

# 混合砂れき床面の粗粒化過程について

中川 博次・辻本 哲郎・原 稔明

## ARMORING OF ALLUVIAL BED COMPOSED OF SEDIMENT MIXTURES

By *Hiroji* NAKAGAWA, *Tetsuro* TSUJIMOTO and *Toshiaki* HARA

### Synopsis

The transport process of sediment mixtures is essentially unequilibrium and consequently are observed typical alluvial phenomena, for example armorings. In such a case, it is not reasonable to apply the bed load transport formulae derived under equilibrium conditions but the description of the phenomena should be based on the characteristics of individual sediment motion. In this paper, unequilibrium processes that appear in alluvial beds composed of sediment mixtures are described reasonably by using the concepts of sediment pick-up rate and step length. And some additional considerations are given on reference to the results of numerical calculations based on the model derived here. Furthermore, an experiment on the armor coat formation was conducted and its results are discussed.

### 1. 序 論

移動床水路ではしばしば流砂の非平衡状態が生じ、むしろ厳密な意味での平衡状態の存在は稀であると言つて良い。河床の不規則性の初生や、混合砂れき床での粗粒化現象 (armorings) もその例である。これらについては、流砂量公式やいわゆる限界掃流力の概念を用いて従来から多くの研究がなされてきたが、非平衡な現象を明確に扱っていないため、そのモデルは大雑把で曖昧なものが殆んどである。とくに混合砂れき床ではその上を流れる流水の水利条件が一定である場合 (Gessler<sup>1)</sup> の定義による parallel degradation に相当し、以後この語をこの意味で用いることにする。) でさえ、流砂量は時間的にも場所的にも変化し、これまでに発表されている混合砂に対する流砂量式もその条件設定が不確実であると言える。すなわち、非平衡状態では流砂量は一義的に決定されず、長時間の実測から得られた流砂量は測定区間、測定時間などに影響されるはずである。

著者らは、個々の掃流砂れきの運動を pick-up rate と step length の2つの構成要素に分け (これらは Einstein<sup>2)</sup> によって始められた掃流現象に対する stochastic model の構成要素でもある)、これらを用いると非平衡な流砂過程をも説明できるものと考え研究を進めており<sup>3)</sup>、ここでは、混合砂れき床の粗粒化現象 (parallel degradation の場合) を対象に議論する。混合砂れきの運動では、現象が必然的に非平衡なものとなるため、このように砂れきの運動を規定する要素にもとづいて検討を行なうのが合理的であると言えらる。

さて、Fig. 1 に示すように、固定床に接続する混合砂れき床では、底面せん断応力がいわゆる限界掃流

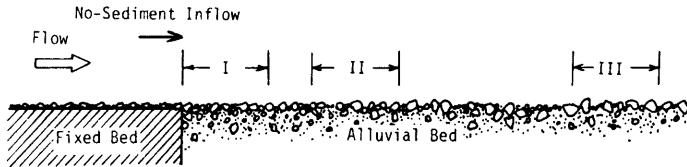


Fig. 1. Definition sketch.

力からあまり大きくない条件のもとでは, parallel degradation が生じ, armor coat が形成される<sup>1)</sup>。  
**Fig. 1** の領域 (I) では粒径による pick-up rate の差によって armor coat が形成されるが, 領域 (II) では, この領域に堆積する上流からの給砂についての考慮も必要であり, さらに固定床から離れた領域 (III) では, 上流側から armor coat が伝播してきて初めて粗粒化が生じる。

本論文では, まず混合砂れき床に生じる非平衡性とそれに伴う armor coat の形成およびその伝播を砂れき移動に対する stochastic model にもとづいて説明し, 次にこれまでに明らかにされている混合砂れきの移動特性を加味した数値計算例を示して検討を行なう。また, **Fig. 1** の領域 (I) を想定した実験を行ない, 今後研究を進めていく上での問題点を指摘する。

## 2. Armor coat の形成とその伝播過程のモデル

混合砂れきの流送においては分級作用が生じ, その結果が流送過程に重大な影響を及ぼす。Gessler<sup>1)</sup> は, とくに armor coat 形成の影響に注目して混合砂れきの限界掃流力にこれを考慮し, これを用いて armor coat の粒度構成を予測する方法を提案した。この手法は河村<sup>4)</sup> によってダム下流部, 中川・鈴木<sup>5)</sup> によって円柱周辺の局所洗掘孔での armor coat の粒度構成の予測に応用された。しかし, armor coat が下流に伝播することを考えても, その形成過程を粒度構成の時間的変化として捉えることが必要であり, このためには限界掃流力概念だけでは不可能で流砂量なり pick-up rate なり時間要素を含んだ量を導入しなければならぬ。こうした試みとして Bayazit<sup>6)</sup> は, 遮蔽係数を修正した Einstein の掃流砂関数<sup>7)</sup> を用いて armor coat 形成のシミュレーションを行なっている。しかし, 対象とされる区間の長さや, 上・下流での armor coat 形成の時間的ずれなどを全く考慮しておらず, 混合砂れき床の粗粒化過程を総合的には記述し得ないという難点がある。すなわち, armor coat の形成・伝播を考える上では, 粒度クラス他に, 時間  $t$ , 距離  $x$  が独立変数となる 3 次元問題として捉えねばならない。ここでは, まず簡単のため距離  $x$  を固定し, しかも固定床からのごく近傍に限って armor coat の形成過程のモデルを組み立て, 次にその伝播過程のモデルに拡張することにする。

### 2.1 混合砂れき床部における armor coat の形成過程

まず, 固定床にすぐ接続する混合砂れき床部を考え, ここから離脱する砂れきはすべてその領域外へ掃流されるものとする。この場合, 現象は pick-up rate だけで表わされ, また独立変数は粒度のクラス番号  $i$  と時間  $t$  だけである。いま着目される混合砂れき床部の面積を  $S$  とし, 混合砂の粒度分布が  $p_i (i=1, 2, \dots, N; N: \text{粒度クラス数})$  であるとする。 $p_i$  は第  $i$  クラスの砂の重量百分率で, 混合砂の各粒径の比重が等しく, また混合砂が均一に分布しているならば表面に占める面積の割合に等しい<sup>8)</sup>。したがって, 表面に露出している第  $i$  クラスの砂粒数  $n_i$  は,

