

成層密度流の流速分布則に関する研究

芦田 和 男・江 頭 進 治

VELOCITY PROFILE OF A STABLY STRATIFIED DENSITY CURRENTS

By *Kazuo* ASHIDA and *Shinji* EGASHIRA

Synopsis

It is one of the main problems to predict the velocity distribution in order to analyze the transport phenomena in a density stratified reservoir. The velocity profiles are discussed based on the mixing length theory.

In a case of the upper layer flow, we often call it a surface layer flow as the same mean, the theory of the velocity profile is developed, assuming the mixing length,

$$l=l_0+\kappa y$$

where l_0 is the mixing length at interface of thermocline.

The nondimensional mixing length defined as $\beta=l_0/d$, where d is the thickness of the main flow, is determined as a function of velocity coefficient, U/u_* .

Following the upper layer flow, the equation concerning the velocity profile of a middle layer flow is presented. The theory comprizes the method to predict the maximum velocity and the depth where the maximum velocity occurs. The depth is evaluated from the density differences between the main flow region and the other ones.

These theories discussed in this paper show a good agreement with the experimental results.

1. 結 言

ダム貯水池による濁水長期化現象が我が国において大きな社会的関心事になって約10年が経過し、この間、濁水現象に対して、

- 1) 数値シミュレーション
- 2) 現地における観測・調査研究
- 3) 実験的・理論的研究

の三つの方向から活発な研究が行われてきた。その結果、ある出水に対して、流出濁度が貯水池によってどの程度変形され、どの程度濁水が長期化するか、といった大局的な予測は可能となった。しかし、それぞれの研究手法で得られた成果は十分でなく、また、これらの成果が互いに十分統合されているとは言えず、池内の濁度分布や流出濁度を的確に予測できるに到っていない。したがって、今後、実験的・理論的研究ならびに観測調査研究をさらに進展させ、数値シミュレーション手法への導入を計る必要がある。

こういった観点から著者^{1),2),3)}らは、成層期の貯水池を対象として、流速・水温・濁度分布および拡散係数などについて実験的・理論的考察を進めるとともに、これらの成果を導入して貯水池濁度に関する簡単なシミュレーション手法の開発を試み、実際の貯水池を対象として数値シミュレーションを行ってきた。その結果、貯水池濁度分布や流出濁度を的確に把握するには、拡散係数・流速分布の推定がいかに重要か明らかになった。

本論においては、これらの雑多な課題のうち、成層密度乱流場における流速分布則に重点を置いて述べる。その前に、成層密度場の流速分布に関する代表的な研究について若干検討しておく。

層流状態の流れを対象にした代表的なものに、Koh⁽¹⁾ (1966) および Pao・Kao⁽²⁾ (1974) の優れた研究がある。これらはいずれも密度保存則とナビエ・ストークスの運動方程式を基礎式として、主に摂動法による線形化近似を行って議論したものである。半無限場の流れを対象として、しかも第 1 近似として密度の直線分布を仮定しているため、流速分布は上・下対象形のもが得られている。なお、Koh が導いた解は、ほぼガウス分布で近似される。また、定常状態の近似式として、Pao らは、次式のような分布形を提案した。

$$u(\eta)/u_m = 1/2(1 + \cos \pi\eta)$$

ここに、 u_m : 最大流速、 $\eta: z/\delta$ 、 δ : 取水層半厚。

一方、乱流場を対象としたものは、著者らの知る範囲では、若干の実験的検討が進められている程度で、定説となるようなものはない。しかしながら、固定壁面上の流れについては、かなり活発に研究されているようで、とくに、大気乱流場を対象にしたものは注目に値する。これらの多くは、モーニン・オブコフの安定度長を導入した対数+線型則を基準にしたものであるが、この分布則は、著者らの表層流れに関する実験結果⁽³⁾ をかなりよく説明することもある。乱流場を対象にした研究はこうした状況にある。

本研究においては、成層密度乱流場を対象にして、表層および中層流の流速分布則を、混合距離理論を用いて議論している。すなわち、著者ら⁽⁴⁾ が先に泥水密度流の流速分布則を誘導した際に重要な意味をもった界面における混合距離 l_0 を、ここで再び考え、さらに混合距離の分布を仮定することにより、流速分布則が導かれている。

