

可視化法による大スケール乱れに関する研究

宇 民 正 ・ 上 野 鉄 男

STUDY ON THE STRUCTURE OF LARGE SCALE TURBULENCE BY FLOW VISUALIZING METHOD

By *Tadashi UTAMI* and *Tetsuo UENO*

Synopsis

During the last ten years coherent characteristics of large scale turbulence in boundary layers have been made clear. The results of these studies encouraged the authors to study the structures of large scale turbulence with the intention of applying the result to practical river engineering.

On the other hand, it is suggested that there exist secondary flows in river flows and they play an important role in fluvial process. But it has been considered that a secondary flow is one thing and large scale turbulence is another.

In this paper, a flow model is proposed, by which generation and development of turbulence as well as energy cascade process can be elucidated. Furthermore, it is shown that the secondary flow is a phase of large scale turbulence in this flow model.

Some visual observations about flow patterns around channel bed and a water surface and the experimental results obtained are shown to confirm the flow model.

1. 概 説

乱流状態にある広幅で一様な開水路の流れの微視的な構造はいうまでもなく3次元的であり、一方流れの巨視的あるいは平均的な特性は側壁近傍を除けば、2次元的であると一般にみなされている。しかし、実際には一様開水路においても2次流や流れの蛇行あるいは河床波などの流れの3次元的な特性を表わす現象が発生していることが認められる。しかも、こういった3次元的な現象の機構についてはいずれも明確でなく、ましてやそれらの間の関連性についても明らかではない。

ところが、60年代に発展をみせた乱流の研究においては、熱線による計測技術の精巧化と電子計算機による統計処理の高度化ともあいまって、その関心は大スケール乱流構造よりもむしろ微小スケールの乱流構造に向けられてきた。したがって、開水路乱流の研究は石原・余越¹⁻³⁾の乱流場の二重構造性の指摘を含む大スケール乱れに関する研究を除くと、上記のような河川工学における実際上の問題に対処するに至っていない。

一方、Klineら⁴⁻⁶⁾による最近の流れの可視化実験は、大きなスケールをもつ単純な幾何学的形状の乱れは以前に考えられていたほど無秩序なものではないということを示した。すなわち、この運動にはある秩序があり、乱れは次々と任意に発生しているようであるが、統計的には平均の発生周期をもち、平均のスケールをもつ準規則的な運動が存在するということが明らかになった。さらに、これらの運動は境界層の中を下流側へ動く間にほぼ秩序づけられた発展過程をたどることも指摘された。このような乱れの特性を考慮して、Laufer⁷⁾は「乱れの構造には秩序づけられた本質が含まれており、乱れの機構はそれが下流に運搬されるにともなって発展していく過程にあるので、空間的に固定された1点あるいは2点での観測は、これらの過

程のうちの各種の状態の数多くの現われを含んでしまう。このような観測の時空間的な平均はその本質的な特性を「こすり落としてしまう」と指摘している。このように考えると、平均流に任意の速度場が単純に重ね合わされているという乱流の概念は再検討される必要があるだろう。

さらに、木下は洪水時に航空機から河川の水面の様態を写真撮影するという従来思いもおよばなかった方法で河流を観察した結果から、河流中には流下方向に軸をもつ並行したらせん流が存在し、この並列らせん流が普遍的な乱流構造の一つの現われであることを予測した。

本研究は、乱流研究を河床形態や河道形態といった河川工学上の実際問題に結びつけようとする意図のもとに、開水路の乱流構造を主として流れの可視化の方法を用いて解明しようとするものである。上記の乱流構造の coherent な特性に関する Kline らをはじめとする一連の研究は本研究の基礎をなすものであり、河道形態に関する木下の研究方法と河川乱流に関する石原・余越の問題把握は、本研究に重要な影響を与えている。

本研究はある秩序をもつ大スケール乱れは力学的解析によって説明され得るという立場に立つものであり、渦度の変形と集中の概念および乱流構造の多重構造性の概念が乱流場の解明の基礎的概念として導入されている。そして、木下の指摘したらせん流、すなわち2次流が乱流構造を解明する上でも、また解明された結果を河床形態の問題に結びつける上でも重要な位置を占めるものとして扱われている。

2. 乱流構造に関する研究の到達点

2.1 境界層内の大スケール乱れ

乱流現象の把握において、スペクトルや相関による解析は微小スケールの乱れに加えて大スケールの乱れが存在することを明らかにしてきた。一方、最近の観察によれば、これらの大スケール乱れはある時間周期にわたって特有の形、大きさ、移流運動をしており、ある程度決定論的な取扱いが可能であることが指摘されている。

大スケール乱れのこのような特性と関連して、Kline ら^{4-6,8)}は主に流れの可視化実験によって、境界層流れの特徴的な現象である bursts と sweeps について定性的および定量的な特性を明らかにした。また、Willmarth ら^{9,10)}はこれらの bursts や sweeps の存在を前提として、conditional sampling の方法を用いて壁面近くのレイノルズ応力の構造を明らかにしつつある。その主な結果は、粘性底層の縁における流速が小さく、減少する過程で bursts が生じ、一方、流速が大きくなり、増加しつつあるときに sweeps が生じること、さらに、乱流境界層全体を通じて、bursts はレイノルズ応力に77%の貢献をしており、sweeps は55%の貢献をしているということを示した結果から定量的に示したことである。また、わが国においては余越ら¹¹⁾および中川・瀬津^{12,13)}も conditional sampling の方法を用いて開水路乱流の計測を行なっているが、これらは現在のところ Willmarth らが空気流に応用した方法を単に開水路流れに適用した段階にとどまっている。これらの conditional sampling の方法は従来の計測結果を単に統計的に処理するといった方法では把握することのできなかった乱流構造の重要な側面を定量的に把握しており、今後の発展が期待されている。一方、乱流場の構造を力学的に把握しようとする努力もなされており、最近、Browand ら¹⁴⁾は混合層において2つの相隣大スケールの渦機構がある定められた位置に来たときの瞬間的な渦度分布を実測した。

以上、境界層内のある程度規則性をもった大スケール乱れの存在を前提とした乱流場の解明の方向について述べたが、これらの乱流場のモデル化もこれまで多くの研究者によってなされてきた。しかし、流れの3次元特性はモデルを組み立てる上でも、流れの計測を行なう上でも大きな困難をもたらしており、現在に至ってもいまだモデルがせん断乱流場を十分に説明するものにはなっていない。これまで提案されたモデルの主なものについて以下に検討を加えよう。

(1) Willmarth らのヘアピンモデル

Willmarth ら¹⁵⁾(1967)は、境界層における乱れによって発生する壁面での圧力変動と壁面近傍での流速変動の空間的、時間的相関を計測することにより、**Fig. 1**のような渦モデルを提案した。このモデルは層流から乱流への遷移の問題における理論的、実験的な研究からの知識を基にして作られており、図のような壁面とある角度をもつヘアピン形の表現がされているが、この中でも流れ方向軸をもつ渦が重要な役割を果たすことが強調されている。また、このモデルは上述の conditional sampling 法による彼らの計測結果のすべてと矛盾しないということが述べられている。

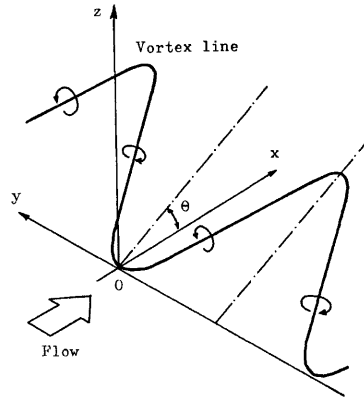


Fig. 1. Hairpin model after Willmarth et al.

(2) 石原・余越のΠ型渦管モデル

Fig. 2は河川乱流に関して石原・余越^{3,11)}(1970)が提案したモデルであるが、(b)はとくに河川の表面にみられるボイルに注目したものであり、(a)のΠ型

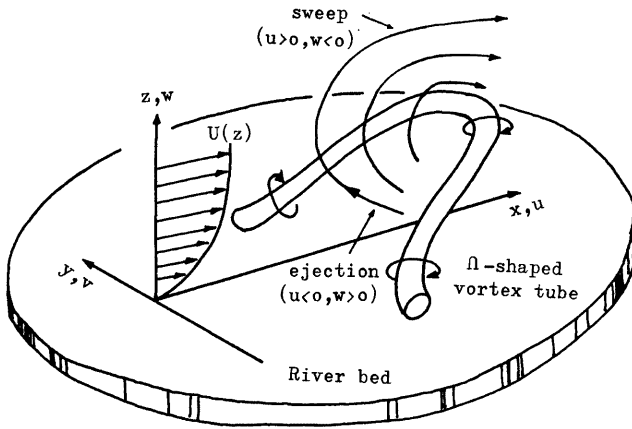
渦管が伸張してその頭部が水面領域にまで達したときに生ずるものであるという理解がなされている。余越らはこのΠ型渦管の発生に関して「底面境界層の発達により蓄積された大きな $\partial U/\partial z$ が、y 方向の軸を持つ渦管になって解放される。この渦管は $\partial U/\partial y$ の不均一のために、一部がめくれ上ってΠ型渦管となる」と説明している。また、レイノルズ応力の発生については「Π型渦管が誘発する斜め上流向きのジェットは河床に近い低速部分を激しく上層の高速部分へ移動させ、このような大規模な運動量交換がレイノルズ応力に直接負の寄与をしていると理解される」と述べているが、ある物理量を背負った1つの流体塊がそれを保持したままある距離を移動するという過程の物理像には不明確さが含まれている。