$$n_i = S p_i / A_2 d_i^3 \quad \dots \dots \dots (1)$$

で表わされる。ここに,  $d_i$  は第  $i$  クラスの砂の代表粒径,  $A_2$  は面積に関する形状係数である。したがって,

表面に露出している砂れき個数分布  $\hat{p}_i$  は、

$$\hat{p}_i = n_i / \sum_{j=1}^N n_j \tag{2}$$

で与えられ、逆に、

$$p_i = \hat{p}_i d_i^3 / \sum_{j=1}^N (\hat{p}_j d_j^3) \tag{3}$$

である。このときの床面の平均粒径  $d_m$  は、

$$d_m = \sum_{j=1}^N (d_j \hat{p}_j) \tag{4}$$

によって求められる。

さて、各粒径ごとの砂粒の pick-up rate を  $p_{si}$  とすると、微小時間  $dt$  の間に床面から離脱流失する第  $i$  クラスの砂粒個数は、

$$\Delta M_i = n_i p_{si} dt \tag{5}$$

である。この砂れきの離脱によって新規に露出される面積に占める第  $i$  クラスの砂粒個数  $\Delta R_i$  は次のように計算される。

$$\Delta R_i = p_{i0} \sum_{j=1}^N (\Delta M_j d_j^3) / d_i^3 \tag{6}$$

ここに、 $p_{i0}$  は初期の混合砂の粒度分布を示している。したがって、時刻  $t$  における各量の値に  $(t)$  をつけて表示すると次の関係式が得られる。

$$n_i(t+dt) = n_i(t) - \Delta M_i(t) + \Delta R_i(t) \tag{7}$$

すなわち、式 (5)、(6) を代入して、

$$n_i(t+dt) - n_i(t) = -p_{si}(t)n_i(t)dt + \frac{p_{i0}}{d_i^3} \sum_{j=1}^N \{n_j(t)p_{sj}(t)d_j^3\} dt \tag{8}$$

であり、ここで両辺を  $dt$  で除し、 $dt \rightarrow 0$  とすると次のような  $n_i$  についての微分方程式が得られる。

$$\frac{dn_i(t)}{dt} = -p_{si}(t)n_i(t) + \frac{p_{i0}}{d_i^3} \sum_{j=1}^N \{n_j(t)p_{sj}(t)d_j^3\} \tag{9}$$

さらに整理すると、

$$\dot{n}_i(t) = \sum_{j=1}^N [\{p_{i0}(d_j/d_i)^3 - \delta_{ij}\} p_{sj}(t)n_j(t)] \tag{10}$$

となる。ここに  $\delta_{ij}$  は Kronecker delta で、

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases}$$

である。

ところで、 $p_{si}$  は水理条件および床面の粒度構成の関数であると考えられ、

$$p_{si} = \text{func}(\tau_*, h/d_m, Re_*, \sigma/\rho, d_j/d_m, p_j) \tag{11}$$

$i, j = 1, 2, \dots, N$

と推定される。ここに、 $\tau_*$ ：無次元底面せん断応力、 $h$ ：水深、 $\sigma/\rho$ ：砂の比重、 $Re_*$ ：砂粒 Reynolds 数である。このように  $p_{si}$  も  $n_j$  の関数となり、式 (10) を解析的に解くことは一般には不可能であり数値計算に頼られる。すなわち、式 (11) が評価されるとここに展開したモデルで逐次数値計算が可能である。なお、これらの議論は、床面での砂れきの配列状態が Fig. 2 に示されるような理想的なものに対してであり、通水によって床面の粒度配置が変化することによって式 (2)、(3) などによる個数分布、粒度分布の関係づけが出来なくなることも予想され、粗度の床面での配列状態を個々の砂粒の突出高、

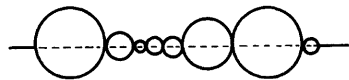


Fig. 2. Bed surface condition.

その隣接粒子間の相関などで評価・検討することが必要と思われる。

2.2 混合砂れき床水路における armor coat の伝播過程

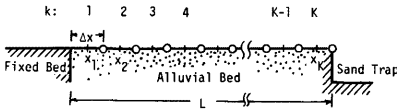


Fig. 3. Definition sketch.

工学的にも重要な課題であろう。そのため、ここでは parallel degradation の場合について前節のモデルを拡張して armor coat の伝播特性を論じる。

Fig. 3 に示すように混合砂れき床部を K 個の長さ Δx の区間に分割し、距離変数を離散量として扱う。この場合第 k 区間は (k-1)Δx ≤ x < kΔx を表わし、その代表値を x\_k と表わすことにする。これはモデル作成の際、説明に都合が良いだけでなく、後に行なわれる数値計算の場合に役立たせるためである。なお、長さ方向の刻み幅 Δx は、最小粒径の平均 step length よりは充分短かく、河床材料の最大粒径よりは充分長くすることが必要である。また、x=KΔx の箇所には採砂箱が設置されここで流量が測定されるものと想定する。

さて、時刻 t における第 k 区間で第 i クラスの粒度の砂の水路単位幅当りの表面露出個数を n<sub>ik</sub>(t) とすると、このときこの区間での混合砂れき床面での個数分布は、

$$\hat{p}_{ik}(t) = n_{ik}(t) / \sum_{j=1}^N n_{jk}(t) \tag{12}$$

であり、粒度分布、平均粒径はそれぞれ次の式によって与えられる。

$$p_{ik}(t) = \hat{p}_{ik}(t) d_i^2 / \sum_{j=1}^N \{\hat{p}_{jk}(t) d_j^2\} \tag{13}$$

$$d_{mk}(t) = \sum_{j=1}^N d_j p_{jk}(t) \tag{14}$$

このように、露出個数や粒度分布などは N 行 K 列行列として与えられ、平均粒径は K 列ベクトルで表わされる。前節で扱ったのはここにおいて K=1 とおいたものに相当する。

ところで、時刻 t から微小時間 Δt の間に第 k 区間 (1 ≤ k ≤ K) から離脱する第 i クラス (1 ≤ i ≤ N) の砂粒の個数を ΔM<sub>ik</sub>(t) とすると、

$$\Delta M_{ik}(t) = n_{ik}(t) p_{is}(t) \Delta t \tag{15}$$

であり、一方この区間に落下する第 i クラスの砂粒個数 ΔQ<sub>ik</sub>(t) は次のように表わされる。

$$\Delta Q_{ik}(t) = \sum_{l=1}^{k-1} \{\Delta M_{il}(t) \mu_{i, k-l}\} \tag{16}$$

ここで μ<sub>i, k-l</sub> は第 i クラスの砂粒の step length を X<sub>i</sub> とするとき、

$$\mu_{i, k-l} = \text{probability}[(k-l)\Delta x \leq X_i < (k-l+1)\Delta x] \tag{17}$$

