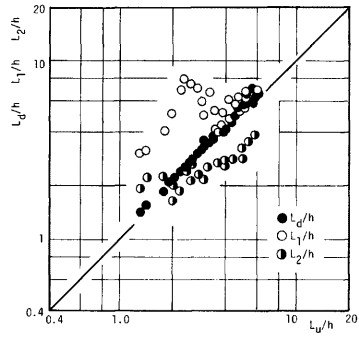


Fig. 11. Comparison among some longitudinal scales of sand waves.

Fig. 11 はこれらの間の関係を示したが、zero crossings 間隔と L_2 とは近い値をとり、これらは直接測定された波長の平均値ともほぼ一致している。このことは、Annambhotla⁹⁾ の実際河川では L_1 , 水路実験では L_2 が有意であるとの報告と合致している。

3.3 河床波の発達性状

実験の結果、用いた4種類の砂によってその発達性状は若干異なるように見える。砂粒 Reynolds 数 Re_* が20~40のA砂, 10以下のD砂の実験では確実に成長増大し、 Re_* が10程度のJain⁶⁾ の実験結果と同様な結果が得られたのに対し、 Re_* が50以上のB, C砂の実験では顕著な発達が見られない場合が多かった。

まず、A, D砂についての実験結果を Fig. 12 および Fig. 13 に示した。これらの図には中央粒径 0.025 cm の砂を用いたJain⁶⁾ の実験結果も併示したが、波長、波高(河床高の標準偏差で σ 代用)ともほぼ時間の平方根に比例して増加している。波長の時間的変化が初期において若干緩慢なのは零でない初期波長(たとえば砂の step length 程度)を有するためと考えられる。波高の発達について見れば、その増幅過程を外挿すれば河床せん断力が大きい程発達速度が大きいことが認められた。なお、いずれの場合も時間が十分経過した後(今回の実験では90~120分)ほぼ平衡状態と推定される状態に落ち着き河床波のスケールは実質的に変化しなくなる。

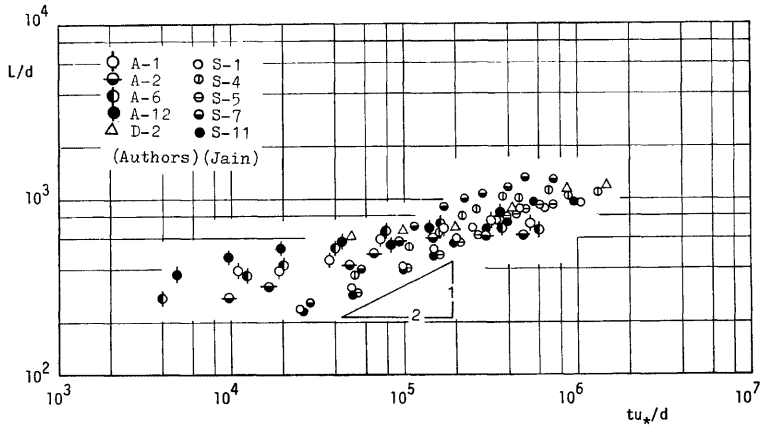


Fig. 12. Time variation of wave length of sand waves.

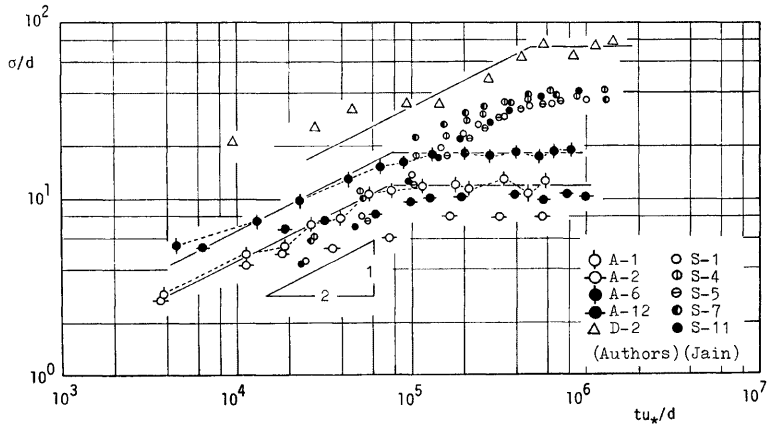


Fig. 13. Time variation of standard deviation of bed elevation.

次に、B、C砂の河床波のスケールの時間的変化を Fig. 14 に示したが、とくにB砂については発達増大過程が観測されなかった。これはA砂の場合と河床波形成の機構が異なるかも知れないがまた粒径が大きいため初期平坦時の河床の不規則性の大きいことにもよると考えられる。

なお、実測された河床波の波長、波高の分布の時間的変化の例をそれぞれ Fig. 15 および Fig. 16 に示した。これによると初期から平衡状態までほぼ同一の分布を示し、正規分布で近似し得ることが認められる。

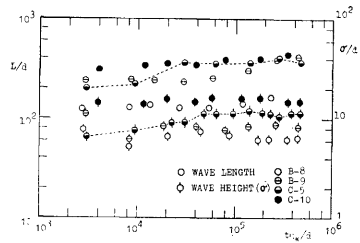


Fig. 14. Time variation of scales of sand waves. (sand B, C)

