

# 有限振幅波理論による wave shoaling について

安田 孝志・土屋 義人

## ON WAVE SHOALING BY FINITE AMPLITUDE WAVE THEORIES

By *Takashi YASUDA* and *Yashito TSUCHIYA*

### Synopsis

In this study, a theory of wave shoaling is described by the energy flux method, in order to make clear characteristics of wave transformation such as changes of wave height and wave length and effects of higher order terms of nonlinearity and dispersion in the wave equations on the wave transformation with shoaling.

As a result, characteristics of wave transformation according to changes of the water depth and current velocity are found. It is also found that the effect of the higher order terms on the wave transformation is remarkable.

### 1. 緒 言

浅水変形 (wave shoaling) に関する取り扱いとしては、周知のように、エネルギーフラックス法<sup>1)</sup>のほかに、基礎方程式を直接数値的に解く方法<sup>2)</sup>、あるいは簡略化した基礎方程式を数値的<sup>3),4)</sup>または解析的<sup>5)</sup>に解く方法などがあるが、いずれの方法にも一長一短があり、現在なお決定的手法は確立されていないようである。ここでは、変形に及ぼす勾配の効果や波形の変形効果などの評価の点で問題はあがるが、定形波の理論のエネルギーフラックスの保存則への適用によって、容易 wave shoaling 区に及ぼす波動理論における高次近似解の効果を明らかにすることができるエネルギーフラックス法を用い、流れの影響をも含めて浅水変形の特性を明らかにする。

ところで、エネルギーフラックス法による傾斜海岸上での波の変形に関する研究はこれまで数多く行われ、それぞれ優れた成果を挙げてきているが、この方法では、用いる保存式およびそれに用いるべき有限振幅波理論が適切であることが必須となる。前者の問題としては、波数の保存則より導びかれる周期が不変という仮定が、クノイド波の適用において必ずしも自明でないという問題のほか、流れの場での波の変形の計算に用いられるエネルギーフラックスの表示が、Phillips<sup>6)</sup>、Jonsson ら<sup>7)</sup> および黄ら<sup>8)</sup> によってそれぞれ異なっているために、wave shoaling の計算結果も異なったものになっているという問題がある。さらに、後者の問題としては、従来の有限振幅波理論には、波速の任意性の問題があり、このため、山口ら<sup>9)</sup>によって明らかにされたように、用いる波速の定義に応じて波の変形特性も異なったものになっている。

そこで、本研究では、前者の問題については基礎となる保存式から用いるべき基礎的關係を導き、後者の問題については Stokes の波速の定義に依存しない著者らの有限振幅波理論を用いることによって、wave shoaling の計算を行う。

### 2. 基礎方程式

周期が場所的に変化しないという仮定は、定常場での波数の保存則からも形式的に確かめられるが、クノ

イド波理論では、角周波数  $n$  と周期  $T$  の間に波の特性に応じて変化する第 1 種完全楕円積分  $K(k)$  を媒介とした次式

$$n = \frac{2K(k)}{T} \dots\dots\dots (1)$$

の関係があるため、角周波数  $n$  が一定であっても周期  $T$  は必ずしも一定ではない。ここに、 $k$  は母数である。この点を明らかにするためには、斜面上での波の理論の展開が必要となるため、ここでは従来と同様、周期  $T$  は場所的に一定であると仮定し、問題点の指摘に留める。

また、流量  $Q_0$  の定常な流れの場での波の変形を扱うには、質量に関する保存式が必要となり、それは次式で表される。

$$\frac{dQ_0}{dx} = 0, \quad Q_0 = \rho(h + \delta_0)U + Q = \text{const.} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\delta_0$  は平均水位と静水位との差を示し、 $Q$  は波による質量流束を示す。これから、任意水深での流速  $U$  は

$$U = \frac{Q_0}{\rho(h + \delta_0)} - \frac{Q}{\rho(h + \delta_0)} \dots\dots\dots (3)$$