であり、第 i クラスの砂粒の step length の確率密度関数を f<sub>X<sub>i</sub></sub>(x) とすると、

$$\mu_{i, k-l} = \int_{(k-l)\Delta x}^{(k-l+1)\Delta x} f_{X_i}(x) dx \tag{18}$$

である。なお、式 (16) の導出においては、rest period に比べ 1 step の運動時間が非常に短かいことに注目し、これを無視し得るものとしている。このような Δt 時間内の砂粒の離脱、落下の繰り返しの結果、第 k 区間で新規に露出する面積は、

$$\sum_{j=1}^N \{\Delta M_{jk}(t) - \Delta Q_{jk}(t)\} A_2 d_j^2$$

であり、この部分が初期粒度構成の混合砂で占められていることを考慮すると、時刻 t+Δt における第 k 区

間での第  $i$  クラスの砂粒の表面露出個数は、

$$n_{ik}(t+\Delta t) = n_{ik}(t) - \Delta M_{ik}(t) + \Delta Q_{ik}(t) + \frac{\dot{p}_{i0}}{d_i^2} \sum_{j=1}^N [\{ \Delta M_{jk}(t) - \Delta Q_{jk}(t) \} d_j^2] \quad \dots\dots\dots (19)$$

で与えられる。すなわち、時刻  $t$  から  $t+\Delta t$  の間における第  $k$  区間での第  $i$  クラスの砂粒の表面個数の変化  $\Delta n_{ik}(t)$  は次のように記される。

$$\Delta n_{ik}(t) = \frac{\dot{p}_{i0}}{d_i^2} \sum_{j=1}^N [\{ \Delta M_{jk}(t) - \Delta Q_{jk}(t) \} d_j^2] - \{ \Delta M_{ik}(t) - \Delta Q_{ik}(t) \} \quad \dots\dots\dots (20)$$

上式の両辺を  $\Delta t$  で除しさらに  $\Delta t \rightarrow 0$  とし、式 (15) および (16) を代入すると、結局次式が得られる。

$$\dot{n}_{ik}(t) = \sum_{j=1}^N \left[ \left( \frac{\dot{p}_{i0}}{d_i^2} d_j^2 - \delta_{ij} \right) \left( \sum_{l=1}^{k-1} \{ n_{jl}(t) p_{s_{jl}}(t) \mu_{j,k-l} \} - n_{jk}(t) p_{s_{jk}}(t) \right) \right] \quad \dots\dots\dots (21)$$

さらに、

$$\mu_{i,k-l} = \begin{cases} \mu_{i,k-l} & (l < k) \\ -1 & (l = k) \\ 0 & (k < l \leq K) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (22)$$

を定義すると、

$$\dot{n}_{ik}(t) = \sum_{j=1}^N \left[ \left( \frac{\dot{p}_{i0}}{d_i^2} d_j^2 - \delta_{ij} \right) \sum_{l=1}^K \{ \mu_{j,k-l} p_{s_{jl}}(t) n_{jl}(t) \} \right] \quad \dots\dots\dots (23)$$

と整理される。

式 (23) にもとづいて、混合砂れき床の粒度構成の水路方向の変化および時間の変化が数値的に逐次計算されるが、ここでも  $p_{sik}$ 、 $\mu_{i,k-l}$  など砂れきの移動特性量が評価される必要がある。ただし、本章では議論を、ここに展開しているようなモデルでの混合砂れきの流送過程に必然的な非平衡性の検討に限定し、個々の混合砂れきの詳細な移動機構の解明は今後の課題としたい。そこで、次に第  $K$  区間のすぐ下流に想定設置された採取箱 (Fig. 3 参照) に収集される流砂量を検討する。

時刻  $t$  から微小時間  $\Delta t$  の間に採取箱に堆積する第  $i$  クラスの砂粒個数のうち、第  $k$  区間からのものは、1 step の運動時間が無視されるとして、

$$\Delta M_{ik}(t) = \sum_{s=K-k}^{\infty} \mu_{i,s}$$

で与えられるから、この間に採取箱に収集される第  $i$  クラスの総砂粒数  $\Delta Q_{iT}(t)$  は式 (15) を用いて、

$$\Delta Q_{iT}(t) = \sum_{k=1}^K \{ n_{ik}(t) p_{sik}(t) \cdot \sum_{s=K-k}^{\infty} \mu_{i,s} \} \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots (24)$$

となる。これを流砂量 (単位時間当りの実質体積) として表示すると、

$$q_{Bi}(t) = \sum_{k=1}^K \{ n_{ik}(t) p_{sik}(t) \sum_{s=K-k}^{\infty} \mu_{i,s} \} A_3 d_i^3 \quad \dots\dots\dots (25)$$

で与えられる。これは、混合砂れきに対する粒径別非平衡流砂量式で一般に時間  $t$  および流砂量測定区間 ( $K\Delta x$ ) の関数となる。このように、混合砂の流送過程は必然的に非平衡なもので、その流送機構の解明にはこのことを充分考慮しなければならない。

なお、混合砂れき床部が十分に長く、通水後それ程時間を経過しない間は、下流区間では粒度構成が変化せず (平衡状態)、この区間の下流端流砂量を粒径別に表示すると、次式が得られる (無次元表示)。

$$\frac{q_{Bi}}{p_{i0} \sqrt{(\sigma/\rho-1) g d_i^3}} = K_0 p_{s_{*i}} \lambda_i \quad \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 $K_0$  は実験定数、 $\lambda_i d_i$  は第  $i$  クラスの砂粒の平均 step length、また

$$p_{s_{*i}} = p_{s_{*i}} \sqrt{d_i / (\sigma/\rho-1) g} \quad \dots\dots\dots (27)$$

である。式 (26) の表示は従来の混合砂の流砂量式に比較的良く似たものである。

3. 混合砂れきの流送特性と armor coat の形成・伝播

第2章においては、個々の混合砂れきの運動特性量を基本量として、その流送過程に含まれる非平衡性に留意しながら、armor coat の形成および伝播過程、さらに流砂量特性について論じた。しかし、混合砂れきの運動特性量としての粒径別 sediment pick-up rate および平均 step length とその分布などについてはまだ十分な情報が得られていない。これら混合砂れきの運動機構の詳細については今後の研究に委ねるとして、ここでは簡単な考察で水理量および粒度構成とこれらの運動特性量との間の基本的な関係を知り、前章のモデルにもとづいた数値計算を実行し、armor coat の形成・伝播過程および非平衡流砂量特性の検討

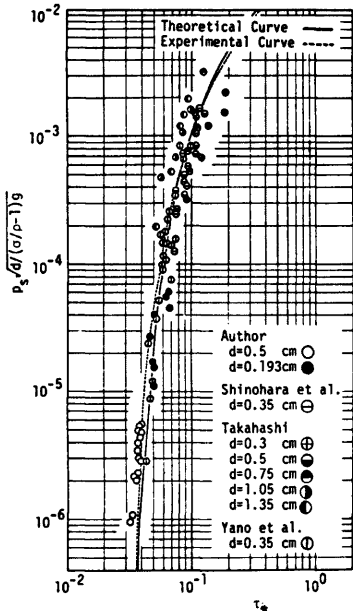


Fig. 4. Sediment pick-up rate for uniform sand.