なお、ここで得られた流速分布則は、2次元流れに関するものであり、密度場の定常性がほぼ満たされ、しかも、運動方程式中の加速度項の影響が殆んど無視できる条件下に成立するものである。この種の流れは、貯水池あるいは水路・上・下流端の流出・入条件の影響が強く現われる領域を除いた、中流部の広い領域に形成されるものと思われる。

2. 表層流れの流速分布則

水路内に一様な水温の水を満たし、上流端からこれよりも高温の水を定期的に給水し、下流端から自由に越流させると、水路の中央部で Fig. 1 に示すような流れが形成される。実験をかなり長時間継続しても、水温躍層が低下するだけで、流速分布形や水温分布形は相似な形を維持し、分布形はほとんど変化しない。

さて、このような流れに対して、密度界面（密度こう配が最大になる点）にプラントルの混合距離 l_0 を考え、対数型速度分布形の誘導過程と類似な方法により流速分布形を導こう。

混合距離の分布を、 l_0 を考慮して次式のように仮定する。

$$l = l_0 + \kappa y \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 κ : カルマン定数で、ここでは普遍定数 0.4 ではない。密度界面近傍においては、せん断応力がほぼ一定と見なしてよいから、上式を用いて速度こう配は次式のように表わされる。

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = \frac{u_*}{l_0 + \kappa y} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 u_* : 界面におけるまさつ速度。上式は界面近傍で成立するものであるが、開水路流れにおける対

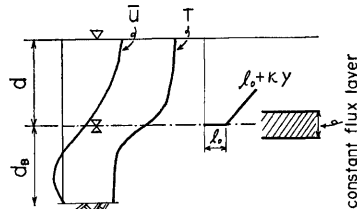


Fig. 1. An upper layer flow in a finite region.

数則の場合と同様、不合理が生じない限り自由表面まで適用できるものとする、流速分布は次式のように求められる。

$$\bar{u}(\eta) = \bar{u}_i + \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{\beta + \kappa \eta}{\beta}, \quad (0 \leq \eta \leq 1) \quad (3)$$

ここに、 \bar{u}_i ：界面流速、 η ：躍層面の深さ d で規準化された座標、 $\eta = y/d$ 、 β は界面における無次元混合距離で、

$$\beta = l_o/d \quad (4)$$

\bar{u}_i は界面流速で、連続式からつぎのように定められる。

$$\bar{u}_i = q/d - u_* \left(\frac{\beta + \kappa}{\kappa^2} \ln \frac{\beta + \kappa}{\beta} - \frac{1}{\kappa} \right) \quad (5)$$

ここに、 q ：単位幅流量。

さて、界面における無次元混合距離 β は、先の研究⁷⁾において水理量に関係なく一定、すなわち l_o は流れの層厚のみの関数であるとしたが、つぎのような重大な修正が必要である。

安定度の強い密度成層場における大気の流れに関する次元的考察⁸⁾や Tounsend⁹⁾による乱れエネルギー式に基づいた考察によると、速度こう配は壁面からの距離に無関係に、密度フラックスと運動量フラックスのみによって規定される。本論で対象としている流れにおいて、密度界面のごく近傍にこの考え方を適用することにすると、速度こう配は、つぎのように表示される。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = k_1 \frac{g}{\rho} \frac{\rho' \bar{v}'}{u_*^2} = \frac{u_*}{l_o} \quad (6)$$

ここに、 k_1 ：比例係数、 ρ' ：密度変動、 \bar{v}' ：乱れ変動の鉛直成分、 g ：重力加速度、 $g \rho' \bar{v}' / \rho$ は浮力束。ここで密度フラックス $\rho' \bar{v}'$ を拡散係数 ϵ を用いてつぎのように表示する。

$$\rho' \bar{v}' = \epsilon \partial \bar{\rho} / \partial y \quad (7)$$

界面における拡散係数 ϵ に、著者¹⁰⁾らによって導かれたものを用いると、つぎのようである。

$$\epsilon = \frac{\Delta \rho / 2}{\partial \bar{\rho} / \partial y} \frac{K U}{R_{i*}} \quad (8)$$