で表され、 $Q_0$  のみならず  $Q$  および  $\delta_0$  にも依存することがわかる。なお、 $\delta_0$  は運動量の保存式を用いて、次式より求められる。

$$\frac{d}{dx}(M + S) = -\rho g(h + \delta_0) \frac{d\delta_0}{dx} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $M$  は波と流れの質量輸送に依存した運動量流束を示し、 $S$  は過剰運動量流束いわゆる radiation stress を示す。

さらに、エネルギーフラックスの表示については、緒言で述べたような表示の不統一という問題があり、この問題を解消するためには非定常項を残したエネルギー保存式に立ち返る必要がある。流れのある場での静水面を基準にしたエネルギー保存式としては、Phillips<sup>9)</sup> によって示された全エネルギーに関する保存式および波のエネルギーフラックスに関する保存式があり、それぞれ式 (5) および (6) のように表される。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{Q_0^2}{2\rho(h + \delta_0)} + \frac{\rho g}{2}(\delta_0 - h) - \frac{Q^2}{2\rho(h + \delta_0)} + E \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{Q_0^2}{2\rho^2(h + \delta_0)^2} + g\delta_0 Q_0 + \frac{Q^2 Q_0}{2\rho(h + \delta_0)} + UE + F + US \right\} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ E - \frac{Q^2}{2\rho(h + \delta_0)} \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ UE + F - \frac{Q_0 Q^2}{2\rho^2(h + \delta_0)} \right\} + S \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 $E$ ；波の全エネルギー、および  $F$ ；波のエネルギーフラックスである。これら両式はいずれも共存系でのエネルギー保存式であることから、いずれを用いても良く、Longuet-Higgins らや Phillips は定常場での式 (6) を用いて変形の集算をしている。しかしながら、エネルギーフラックス法では、 $\partial U / \partial x \approx 0$  と仮定するため、次式に示すエネルギーフラックスの表示が用いられ、radiation stress の影響が無視されることになる。

$$UE + F - \frac{Q_0 Q^2}{2\rho^2 h^2} = \text{const.} \dots\dots\dots (7)$$

これに対して黄らは、定常場での式 (5) より導びかれるエネルギーフラックスの表示式 (8) を用いている。

$$\frac{Q_0^2}{2\rho^2(h + \delta_0)^2} + g\delta_0 Q_0 + \frac{Q_0 Q^2}{2\rho(h + \delta_0)} + UE + F + US = \text{const.} \dots\dots\dots (8)$$

この場合には、 $\partial U / \partial x \approx 0$  と仮定していても radiation stress の影響は評価されることになるが、式 (5) の第 1 項に水深が含まれているため、この式の深海波への直接の適用は不可能となる。このため、それをあえて行った黄らの計算には若干問題があると言えよう。また、Jonsson ら<sup>7)</sup> は、波と流れの場での Bernoulli

式の表示から水深の減少に伴って海底勾配に関係なく set down が生じることを示すとともに、平均エネルギー水頭を基準にした全エネルギーの保存式より、次式に示すエネルギーフラックスの表示を導いている。

$$\left(1 + \frac{U}{c}\right) (U + c_g) E = \text{const.} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $c_g$ 、波のエネルギー輸送速度である。ところで、Jonssonらによって行われた平均エネルギー水頭の計算に問題のあることに加えて、さきのエネルギー保存式の深海波への適用に黄らの場合と同様の問題点が指摘されよう。これらのことから、著者らは平均エネルギー水頭の計算上の問題点を解決するとともに、エネルギー水頭を基準にした、式 (5) および (6) に対応するエネルギーの保存式をそれぞれ式 (10) および (11) に示すように導いた。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \frac{Q_0^2}{2\rho(h+\delta_0)} - \frac{Q^2}{2\rho(h+\delta_0)} + E + \frac{\rho g}{2} (\delta_0^2 - h_0^2) \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{Q_0^3}{2\rho^2(h+\delta_0)^2} + \frac{Q_0 Q^2}{2\rho^2(h+\delta_0)^2} + UE + F + US - g\delta_0 Q_0 \right\} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ E - \frac{Q^2}{2\rho(h+\delta_0)} \right\} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ UE + F - \frac{Q_0 Q^2}{2\rho^2(h+\delta_0)^2} \right\} + S \frac{\partial U}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 $h_0$  は平均エネルギー水頭であり、また  $\delta_0$  は次式で表される。