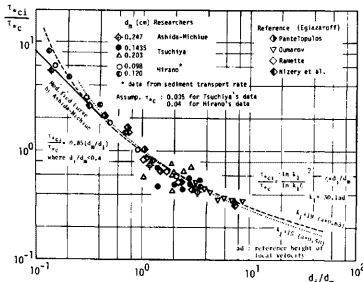


Fig. 5. Critical shear stress of sand mixtures.

をさらに進めることにする。

3.1 混合砂れきの移動特性

著者らはすでに均一砂の場合の pick-up rate の推定式を、その離脱過程の運動方程式をもとに流体力の変動を考慮して導いた<sup>3)</sup>。この式は、誤差関数を含むなど実用面において不便なので、次式で近似する。

$$p_s \sqrt{d/(\sigma/\rho-1)g} = \begin{cases} F_0 \tau_* \{1 - (\tau_{*c}/\tau_*)\}^3 & (\tau_* > \tau_{*c}) \\ 0 & (\tau_* \leq \tau_{*c}) \end{cases} \quad (28)$$

ここにおいて、 $\tau_{*c}$  は移動限界での底面せん断応力で、ある程度の量の初期移動がみられる状態で定義されるいわゆる「限界掃流力」よりも厳しい限界で、約0.035である。また、 $F_0$  は定数で約0.03にとると、式(28)は Fig. 4 に示されるように、理論曲線、実験値とも良く合致している。

さて、混合砂れきの場合を考えると、均一砂と最も大きく異なるのは限界掃流力で、これを適確に評価することができれば、粒径別の pick-up rate は次式で与えられることが予想される。

$$p_{si} \sqrt{d_i/(\sigma/\rho-1)g} = \begin{cases} F_0 \tau_{*i} \{1 - (\tau_{*ci}/\tau_{*i})\}^3 & (\tau_{*i} > \tau_{*ci}) \\ 0 & (\tau_{*i} \leq \tau_{*ci}) \end{cases} \quad (29)$$

ここに、

$$\tau_{*i} = u_{*c}^2 / \{(\sigma/\rho-1)gd_i\} \quad (30)$$

であり、 $\tau_{*ci}$  は粒径別限界掃流力である。ところで、均一砂では、

$$\tau_{*c} \propto 1/A_*^2 \quad (31)$$

で、ここに、 $A_*$  は河床砂れきに作用する流体力に関する代表流速と摩擦速度の比である。したがって、混合砂れき床での表面砂粒の配列が先の Fig. 2 のような理想的状態にあれば、次のような簡単な考察が許されるだろう。すなわち、

$$\tau_{*ci}/\tau_{*c0} = (A_{*0}/A_{*i})^2 \quad (32)$$

ここで、添字0は均一砂に対する値であることを示す。代表流速の作用高さを  $y=ad_i$  とし、流速分布の対数則が成立するものとする、

$$\tau_{*ci} = \tau_{*c0} \{ \ln(30.1a) / \ln(30.1a\zeta_i) \}^2 \quad \dots\dots\dots(33)$$

となる。ここに、

$$\zeta_i = d_i / d_m \quad \dots\dots\dots(34)$$

であり、また対数則における等価砂粗度が  $d_m$  で代用されるものとした。Egiazaroff<sup>9)</sup>は、いわゆる限界掃流力に対してこうした考察を行ない、 $a$  の値として0.63が適当であるとしている。また芦田・道上<sup>10)</sup>は、 $\zeta_i \leq (1/30.1a)$  の場合は式(33)が無意味となることから修正を行なっている (Fig. 5 参照)。しかし、修正の物理的意味も不明確であり、検証資料も乏しく、また  $\zeta_i > 0.2$  ではそれ程差異がなく、今のところ式(33)によって粒径別限界掃流力を推定することにする。Fig. 5 には、従来の実験結果<sup>9), 10), 11)</sup> から得られる  $\tau_{*ci} / \tau_{*c0}$  と  $\zeta_i$  の関係を示してあり、これより Egiazaroff の方法の適用性がほぼ認められる。Fig. 6 にはこうして得られた粒径別限界掃流力を式(29)を使って推定した粒径別 pick-up rate を従来の実験値 (土屋<sup>8)</sup>、芦田・道上<sup>10)</sup> の実験結果を整理したもの) と比較したもので、 $\zeta_i$  が1からかなり離れたものではばらつきが大きいものの、式(29)で  $p_{si}$  の値が概ね推定できるものと考えられる。

次に混合砂れきの流送過程については、これまで殆んど明らかにされておらず、今後トレーサー実験などを通して step length とその分布について充分な検討を行なう必要がある。ただし、step length  $X_i$  は、砂粒の慣性や砂面との摩擦過程に強く関係しているので、parallel degradation の場合など底面せん断応力がそれ程大きくない場合には、均一砂と同様にその平均値および確率密度関数をそれぞれ、

$$\bar{X}_i = \lambda_i d_i = 100 d_i \quad \dots\dots\dots(35)$$

$$f_{X_i}(x) = (1/\bar{X}_i) \exp(-x/\bar{X}_i) \quad \dots\dots\dots(36)$$

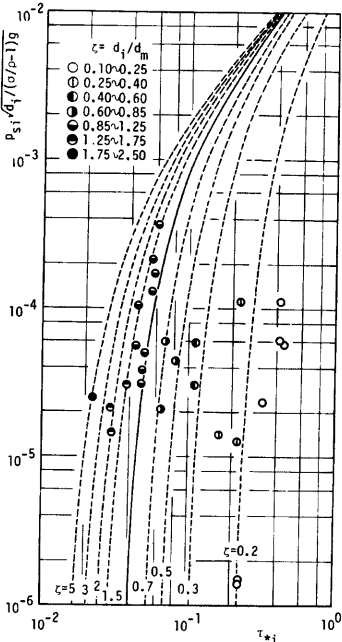


Fig. 6. Sediment pick-up rates for non-uniform bed materials.