(3) Kline らのΠ型渦管モデルと quasi-cyclical モデル

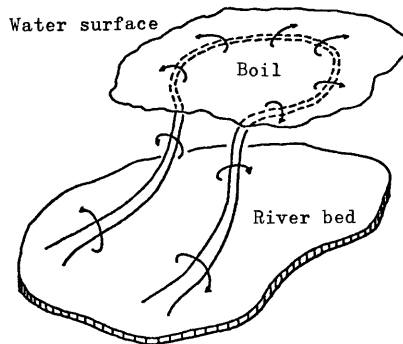
Kline らは先述の研究を通じて、bursts の発生を説明するために **Fig. 3 (a)** のようなモデル⁴⁾(1967)を、bursts と sweeps を含む全体の流れを表わすために **Fig. 3 (b)** のモデル⁸⁾(1975)を提案した。まず、(a)について述べよう。Kline らは境界層における bursts の構造は層流から乱流への遷移の実験で観察される bursts の構造と類似のものであると考えた。しかし、乱流境界層の場合には初めから変動が存在しているという点では遷移の場合と異なっており、Kline らは渦管がひき伸ばされてもち上がる原因として2次流の概念を導入した。この概念は、境界層内の渦糸のひきのばしあるいは圧縮を説明するために、Lighthill¹⁶⁾によって指摘された流れの横断面内における **Fig. 4** で示されるような現象を基礎としたものである。しかし、Lighthillの研究においても2次流の発生機構や詳しい構造は未解決であり、Klineらのモデルの最大の欠陥もこの点にあるものと考えられる。次に、(b)図に示されたモデルは、bursts と sweeps の間には相互の関係があり、bursts は sweeps へと続いており、sweeps は次の新しい bursts をひき起すことに関与しているという考えのもとに作られており、そこでは乱流場が連続的な現象の発達過程であると扱われている。さらに、(a)図のモデルを変形したものが(b)図であると述べられている。しかし、(b)図においても2次流の発生機構は明らかにされたことにはなっていない。

(4) Laufer の渦度塊モデル

Laufer⁷⁾は多くの研究者によってなされてきた乱流構造の観察結果を総括した結果、「大スケールの3次元元的な渦度塊が小スケールの渦度をひき上げながら壁面渦面上を転動している」ということが本質的であるという結論に達し、**Fig. 5**のような試験的モデルを提案(1975)した。このモデルは乱れの二重構造性を表現しており、その内容の本質的な点は、(i)大きな構造は3次元的事実であること、および(ii)壁面か



(a)

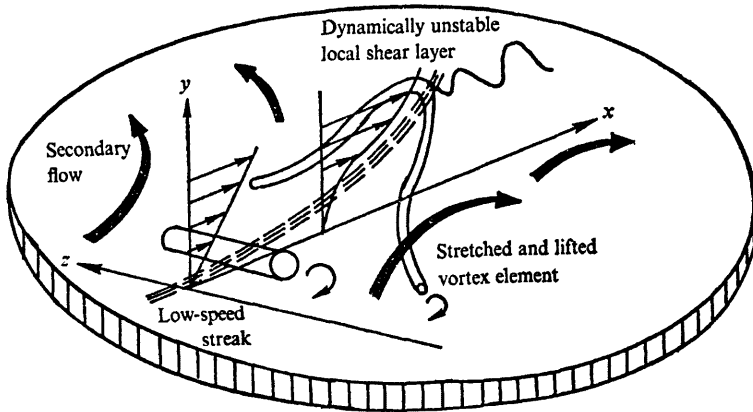


(b)

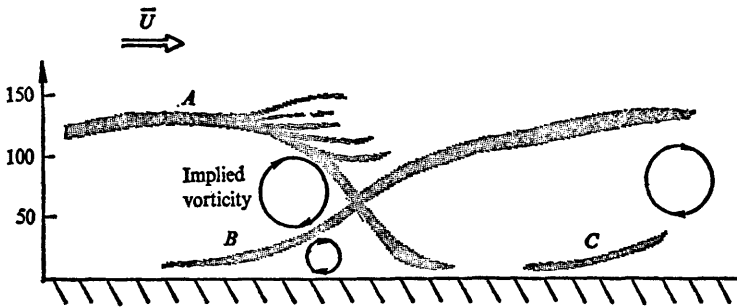
Fig. 2. Ω -shaped vortex tube model after Yokoshi et al.

- (a) Generating mechanism of ejections and sweeps.
 (b) Biol produced by the top part of the elongated vortex tube.

らの小スケール渦度のもち上げは大きな構造のスケールとある位相関係を持つこと、である。乱流場の二重構造性あるいは多重構造性については、Theodorsen¹⁷⁾ (1955)も Fig. 6 のようなモデルを提案しているが、Secondary horseshoe の発生機構およびその primary horseshoe との関連が明らかでない。こういった点で Laufer が壁面乱流の二重構造性とその内容を明確にした意義は大きいといえよう。



(a)



(b)

Fig. 3. Flow model after Kline et al.

- (a) Mechanism of streak breakup.
- (b) Side view of the interactions between bursting flow modules.



Fig. 4. Correlation of inflow with lateral stretching, and outflow with lateral compression, of vortex lines after Lighthill.

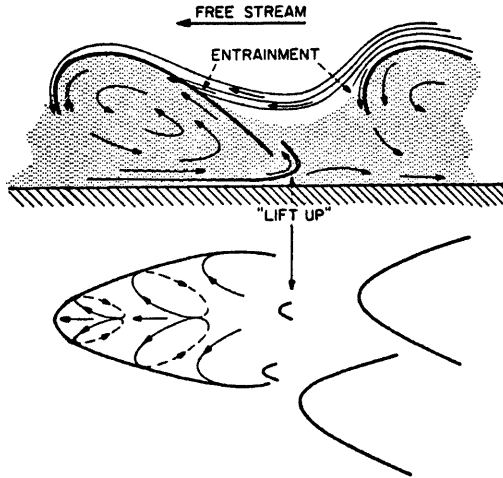


Fig. 5. Conceptual picture of a quasi-ordered structure after Laufer.

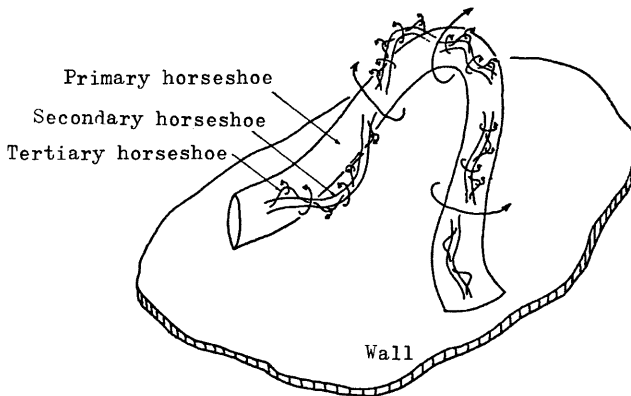


Fig. 6. Horseshoe vortex in the flow of large Reynolds number after Theodorsen.

(5) 中川・稲津の π -eddy モデル

以上の乱流場のモデルの提案と関連して、中川・稲津¹⁶⁾(1974)は Kline らによって提案された Ω 型渦管モデルに基づいて π -eddy モデルを提案し、壁面乱流の構造を定量的に説明しようと試みた。しかし、物理モデルを数式的に表現するための近似に飛躍があり、また数式の展開において基本的な点で疑問を含んでいるため、その結果は、大スケール乱流の特性を数式的に説明しようとする興味ある企図を実現させる展望を切り開くものとはなっていない。

2.2 2次流と大スケール乱れとの関連

上述の大スケール乱れに関する Kline らのモデルが典型的に示しているように、2次流の発生機構とその構造が不明確なことが大スケール乱れの機構を明らかにしていく上で重要な隘路となっているといえそうである。

ここでは、2次流に関する研究の現状と問題点を指摘し、それを基礎に2次流の概念規定を明確にし、ひいては大スケール乱れとの関連を明らかにしようとする。

木下^{19,20)}は、洪水時に泡が河川の水面を浮流する様子を航空写真で観察することにより、水面には流下方向にならんだボイルからなるたてすじと、水面上の浮流物が収斂し、水面下に沈んでいくたてすじ(収斂線)とが横断方向に交互に現われ、それらの間隔はほぼ水深に等しいことを見出した。木下はこのような現象を説明するために、流れの横断面内において、Fig. 7 に示されるようならせん流があると考えた。このらせん流は流下方向の軸をもち、ほぼ円形の断面をもち、さらに交互に反対の回転方向をもって並列していると説明されており、並列らせん流と呼ばれた。

さらに木下は、この並列らせん流が実験水路においても、また固定床でも移動床でも水深に対して幅広い流れであれば必ず形成されることを実験的に明らかにし、この並列らせん流は普遍的な乱流構造の一つの現われであることを予測している。森ら²¹⁾は幅 30 cm の実験水路において、その横断面で流速、乱れ速度および歪み度の分布を実測し、これらの結果が木下のモデルと矛盾しないことを示した。

一方、石原・余越²²⁾は、このような単純な2次流では前述のボイルの性状を十分説明し難いように思われるとしながら、自ら提案した河川の最大乱子に対応する先述のU型渦管モデルにより、木下の提案した2次流による効果はすべて説明できるとしている。