$$\delta_0 = h_0 - h \dots\dots\dots (12)$$

これより、式 (11) は式 (6) に一致することがわかるとともに、式 (6) は深海波への適用が可能であることから、式 (4) の左辺をゼロと仮定すれば、結局、共存系でのエネルギーフラックスの表示としては式 (7) を用いればよいことがわかる。これから、ここで行う波の変形の計算に用いる条件式として、次式をあげるることができる。

$$\left. \begin{aligned} T &= \text{const.} \\ U &= \frac{Q_0}{\rho h} - \frac{Q}{\rho h} \\ UE + F - \frac{Q_0 Q^2}{(\rho h)^2} &= \text{const.} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

さて、緒言で述べたように、有限振幅波理論として Stokes 波理論の第 4 次近似解、新しいクノイド波理論の第 3 次近似解および擬 Stokes 波理論の第 4 次近似解を用いることにすれば、式 (13) の適用によって wave shoaling を表すつぎの諸式が得られる。

まず、Stokes 波理論および擬 Stokes 波理論を用いた場合には、次式が得られる。

$$\begin{aligned} (1 + A_0^2) \left( \frac{h}{L_0} \right) - \left( \frac{2\pi h}{L} \right) \left[ 1 + F_r - \frac{1}{6} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^2 + \frac{19}{45} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^4 - \frac{55}{3024} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^6 \right. \\ \left. + \frac{2941}{604800} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^8 + \frac{9}{128} \lambda_0^2 \left\{ 2 \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^{-2} + 1 \right\} \right] = 0 \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_r = \frac{Q_0}{\rho g^2 T^3} - \frac{1}{16} \lambda_0^2 \left\{ 3 - \frac{1}{6} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^2 + \frac{7}{18} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^4 - \frac{641}{7560} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^6 \right\} \\ - \frac{9}{32} \lambda_0^2 \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^{-4} \left\{ 1 + \frac{3}{32} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{8\pi} \left( T \sqrt{\frac{g}{h}} \right)^{-3} \left( \frac{h}{L_0} \right)^{-4} A_0^2 \left( 1 + \frac{3}{4} A_0^2 \right) = \frac{1}{8} \lambda_0^2 \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^2 + \frac{9}{72} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^4 + \frac{133}{3024} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^6 \right. \\ \left. + F_r \left\{ 1 + \frac{11}{60} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^4 + \frac{13}{105} \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^6 \right\} \right] + \frac{1}{512} \lambda_0^2 \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^{-4} \\ \left[ 9 + 15 \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^2 + \frac{3}{2} F_r \left\{ 9 + 11 \left( \frac{2\pi h}{L} \right)^2 \right\} \right] \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここに、 $L_0$ ；深海波の波長、 $L$ ；水深  $h$  での波長および  $F_r$ ；流れの Froude 数であり、さらに  $\lambda_0$  および

$A_0$  はそれぞれ次の各式より求められる。

$$\lambda_0 = \left(\frac{H}{h}\right)^{1/3} \left(\frac{256(2\pi h/L)}{18\{3+5(2\pi h/L)^2\}} \left[1 + \frac{16384\pi^4}{243\{3+5(2\pi h/L)^2\}} \left(\frac{L^2 H}{h^3}\right)^{-2}\right]^{1/2} + 1\right)^{1/3} - \left(\frac{H}{h}\right)^{1/3} \left(\frac{256(2\pi h/L)}{18\{3+5(2\pi h/L)^2\}} \left[1 + \frac{16384\pi^4}{243\{3+5(2\pi h/L)^2\}} \left(\frac{L^2 H}{h^3}\right)^{-2}\right]^{1/2} + 1\right)^{1/3} \quad (17)$$

$$\frac{3}{8}A_0^3 + A_0 - \pi \left(\frac{H_0}{L_0}\right) = 0 \dots\dots\dots (18)$$