と仮定しても大きな誤りではないであろう。いずれにしても、混合砂れきの詳しい運動特性は早急に明らかにされるべき研究課題である。

3.2 数値計算による armor coat の形成と伝播の過程

ここではまず、2.1 で導かれたモデルに粒径別の pick-up rate の推定式 (式(28) および (33)) を組み合わせて armor coat の形成過程についての数値計算例を示す。計算に用いられた混合砂は粒径が 0.18, 0.36, 0.64cm の 3 種類の粒度クラス (小粒径のものから  $i=1, 2, 3$ ) の砂からなっており、Table 1 に示す 4 種の混合砂を想定した。また計算にあたっては、砂の比重を 2.65、水流の摩擦速度を 6.0cm/sec とした。Fig. 7 は計算によって得られた粒度分布の時間的な変化で、混合砂れき床部表面の粗粒化過程が良く示されている。なお、Fig. 8 は各粒径の表面露出個数の時間的な変化を示したものである。これによると、中間の粒径は、とくに A, C 砂では初期には増加し、後半では減少することが示されている。すなわち、Fig. 7 を見てもわかるように、小粒径間での粗粒化が先に進行し、徐々に大粒径間の粗粒化に移行していくものと考えられる。このような複雑な挙動のため、連続した粒度をもつ計算を行なう必要がある。Fig. 9 は、Table 1 の C 砂に相当するものを 9 つの粒度クラスに分けて (Table 2 参照) 同様の計算を行ない、その粒度分布の時間的な変化を示したものである。これによると、Fig. 7 に示される C 砂よりも若干緩慢な現象となり、こうした

Table 1. Compositions of sediment mixtures.

Sand	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$\hat{p}_1$	$\hat{p}_2$	$\hat{p}_3$	$d_m$ (cm)
A	0.333	0.333	0.333	0.754	0.188	0.058	0.34
B	0.450	0.100	0.450	0.882	0.049	0.069	0.34
C	0.200	0.600	0.200	0.547	0.410	0.043	0.34
D	0.100	0.200	0.700	0.489	0.244	0.267	0.58

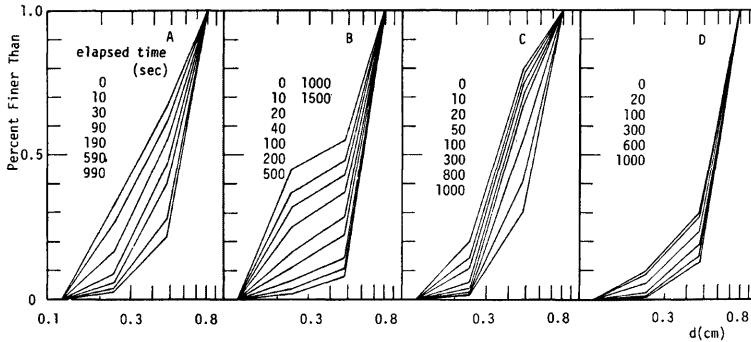


Fig. 7. Timely variations of grain size distributions obtained by numerical calculation.

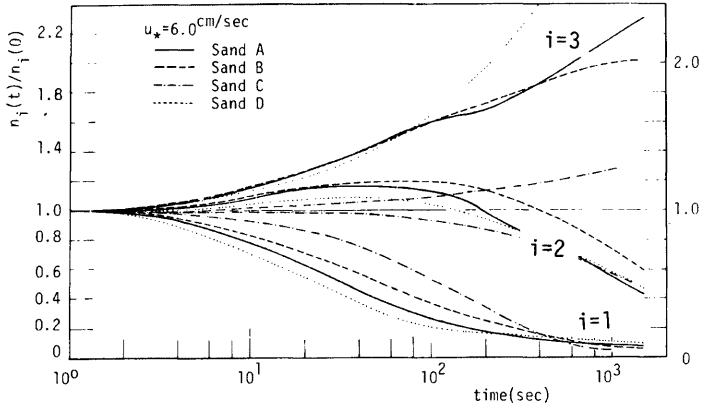


Fig. 8. Timely variations of the numbers of the sand grains exposed to the flow obtained by numerical calculations.



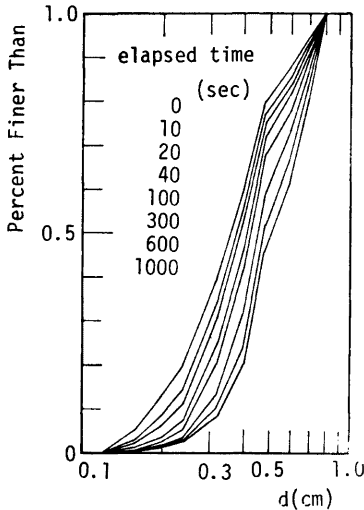


Fig. 9. Timely variation of grain size distribution.

Table 2. 9 classes model for sand C.

$i$	$d$ (cm)	$d_i$ (cm)	$p_i$
1	0.18-0.16	0.14	0.06
2	0.16-0.20	0.18	0.07
3	0.20-0.24	0.22	0.07
4	0.24-0.32	0.28	0.20
5	0.30-0.40	0.36	0.20
6	0.40-0.48	0.44	0.20
7	0.48-0.59	0.53	0.07
8	0.59-0.70	0.65	0.07
9	0.70-0.80	0.75	0.06

数値計算を実際現象に適用するには適当なクラス分けが望まれる。なお、Fig. 10 は混合砂れき床部分から単位時間当りに流出する砂れきの体積の時間的変化を示したもので、その急激な減少が認められる。

次に、2.2 で導かれたモデルにもとづき、同じ河床条件(ただし C 砂についての結果を示す)、水力条件を想定して armor coat の伝播過程に対して計算を行なった。計算にあたっては、各粒度クラスの砂粒の step length を各粒径の 100 倍とし、また水路方向の刻み幅 ( $\Delta x$ ) は 20cm とし、2.0m の混合砂れきからなる移動床の下流端で流砂量が測定されるものと想定している。Fig. 11 は計算によって得られた粒度分布の水路方向の変化およびその時間的変化を示したもので、armor coat の形成が下流方向へ伝播していく過程が示されている。また Fig. 12 には各区間の平均粒径の時間的変化が示され、下流側の区間では粗粒化が顕著になってくる迄にかなりの時間を要することがわかる。

さらに、Fig. 13 は混合砂れき床の上流端から 2.0 m の位置での粒径別流砂量および総流砂量の時間的変化を示したものである。このように、混合砂れき床では粒度構成、流砂量とも時間的にも場所的にも変化し、非平衡性を充分考慮して現象を取り扱う必要があることがよくわかる。今後、さらに多くの水力条件に対しても計算を行ない、混合砂れきの流送過程における非平衡性をより明確にしていく予定である。

#### 4. Armor coat の形成過程に関する実験

##### 4.1 実験装置と実験方法

混合砂れきの流送と粗粒化過程を明らかにするため、今回はまず一部移動床を有する管水路にて基礎的な実験を行なった。水路は Fig. 14 に示すような長さ 5m、一辺 10cm の正方形断面のアクリル樹脂製管路

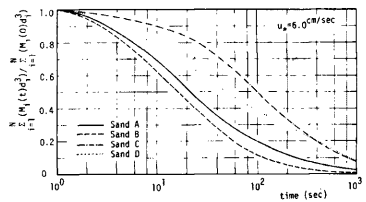


Fig. 10. Timely variations of the volumes of sand grains dislodged per unit time.