ところで、木下が「並列らせん流」とよんだ現象を石原・余越は「2次流」と呼びかえており、しかもそれに乱流のモデルを対応させている点には注意する必要がある。なぜならば、従来2次流は平均流の概念に含まれていたと考えられるからである。実際、直線水路における2次流は、Prandtl によってその存在が指摘されて以来、Nikuradse²³⁾により詳細な観察がなされ、その後、Townsend²⁴⁾、Eichelbrenner ら²⁴⁾、Einstein ら²⁵⁾、村本ら²⁶⁾あるいは Gessner ら^{27,28)}によりその発生機構が論じられてきたが、これらの研究者は2次流の発生機構を速度変動場に求めようとしている点で共通しているとともに、2次流そのものは平均流の概念で扱っている点でも共通しているのである。

2次流に関する以上の研究動向から判断して、2次流の概念を以下のように整理する必要があるように思われる。

一般に開水路の流れは3次元的な現象であるが、その解析法は1次元のあるいはせいぜい2次元である。2次流の概念はこのような実際現象とその解析法との差異を埋めるために生じたものと考えられ、解析的に得られる流速ベクトル(一般に主流と呼ばれる)に対して直角方向の流速成分を具有するというのが2次流の一般的な特徴である。ところで、上記の現象把握あるいは解析法は、必ずしも時間平均化された流れの特性に関したものに限られる必要はなく、ある一定の条件のもとで平均化された流れの特性に関するものと理解してよい。したがって、現象把握とその解析法とのそれぞれの発展に応じて上記の平均化の条件も

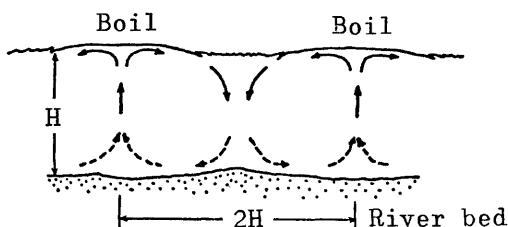


Fig. 7. Cylindrical secondary currents for the interpretation of the streets of boil after Kinoshita.

変わってくるであろうし、そのことは2次流の概念も発展するであろうことを示している。

一樣な直線水路の等流状態の流れにおける2次流の研究のほとんどが、隅角部の2次流の研究に限られてきたのは、そこでの2次流が、比較的安定していることもあって、もっとも単純な平均化操作によって把握できたからであろう。一方、木下の指摘したらせん流、Lighthillにより Fig. 4 のように示されている壁面乱流での横断面内の流れ、さらには Kline らが2次流と呼んでいる壁面から離れる流れは、以上述べてきたところによれば、いずれもやはり2次流であり、同時に大スケール乱れの一つの現われであると見なしてよいであろう。

以上の考察から、乱流場における乱れの発生・発達過程の一環として2次流を正しく位置づけることの重要性があらためて指摘されよう。このことについては次節に詳述することとする。また、2次流を実験的に把握するためには、そのスケールに適応した条件付データ処理法を開発することも重要であるといえよう。

3. 開水路流れの乱流構造

前節での検討によって、乱流構造に関する従来の研究成果の到達点とその問題点が明らかになってきた。そこで、本節ではまずこの問題点を整理することによって、乱流構造をモデル構成する上での基本的な観点を明らかにし、次いで、それらの成果に基づいて、乱流構造のモデルを構成して提示し、最後に、すでに明らかにされてきた乱流構造の諸特性ならびに得られた実験結果をここで提示されたモデルに基づいて説明することを試みる。

3.1 モデル構成の基本的観点

前節にも述べたように、最近10年間における乱流研究の一つの重要な到達点は、ある程度以上のスケールをもつ乱流は特徴的な形態をもっており、しかもそれは以前に仮定されていたほど無秩序なものではないことの発見であった。こういった乱れの特性を乱れの coherent な特性という表現で表わすとする、それは乱れの幾何学的な特性においても運動学的な特性においても認められる。

(1) 乱流構造の幾何学的特性

乱れの発生と発達の機構については、1967年に Kline らにより提案されたモデルが他の多くの研究者の提案したモデルと内容的に共通しており、もっとも普遍的であるといえそうである。しかし、このモデルの一つの重要な欠陥は Laufer が指摘しているような乱れの2重構造性を十分に定式化できない点にある。さらに、Kline らはそのモデルの中で2次流の概念を導入しながら、その2次流の発生・発達の機構について説明していない。先にも述べたように著者らは2次流も大スケール乱流構造の一つの現われであると考えた訳であるが、このことと Laufer が指摘する乱れの2重構造性を合わせ考えると、乱流構造は2次流を含む各種階級から成立しているとするのが妥当なようである。したがって、乱流構造のモデル構成においてはこのような乱流構造の多重構造性を明確にするるとともに、これら各階級の間の関連を明確にすることが重要であろう。

(2) 乱流構造の運動学的特性

乱流構造の運動学的特性を明確にするには、前述の乱流の多重構造性が前提となることはいうまでもない。Kline らの提案した Π 型渦管モデルに代表される一連のモデルに共通する一つの重要な特徴は、乱流現象を渦度の変形および集中拡散の概念に結合している点である。しかし、そのこと以外には乱流構造の運動学的特性についてはほとんど明らかにされていない。したがって、このような渦度の運動学と結合した各階級の乱流構造の運動、相互作用、エネルギーの受授、発展性、安定性などについて解明してゆくことが必要であるといえよう。

3.2 乱流構造のモデルの構成

壁面乱流の構造に関するモデルを構成するにあたり、流れの中に壁面に対して法線方向に流速分布があること、ならびに何らかの擾乱があることを前提とする。さらに、いうまでもなく完全に発達した乱流中の乱

れの発生機構のモデルを提案するわけだが、その説明をわかりやすくするために、層流から乱流への遷移状態での乱れの発生から説明を始め、さらにその状態からレイノルズ数をあげていって乱れが発達していく様子を述べる。その最終的に到達した状態が完全に発達した乱流中の乱れの発生・発達機構であるとする。

壁面に対して法線方向の流速分布の存在にともなう渦度の存在の様子を **Fig. 8 (a)** のように敷きつめられた渦糸（あるいは vortex sheet）の形で簡単に表わすこととする。この渦糸群（vortex sheet）が何らかの擾乱のためにその一部が持ち上げられ、**Fig. 8 (b)** のように波状の変形が生じたとする。その結果、渦

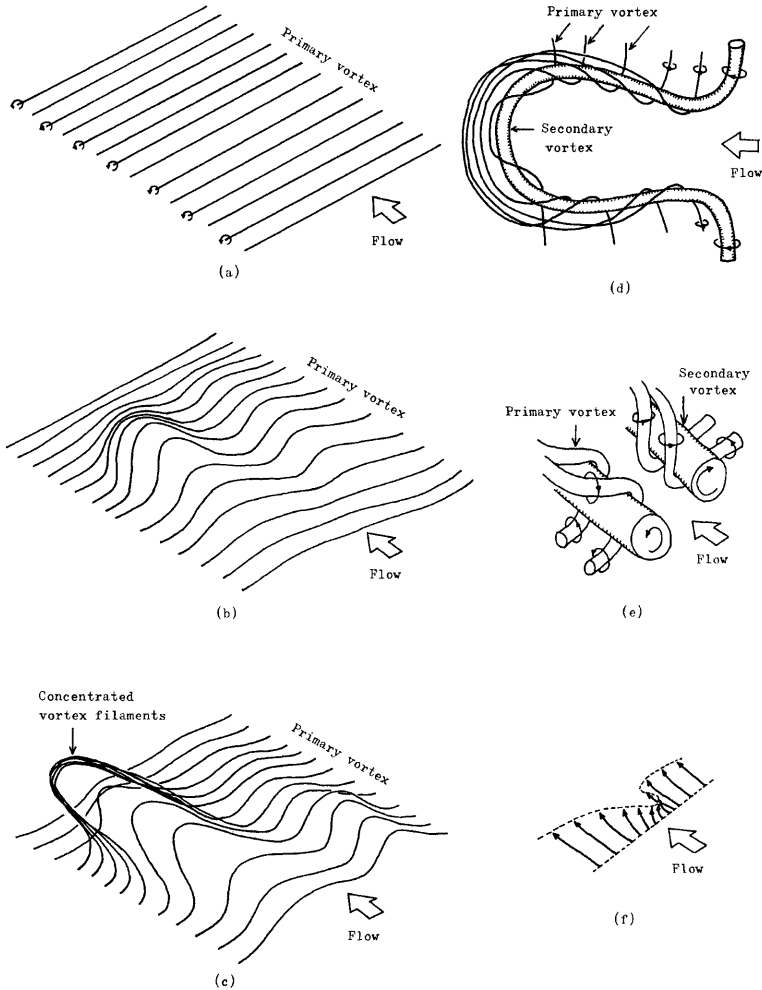


Fig. 8. Generating and developing process of large scale turbulence.