ここに、 $\Delta \rho$ ：上・下層の平均密度の差、 $\partial \bar{\rho} / \partial y$ ：界面密度こう配、 $K=0.0015$ 、 U ：上層の断面平均流速、 $R_{i*} = \Delta \rho g d / U^2 / \rho$ 。(6)、(7)、および(8)式の関係を用いると、無次元混合距離は、流速係数の関係としてつぎのように示される。

$$\beta = \frac{2}{k_1 K} \left(\frac{U}{u_*} \right)^{-3} \quad (9)$$

上式によると、 β は U/u_* の-3乗に比例することになる。換言すると、間接的には流体粘性と密度こう配に起因した浮力が β を規定すると考えよう。

Fig. 2 には、(9)式の関係調べるため、Lofquist¹¹⁾の塩水による下層密度流の実験結果、著者らの泥水密度流の結果および表層流れに関する実験結果の一部が示されている。ただし、図中の Lofquist のデータによる l_o の算定に際しては純粘性応力の成分も含めてあり、著者らの表層流れに関しては、抵抗係数に金子の式¹²⁾

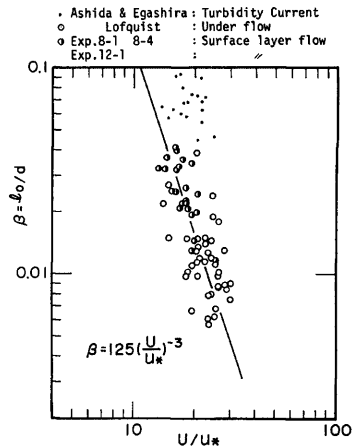


Fig. 2. The functional relation between non-dimensional mixing length and velocity coefficient.

を用いてせん断応力を算定し、速度こう配は実測値を用いてある。このように、 β の算定には、精度上の問題やせん断応力の推定に疑問を残すが、図から明らかなように、(9) 式の関係は妥当なものであろう。さらに、この図から、(9) 式の係数を定めると、ほぼつぎのように示される。

$$\beta = 125 \left(\frac{U}{u_*} \right)^{-3} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $K=0.0015$ とすると、比例係数 k_1 は $k_1=0.094$ となる。

(10) 式の関係性を全く別の観点から検討するため、(8) 式と (10) 式を変形して、輸送係数比 $\varepsilon/\varepsilon_M$ と gradient Richardson Number との関係性をみると、次式が得られる。

$$\varepsilon/\varepsilon_M = 0.094/R_i \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 ε_M は密度界面における渦動粘性係数で、 $\varepsilon_M = \beta du_*^3$ 。上式は Ellison の輸送係数比に関する理論とほぼ同じ値を示す。さらに、(11) 式の意義を換言すると、浮力により乱れの生産エネルギーの 9.4% 程度が消費されることを示す。

上述のように、無次元混合距離の関数関係が明らかにされたので、界面より上方領域すなわち、主流の流速分布が求められる。界面より下方領域の流速分布則については、水路底面のこう配などによって取り扱い方が異なるが、ここでは、ひとまず放物線形の分布則を適用しておく。この際、座標軸を南向きに y' とし、これを、界面から水路底面までの厚さ d_B で無次元化した座標、 $\eta' = y'/d_B$ で表わすと、分布形はつぎのように示される。

$$\bar{u}(\eta') = a_1 \eta'^2 + a_2 \eta' + a_3 \dots\dots\dots (12)$$

ここで、係数 a_1, a_2, a_3 を定めるため、

$$\left. \begin{aligned} \eta' = 0: \bar{u} = \bar{u}_i \\ \eta' = 1: \bar{u} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

および、 $0 \leq \eta' \leq 1$ で流量が 0、すなわち、

$$\int_0^1 \bar{u} d\eta' = 0 \dots\dots\dots (14)$$

なる三つの条件を用いると、(12) 式はつぎようになる。

$$\bar{u}(\eta') = (3\eta'^2 - 4\eta' + 1) \bar{u}_i \dots\dots\dots (15)$$

上式は、 $\eta' = 1/3$ で流速 0、 $\eta' = 2/3$ で逆流速は最大値 $\bar{u} = -\bar{u}_i/3$ を与える。

3. 中層流れの流速分布則

Fig. 3 は、取・放水口 (Line Sink) が中段にある場合に形成される中層の流れを模式的に示したものである。この種の流れは、中層の任意の点の密度と等しい密度をもつ流入水が補給され、下流端から取・放流が行われた場合に形成されるもので、流入および取水に伴う流れと周囲の水との混合により、主流域が次第に形成され、さらに、主流域と周囲水との間に明瞭な水温躍層が形成される。主流域においては、自己の流れによる拡散混合がかなり活発なため、大きな水温こう配は形成されにくい。