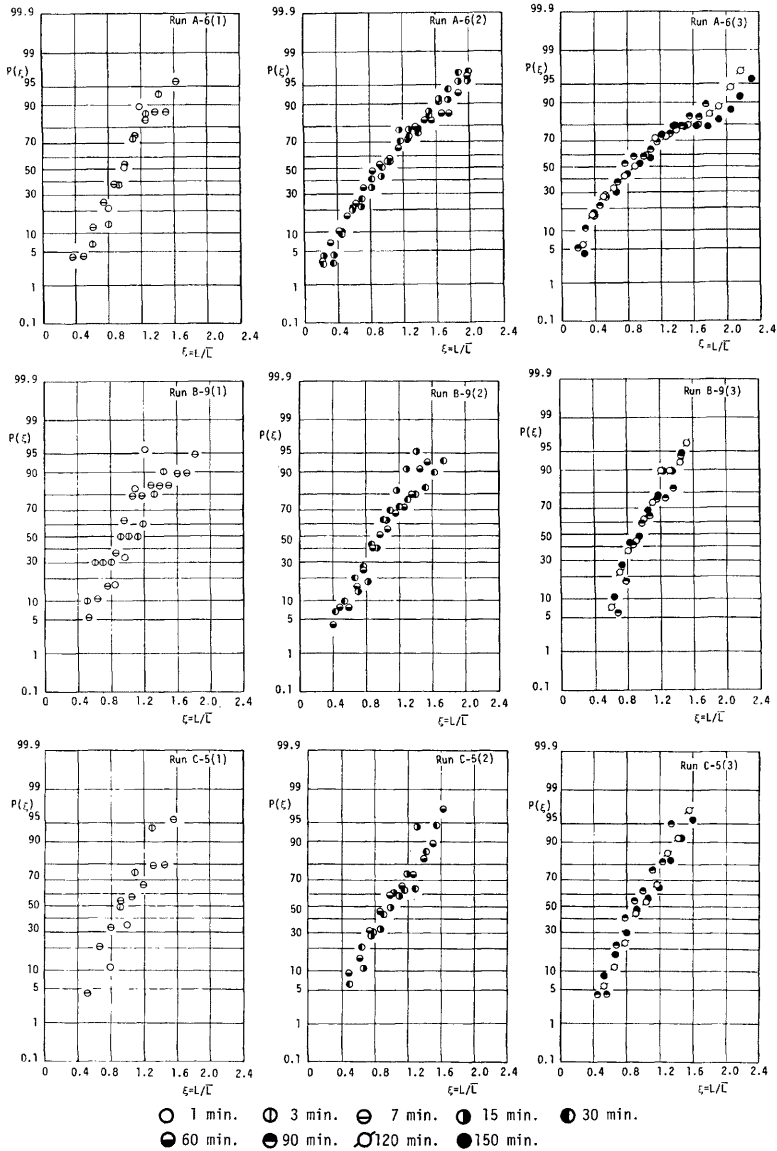


Fig. 15. Distribution of normalized wave length.

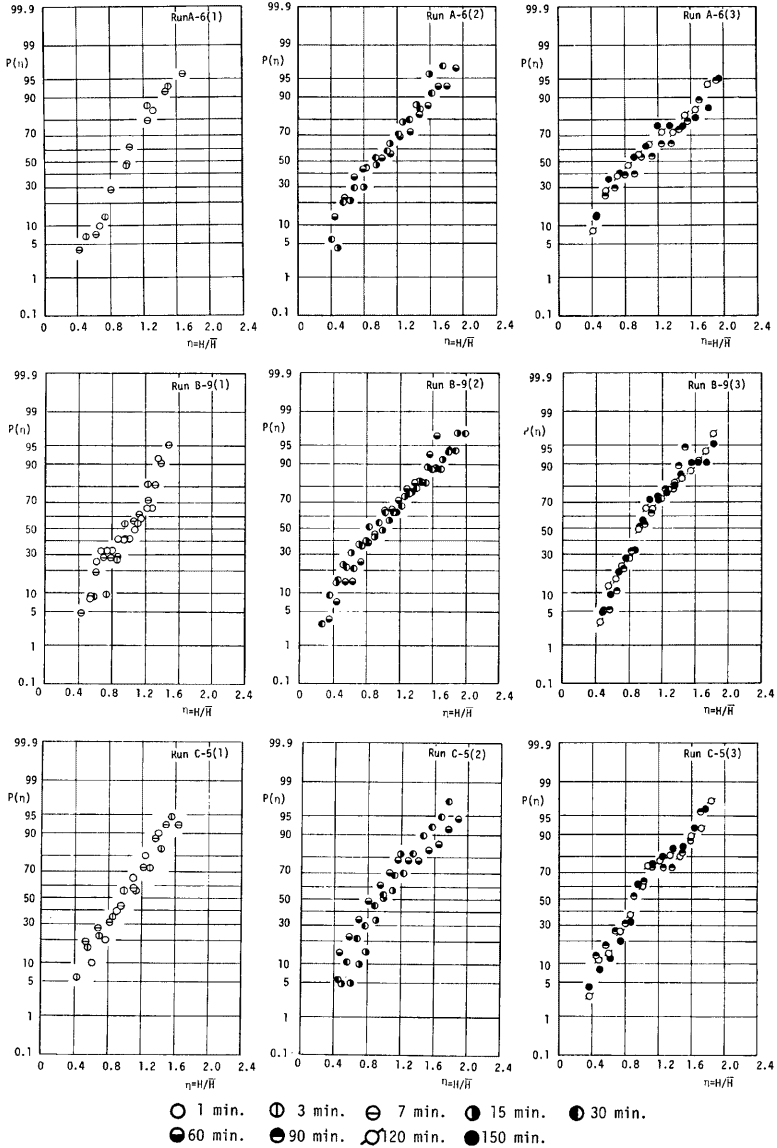


Fig. 16. Distribution of normalized wave height.

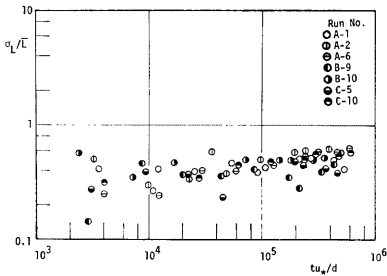


Fig. 17. Variation coefficient of wave wave length.

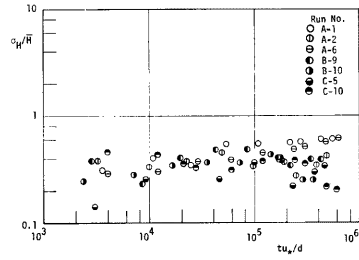


Fig. 18. Variation coefficient of wave height.