糸群の相互作用によってそれらの変形は増大させられ、さらにはその部分に渦糸の集中が生じて、**Fig. 8** (e) で表わされるような状態となるであろうことが推察される。

このような推察は Rosenhead²⁹⁾ の研究による **Fig. 9** に基づくものであるが、この図は初め直線状に並んでいた渦糸に正弦状の微小な擾乱が与えられたとき、それらが各渦の相互作用によって時間の経過とともに、すなわち **Fig. 9** の (a) から (e) にかけて変形していく様子を示したものである。しかもその変形の仕方には、渦糸の集中と振幅の増大という2つの特徴づけが与えられる。もちろん **Fig. 9** の変形は、壁面境界をもたない2次元問題であり、しかも微小擾乱が規則的な正弦波で与えられているといった点で **Fig. 8** の (a)~(c) で示された変形とは同じものとはいえないが、本質的には変らないと考えてよいであろう。

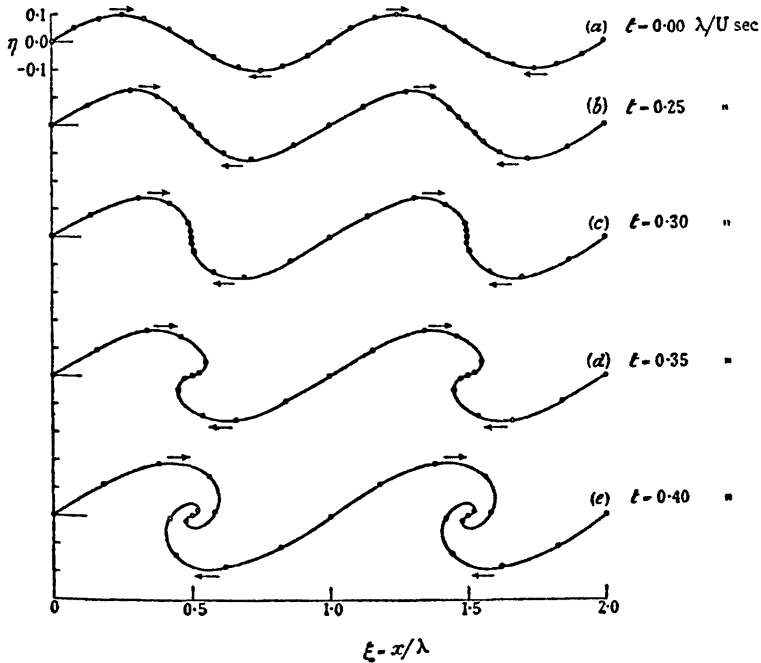


Fig. 9. Deformation process of a vortex sheet after Rosenhead.

このように変形が増幅され、しかも集中させられた一部の渦糸群は束状になって **Fig. 8** (d) に太く管状に描かれているようないわゆる馬蹄型渦あるいは Π 型渦を形成する。説明の便宜上、はじめに仮定した渦糸を以後第1次渦と呼び、ここに形成された馬蹄型渦を第2次渦と呼ぶこととする。この馬蹄型渦は各渦の相互作用によって上方へ持ち上げられるが、同時に上方ほど速い平均流速によっても変形を加えられ、下流側に向って傾けられ、同時に引伸ばされる。この第2次渦により第1次渦は (d) に示すように巻き込まれ、吸収されて、第2次渦はますます大きなものへと発達しながら、下流側へ引伸ばされてゆく。第2次渦が十分に発達した段階では、第2次渦は流下方向を向き互に並行した一対の渦軸を形成する。その渦軸の回転方向は互に逆である。この渦軸が形成する流下方向に軸をもつ一対の回転運動が2次流であると理解される。

このように、第1次渦は第2次渦の形成に寄与した訳であるが、この第1次渦はさらに新たに形成されては第2次渦にまきこまれてゆくという過程をくり返す。

つきに、このようにして形成された第1次渦および第2次渦の配置によって形成される流速分布特性を検討してみよう。これらの2種の渦の位置関係を拡大して示した Fig. 8 (e) から明らかなように、一對の第2次渦によって挟まれた領域付近では第1次渦により生成される流速は上流向きであるため、流下方向流速は主流の平均流速より小さくなり、しかも第2次渦のため上向きとなる。そこから横方向に距離が離れた位置ほど流向は水平方向を向くようになり、流速も大きくなる。このような流速分布特性は Fig. 8 (f) に示されている。一對の第2次渦に挟まれた部分で、低速かつ上向きの流速を有する領域は Kline らが指摘した低速縞 (low-speed streaks) に相当するものである。

上記のモデル構成においては、第2次渦が第1次渦を次々と巻き込むというような単純化した記述をしたが、実際には、第1次渦がある程度変形させられて Fig. 8 (c) のように集中して束状になった状態で第2次渦に巻き込まれることも考えられる。Kline らが示した乱れの発生のモデル図 Fig. 3 (a) は、そのような状態を示しているものと考えられ、bursts が顕著に認められるのもこういった状態であろうと考えられる。

なお、上記のモデル構成においては、第2次渦はそれが完全に発達した状態では一直線に水路の上流端（あるいは乱流への遷移点）から下流端まで連なっているかのような記述をしたが、実際には第2次渦の安定性に関連してそれは時間的・空間的に変動することが予測される。前述の「壁面からの小スケール渦度のもち上げは大きい構造のスケールとある位相関係をもつ」という Laufer の指摘も、こういった時間的・空間的変動の特性を表現したものと理解できるのである。

さらに、本モデルにおけるエネルギーカスケード過程について簡単にふれると、平均流のもつエネルギーは Lighthill¹⁶⁾ が指摘しているように、2次流の作用によって第1次渦の生成に寄与し、次の段階では、第1次渦が第2次渦に巻き込まれる形で、第1次渦のエネルギーが第2次渦に吸収され、2次流が形成される。このように考えるとエネルギーの逸散は主として2次流を構成する第1次渦の伸張の結果として起っていると考えられる。

以上に述べたモデルは、3次元的な渦度場を2次元的な vortex sheet に置き換えるという単純化を行なうことから出発している点、第2次渦の空間的・時間的変動特性を明らかにしていない点など不十分な点を残してはいるが、先に述べたように従来のモデルがもっていた問題点を基本的に解決しているといえよう。

3. 3 モデルについての実験的検討

ここでは、以上に著者らによって提案された大スケール乱れのモデルの実際現象との適合性を検討することとする。ところで実際現象と一口にいっても、流れの実態を全面的に浮ばりにするような実験方法は事実上なく、各種の実験方法によってえられた結果はいずれも実際現象のある側面を表現するものとならざるをえない。したがってここでは、いくつかの実験方法で得られた流れの特性が、本モデルによって明快に説明できるかどうか、あるいは本モデルと矛盾しないかどうかを検討し、ひいては本モデルの問題点を明らかにしようとする。

ここで検討される実験結果のうち(1)、(2)、(3)は流れの可視化法によって得られたものであって、今回新たに行なわれた実験により得られたものである。一方(4)、(5)の実験結果は固定点での流速測定結果を統計処理して得られたもので、すでに公表されているものであるが、ここでその結果をあらためて本モデルとの比較のために用いたものである。

(1) 一樣開水路における水路床近傍の流れ

水素気泡をトレーサーに用いた流れの可視化実験によって、著者らにより提案された上記のモデルの実際現象との適合性の検討を行なった。実験は幅 40 cm、長さ 12 m、水路床勾配 1/500 の直線水路で行なわれた。流量は 0.9 l/sec とし、水路下流端をせき上げるにより計測部分での水深を 5.7 cm とした。この

ときの断面平均流速は 4.0 cm/sec であり、水深を用いたレイノルズ数は約 2,300 で、実験は完全な乱流状態において行なわれている。本実験条件における流速分布の計測結果から求めた摩擦速度は 0.5 cm/sec である。水路床面近傍における流れの様子は、流下方向に 18 cm の距離だけ離して水路横断方向に水平に張られた 2 本の水素気泡発生用白金線から 5 Hz のパルス状に発生する水素気泡が流れとともに流下する様子を透明な水路底面を通して写真撮影することによって捉えられた。

Photo. 1 は実測結果の一例を示したものであり、上流側の水素気泡発生用白金線の水路床面からの高さは 0.5 cm、下流側のその高さは 1.0 cm である。この写真からもうかがえるように、観察される水素気泡列には若干のくびれが存在し、そのくびれの位置は流下方向に並んでいる。このくびれは、2 次流を構成する一対をなす流下方向の軸をもつ 2 つの渦にはさまれた部分に相当すると考えられ、このくびれの位置を流下方向に連ねる線は Kline ら

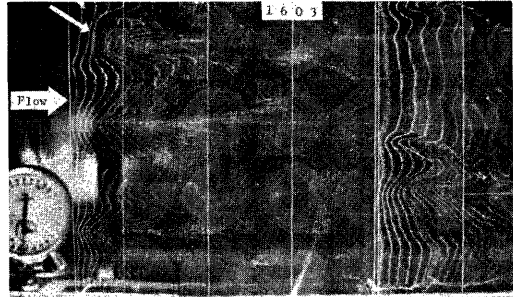


Photo. 1. Structure of a flow near the channel bed visualized by hydrogen bubble method.