ただし,  $H_0$ ; 深海波の波高, および  $H$ ; 水波  $h$  での波高である。

また, Stokes 波理論および新しいクノイド波理論を用いた場合には, つぎのようになる。

$$2K \left\{ \frac{h}{2\pi L_0} (1+A_0) \right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2k} (3\lambda)^{\frac{1}{2}} \left[ 1 + F_r - \frac{\lambda}{2k^2} (3e+k^2-2) + \frac{\lambda^2}{40k^4} \{45e(3e+2k^2-4) + 19k^4 - 64k^2 + 64\} - \frac{\lambda^3}{5600k^6} \{10e^2(6927e+10799k^2-14112) - 2e(4603k^4+77092k^2 - 80317) - 24155k^6 + 74838k^4 - 5959k^2 - 41974\} \right] = 0 \dots\dots\dots (19)$$

$$F_r = \left(\frac{Q_0}{\rho g^2 T^3}\right) \left(T\sqrt{\frac{g}{h}}\right)^3 - \frac{\lambda^2}{2k^4} \{-e(3e+2k^2-4) + k^2 - 1\} - \frac{\lambda^3}{20k^6} \{145e(e+k^2-2) + e(34k^4 - 179k^2 + 179) - 17(k^4 - 3k^2 + 2)\} \dots\dots\dots (20)$$

$$\frac{1}{8\pi} \left(T\sqrt{\frac{g}{h}}\right)^{-3} \left(\frac{h}{L_0}\right)^{-4} A_0^3 \left(1 + \frac{3}{4}A_0\right) = \frac{\lambda^2}{3k^4} (1+F_r) \{-e(3e+2k^2-4) + k^2 - 1\} + \frac{\lambda^3}{30k^6} \{255e^2(e+k^2-2) + e(58k^4 - 313k^2 + 313) - 29k^4 + 87k^2 - 58\} + \frac{\lambda^3}{30k^6} F_r \{195e^2(e+k^2-2) + e(48k^4 - 243k^2 + 243) - 24k^4 + 72k^2 - 48\} + \frac{\lambda^3}{4200k^8} - 25e^3(8463e+11732k^2-22792) - e^2(127211k^4 - 567161k^2 + 555961) - e(16642k^6 - 15217k^4 + 351070k^2 - 232180) + 8321k^6 - 42765k^4 + 68888k^2 - 34444\} + \frac{\lambda^4}{4200k^8} F_r \{-25e^3(5565e+7868k^2-15064) - e^2(89516k^4 - 384566k^2 + 373366) - e(11952k^6 - 107444k^4 + 245020k^2 - 161480) + 5976k^6 - 31565k^4 + 51178k^2 - 25589\} - \frac{\lambda^4}{4k^8} F_r \{-e(3e+2k^2-4) + k^2 - 1\}^2 \dots\dots\dots (21)$$

ここに,  $e=E/K$ ,  $K$ ; 第1種完全楕円積分,  $E$ ; 第2種完全楕円積分および  $k$ ; 楕円積分の母数であり,  $\lambda$  は次式より求められる。

$$\lambda = \left\{ -\frac{a_1^3}{27} + \frac{a_1 a_2}{6} - \frac{a_3}{2} + \frac{1}{6} (27a_3^2 + 4a_2^2 - a_1^2 a_2^2 + 4a_1^3 a_3 - 18a_1 a_2 a_3)^{1/2} \right\}^{1/3} - \left\{ \frac{a_1^3}{27} - \frac{a_1 a_2}{6} + \frac{a_3}{2} + \frac{1}{6} (27a_3^2 + 4a_2^2 - a_1^2 a_2^2 + 4a_1^3 a_3 - 18a_1 a_2 a_3)^{1/2} \right\}^{1/3} \dots\dots\dots (22)$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= -\frac{20k^2(12e+5k^2-10)}{10e(83e+76k^2-136)+130k^4-560k^2+560} \\ a_2 &= \frac{80k^4}{10e(83e+76k^2-136)+130k^4-560k^2+560} \\ a_3 &= -\frac{80k^4(H/h)}{10e(83e+76k^2-136)+130k^4-560k^2+560} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