その変動係数は Fig. 17 および Fig. 18 に示されるように、波長、波高とも0.3~0.5程度で実験条件に対しても、時間的にも変化しない。これらの結果は各時刻について得られるデータ数が少ないためかなり散乱しているが、同一条件で実験を繰り返して得た著者らの結果¹⁰⁾とはほぼ一致している。

また、Fig. 19 に示されるように河床波の波形勾配はD砂の例 (ripples) を除いては時間的にもほぼ一定と見なすことができ、発達過程において河床波形状の相似性が保たれるものと推定される。

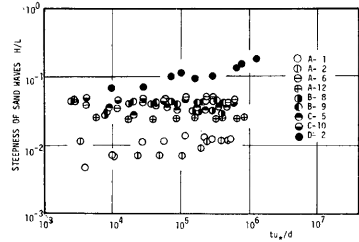


Fig. 19. Time variation of steepness of sand waves.

4. 河床波の発達成長機構に関する一考察

河床波が存在する時の砂粒の運動は河床形状に強く規制され、砂の運動特性そのものは河床波の成長に直接寄与していないように見える。dunes または ripples の場合、殆んど砂粒は Fig. 20 に示すように河床波の上流側斜面で移動開始し、同じ波の下流側斜面に堆積するため砂の移動によって河床波は形状を変えないで下流方向に進行する。従って相等しい波長、波高の河床波が配列しているならその形状の変化は生じない。しかし上述の実験結果より明らかなように、波長、波高は広く分布しておりそのため、芦田・田中⁴⁾、Nordin¹¹⁾ が指摘するように波長の長いものは程波速が遅ければ河床波の峰間隔は時間的に変化することが期待される。このことから、実験によって明らかになった波長、波高の分布特性を用いて河床波の成長過程の説明を試みた。

河床波の進行に伴う流砂量 q_B は Exner¹²⁾ の式をもとに次のように書ける。

$$q_B = s(1 - \rho_0)U_W H \quad \dots\dots\dots(4.1)$$

ここに、 s : 河床波の形状によって決まる定数 (三角形状なら0.5, 正弦波形なら $2/\pi$ である)、 ρ_0 : 砂の空隙率、 U_W : 河床波の進行速度、 H : 河床波の波高である。式 (4.1) の妥当性はすでに Simons, Richardson と Nordin¹³⁾ らによって確認されている。Fig. 21 には式 (4.1) によって計算された dunes, ripples の

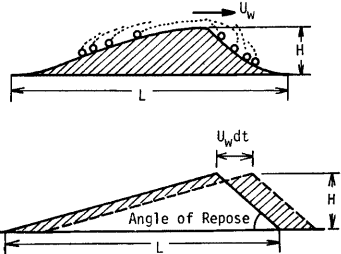


Fig. 20. Sketch of sand movement and marching of sand wave.

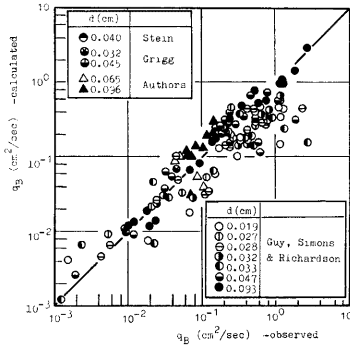


Fig. 21. Comparison between observed and calculated sediment transport rates.

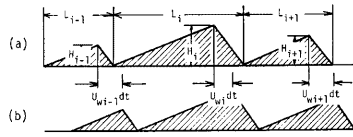


Fig. 22. Definition sketch.

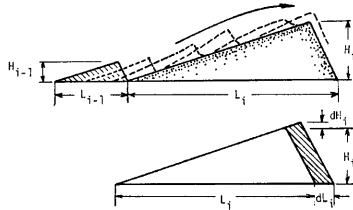


Fig. 23. Definition sketch.

流砂量と実測値とを比較したもので、著者らの実験結果のほか Stein¹⁴⁾, Grigg¹⁵⁾ および U.S.G.S.¹⁶⁾ の結果も示した。

さて、いま時刻 t における河床波の配列が模式的に Fig. 22 の (a) に示される時、第 t 番目の河床波の時間 dt の間の波長の増加分 dL_i は式 (4.1) を用いて次のように表わすことができる。

$$dL_i = \frac{q_B}{s(1-\rho_0)} dt \frac{\alpha}{H} \frac{\eta_{*i-1} - \eta_{*i}}{(1 + \alpha\eta_{*i})(1 + \alpha\eta_{*i-1})} \quad \dots\dots\dots(4.2)$$

$i=1, 2, 3, \dots\dots$

ただし、

$$\eta_{*i} = (H_i - H) / \alpha H \quad \dots\dots\dots(4.3)$$

で、ここでは α 河床波高の分布の変動係数であり、また添字のない文字は平均値を表わすものとする。ところで η_* は確率変数と考えられ、その確率密度関数を $f_H(\eta_*)$ とすると、波長の平均の増加率は次式で与えられる。

$$\frac{dL}{dt} = \int_{-1/\alpha}^{\infty} \int_{-1/\alpha}^{\infty} \frac{q_B}{s(1-\rho_0)} \frac{\alpha}{H} \frac{(\eta_{*i-1} - \eta_{*i})}{(1 + \alpha\eta_{*i})(1 + \alpha\eta_{*i-1})} f_H(\eta_{*i}) f_H(\eta_{*i-1}) d\eta_{*i} d\eta_{*i-1} \quad \dots\dots\dots(4.4)$$

ところが、 η_{*i} と η_{*i-1} とは互いに独立であるから、

$$\frac{dL}{dt} = 0 \quad \dots\dots\dots(4.5)$$

となる。すなわち上述のような局所的な波長変化の全体的平均は零である。従がって、波長、波高の実質的な変化は Fig. 23 に示されるように、小さい波形が大きい波形に追いついた際の河床波の合体による分だけと推定される。この場合の河床波の増大分は Fig. 23 を参照して、次の関係式、

$$H_i dL_i = s L_i H_{i-1} \quad \dots\dots\dots(4.6)$$

から得られ、これに要する時間 dt_i は、

$$dt_i = L_i / (U_{wi-1} - U_{wi}) \quad \dots\dots\dots(4.7)$$

である。従がって、式 (4.1), (4.3) を用いて河床波の波長の平均発達率は結局次のように表わされる。

$$\frac{dL}{dt} = \frac{q_B}{1-\rho_0} \cdot \frac{1}{H} \cdot f_s(\alpha) \quad \dots\dots\dots(4.8)$$