の指摘している低速縞 (low-speed streaks) に相当すると考えられる。実際、その位置では上昇流の発生が認められ、その状況は本モデルにおいて **Fig. 8 (f)** で表わされている状況とよく一致していることが認められる。また、写真に記入された矢印の位置では水素気泡列が重なっていることが認められるが、これは強い上昇流を表わしており、おそらくこれが Kline らがいう burst 現象であろう。

以上と同じ水理条件の下でしかも水素気泡発生用白金線も上記と同じ位置において、そこから発生した水素気泡の流下する様子を 1 秒毎に 60 回連続写真撮影した。**Fig. 10** はそのようにしてえられた各瞬間における流速分布の模様を計測位置における 1 秒間の平均流下距離分だけずらせて並べたものであり、(a) は下流側、(b) は上流側の水素気泡発生用白金線から出る気泡列から得られた各瞬間ごとの流速分布の時間的変化を示している。流れの基本的な模様はそれが流下するに伴って急激に変化することがないと考えると、この図は流速の空間的な分布特性をも近似的に表現しているものと理解でき、その場合、図の左側が上流側に相当することになる。

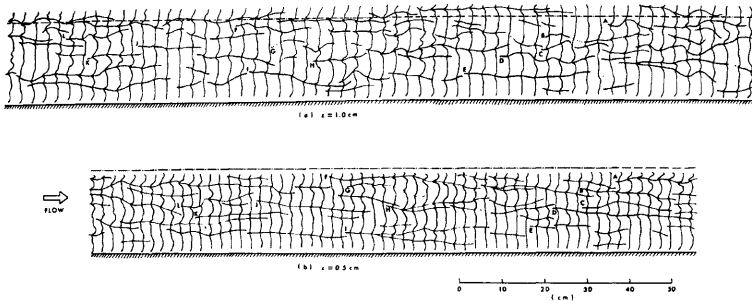


Fig. 10. Distribution of low-speed streaks observed.

図で、横方向に延びたすじは水素気泡列のくびれの位置を流下方向に結んだものであり、上述のように Kline らのいう低速縞に相当するものであり、部分的には bursts をも含んでいると考えられる。この図で見える限り、低速縞の長さは数 cm から 20~30 cm までであり、水路の半幅の中に平均的に 4~6 本存在している。また (a) 図と (b) 図とを比較してみると、(a) 図で A~L の記号がつけられている低速縞は (b) 図の同じ記号の低速縞とそれぞれ対応していると思われ、このことから低速縞の位置や形状は水路床面から遠ざかる位置ほど空間的・時間的に変動がはげしいものとなっていることが指摘される。

以上の実験結果は、水路床面近傍における大スケール乱れの構造が水路横断方向には、木下の指摘どおり、ほぼ水深に匹敵するある特徴的なスケールをもって準規則的に連なっており、一方流下方向には、ほぼ水路幅に匹敵するスケールをもって連なっていることを示している。このような大スケール乱れの準規則的な構造については、今後、平均流の鉛直方向の分布にとまなう 2 次流の変形やその安定性の問題との関連の下に検討してゆく必要がある。

(2) 一様水路における水面渦の特性

水面における流れの模様は当然流れの内部機構を反映したものであるし、しかもその実測も比較的容易である。事実、Fig. 7 で示されている木下のモデルも河川の水面の観測の結果に基づいて導き出されたものである。ここでは、上の主旨に基づいて、一様な実験水路における水面での流れの模様の観測から著者らのモデルの適合性を検討する。とくに大スケール乱れの coherent な特性を明らかにするために、その移流速度に匹敵する速度で移動するカメラで水面での流れの模様を連続的に撮影した。こういった方法はすでに 1929 年において Nikuradse³⁰⁾ によって、あるいはその後 Tietjens ら³¹⁾ によって乱流観測の一法として用いられてきているが、得られた結果の分析という面では不十分なまま放置されてきている。

実験は幅 40 cm、長さ 12 m、路床勾配 1/500 の直線水路で行なわれた。流量は 1.2 l/sec とし、水路下流端をせき上げるにより計測区間の中ほどの水深を 5.85 cm とした。このときの断面平均流速は 5.1 cm/sec であり、水深を用いたレイノルズ数は約 2,200 である。アルミ粉を付着させたパンチくずを水面に撒き、それらが流れによって運搬される様子を、水路側壁近傍を除く水面での平均流速 7.06 cm/sec に等しい速度で流下方向に移動するカメラで写真撮影した。写真撮影は連続的に行ない、シャッターの開放時間を 2 秒、撮影周期を 3 秒とした。Photo. 2 はその一例であり、流れは写真の右から左へ向っている。なお、以下の解析における距離ならびに流速は、カメラに固定された原点をもち、Photo. 2 の傍に示されている方向をもつ座標系を基準にしたものである。

写真から読み取られた流線概念図を Fig. 11 に示す。(a)~(c) は 3 秒間隔で連続撮影された写真から読みとられた流線を示し、(b) が Photo. 2 に対応している。これらの写真および図から、水深と同程度

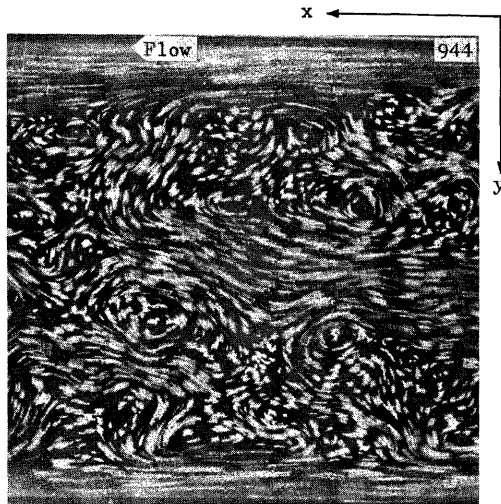


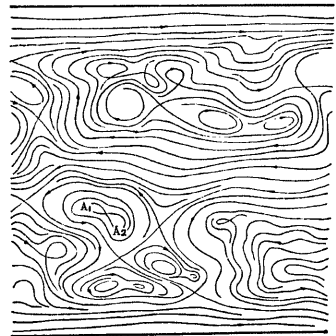
Photo. 2. Flow pattern at the surface of a flow in the uniform open channel.

のスケールをもった渦運動が存在し、これらの機構はそれらが下流に運搬されるにもなって発展していくことが認められる。例えば、Fig. 11 の (a) 図において A_1 および A_2 で示された2つの渦運動は合体して (b) 図の A で示される1つの渦運動となり、(b) 図における B の渦運動は (c) 図の B_1 および B_2 のように分裂していく過程にあることを表わしている。

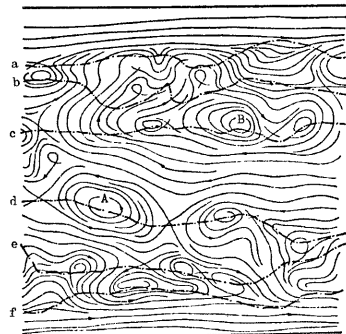
Photo. 2 より水面での流速を求め、流速の x および y 方向成分 u および v の分布から水面での渦度成分 $(\partial v/\partial x - \partial u/\partial y)$ および 2 次元発散 $(\partial u/\partial x + \partial v/\partial y)$ の分布を求めたものを Fig. 12 および Fig. 13 に示す。Fig. 12 の渦度成分の分布図を等高線図にみたてた場合、その尾根線と谷線はともに流下方向に走っており、横断方向にはそれらが交互に現われている。Fig. 12 ではこれらの線を一点鎖線で示し、 $a \sim f$ なる記号をつけてある。ただし本図において、側壁面近傍での渦度成分の計算精度は不十分であり、そのため a 線と f 線の位置は幾分不正確となっている。また、これらの曲線を Fig. 11 (b) および Fig. 13 にも描き入れてある。これらの図を比較してみると次のことが指摘される。

第1に、流線図において渦運動が顕著に認められる領域と Fig. 12 の渦度分布の尾根線あるいは谷線の位置とは明確に一致しており、このことから水面近傍の大スケール乱れを意味する渦運動は集中させられた渦度に起因するものといえそうである。

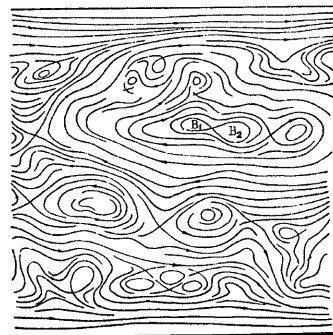
第2に、Fig. 12 において、尾根線 b, d および f 上の渦度の集中した部分には反時計回りの水面渦があり、谷線 a, c および e 上には時計回りの水面渦が存在し、このことから、 $a \sim b, c \sim d$ および $e \sim f$ の間には流下方向流速が相対的に大きい帯状の領域ができ、 $b \sim c$ および $d \sim e$ の間には流下方向流速が相対的に小さい帯状の領域ができているものと理解される。流下方向流速が相対的に大きい領域および小さい領域はそれぞれ木下の指摘した収斂線およびボイルを連らねた線に対応するものと考えられる。また、 a から f までの各線間の平均的な間隔は水深に匹敵し、このことも、収斂線とボイルを連らねた線との間隔がほぼ水深に等しいという木下の観察結果と一致する。また、Fig. 13 は水面における湧き上がりと沈降の効果を調べるために、そこでの 2 次元発散の値を計算したものであるが、計測精度の問題とも関連して、明確な



(a)



(b)



(c)

Fig. 11. Development of flow patterns at the surface of a uniform channel flow.