### 3. 一様海浜における波の変形

ここでは, 浅水変形の特徴性を波高および波長変化に関して明らかにする。

3.1 変形の計算

この場合には流れが存在しないので、 $F_r=0$  であるから、 $H_0/L_0$  および  $h/L_0$  を与えて  $H/H_0$  および  $L/L_0$  を求めることになる。なお、ここで用いる新しいクノイド波理論および擬 Stokes 波理論の適用領域は、せつ動解の収束性から判断してそれぞれほぼ  $T\sqrt{g}/h \geq 10$  および  $15 \geq T\sqrt{g}/h \geq 8$  であると考えられることから、式 (19) および (21) については  $h/L_0 \leq 0.05$  の領域において用い、式 (14) および (16) については  $0.05 \leq h/L_0 \leq 0.1$  の領域において用いることにした。そして、以上の各式において  $F_r=0$  とおき、逆補間法および Regular falsi 法の併用によって各式を同時に  $10^{-8}$  の精度で解いた。また、最大波の計算については、Rankine-Stokes の最大波の条件を用いた。

3.2 計算結果および変形特性

**Figs. 1** および **2** は、それぞれ  $H/H_0$  および  $L/L_0$  と  $h/L_0$  との関係を示し、 $H_0/L_0$  をパラメータとして示したものであり、図中の breaking inception は前述の方法で求めたものである。なお、 $h/L_0 \leq 0.05$  での計算結果については、近似解の収束性を検討するため、第 1 次および第 2 次近似解による計算結果も併せて示した。

まず、**Fig. 1** から、近似の程度による相違は  $H_0/L_0$  の増大とともに顕著になり、特に breaking inception および  $h/L_0 \sim 0.05$  付近において顕著になることがわかる。しかしながら、近似の高次化に伴って、近似解が一樣に収束する傾向が見られるとともに、第 3 次近似解では微小振幅波理論による結果への収束性がきわめて良好となることから、ここに示した第 3 次近似解による結果は、波高変化に関する shoaling の理論として十分な精度を持つものと言えよう。

ついで、波長変化を示した **Fig. 2** からも、**Fig. 1** と同様な傾向が見られるが、近似解による相違はさらに小さくなっており、第 3 次近似解の収束性は良好であることがわかる。このことは、近似解による相違が波速に関しては比較的小さく、特に  $T\sqrt{g}/h \geq 20$  ではその相違をほとんど無視できることの結果と考えられる。また、クノイド波理論および擬 Stokes 波理論によるそれぞれの結果が  $h/L_0=0.05$  において滑らかに

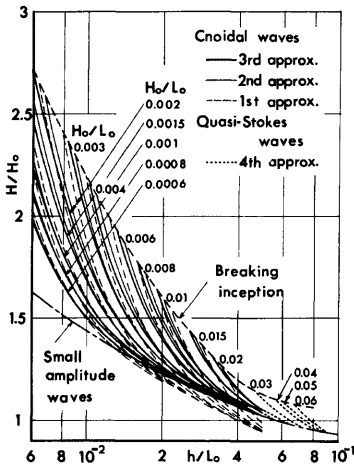


Fig. 1. Change of wave height with water depth on sloping beach.

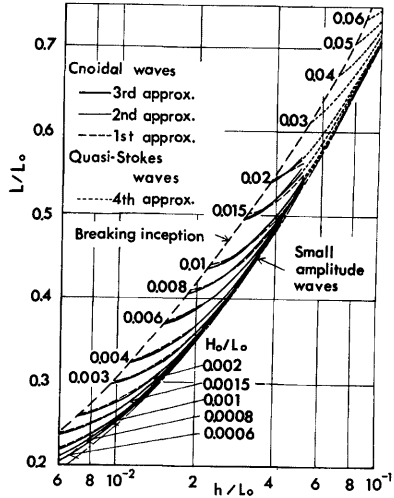


Fig. 2. Change of wave length with water depth on sloping beach.