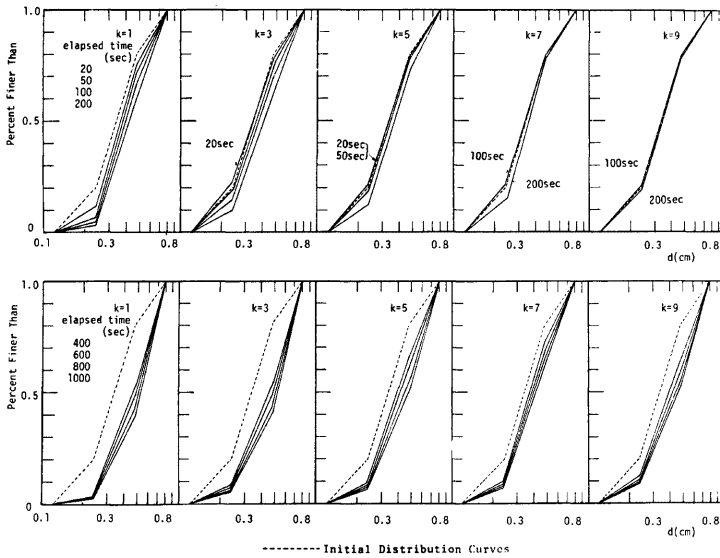


Fig. 11. Formation and propagation of armor coat obtained by numerical calculation.

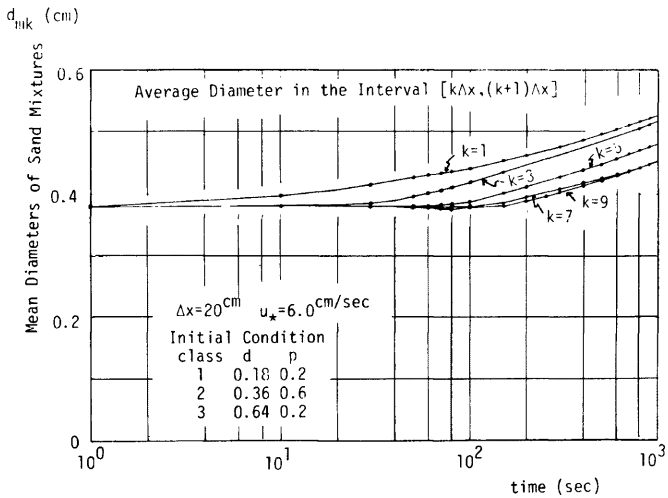


Fig. 12. Timely variation of mean diameters in the intervals  $[k\Delta x, (k+1)\Delta x]$  ( $k=1, 3, 5, 7, 9$ ) in the alluvial bed.

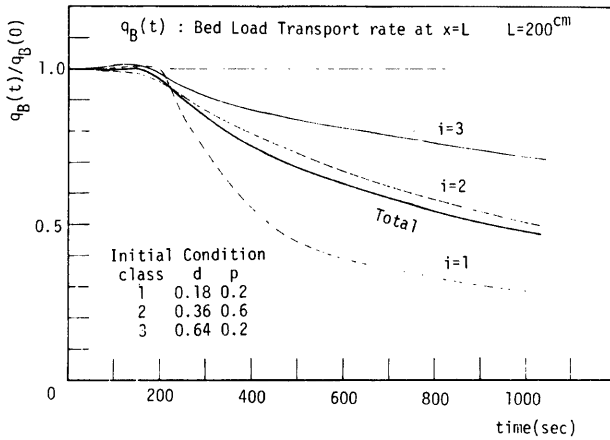


Fig. 13. Timely variation of bed load transport rate at the end of hypothetical bed.

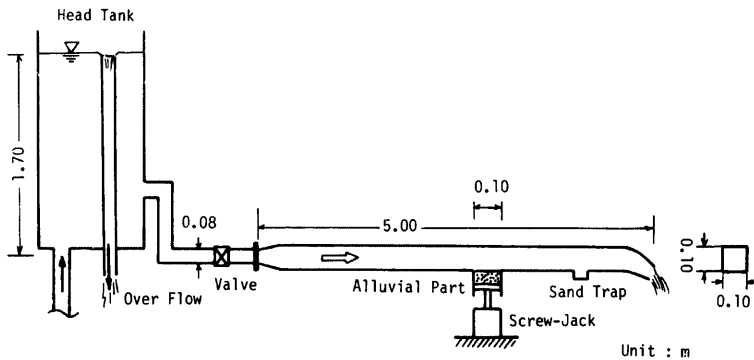


Fig. 14. Experimental flume.

で、水平に設置され、下流端は断面を絞って管路流れが出現するようになっている。また流量は上流部バルブで調節することが可能で、水路中央部下流側寄りに  $10\text{cm} \times 10\text{cm}$  の移動床部が設けられている。この部分は金属板で被覆することができ、さらにジャッキで移動床面と水路底とを同一面にすることができる。水路底は、使用される混合砂れきを用いて固定床粗面に仕上げられている。また、管壁には両側各6個の圧力タップが  $50\text{cm}$  間隔で設けられ、エネルギー勾配から摩擦速度が求められた。この場合、管路断面において底面のみが粗面では他はアクリル樹脂面であり、エネルギー勾配から求められる全摩擦抵抗から径深分割の方法<sup>12)</sup>で水路底粗面の底面せん断応力を算定した。すなわち、粗面に対して分割される径深を  $R$ 、アクリ

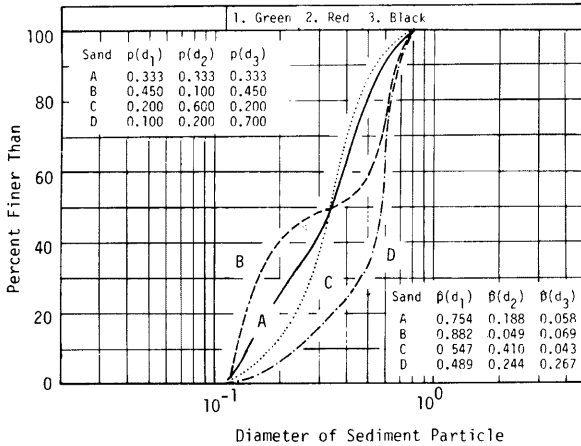


Fig. 15. Grain size distribution.