さて、このような中層流れの流速分布則に関しても、前章の方法と同様の手法により議論できる。Fig. 4 は、中層流れを解析するための記号および流れの様子を概念的に示したものである。ここに、 d_S : 表面から一次躍層面までの厚さ、 d_U, d_L : それぞれ最大流速点と一次躍層面および二次躍層面間の厚さ、 d_B : 二次躍層面と水路底面間の厚さである。

座標軸を一次躍層面から南向きに y' 、二次躍層面から上向きに y 軸として、一次躍層面における混合距離を l_{0V} 、二次躍層面におけるそれを l_{0L} とし、主流における混合距離の分布を、それぞれ次式のように置く。

$$l(y') = l_{0V} + \kappa_V y' \dots\dots\dots (16)$$

$$l(y) = l_{0L} + \kappa_L y \dots\dots\dots (17)$$

すると、表層流れの場合と同様、速度こう配は、それぞれ次式のように表示される。

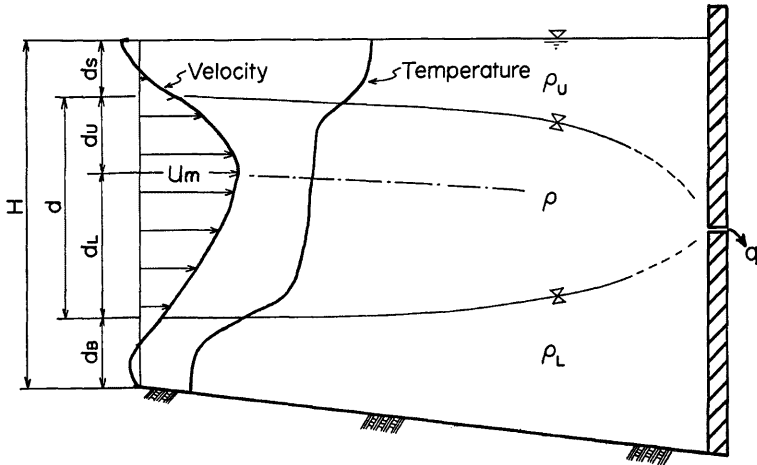


Fig. 3. A middle layer flow in a finite region.

$$\frac{d\bar{u}}{dy'} = \frac{u_{*V}}{l_{oV} + \kappa_V y'} \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{d\bar{u}}{dy} = -\frac{u_{*L}}{l_{oL} + \kappa_L y} \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 u_{*V}, u_{*L} : それぞれ一次および二次躍層面におけるまきつ速度。(18)式および(19)式は、界面近傍で成り立つ式であるが、不合理が生じない限りそれぞれ、 $y' = d_V, y = d_L$ の領域まで適用すると、流速分布は、それぞれ次式のように求められる。

$$\bar{u}(\eta') = \bar{u}_m + \frac{u_{*V}}{\kappa_V} \ln \frac{\beta_V + \kappa_V \eta'}{\beta_V}, \quad (0 \leq \eta' \leq 1, \eta' = y'/d_V) \dots\dots\dots (20)$$

$$\bar{u}(\eta) = \bar{u}_m + \frac{u_{*L}}{\kappa_L} \ln \frac{\beta_L + \kappa_L \eta}{\beta_L + \kappa_L}, \quad (0 \leq \eta \leq 1, \eta = y/d_L) \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 \bar{u}_m : 最大流速、 β_V, β_L : それぞれ一次および二次躍層面の無次元混合距離で、それぞれつぎのようである。

$$\beta_V = l_{oV}/d_V, \quad \beta_L = l_{oL}/d_L \dots\dots\dots (22)$$

また、平均流速は、それぞれ次式ようになる。

$$U_V = \bar{u}_m - \frac{u_{*V}}{\kappa_V^2} (\kappa_V - \beta_V \ln \frac{\beta_V + \kappa_V}{\beta_V}), \quad (0 \leq \eta' \leq 1) \dots\dots\dots (23)$$

$$U_L = \bar{u}_m - \frac{u_{*L}}{\kappa_L^2} (\kappa_L - \beta_L \ln \frac{\beta_L + \kappa_L}{\beta_L}), \quad (0 \leq \eta \leq 1) \dots\dots\dots (24)$$