ここに、

$$f_s(\alpha) = \alpha \int_{-1/\alpha}^{\infty} (1 + \alpha\eta_*) \left\{ \frac{\eta_* - \eta_*'}{\eta_* (1 + \alpha\eta_*')^3} f_H(\eta_*') d\eta_*' f_H(\eta_*) d\eta_* \right\} \dots\dots\dots (4.9)$$

である。式 (4.8) を積分すると、

$$L = \sqrt{2f_s(\alpha)} \sqrt{\frac{q_B}{(1-\rho_0)\theta}} \cdot \sqrt{t} + L_0 \dots\dots\dots (4.10)$$

となり、さらに無次元表示して次式が得られる。

$$\frac{L}{d} = \sqrt{\frac{2f_s(\alpha)}{1-\rho_0}} \sqrt{\frac{q_{B*}}{\theta\sqrt{\tau_*}}} \sqrt{t_*} + \frac{L_0}{d} \dots\dots\dots (4.11)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} q_{B*} &= q_B / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3} \\ \tau_* &= u_*^2 / \{(\sigma/\rho - 1)gd\} \\ t_* &= u_* t / d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.12)$$

であり、 θ は河床波の波形勾配で

$$\theta = H/L \dots\dots\dots (4.13)$$

また、 L_0 は波長の初期値である。

同様に、波高については次式が得られる。

$$\frac{H}{d} = \sqrt{\frac{2f_s(\alpha)}{1-\rho_0}} \sqrt{\frac{q_{B*}}{\theta\sqrt{\tau_*}}} \sqrt{t_*} \dots\dots\dots (4.14)$$

式 (4.11), (4.14) によって波長、波高が時間の平方根に比例して増加することが示された。

ところで、dunes 領域における流砂量は実験結果を検討し (Fig. 24 参照), 次のように表わすことができる。

$$q_{B*} = 10\tau_*^{5/2} \text{ (ただし dunes 領域)} \dots\dots\dots (4.15)$$

従がって、式 (4.11), (4.14) は、

$$\frac{L}{d} = \frac{K}{\sqrt{\theta}} \tau_* \sqrt{t_*} + \frac{L_0}{d} \dots\dots\dots (4.16)$$

$$\frac{H}{d} = K\sqrt{\theta} \tau_* \sqrt{t_*} \dots\dots\dots (4.17)$$

と表わされる。ただし、

$$K = \sqrt{20f_s(\alpha)/(1-\rho_0)} \dots\dots\dots (4.18)$$

である。

一方、波高の分布は第3章に示したように正規分布で近似されるから、 $f_H(\eta_*)$ は次式で与えられる。

$$f_H(\eta_*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-\eta_*^2/2) \dots\dots\dots (4.19)$$

このとき、式 (4.9) によって $f_s(\alpha)$ を計算した結果は Fig. 25 に示すようになり、 α の値は実験によると 0.3~0.5 程度であるから $f_s(\alpha)$ の値は約 0.73 である。砂の空隙率 ρ_0 は 0.3~0.4 であるから結局 K の値は約 1.5 となる。

また、初期波長は L_0 平坦河床での砂の step length 程度と予想されるから、

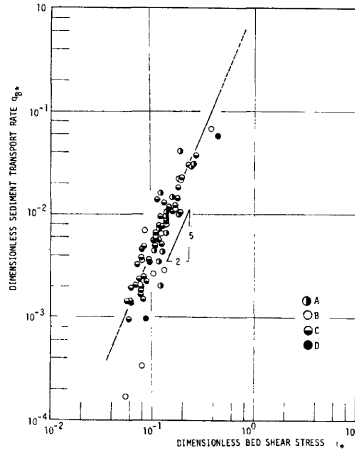


Fig. 24. Dimensionless sediment transport rate.

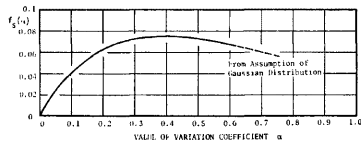


Fig. 25. Calculated curve of $f_s(\alpha)$.

$L_0/d=100$ (4.20)

と仮定できよう。一方、河床波の波形勾配は河床せん断力と強く関係していると推測されるが、(Fig. 26 参照)、物理的に明確な定式化はできていないのでここでは個々の実験値を与えて検討する。これらを考慮して、式 (4.16), (4.17) で示される河床波の成長特性を実測例と比較したものが、Fig. 27, 28 で、本章に展開したモデルで比較的良く成長過程が説明し得るものと考えられる。

以上述べた機構によって河床波は増大するが、いずれ平衡状態と思われる形状に落ち着く。平衡状態の定義やその条件は難しく今後の研究に待たねばならない。平衡状態の河床波の形状については、Yalin の実

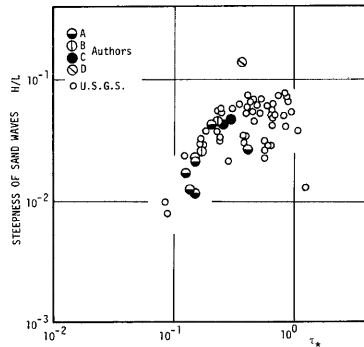


Fig. 26. Relation between steepness of sand waves and dimensionless bed shear stress.

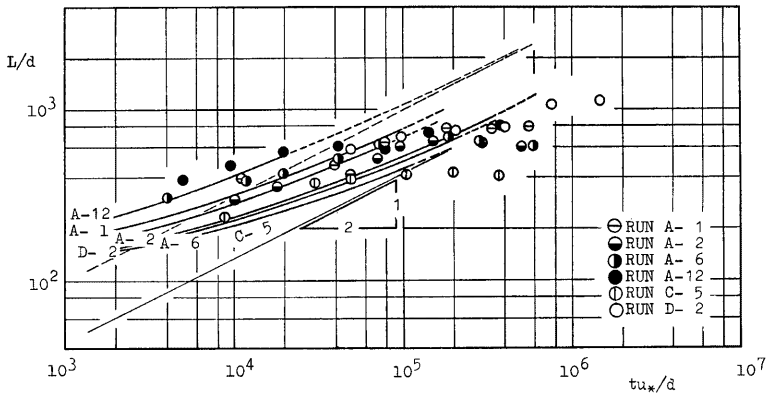


Fig. 27. Verification of model for time variation of wave length.