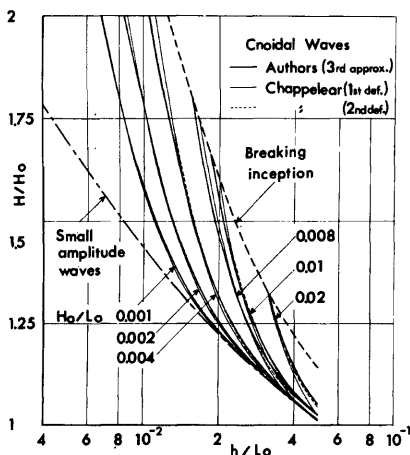


Fig. 3. Comparison between authors' results of change of wave height on sloping beach and Yamaguchi's ones.

ると言えよう。

#### 4. 流れによる波の変形

##### 4.1 変形の計算

この場合には 2. で導いた基礎方程式がそのまま用いられ、 $H_0/L_0$  および  $h/L_0$  のほかにさらに  $F_r$  を与えて  $H/H_0$  および  $L/L_0$  を求めることになるが、単位幅流量  $Q_0$  を一定とする場合には  $F_r$  の代わりに  $Q_0$  を与え、式 (15) および (20) より  $F_r$  を求めて計算する必要がある。このため、 $Q_0$  を与えて計算する場合には、式 (14), (15) および (16) の各式と式 (19), (20) および (21) の各式をそれぞれ同時に解かねばならない。なお、各式を用いる領域は 3. の場合と同様にし、また数値計算も同様に行った。さらに、最大波の計算についても波と流れの共存系の理論に Rankine-Stokes の最大波の条件をそのまま適用して行った。

##### 4.2 計算結果および変形の特徴

Figs. 4 および 5 は、水深とともに流速の変化する一定流量の場に波が進入してきたときに生じる変形を示したもので、 $H/H_0$  および  $L/L_0$  と  $h/L_0$  との関係を  $H_0/L_0$  および  $Q_0/\rho g^2 T^3$  をパラメータとして示している。なお、図中  $Q_0 > 0$  は順流、および  $Q_0 < 0$  は逆流を示す。この場合については、新しいクノイド波理論の第 2 次近似解による結果を併せて示したが、これから、Figs. 1 および 2 に比べて取束性がきわめて良好であり、流れのある場合についてもクノイド波理論の第 3 次近似解による結果は、十分な精度を持つことがわかる。

まず、順流の場合には、 $H_0/L_0 \sim 0.0002$  付近を境にして  $h/L_0$  に対する  $H/H_0$  の特性が変化し、 $H_0/L_0 > 0.0002$  では非線形効果のために微小振幅波理論による結果と相反した特性を示している。しかしながら、波長の変化については、そうした傾向は見られず、いずれの  $H_0/L_0$  の値に対しても  $h/L_0$  に対する  $L/L_0$  の変化に極値の生じる傾向が見られ、流れのない場合との相違がよく現われている。このように、順流の場合の波高変化に対しては、水深および流速変化による相反効果に非線形効果加わるために、微小振幅波理論による結果と異なった結果が生じるが、波長変化に対しては  $H_0/L_0$  に関係なく流れの影響が現われること

接続しているが、これは、擬 Stokes 波理論がクノイド波理論と類似な波動方程式の波動解の誘導によって展開され、その特性がこの付近においてほぼ一致したものになることの結果と考えられる。

さらに、Chappelear のクノイド波理論に Stokes の波速の第 1 および第 2 定義を適用して、山口らが示したクノイド波の波高変化の計算結果と Fig. 1 に示した第 3 次近似解による計算結果との比較を Fig. 3 に示す。これから、第 2 次近似解と第 3 次近似解の比較という近似の相違の問題はあるが、波速の定義を必要としない著者らの計算結果は、第 2 定義による結果と対応しており、第 1 定義による結果は Fig. 1 の第 2 次近似解の結果と対応しているようであることから、波速の定義による相違は近似解による相違の程度であることがわかる。そして、波速の定義の影響は、近似の高次化に伴って重要となるため、波の浅水変形の計算に対しても波速の定義に依存しない理論を用いることは十分に意義があ