つぎに、各領域の厚さ d_V, d_L について検討しよう。一次および二次躍層面のせん断応力を、それぞれ τ_V, τ_L とし、界面抵抗係数を f_V, f_L とすると、これらの間には次式が成立する。

$$\frac{d_V}{d_L} = \frac{\tau_V}{\tau_L} = \frac{f_V}{f_L} \left(\frac{U_V}{U_L} \right)^2 \dots\dots\dots (25)$$

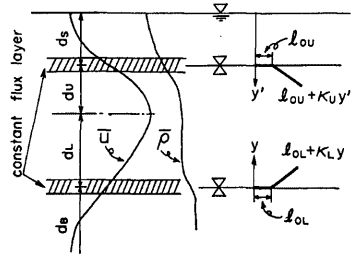


Fig. 4. Schematic diagram of a middle layer flow and the distribution of mixing length.

抵抗係数として次式、

$$f = a\phi^{-b}, (\phi = R_e F_i^2 = U^3/\nu/\Delta\rho/g) \dots\dots\dots (26)$$

を採用することになると、(25) 式は、つぎのように変形される。

$$\frac{d_V}{d_L} = \left(\frac{U_V}{U_L}\right)^{2-3b} \left(\frac{\Delta\rho_V}{\Delta\rho_L}\right)^b \dots\dots\dots (27)$$

(26) 式に金子の式 ($a=0.2, b=1/2$) を適用し、さらに、

$$(U_V/U_L)^{2-3b} \doteq 1$$

とすると、主流の各領域の厚さは、つぎのように示される。

$$\frac{d_V}{d} = \frac{1}{\{1+(\Delta\rho_V/\Delta\rho_L)^{-1/2}\}} \dots\dots\dots (28)$$

$$\frac{d_L}{d} = \frac{1}{\{1+(\Delta\rho_V/\Delta\rho_L)^{1/2}\}}, \quad (d = d_V + d_L) \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 $\Delta\rho_V, \Delta\rho_L$: それぞれ、主流 (Fig. 3 の d 区間) と表層および主流と下層の平均密度差。

上式から明らかなことは、抵抗係数として (26) 式の形のものを用いる限り、最大流速点は、主に、主流と上・下層の密度差によって定められる。最大流速点がどこに現われるか明らかにされたので、つぎに、最大流速 \bar{u}_m を求める。これは、連続式を用いると簡単に求められ、次式のようになる。

$$\bar{u}_m = \frac{q}{d} + \frac{C_V}{1+(\Delta\rho_V/\Delta\rho_L)^{-1/2}} + \frac{C_L}{1+(\Delta\rho_V/\Delta\rho_L)^{1/2}} \dots\dots\dots (30)$$

ここに、

$$C_V = \frac{u_{*V}}{\kappa_V^2} (\kappa_V - \beta_V \ln \frac{\beta_V + \kappa_V}{\beta_V}), \quad C_L = \frac{u_{*L}}{\kappa_L^2} (\kappa_L - \beta_L \ln \frac{\beta_L + \kappa_L}{\beta_L})$$

以上のことから、(22) 式で定義された無次元混合距離 β_V, β_L が、表層流れの場合の β と同等に評価されるものとすると、カルマン定数 κ_V, κ_L を与えて、主流の流速分布が判明する。

一次躍層面より上方 (表層) および二次躍層面より下方 (下層) の流速分布については、表層流の場合と同様、ひとまず放物線形の分布則を適用することにすれば、これらは、それぞれ次式のように示される。

$$\bar{u}(\xi') = \left(\frac{3}{2}\xi'^2 - 3\xi' + 1\right)\bar{u}_{iV}, \quad (0 \leq \xi' \leq 1, \xi' = \frac{-y'}{d_s}) \dots\dots\dots (31)$$

$$\bar{u}(\xi) = (\xi^2 - 4\xi + 1)\bar{u}_{iL}, \quad (0 \leq \xi \leq 1, \xi = \frac{-y}{d_B}) \dots\dots\dots (32)$$