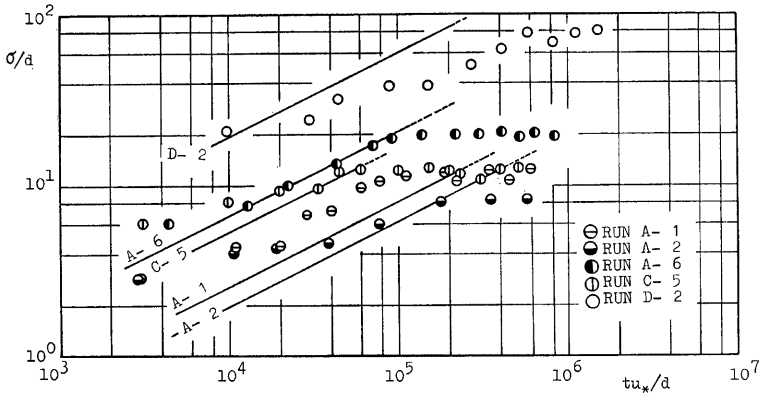


Fig. 28. Verification of model for time variation of standard deviation of bed elevation.

験式¹⁷⁾や、水流の一次元方程式、水流、流砂の連続式、流砂量式を連立させて特性方程式から河床擾乱の伝播速度を導いた Reynolds の研究¹⁸⁾、これを利用して式 (4.1) から波高を導いた Gill の研究¹⁹⁾があり、これらをまとめると、平衡河床波高は次式で表示されるものと推測される。

$$\frac{H}{h} = K_H(1 - F^2) \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \dots\dots\dots(4.21)$$

ここに K_H は実験定数、 τ_{*c} は無次元限界掃流力である。**Fig. 29** は平衡状態の河床高の標準偏差の測定結果を示したもので、図中の曲線は式 (4.21) を式 (3.6) を考慮して計算したものである。計算にあたっては、dunes 領域の実験結果より $U/u_{*c} = 10$, $K_H = 0.3$ とし、また $H/\sigma = 2.0$ とした。図によると式 (4.21) の適合性はあまり良好とはいえず、平衡状態については今後の研究課題に残された。

5. 河床波上の砂粒運動

河床の発達過程など非平衡移動床現象での流砂特性は、境界形状に強く規制されており、河床の統計的性質と砂粒運動の特性の間の相互関係を見出すことは非常に重要であると考えられる。河床波が形成されている時の砂の挙動は Raudkivi²⁰⁾, Sutherland²¹⁾ らによって詳しく観察されているが、複雑な砂の動きをそのまま定式化するのには現状では至難である。一方、Einstein²²⁾ によって始められた砂の運動に対する stochastic model は、**Fig. 30** に示されるように、rest period, step length の2つの確率変数の combination として表現される。Hubbell と Sayre²³⁾ によって提案された河床波上の砂に対する rest period の定義 (**Fig. 31** 参照) を持ち込めば、確率変数の物理的意味が厳密には平衡平坦河床の場合と異なるが、**Fig. 30** に示されるモデルで適確に砂の挙動を表現し得る。この時、実験による観察結果を検討して step length は簡単に **Fig. 32** のように定義できよう。

次に、これらの定義に基づき、河床の測定結果をもとに rest period, step length の分布を調べた。

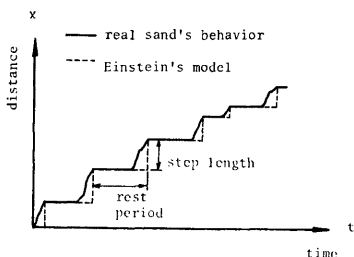


Fig. 30. Model for sand motion.

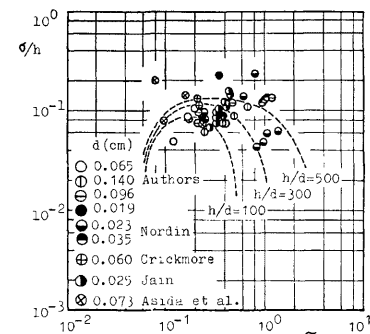


Fig. 29. Relation between standard deviation of bed elevation in equilibrium and dimensionless bed shear stress.

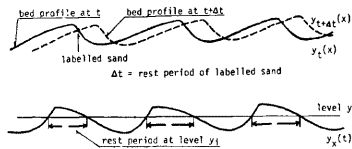


Fig. 31. Definition of rest period of sand over a dune bed.

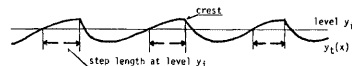


Fig. 32. Definition of step length of sand over a dune bed.

5.1 rest period の分布

河床波上の砂粒の rest period は河床の一点の河床高の時間変動記録から **Fig. 31** の定義にもとづいて測

られた。まず各に対する条件付 rest period T_i が得られ次式によって条件を解放し、平均 rest period T が得られた。

$$T = \sum_i T_i h(y_i) dy \quad \dots\dots\dots(5.1)$$

ここには $h(y_i)dy$ 河床面が $(y_i - \frac{1}{2}dy, y_i + \frac{1}{2}dy)$ にある確率で dy は鉛直方向の刻み幅である。また、rest period の標準偏差 σ_T は次式によって計算される。

$$\sigma_T = \sqrt{\sum_i (T_i - T)^2 h(y_i) dy} \quad \dots\dots\dots(5.2)$$

Fig. 33, 34 は、rest period T およびその標準偏差 σ_T の垂直方向の変化を示したもので、今回の実験範囲においては広く次式が成立することが認められた。

$$T/T = \sigma_T/\sigma_T = \exp(-0.90 y/\sigma) \quad \dots\dots\dots(5.3)$$

式 (5.3) より、

$$\sigma_T/T = \sigma_T/T$$

となり、rest period の変動係数は垂直方向に変化しないことがわかる。**Fig. 35** は rest period の変動係数を示したもので、トレーサー実験に基づく Grigg¹⁵⁾ の実験結果も併示したが、これによると約1.2で一定と見なし得る。**Fig. 36** に rest period の分布列を示したが、 $r=0.7$ (変動係数1.2) の Gamma 分布に適合