結論は得られなかった。

最後に、以上の検討から、水面において木下が指摘したボイルを連ねた線および取巻線から成るたてすじの間にかなり強い渦度をもつ渦運動が挟まれていることが明らかになったわけであるが、水面におけるこれらの渦が、著者らのモデルで明らかにされた2次流を形成する流下方向に軸を軸をもつ渦とどういった力学的関係にあるかについては今後明らかにしていく必要があることが指摘される。

(3) 局所所流と大スケール乱れとの関連

平滑な固定床をもつ様な開水路において、その横断方向に一定の高さの障害物を設けた場合、水路側面近傍を除けば幾何学的な境界条件はいうまでもなく2次元的である。それにもかかわらず、障害物周辺の流れは3次元的な特性を示すことが認められる³²⁾。このような現象が一樣水路に生じた2次流に基因するものであろうことは容易に推察される。したがってこういった現象の機構を明らかにすることは、実際河川においてその横断方向に構造物を設置する際にそれに対する2次流の影響を予測する上で有用であろうし、ひいては2次流の発達機構を明らかにすることにもなるであろう。ここでは、このような2次元的な幾何学的境界条件の下で発生する流れの3次元的な機構をまず明らかにしようとする目的で、潜りぜき状の段上り部前方の流況を水素気泡法を用いた流れの可視化法によって観察した。

実験は、このような特性をもつ流れの基本的なパターンを把握しようとする立場から、低レイノルズ数の下でさらに水深およびそれに対する

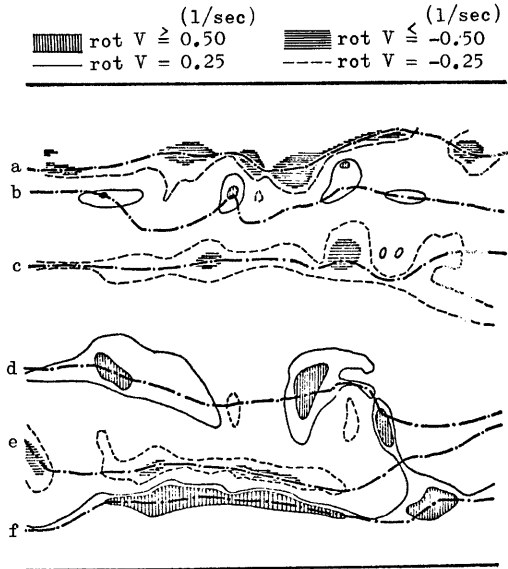


Fig. 12. Distribution of measured rotation.

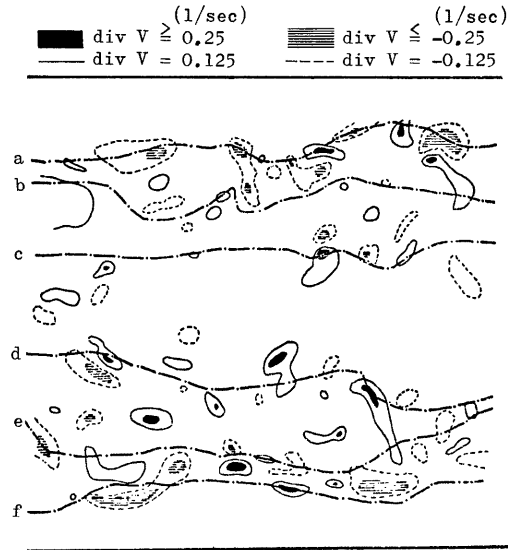


Fig. 13. Distribution of measured divergence.

段上りの高さの比を比較的大きくした条件の下で行なった。低レイノルズ数としたのは、このような流れの3次元的な特性は低周波数領域の乱れ特性に基づくものと考えたためであり、同時に低レイノルズ数の下では水素気泡法による流れパターンの把握が比較的容易であるからである。段上り高さおよび水深を大きくしたのは、3次元的な流れの発生スケールを大きくしてその現象把握を容易にしようとしたためである。なお、水中には若干のグリセリンを混入して動粘性係数を 0.0127 poise (25.5°C) とした。接近流は **Fig. 14** に示される流速分布をもち、水深 8.3 cm、水路幅 20 cm、水路床勾配 1/500、段上り高さ 5 cm であり、**Fig. 14** に示される平均流速を用いたレイノルズ数は 1,630 である。

Photo. 3 は水素気泡法によって可視化された3次元的流況の一例で、水素気泡発生用の白金線電極の位置は段上り前面より上流側 1.5 cm および 15 cm であり、その水路床面からの高さはともに 2 cm である。

流れの可視化による一連の実測の結果、次のことが明らかになった。すなわち、

①段上り部の直前方には **Fig. 15** に示されるようなU字型の渦をもつ渦がいくつか連なっている。この渦軸の位置は水路横断方向にゆっくり変動しており、しかもこの渦にまきこまれた流体は渦軸のまわりの回転運動と同時に渦軸に沿う方向の流速成分をもって段上り部を越える位置に導かれている。

②水路横断面内の接近流速分布は水平方向に一樣ではなく、いくつかのくびれた部分を有している。このような流速分布のくびれは段上りを設けたために発生したのではなく、Kline らが指摘した低速縞 (low-speed streaks) に相当するものである。くびれた所での鉛直方向の流速分布は **Fig. 14** の破線のようになっていることが認められた。また **Fig. 14** 中の水平方向に引かれた線分は、接近流速分布のくびれの位置の変動にともなう接近流速の変動範囲を示しているが、この図から、接近流中のくびれは水路床面から 2 cm までの高さで顕著に現われることが認められる。

③段上り部の直前方のU字型渦軸が立上っている位置 (**Fig. 15** では T で示されている) は、接近流の流速分布がくびれている位置 (**Fig. 15** では T' で示されている) と対応していることが一連の写真から認められた。すなわち両者ともに時間経過とともに水路横断方向に変動しているが、それらは互に対応して変

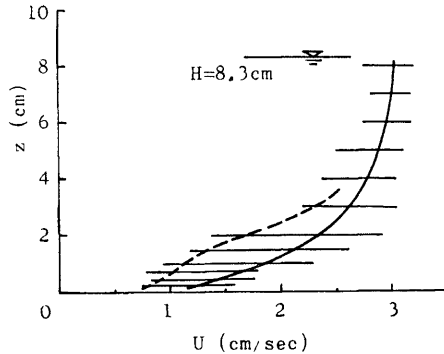


Fig. 14. Distribution of the velocity of an approaching flow.

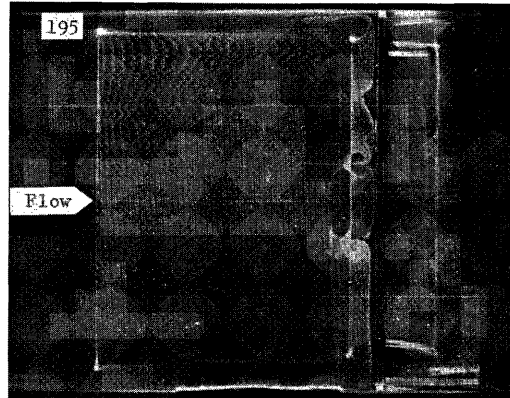


Photo. 3. Structure of the local flow around the upstream side of an abrupt stepup.

動していることが認められた。このことは、接近流中に含まれる渦度成分 η の重心の高さ

$$z_g = \frac{\int_0^H \eta z dz}{\int_0^H \eta dz}$$

が、接近流がくびれている位置で相対的に高い位置になることと関連していると思われる。なお、 TT' は必ずしも主流流下方向と平行ではない。

④段上り部直前方のU字型渦の特性は、**Fig. 15** の TT' を通る鉛直面と SS' を通る鉛直面との間に含まれる流れの場の部分を1つの単位として変化していると考えてよいであろう。もちろんこれら2つの面の位置は時間的に変動している

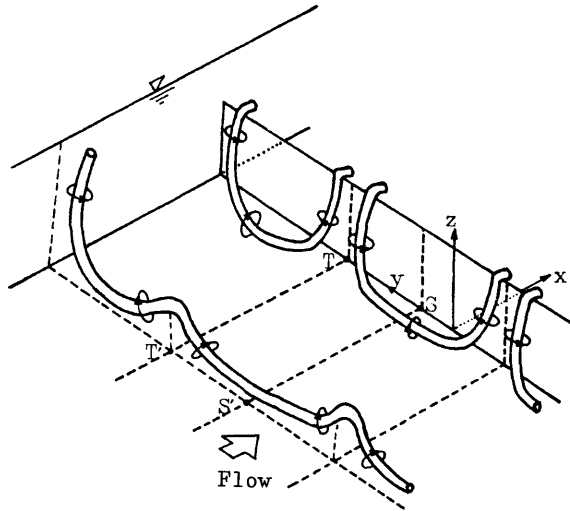


Fig. 15. Occurring mechanism of local flow around the upstream side of an abrupt stepup.

が、各面内およびその近傍の流況は **Fig. 16** あるいは **Photo. 4** に示されるようにより変化しないのである。

そこでこれら2つの面に挟まれた領域内の流れの概略的なパターンを明らかにしよう。まず渦軸の位置については、平均的には **Fig. 17** のようである。次に **Fig. 18** は単位領域の境界面 (TT' を通る鉛直面、段上り部の前面および水路床面) における流線パターンを示したものであり、 P および R の位置に結節点、 Q の位置に鞍形点が生じることがわかる。以上の実測およびそれに関する考察に基づいて単位領域内の3次元的な流線パターンの概念図を示すと **Fig. 19** のようであると考えられる。本図は、段上り部前方

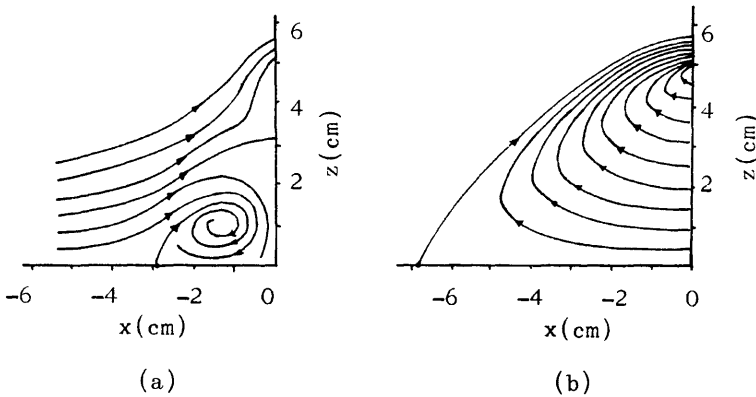


Fig. 16. Flow patterns in the vertical section passing (a) SS' and (b) TT' .