ここで、 ξ' : $-y'$ 軸を d_s で無次元化した座標、 ξ : $-y$ 軸を d_B で無次元化した座標。 $\bar{u}_{iV}, \bar{u}_{iL}$ は、それぞれ一次および二次躍層面の流速で、(20) 式、(21) 式から、それぞれつぎのように求められる。

$$\bar{u}_{iV} = \bar{u}_m - \frac{u_{*V}}{\kappa_V} \ln \frac{\beta_V + \kappa_V}{\beta_V}, \quad \bar{u}_{iL} = \bar{u}_m - \frac{u_{*L}}{\kappa_L} \ln \frac{\beta_L + \kappa_L}{\beta_L}$$

4. 流速分布の適用例

2章および3章で述べた流速分布則がどの程度妥当なものか、これらを実験結果に適用して検討しよう。なお、ここで使われる実験値は、水路全長 23m の長方形断面水路を用いた実験により得られたものである。

Fig. 5 には、表層流れに関して、流量の異なる実験ケース (実験番号は文献 3) 参照) に対して、流速分布則を適用した結果が示されている。流速の計算値および測定値は水路下流端から $X=4.3$ m 地点のもので、同時に、水温の測定値も示されている。流速は、水素気泡法により、気泡の発生間隔 1 秒、15~18 秒間の平均より求められたものである。各実験ケースに関して、流速分布計算に用いられた水理条件は Table 1 のとおりである。

同図の比較から明らかなように、実験値の精度上の問題を考慮すると、両者はよく対応していることがわかる。

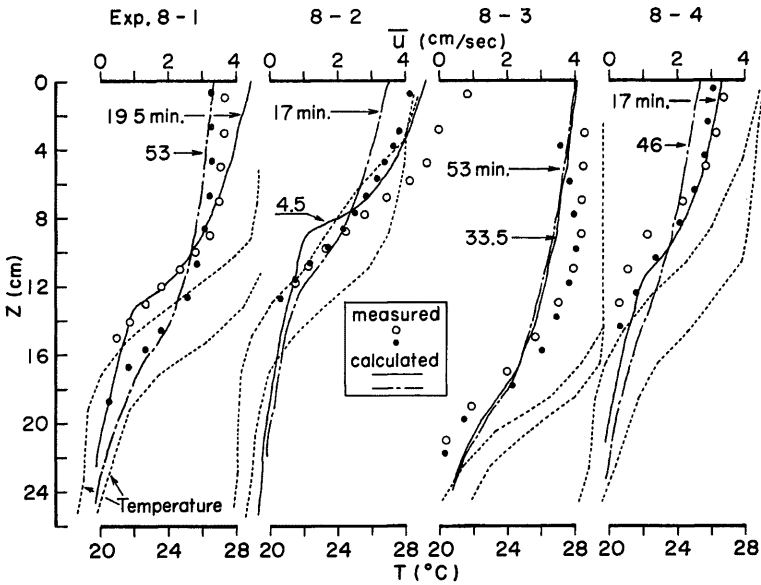


Fig. 5. Comparison between theory and experiment in some cases of the upper layer flow (Exp. 8-1, 8-2, 8-3, 8-4).

Table 1. Hydraulic quantities for the calculation of the velocity profile (Upper layer flow).

Exp. No.	q cm ² /sec	d cm	T_U °C	T_L °C	$\Delta\rho$ g/cm ³	κ	Time / "
8-1	43.64	13.1	28.34	18.88	0.00229	0.103	19 30
"	"	16.1	29.03	20.91	208	0.167	53 00
8-2	30.91	8.8	26.52	19.24	171	0.108	4 30
"	"	12.3	27.22	20.13	172	0.0792	17 00
8-3	62.08	19.7	28.96	20.03	223	0.124	33 30
"	"	20.3	29.16	20.90	211	0.114	53 00
8-4	28.57	11.2	27.00	19.38	182	0.120	17 00
"	"	14.8	27.88	20.70	0.00179	0.088	46 00

Fig. 6 は、上の各ケースのものより、流量の小さい、Exp. 12-1 に関して、 $X=11.5$ m, 4.3 m の断面における実験値と計算値を比較したものである。計算のために使用された条件は Table 2 のとおりである。

さて、同図においても、Fig. 5 に示すものと同じく両者はよく一致しているものと思われる。少し詳しく検討を加えると、32分30秒までの結果においては、両者はかなりよく対応している。それ以後の比較によると計算値の方が若干平坦な形状になっている。この傾向は Fig. 5 の結果にも見られることで、原因としてつぎのことが考えられる。