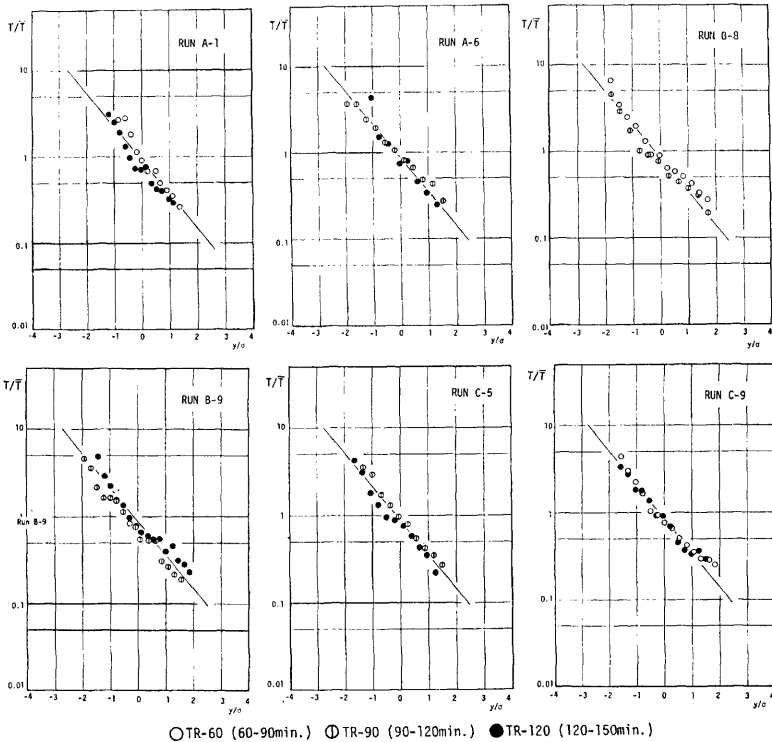
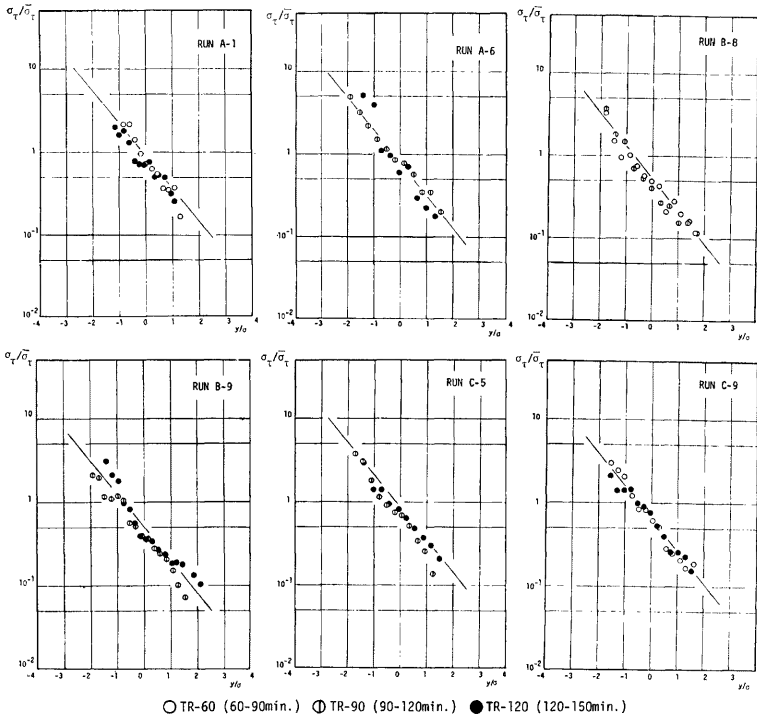


Fig. 33. Vertical variation of mean rest period.



○ TR-60 (60-90min.) ◐ TR-90 (90-120min.) ● TR-120 (120-150min.)

Fig. 34. Vertical variation of standard deviation of rest period.

しており、指数分布にも近い。ここで、Gamma 分布の確率の確率密度関数は次式で与えられる。

$$f(z) = \frac{k^r}{\Gamma(r)} z^{r-1} \cdot \exp(-kz) \dots\dots\dots (5.5)$$

ここに、 z ：確率変数、 $\Gamma(r)$ は Gamma 関数を表わし、 r, k はパラメータでそれぞれ変動係数の逆数の平方、平均値の逆数の r 倍である。なお、Fig. 37 には y_i 各での条件付 rest period の分布を示したがこれはデータ数が少なく分布形の適合性は論議できないが概ね指数分布に近い。

5.2 Step length とその分布の時間的变化

Fig. 32 の定義にもとづいて各時刻の河床の縦断形状測定記録から step length λ が計算された。

Fig. 38 は step length の時間的变化を示したものであるが、波長と同様、時間とともに増加する傾向が認められた。これは step length が完全に河床形状に規制されることからいって当然である。Fig. 39 には step length の分布の時間的变化が示されるが、これによるとその分布形は図において S 字型からくの字型に変化していくことがわかる。step length の分布に Gamma 分布をあてはめ、そのパラメータ r の時間

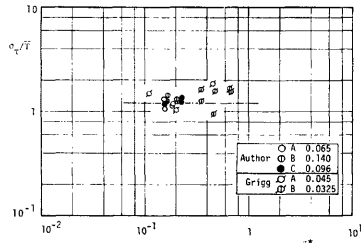


Fig. 35. Variation coefficient of rest period.