Table 3. Extent of experiments.

Run	$U$ (cm/sec)	$U_*$ (cm/sec)	$I$	$d_{50}$ (cm)
A-1	79.00	7.36	0.0136	0.34
A-2	66.34	6.43	0.0100	0.34
A-3	59.27	6.01	0.0084	0.34
A-4	49.47	5.43	0.0064	0.34
B-1	78.83	7.37	0.0136	0.34
B-2	66.34	6.66	0.0100	0.34
B-3	60.27	5.93	0.0084	0.34
B-4	52.41	5.48	0.0068	0.34
C-1	78.50	7.19	0.0132	0.34
C-2	66.34	6.66	0.0104	0.34
C-3	59.27	6.01	0.0084	0.34
C-4	49.10	5.45	0.0064	0.34
D-1	78.50	7.00	0.0128	0.58
D-2	66.06	6.45	0.0100	0.58
D-3	59.27	6.01	0.0084	0.58
D-4	49.47	5.43	0.0064	0.58

ル樹脂面のそれを  $R_W$  とすると,

$$R_W P_W + R P_B = A \quad \dots\dots\dots(37)$$

$$U = \frac{1}{n_w} R_W^{2/3} I^{1/2} \quad \text{[m-sec 単位]} \quad \dots\dots\dots(38)$$

が成立するとして計算された。ここに、 $P_W$ ,  $P_B$  はそれぞれアクリル樹脂面および粗面の潤辺であり、 $A$  :

管路断面積,  $U$ : 平均流速,  $I$ : エネルギー勾配,  $n_w$ : アクリル樹脂面に対する Manning の粗度係数 ( $n_w \div 0.01$ ) である。

実験に用いられた混合砂はその粒径加積曲線が Fig. 15 に示される 4 種類で, これらは前章の数値計算で想定されたものに類似させてある。水路の移動床部には, 3つの粒度クラス別に着色されたものを用い (Fig. 15 参照), 測定の便宜を図った。

実験は Table 3 に示される条件で行なわれ, 移動床部からの流出砂れき数を粒度クラス別に数え, また移動床部表面を 35mm カメラで適当な時間間隔で撮影し, 表面での各粒度クラスの砂れき個数の時間的変化を調べた。

#### 4.2 実験結果とその考察

実験によって得られた移動床表面の各粒度クラスの個数の時間的変化を初期の値で規準化して示したものが, Fig. 16 である。図によると, 混合砂れき床面での粗粒化が良く認められる。ただし, 実験の Run 3 は前章の数値計算例とほぼ同一条件であるにもかかわらず, それに比べるとある限度まで粗粒化が緩慢になっているようである。これは次のような実験操作上の問題点によるものと考えられる。一つは, 初期の表面粒度構成が移動床部作成時にすでに機械的分級作用 (とくに小さい粒径のものが底の方に沈み込む percolation と呼ばれる現

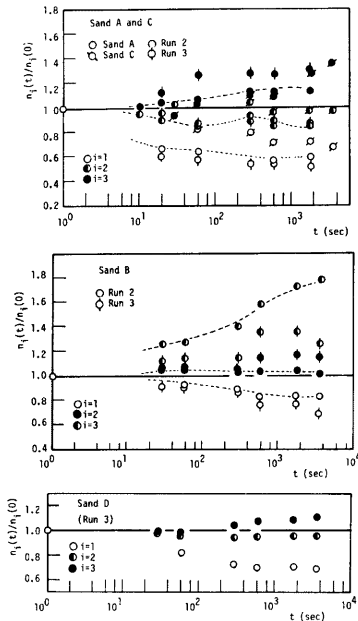


Fig. 16. Timely variations of the numbers of the sand grains exposed to the flow measured by experiments.

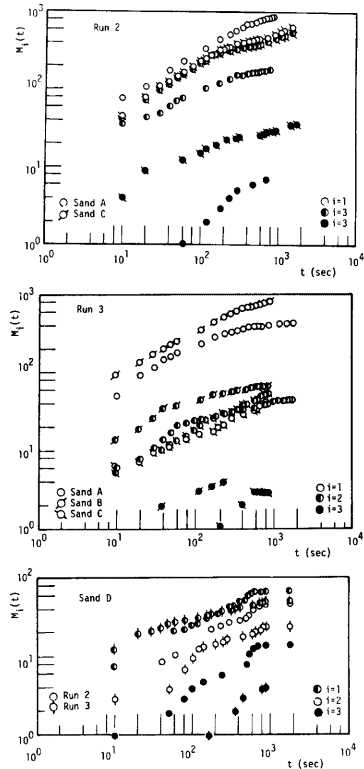


Fig. 17. Accumulated number of the grains dislodged from the alluvial part.

象)のため、期待したものになり難い点であり、もう一つは写真による表面露出個数の読み取りの難しさである。これは主に表面での砂れきの配列が3次的に複雑で、表面露出砂れきの定義が曖昧であることによる。また多くの砂粒が離脱することによって床面状態が変化し、とくに今回のように一部分だけが移動床の場合には、床面の不連続性のため水理条件も変化するなどそれ以上の砂粒の離脱が難しい状況になることも考えられる。

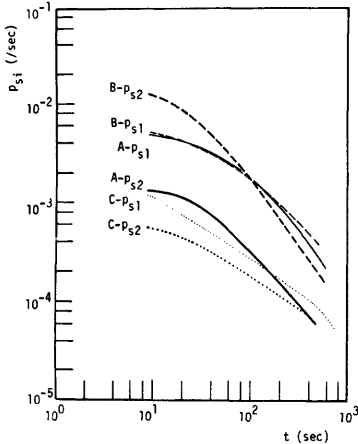


Fig. 18. Timely variation of sediment pick-up rate.