- 1) 水温の測定位置の設定が十分でないため、境界面の深さ d の推定精度がよくない。 d が大きく推定されると流速分布は平坦化され、逆に小さく見積もられると速度こう配は大きくなる。
- 2) 測定値に側壁の影響が現われ、表面付近で流速が一様化され、界面近傍で速度こう配が大きくなる。そのため、カルマン定数が大きく推定され、計算される分布形状が平坦になる。

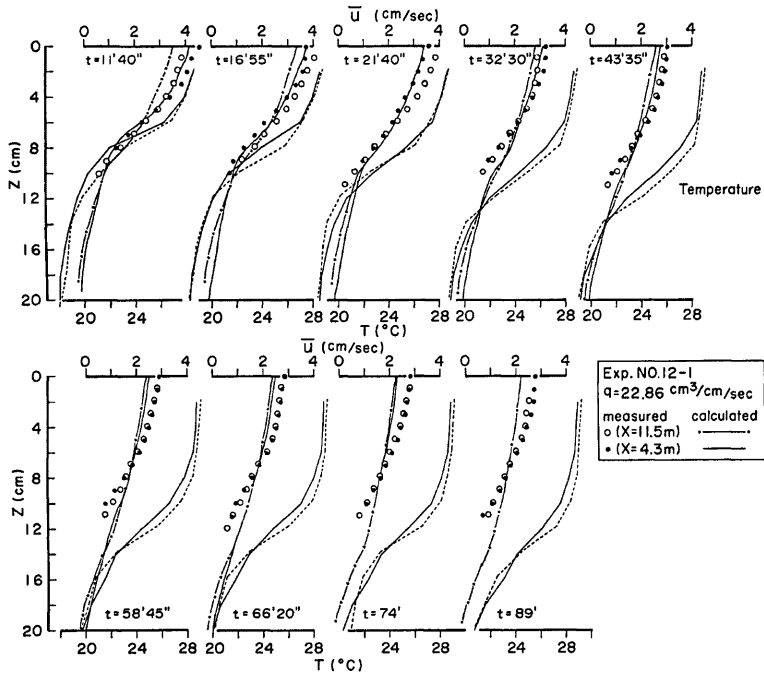


Fig. 6. Comparison between theory and experiment in a case of the upper layer flow (Exp.12-1).

Table 2. Hydraulic quantities for the calculation of the velocity profile (Upper layer flow).

Exp. 12-1		X=11.5 m					X=4.3 m				
q	Time	d	T _V	T _L	Δρ	κ	d	T _V	T _L	Δρ	κ
cm ² /sec	/'	cm	°C	°C	g/cm ³		cm	°C	°C	g/cm ³	
22.86	11 40	8.81	27.16	19.73	0.00267	0.102	7.20	27.63	19.90	0.00279	0.115
"	16 55	9.11	27.35	19.58	275	0.107	8.25	27.31	20.08	267	0.103
"	21 40	9.23	27.45	19.60	278	0.0903	9.23	27.35	19.99	270	0.101
"	32 30	10.78	27.70	19.88	281	0.103	10.30	27.47	20.17	269	0.0994
"	43 35	11.90	27.88	19.98	284	0.092	10.95	27.68	20.18	276	0.103
"	58 45	12.61	28.09	20.31	283	0.094	12.10	27.77	20.48	273	0.092
"	60 20	12.77	28.21	20.61	283	0.0877	12.35	27.90	20.72	269	0.092
"	74 00	13.44	28.19	20.59	283	0.0921	13.44	27.78	20.60	270	0.093
"	89 00	13.44	28.44	21.0	0.00284	0.094	13.44	28.05	21.15	0.00270	0.0886

3) 長周期の内部波が観察されることもあったので、流速の測定時間が15~18秒程度であることを考えると、測定値に内部波の影響が現われている可能性もある。

4) 流速分布則に若干の問題があることやまさつ速度の推定が十分でない。

以上のことが考えられるが、ここでは十分に明らかにできないので今後検討しなければならない。

なお、流速分布の算定に当たって、カルマン定数以外は未知量としても算定可能であるが、 $d, T_V, T_L, \Delta\rho$

については推定値と実験値との間に大きな差異がないので、ここでは、Table 1, 2 に示すように、測定値がそのまま使われている。

つぎに、中層流れについて、分布則と実験値について若干の比較を行う。

Fig. 7 および Fig. 8 にはそれぞれ、Exp. 11-11 および 11-10 について、 $X=11.5\text{ m}$ と $X=4.3\text{ m}$ の断面で得られた実験値と計算値が示されている。計算のために使われた条件は Table 3 のとおりである。図中の記号 $\rightarrow q$ は、Line Sink の位置を示す。