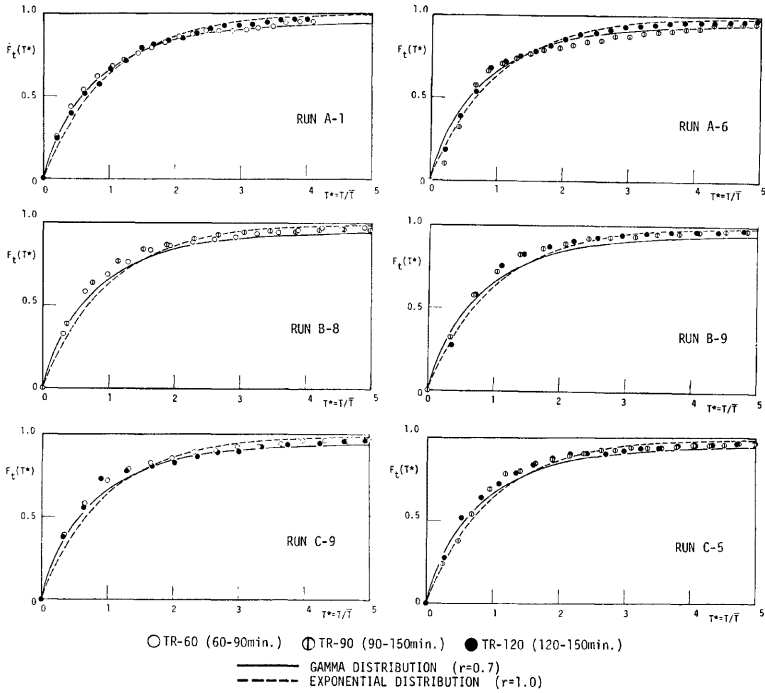


Fig. 36. Distribution of rest period.

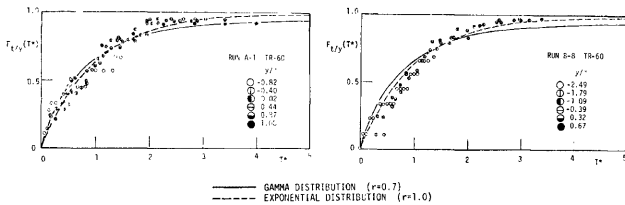


Fig. 37. Distribution of conditional rest period.

的变化を調べると、Fig. 40 に示されるようにその値は 4～5 程度から時間とともに減少し、平衡状態では約 2 程度にまで減じて落ち着くことが認められる。平衡状態では、Fig. 41 に示されるように河床せん断力の大きにかかわらず約 2 の値であると推定される。図にはトレーサ実験による Grigg¹⁵⁾、Yang と Sayre²⁴⁾ の結果も併示したが、Yang らの結果は若干小さい値となっている。これらの結果より、r は河床波の発達

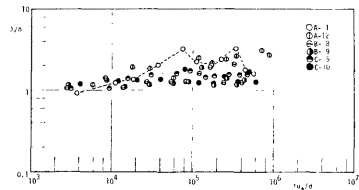


Fig. 38. Time variation of mean step length.

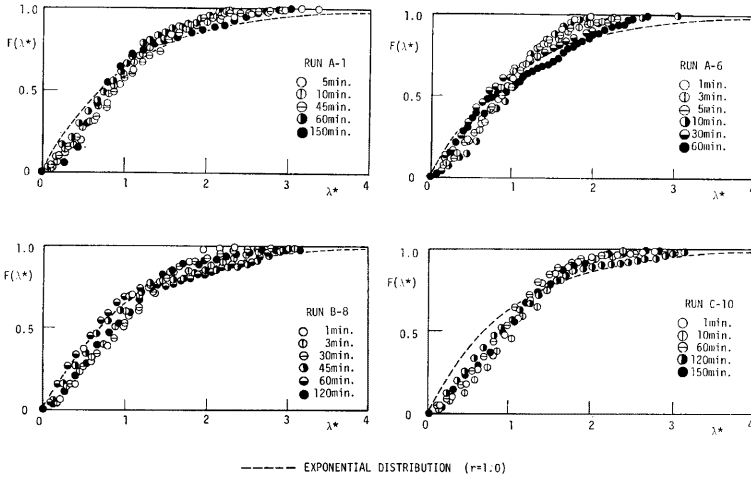


Fig. 39. Time variation of distribution of step length.

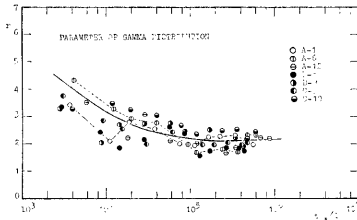


Fig. 40. Time variation of parameter of Gamma distribution for step length.

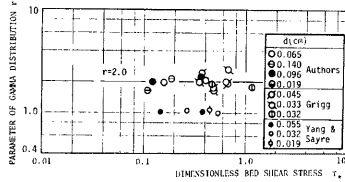


Fig. 41. Relation between parameter of Gamma distribution for step length in equilibrium condition and dimensionless bed shear stress.

の一種の指標となっており、非平衡状態の砂粒運動の特性の重要なパラメータであると考えられる。

5.3 流砂量の検討

今回の実験で得られた rest period および step length の水理量との明確な関係は見出せなかったが、これらの量から流砂量を計算することができる。すなわち Fig. 30 のように砂の移動が表現できるからいわゆる stochastic 拡散モデルを用いることができる。いま、上述の実験結果より rest period に指数分布、step length に $r=2$ の Gamma 分布を仮定し、Yang と Sayre の general one dimensional stochastic model を適用すると、着目された砂粒が砂粒が時間 t の間に距離 x だけ移動する確率密度 $f_t(x)$ は次式となる。

$$f_t(x) = \frac{r}{\lambda} \exp\left(-\frac{rx}{\lambda} - \frac{t}{T}\right) \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(rx/\lambda)^{nr-1} (t/T)^n}{\Gamma(nr) n!} \dots (5.6)$$