の渦運動の領域は閉領域ではなく、渦を構成する流体は主流のうち水路床近傍の部分から供給されるといふ興味ある現象を示している。さらにこのような現象が橋脚前方の馬蹄型渦の生成過程^{33,34}と類似していることが指摘され、このことから、段上り部前方の渦運動は主流中に含まれていた渦度が集中させられた結果発生するものと推察される。さらにこのような渦度の集中過程において、主流中に含まれていた2次流はその集中の横断方向のスケールを決定するという役割を果しているようである。

(4) 従来の研究における乱れ特性量の検討

乱流場の特性は従来から統計的な手法を用いて研究されてきた。とくに近代的な統計計算手法の発展が、乱流研究におけるこのような方法を刺激した。このようにして導入されるいは定義されてきた乱流場の特性量のうち主なものとして次のようなものがあげられる。

- ①乱れの確率分布特性に関する特性量—乱れの強さ、ひずみ度、とがり度
- ②相関特性に関する特性量—平均スケール、逸散スケール
- ③スペクトル特性に関する特性量—卓越周波数、卓越スケール、位相のずれ、コヒーレンス、エネルギー逸散率

一方、Laufer が指摘し、著者らが力学的なモデルを与えたように、壁面乱流中にはほぼ秩序づけられた構造があり、それが下流に運搬されるにともなって発展していきることが明らかになった。上述の乱れ特性量はこういった乱れの3次元のどかつ時間的に発展する構造を有する大スケール乱れの特性を確率的あるいは平均的に表わしているにすぎない。乱れ計測結果の統計処理によって得られた特性量を検討することが、どうして乱流が発生し自分を維持するものかという基本的な疑問を解く手助けとはならなかったのもそのためと考えられる。

以上のことから、固定点における乱流計測結果の統計処理といった方法を機械的に用いることは、乱流研究の発展への寄与という点では大きな制約をもっているといえよう。そして、そういった制約を除却するものとして流れの可視化の手法とか、conditional

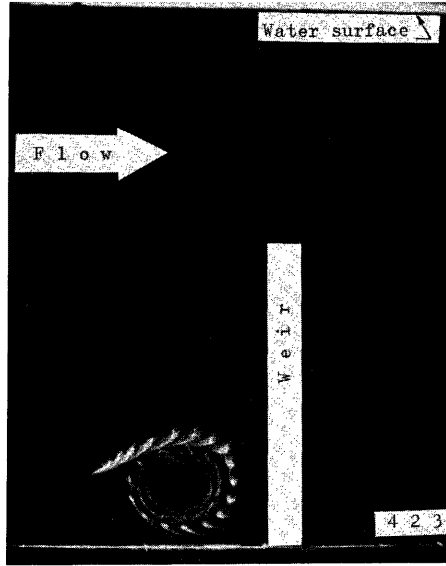


Photo. 4. Flow pattern in the vertical section passing SS'

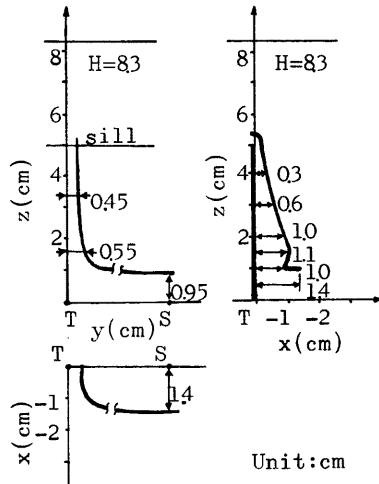


Fig. 17 Location of vortex axis.

sampling の手法を組合せるという
方法に期待がもてるといえよう。

ここでは上記の特性量のうち乱流
構造の空間相関特性が実際現象のど
ういった側面を表現しているかとい
うことを、著者らが提案したモデル
と対応させながら検討することとす
る。

今本・上野³⁵⁻³⁷⁾は幅 18 m の大
型開水路において、4 台のプロペラ
式流速計を用いて乱れの同時多点計
測を行なった結果から乱流構造の空
間相関特性を検討した。その結果、
2 点間の流速変動の空間相関係数が
正となる広がりには流下方向には水深
の10~20倍の距離にわたっており、
横断方向には水深の0.5~2倍、水
深方向には全水深におよんでいるこ
と、およびとくに水深方向について
は、水路床近傍の流速変動と水面近
傍のそれとの間の空間相関係数が
0.3~0.4というかなり大きな値とな
っていることが明らかになった。こ
れらの結果のうち横断方向および水
深方向の空間相関特性は、著者らの
提案したモデルにおいて横断方向に
は水深と同程度、水深方向には水深
全体にわたる運動が存在するという
ことと対応している。一方、上記の
流下方向のスケールに関する実測結
果の意味するところについては、モ
デルにおける2次流の流下方向の変
動特性との関連のもとにさらに検討
が必要であろう。

また、水深方向に配列されている
各計測点間の空間相関係数からは、
水路床面から遠い位置にある測点ほ
ど位相が進んでいるということが明
らかにされている。すなわち、流れ
の縦断面 (xz 平面) 内における空
間相関係数の等高線の尾根線は水路
床面と平均的に 15° の角度をなすこ

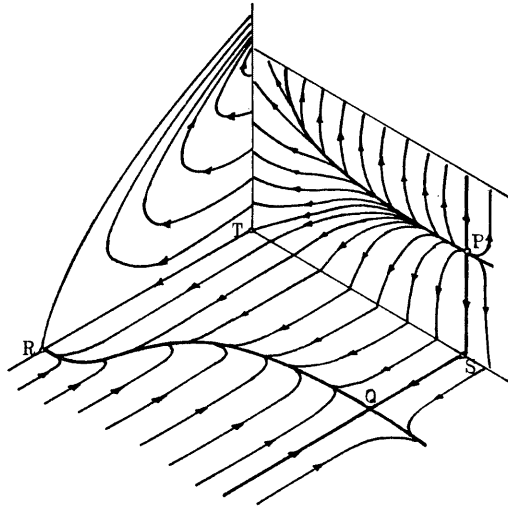


Fig. 18. Flow pattern on the boundary surface.

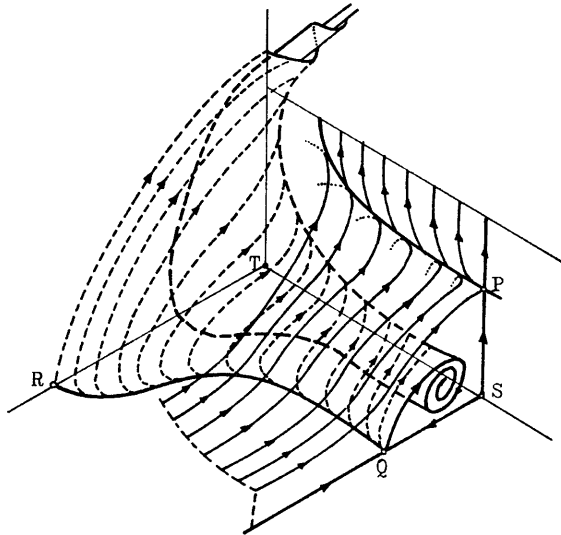


Fig. 19. Conceptual picture of three-dimensional flow pattern around the upstream side of an abrupt stepup.

とが認められている。これは、先に著者らが示したモデルにおいて、第2次渦に巻き込まれていく馬蹄型渦（第1次渦が集中したもの）の水路床面とのなす角度が平均的に 15° であることを指しているものと考えられる。ただここで注意すべきことは、実際現象においては個々の馬蹄型渦はほぼ秩序づけられた形状をもってほぼ周期的に特有の運動をしており、上述の平均的な傾きとは、流速計に検知されたこのような過程の中のいろいろな位置にある馬蹄型渦の傾きを十把ひとからげに平均したものであるということである。

(5) レイノルズ応力に関する検討

石原・余越・上野²⁾は幅100mの実河川において、流速の直角2成分を同時に測定することのできるSing-around方式超音波流速計を用いてレイノルズ応力を実測した。その結果、レイノルズ応力は水面における0から河床に向かってほぼ直線的に増加していることが明らかになった。さらに、流下方向および鉛直方向の流速変動成分のエネルギースペクトルにはKolmogorovの $-5/3$ 乗則が適用できる領域が存在しているにもかかわらず、レイノルズ応力のスペクトルは $-7/3$ 乗に近い分布を示していること、ならびにレイノルズ応力のスペクトルにおいて卓越周波数が小さいことから、レイノルズ応力に寄与する乱れは大きなスケールの乱れであることが明らかになった。

上述のスペクトルの分布特性から、比較的小スケールの乱流運動は、一定のエネルギーを有しているにもかかわらず、レイノルズ応力にはあまり寄与していないことがわかる。このことからレイノルズ応力に大きな寄与をしている大スケールの乱流運動においては、2方向の流速成分の変動特性の間にはレイノルズ応力を大きくするような相関関係があることがわかる。Willmarthらが空気流に関する実測の結果から、burstsとsweepsがレイノルズ応力に寄与する率は平均的にそれぞれ77%および55%であるといっているのは、上述のことを数量的に裏づけている。さらに以上の事実と著者らのモデルとを結びつけると、Fig. 8 (f)で示されているburstを含む低速縞の部分でレイノルズ応力が非常に大きくなっていることが推察される。