さらには、各粒径の床面での配列状態が前章で仮定されたように理想的なものでないため数値計算における粒径別限界掃流力の評価が適当でないなど、モデル上の問題点もあろう。

次に、Fig. 17には移動床部から流出する砂れきの累積個数の時間的変化を粒度クラス別に示した。図によると、初期において両対数紙上で傾き1の直線が、時間の経過とともにその傾きが鈍くなっていく。これは前章でも示したように移動床部の粒度構成の変化に伴って床面からの離脱砂れき個数が減少していくことを示している。これを、単位時間当りの粒径別離脱確率密度、すなわち pick-up rate として示したものが Fig. 18 である。

さて、初期の各粒径の pick-up rate の実験値を前章で述べた方法で推定される値と比較したものが Fig. 19 であり、この図を見ると、小粒径の pick-up rate の実験値は推定値よりかなり小さくなっており、今後こうした混合砂の初期移動について、さらに実験を行なって検討する必要がある。とくに、測定方法の改良が望まれる。なお、Fig. 20は、各粒度クラスの砂の pick-up rate に及ぼすそれより大きい粒径の砂の占める割合の影響を調べたものである。これによると、大粒径の砂の割合がそれ程大きくないときには、その増加とともに初期移動率は減少する。これは、大粒径の砂れきが適当な間隔で存在すると、底面近傍の流れが攪乱されて細砂の初期移動が促進されるのに対し、あまり大粒径のものが多くなるとその遮蔽効果のため細砂の離脱が抑制されるためと考えられる。これらは重要でありかつ興味深い問題で今後詳しく検討されるべきである。

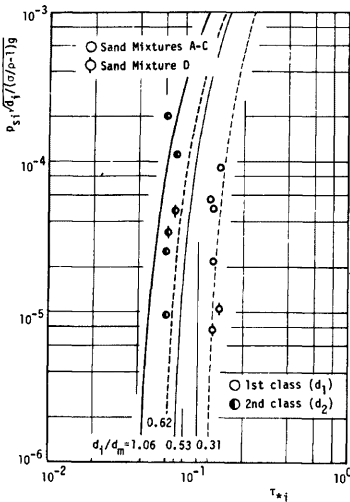


Fig. 19. Initial sediment pick-up rates of sediment mixtures.

一方、ある粒度クラスの砂の初期移動率に及ぼす、その粒度クラスの占有面積のそれ以下の粒度の砂の占める面積に対する比の影響を調べると、Fig. 21に示されるようにその比が大きくなるにつれて初期移動が抑制されることがわかる。これは、その粒径の砂の細砂中での spacing が大きくなると、せん断応力を受けつ砂粒 (White<sup>13)</sup>らの「突起砂粒」の考え方に相当する)の単位面積当りの個数が減り、一つの砂粒の受ける流体力が増して初期移動率が大きくなることによると考えられる。

いずれにせよ、これらは個々の砂れきに作用する流体力の評価、混合砂れきの初期移動機構の問題として、さらに集中

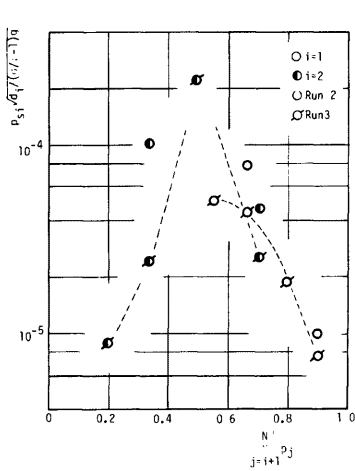


Fig. 20. The relationship between  $p_{s,i}$   $\sqrt{d_i / (\sigma / \rho - 1) g}$  and  $\sum_{j=i+1}^N p_j$ .

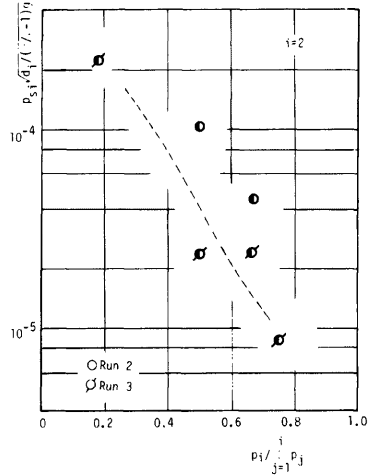


Fig. 21. The relationship between  $p_{s,i}$   $\sqrt{d_i / (\sigma / \rho - 1) g}$  and  $p_i / \sum_{j=1}^i p_j$ .

的な研究が望まれる。

### 5. 結 論

混合砂れきの流送過程は本質的に非平衡なもので、本論文ではとくに parallel degradation の場合について個々の砂粒の移動特性にたかちかえって、その流送と粗粒化の形成・伝播過程について考察した。すなわち、混合砂れきの粒径別の pick-up rate, step length を考え、数値計算例を挙げて非平衡性の出現と粗粒化の進行を説明し得ることを示した。また、一部を移動床とした水路で armor coat の形成過程に関する実験を行ない、その結果に対し考察を加えた。今後、これらを踏まえて混合砂れきの移動機構についてさらに詳しく検討し、その流送過程とそれに伴う分級過程の機構解明を試みる予定である。

なお、本論文は、理論の実験的検証が充分でなく、また pick-up rate, step length の推定など大雑把すぎる面もあり現象の説明・予測という点では不完全ではあるが、著者の意図とする混合砂の流送過程における非平衡性という現象の本質を理解する上では何ら不足はないものとする。

最後に、数値計算にあたっては京都大学大型計算機センターを利用したことを付記する。

### 参 考 文 献

- 1) Gessler, J.: Self-Stabilizing Tendencies of Alluvial Channels, Proc. ASCE, Journal of the Waterways and Harbors Division, WW2, 1970, pp. 235-248.
- 2) Einstein, H.A.: Der Geschiebetrieb als Wahrscheinlichkeitsproblem, Mitteilung der Versuchsanstalt für Wasserbau, an der Eidgenössische Technische Hochschule in Zürich, Verlag Rascher & Co., 1937.

- 3) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第244号，1975，pp. 71-80.
- 4) 河村三郎：Armor Coat の生成に関する研究，第15回水理講演会講演集，1971，pp. 37-42.
- 5) 中川博次・鈴木幸一：局所洗掘に及ぼす混合砂礫の効果について，京都大学防災研究所年報第18号 B，1975，pp. 689-700.
- 6) Bayazit, M.: Simulation of Armor Coat Formation and Destruction, Proc. the XVith Congress of IAHR, Vol. II, B, São paulo, Barsil, 1975, pp. 73-80.
- 7) Einstein, H.A.: The Bed Load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flows, Technical Bulletin No. 1026, U.S. Department of Agriculture, Soil Conservation Service, 1950, pp. 1-78.
- 8) 土屋義人：混合砂礫の限界掃流力に関する研究，京都大学防災研究所年報第6号，1963，pp. 228-253.
- 9) Egiazaroff, I.V.: Calculation of Nonuniform Sediment Concentration, Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, HY4, 1965, pp. 225-246.
- 10) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，1972，pp. 59-69.
- 11) 平野宗夫：Armoring をともなう河床低下について，土木学会論文報告集，第195号，1971，pp. 55-65.
- 12) Einstein, H.A.: Formulas for the Transportation of Bed Load, Trans. ASCE, Paper No. 2140, 1942, pp. 561-597.
- 13) White, C.M.: The Equilibrium of Grains on the bed of a Stream, Proc. Royal Society of London, Vol. 174A, 1940, pp. 322-334.