このとき、砂粒群の平均移動速度 V_g は、

$$V_g = \frac{d}{dt} \int_0^{\infty} x f_t(x) dx = \lambda/T \dots (5.7)$$

となり、移動層厚は σ 程度であると考えられるから、流砂量は次式で算定される。

$$q_B = (1 - \rho_0) \sigma \lambda / T \dots (5.8)$$

式 (5.8) は, λ/T がほぼ河床波速に等しいことを考えれば式 (4.1) と同じ結果になっている。Fig. 42 に λ , T を用いて計算された流砂量を実測値と比較させて示した。計算にあたっては $1-\rho_0=0.6$ としたが, Fig. 42 より式 (5.8) の適合性が認められた。

6. 結 言

本論文では, 平坦河床からの河床波の発達を実験水路で観測し, 河床形状の時間的な変化特性を調べ, また河床波上の砂の運動特性についても考察した。さらに, 実験によって明らかにされた河床波形状の分布特性を用いて河床波の成長過程の説明を試みた。しかし, 複雑な現象を単純化しすぎた点もあり, また砂の運動特性との相互関係, 河床波形状の分布特性の物理的意味, さらに河床波の平衡条件など残された問題点も多く, 今後さらに多面的に検討する必要がある。

最後に, 実験の遂行, 資料, 図面の整理に熱心に協力していただいた矢田篤君ほか水理学研究室の諸氏に謝意を表す。

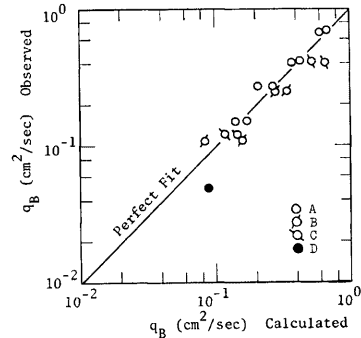


Fig. 42. Comparison between observed and calculated sediment transport rates.

参 考 文 献

- 1) Kennedy, J.F.: The Mechanics of Dunes and Antidunes in Erodible Bed Channels, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 16, Part 4, 1963, pp. 521-554.
- 2) Hayashi, T.: Formation of Dunes and Antidunes in Open Channels, Proc. ASCE, HY 2, 1970, pp. 357-366.
- 3) Nordin, C.F. and J.H. Algert: Spectral Analysis of Sand Waves, Proc. ASCE, HY 5, 1966, pp. 95-114.
- 4) Ashida, K. and Y. Tanaka: A Statistical Study of Sand Waves, Proc. the 12th Congress, IAHR, Colorado, USA, Vol. 2, 1967, pp. 103-110.
- 5) Raichlen, F. and J.F. Kennedy: The Growth of Sediment Bed Forms from an Initially Flattened Bed, Proc. the 11th Congress, IAHR, Leningrad, USSR, Vol. 3, Paper No. 3-7, 1965.
- 6) Jain, S.C.: Evolution of Sand Wave Spectra, Ph. D. Dissertation, The University of Iowa, 1971, 102p.
- 7) Hino, M.: Equilibrium Range Spectra of Sand Waves Formed by Flowing Water, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 34, Part 3, 1968, pp. 565-573.
- 8) Crickmore, M.J.: Effect of Flume Width on Bed-Form Characteristics, Proc. ASCE, HY 2, 1970, pp. 473-496.
- 9) Annambhotla, V.S.S.: Statistical Properties of Bed Forms in Alluvial Channel in Relation to Flow Resistance, Ph. D. Dissertation, The University of Iowa, 1969, 137p.
- 10) 中川博次・辻本哲郎・本部和彦: 河床波の発達性状に関する実験的考察, 土木学会第30回年次学術講演概要集, 第2部, 1975, pp. 291-292.
- 11) Nordin, C.F. Jr.: Statistical Properties of Dune Profiles, Geological Survey, Professional Paper, 562-F, U.S. Government Printing Office, 1971, 41p.
- 12) Exner, F.M.: Sitzungsberichte, d, Mathematw. Klasse, Wien, Abt. IIa, 1923.

- 13) Simons, D.B., E.V. Richardson and C.F. Nordin, Jr.: Bedload Equation for Ripples and Dunes, Geological Survey Professional Paper, 462-H, U.S. Government Printing Office, 1965, 9p.
- 14) Stein, R.A.: Laboratory Studies of Total Load and Apparent Bed Loads, Journal of Geophysical Research, Vol. 70, No. 8, 1965, pp. 1831-1842.
- 15) Grigg, N.S.: Motion of Single Particles in Alluvial Channels, Proc. ASCE, HY 12, 1970, pp. 2501-2518.
- 16) Guy, H.P., D.B. Simons and E.V. Richardson: Summary of Alluvial Channel Data from Flume Experiments, 1956-61, Geological Survey Professional Paper, 462-I, U.S. Government Printing Office, 1965, 96p.
- 17) Yalin, M.S.: Geometrical Properties of Sand Waves, Proc. ASCE, HY 9, 1964, pp. 105-119.
- 18) Reynolds, A.J.: Waves on the Erodible Bed of an Open Channel, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 22, Part 1, 1965, pp. 113-133.
- 19) Gill, M.A.: Height of Sand Dunes in Open Channel Flows, Proc. ASCE, HY 12, 1971, pp. 2067-2073.
- 20) Raudkivi, A.J.: Study of Sediment Ripple Formation, Proc. ASCE, HY 6, 1963, pp. 15-33.
- 21) Sutherland, A.J.: Proposed Mechanism for Sediment Entrainment by Turbulent Flows, Journal of Geophysical Research, Vol. 72, No. 24, pp. 6183-6194.
- 22) Einstein, H.A.: Der Geschiebetrieb als Wahrscheinlichkeitsproblem, Mitteilung der Versuchsanstalt für Wasserbau, an der Eidgenössische Technische Hochschule in Zürich, Verlag Rascher & Co., 1937, 110p.
- 23) Hubbell, D.W. and W.W. Sayre: Closure to Discussion of Sand Transport Studies with Radioactive Tracers, Proc. ASCE, HY 5, 1965, pp. 139-149.
- 24) Yang, C.T. and W.W. Sayre: Stochastic Model for Sand Dispersion, Proc. ASCE, HY 2, 1971, pp. 265-288.