4. 結 語

従来別の概念としてとらえられていた境界層内の大スケール乱れと2次流とのそれぞれに関する従来の研究成果の到達点と問題点を明らかにし、それらの成果に基づいて両者の発生・発達機構を統一的に説明できるモデルを構成し提示した。可視化法によって得られた3種の興味ある実験結果ならびに固定点における計測結果を統計処理するという従来の方法ですでに明らかにされている乱流特性量を検討した結果は、提案されたモデルの正当性を裏づけると同時にそのモデルの内容を豊富なものとしている。

本研究において提案された乱流構造に関するモデルは従来のモデルのもつ問題点をつぎの点で解決した。

1. 乱れの発生・発達機構が力学的に合理的に説明された。すなわち、壁面に対して法線方向の流速分布に起因する渦系群（第1次渦）が擾乱によって変形を受け集中させられた結果第2次渦が形成され、これが時間とともに下流側へ引き伸ばされて流下する過程で水路床近傍の第1次渦あるいはその集中させられたものをつぎつぎ巻き込んで、さらに大きなものへと発達し、2次流にまで発展するという過程が力学的に合理的に示された。この説明はbursts、低速縞、2次流などといった諸現象の発生機構ならびにそれらの間の相互関連性をも含めて明らかにしている。

2. 従来から多くの研究者によって指摘されてきた乱流の多重構造性が、上記の乱れの発生・発達機構と結合して合理的に提示された。とくに、2次流の概念が乱れの発達の過程の中で明確に位置づけられた意義は大きいと考えられる。

3. エネルギーカスケード過程も本モデルにおいて説明された。すなわち、平均流のもつエネルギーは2次流の作用によって第1次渦の生成に寄与し、第1次渦が第2次渦に巻き込まれる形で、第1次渦のエネルギーは第2次渦に吸収され、2次流が形成される。したがって、エネルギー逸散は主として2次流を構成する第1次渦の伸張の結果として起るものと理解される。

つぎに乱流構造研究の方法の発展方向についてふれると、固定点における乱流計測結果の統計処理といっ

た方法の機械的適用は、乱流研究の発展への寄与という点で大きな制約をもっているといえよう。そして、そういった制約を除去するものとして流れの可視化の手法とか conditional sampling の手法を組合せるという方法あるいは計測方法を根本的に改めるという方法が考えられる。ただしこのような計測法や解析法の発展は乱流構造の本質の把握の発展と相補の関係にあることも指摘しておく必要があろう。

本研究によって得られた開水路乱流場のモデル化の成果は、河川工学上の実際問題、すなわち河川の蛇行や河床波の発生・発達機構の解明へと結合され、さらに発展させられる必要があるものと考えられる。

最後に、本研究の遂行にあたり有益な助言をいただいた今本博健教授に感謝します。

参 考 文 献

- 1) Yokosi, S.: The Structure of River Turbulence, Bull. DPRI, 17 (2), 1967, pp. 1-29.
- 2) 石原安雄, 余越正一郎, 上野鉄男: 河川におけるレイノルズ応力の分布について, 京都大学防災研究所年報, 第12号 B, 1969, pp. 503-514.
- 3) 石原安雄, 余越正一郎: 河川の乱流構造に関する一考察, 京都大学防災研究所年報, 第13号 B, 1970, pp. 323-331.
- 4) Kline, S.J., W.C. Reynolds, F.A. Schraub. and P.W. Runstadler: The Structure of Turbulent Boundary Layer, Jour. Fluid Mech., Vol. 30, 1967, pp. 741-773.
- 5) Kim, H.T., S.J. Kline and W.C. Reynolds: The Production of Turbulence near a Smooth Wall in a Turbulent Boundary Layer, Jour. Fluid Mech., Vol. 50, 1971, pp. 133-160.
- 6) Offen, G.R. and S.J. Kline: Combined Dye-Streak and Hydrogen-Bubble Visual Observations of a Turbulent Boundary Layer, Jour. Fluid Mech., Vol. 62, 1974, pp. 223-239.
- 7) Laufer, J.: New Trends in Experimental Turbulence Research, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 7, 1975, pp. 307-326.
- 8) Offen, G.R. and S.J. Kline: A Proposed Model of the Bursting Process in Turbulent Boundary Layers, Jour. Fluid Mech., Vol. 70, 1975, pp. 209-228.
- 9) Willmarth, W.W. and S.S. Lu: Structure of the Reynolds Stress near the Wall, Jour. Fluid Mech., Vol. 55, 1972, pp. 65-92.
- 10) Lu, S.S. and W.W. Willmarth: Measurements of the Structure of the Reynolds Stress in a Turbulent Boundary Layer, Jour. Fluid Mech., Vol. 60, 1973, pp. 481-511.
- 11) 余越正一郎, 大坪国順: 開水路流れのレイノルズ応力の構造, 第29回土木学会年講, 1974, pp. 384-385.
- 12) 中川博次, 禰津家久: 開水路粗・滑面乱流のレイノルズ応力の構造について, 第30回土木学会年講, 1975, pp. 404-405.
- 13) 中川博次, 禰津家久: 開水路乱流場のレイノルズ応力の挙動, 第20回水理講演会論文集, 1976, pp. 121-126.
- 14) Browand, F.K. and P. Weidman: Bull. Am. Phys. Soc. 18, 1969.
- 15) Willmarth, W.W. and B.J. Tu: Structure of Turbulence in the Boundary Layer near the Wall, Phys. Fluids, Suppl., 1967, pp. S 134-S 137.
- 16) Lighthill, M.J.: Laminar Boundary Layers, (ed. L. Rosenhead), Oxford at the Clarendon Press, 1963, pp. 96-102.
- 17) Theodorsen, Th.: The Structure of Turbulence, 50 Jahre Grenzschichtforschung, (ed. H. Görtler and W. Tollmien), Friedr. Vieweg & Sohn, 1955, p. 55.
- 18) Nakagawa, H. and I. Nezu: On a New Eddy Model in Turbulent Shear Flow, Proc. JSCE, No.

- 231, 1974, pp. 61-70.
- 19) 木下良作：航空写真による洪水流の解析，写真測量，Vol. 6, No. 1, 1967, pp. 1-17.
 - 20) 木下良作：石狩川河道変遷調査，科学技術庁資源局資料，第36号，1961.
 - 21) 森 明巨，黒木幹男，岸 力：開水路で見い出された2次流に関する実験，第26回土木学会年講，1971, pp. 305-308.
 - 22) Nikuradse, J.: Turbulente Strömung in Nicht Kreisförmigen Rohren, Ing. Arch., 1, 1930, pp. 306-332.
 - 23) Townsend, A.A.: Turbulence, In Handbook of Fluid Dynamics (ed. V.L. Streeter), McGraw-Hill, 1961, pp. 10.1-10.33.
 - 24) Eichelbrenner, E.A. and J.H. Preston: On the Role of Secondary Flow in Turbulent Boundary Layers in Corners (and Salients), J. Mécanique, 10, 1971, pp. 91-112.
 - 25) Einstein, H.A. and H. Li: Secondary Currents in Straight Channels, Am. Geophys. Un., Vol. 39, No. 6, 1958, pp. 1085-1088.
 - 26) 村本嘉雄：2次流の発生機構について，第7回水理講演会講演概要，土木学会水理委員会，1962, pp. 77-82.
 - 27) Gessner, F.B. and J.B. Jones: On Some Aspects of Fully Developed Turbulent Flow in Rectangular Channels, Jour. Fluid Mech., Vol. 23, 1965, pp. 689-713.
 - 28) Gessner, F.B.: The Origin of Secondary Flow in Turbulent Flow along a Corner, Jour. Fluid Mech., Vol. 58, Part 1, 1973, pp. 1-25.
 - 29) Rosenhead, L.: The Formation of Vortices from a Surface of Discontinuity, Proc. Roy. Soc. London, A134, 1932, pp. 170-192.
 - 30) Nikuradse, J.: Kinematographische Aufnahme einer Turbulenten Strömung, ZAMM 9, 1929, pp. 495-496.
 - 31) Prandtl, L. and O. Tietjens: Fundamentals of Hydro- and Aeromechanics, Vol. 2, McGraw-Hill, 1934.
 - 32) 上野鉄男：波状路床上の流れの3次元特性について，京都大学防災研究所年報，第18号 B，1975, pp. 679-688.
 - 33) 宇民 正：層流実験に基づく橋脚前面の局所流の研究，土木学会論文報告集，第228号，1974, pp. 65-76.
 - 34) 宇民 正：円柱橋脚前方における局所流の研究，土木学会論文報告集，第247号，1976, pp. 61-69.
 - 35) 今本博健，上野鉄男：開水路流れにおける乱れの空間相関特性について，京都大学防災研究所年報，第13号 B，1970, pp. 333-345.
 - 36) 今本博健，上野鉄男：開水路流れにおける乱れの空間構造について，京都大学防災研究所年報，第14号 B，1971, pp. 205-217.
 - 37) 今本博健，上野鉄男：開水路流れにおける乱れの空間構造について(2)，京都大学防災研究所年報，第15号 B，1972, pp. 463-473.