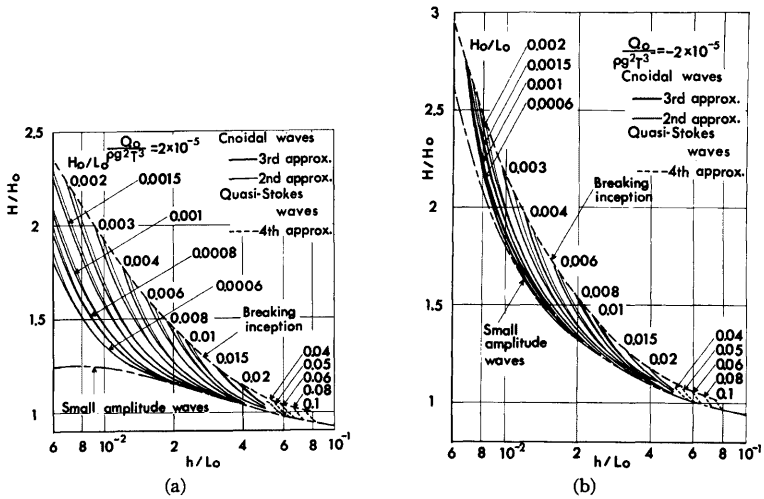


Fig. 4. Change of wave hight with water depth under constant discharge.

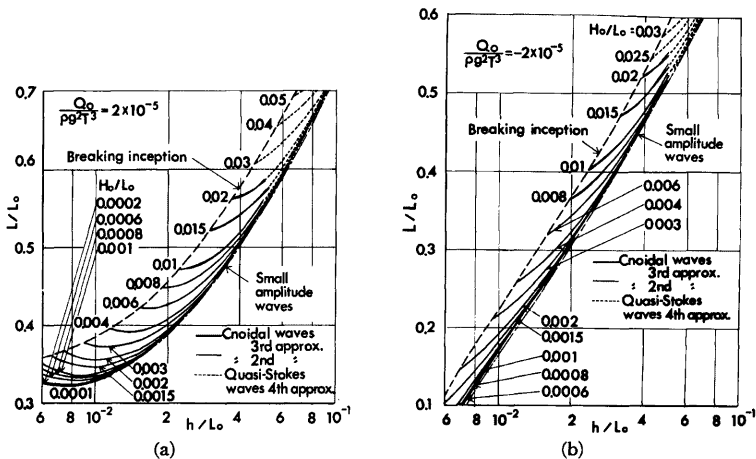


Fig. 5. Change of wave length with water depth under constant discharge.

がわかる。

一方、逆流の場合には、相反効果は現われておらず、両者の効果は一致していることがわかるとともに、波長が短くなるために非線形性の卓越が抑えられ、微小振幅波理論による結果との相違は小さくなる傾向に

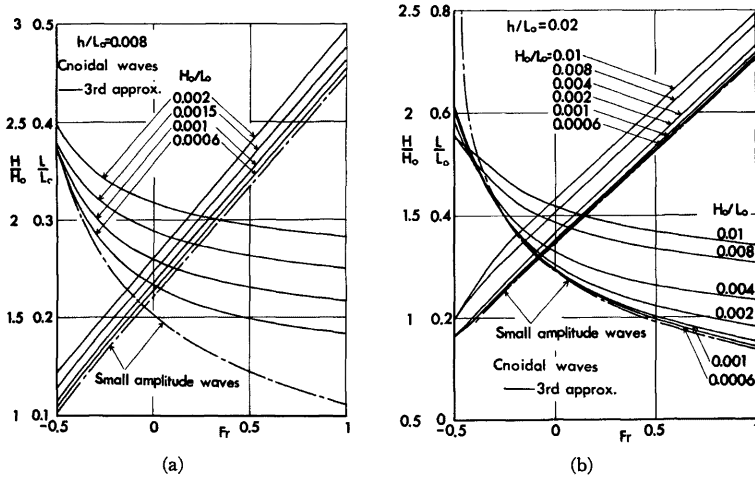


Fig. 6. Changes of wave height and wave length with Froude number.

あることがわかる。

Fig. 6 は、 $H_0/L_0$  をパラメータとして各  $h/L_0$  の位置での  $H/H_0$  および  $L/L_0$  と  $F_r$  の関係を示したもので、これから同一の  $H_0/L_0$  に対して  $h/L_0$  の減少とともに  $F_r$  の影響も減少することがわかる。これは、長波性の波になるに従って、流れの影響を受け難くなることを示し、すでに著者らが示した結果と一致している。<sup>9)</sup> また、 $F_r$  の影響は  $H_0/L_0$  の小さい波に対してより顕著であることがわかるが、これは、エネルギー輸送速度が  $H_0/L_0$  の減少とともに小さくなって、逆流の場合に  $H_0/L_0$  のより小さい波において顕著な波高の増大が見られるようになったことに加えて、順流の場合には波長の伸長が生じ、それに伴って非線形効果が増大するようになって  $H_0/L_0$  の大きい波では波高の変化が抑えられる結果と考えられる。

## 5. 結 語

以上、Stokes の波速の定義に依存しない著者らの有限振幅波理論を保存式に適用することによって、Stokes の波速の定義に基づく任意性を除去した wave shoaling の計算を行い、傾斜海岸および流れの存在する場での波の変形特性を明らかにしたが、その主要な結論はつぎのように要約される。

- 1) 波高および波長変化のいずれに対しても、新しいクノイド波理論の第2および第3次近似解による相違は小さく、一様な収束性が見られることに加えて、微小振幅波理論による結果への収束が第3次近似解において良好であることがわかった。
- 2)  $h/L_0$  が小さく、また  $H_0/L_0$  が大きくなるに従って、微小振幅波との相違が顕著となり、有限振幅波の変形が特徴づけられることがわかった。
- 3) 波速の定義による波高変化の相違は、近似解の近似次数による相違の程度であるが、近似精度が高くなるに従って問題になってくるようである。
- 4) 流れのある傾斜海岸上での波の変形についても、近似解の収束性が良好であることが認められるとともに、順流の場合に生じる波の変形に及ぼす水深と流れの相反効果のために、波長変化に対しては  $H_0/L_0$  に関係なく極値が生じるが、波高変化に対しては  $H_0/L_0$  が十分に小さくならないと極値が生じないことがわ



かった。一方、逆流の場合にはこうした相反効果は現われず、順流の場合よりも微小振幅波との相違が小さくなることが明らかとなった。

5) 一定水深の場で流速のみを変化させた場合の波の変形については、 $h/L_0$  が小さく、また  $H_0/L_0$  が大きくなるに従って、流れの波に及ぼす影響は非線形性の増大のために小さくなる傾向にあることが明らかとなった。

#### 参 考 文 献

- 1) Le Méhauté, B. and L.M. Webb: Periodic gravity waves over a gentle slope at a third order approximation, Proc. 9th Conf. on Coastal Engg., 1964, pp.23-40.
- 2) Chan, R.K.-C. and R.L. Street: Shoaling of finite amplitude waves on plane beach, Proc. 12th Conf. on Coastal Engg., 1970, pp.345-361.
- 3) Madsen, O.S., C.C. Mei and R.P. Savage: The evolution of time-periodic long waves of finite amplitude, Jour. Fluid Mech., Vol. 44, 1970, pp.195-208.
- 4) 土屋義人・安田孝志：浅海における波の変形—特に soliton の発生について—, 第20回海岸工学講演会論文集, 1973, pp.397-401.
- 5) Svendsen, I.B.: Cnoidal waves over a gently sloping bottom, Series Paper 6, Inst. Hydrodyn. and Hydraulic Engg, Tech. Univ. Denmark, 1974, pp.181.
- 6) Phillips, O.M.: The dynamics of the upper ocean, Cambridge Univ. Press, 1966, pp.261.
- 7) Jonsson, I.G., C. Skougaard and J.D. Wang: Interaction between waves and currents, Proc. 11th Conf. on Coastal Engg., 1970, pp.489-507.
- 8) 黄 煌輝・郭 金棟：流れの中における Stokes 波の shoaling について, 第22回海岸工学講演会論文集, 1975, pp.69-73.
- 9) 山口正隆・土屋義人：有限振幅波理論に基づく波の shoaling について, 第22回海岸工学講演会論文集, 1975, pp.59-73.