これらの図から明らかなように、表層流の場合と同様、流速分布則と実験値とはかなりよく適合している。詳細にみると、つぎのような興味ある事実が知られる。実験値において、二つの断面において最大流速が現われる位置の違いは、Fig. 7 に示す Exp. 11-11 の結果ではそれ程明瞭でなく、Fig. 8 の結果では、精度の

Table 3. Hydraulic quantities for the calculation of the velocity profile (Middle layer flow).

Exp. No.	q cm ² /sec	Time , "	Sec. No.	d_s cm	d cm	d_B cm	$\Delta\rho_U$ g/cm ³	$\Delta\rho_L$ g/cm ³	κ_U	κ_L	
11-11	40.00	20 00	U-5	6.8	18.67	12.83	0.00158	0.00245	0.112	0.104	
			($X=11.5\text{ m}$)								
			D-5	8.8	15.86	20.84	0.00169	0.00246	0.180	0.106	
			($X=4.3\text{ m}$)								
11-10	67.01	16 50	U-5	4.3	23.45	10.85	0.00082	0.00235	0.113	0.110	
			($X=11.5\text{ m}$)								
			D-5	7.9	18.81	17.09	0.00102	0.00235	0.163	0.0985	
			($X=4.3\text{ m}$)								

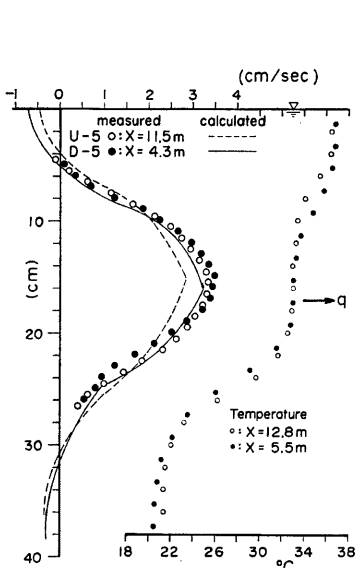


Fig. 7. Comparison between theory and experiment in a case of the middle layer flow (Exp. 11-11).

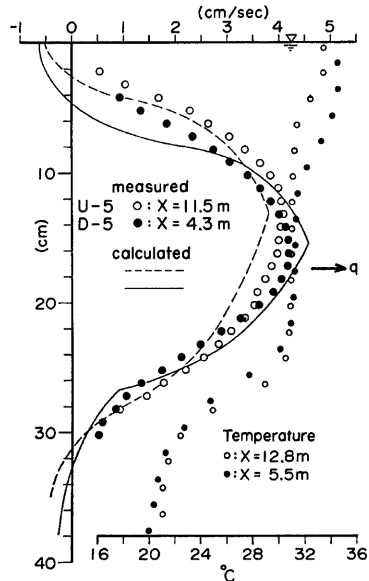


Fig. 8. Comparison between theory and experiment in a case of the middle layer flow (Exp. 11-10).

問題を考慮しても、明瞭に現われている。このような傾向が、計算値においても十分説明されるとともに、最大流速点の位置がほぼ推定されている。

以上のことを総合すると、今後検討しなければならない点はあるが、中層流れの流速分布則は、表層流れの場合と同様、かなり一般性があるように思われる。

5. 今後の課題と本研究の意義

流速分布則について、議論を簡略にするため、密度（水温）分布の影響を界面においてのみ考慮し、その外の領域においては、これを切り離して議論した。この分布則においては、密度こう配の影響はカルマン定数に含まれていることになる。したがって、本研究をさらに発展させるには、カルマン定数について、密度場の考察と平衡した詳細な検討が必要である。さらに、広い範囲を含んだ実験的検証も必要である。

密度分布については触れなかったが、実験結果の一例によると、流速分布との相似性が、ある程度知られている¹³⁾。このことは、密度境界層内¹³⁾において次式が成り立つことを意味する。すなわち、Fig. 1 の座標系で表層流の例を示すと、

$$\frac{d\bar{\rho}}{dy} = -\frac{K\Delta\rho}{2R_{i*}} \cdot \frac{U}{u_*} \cdot \frac{1}{l_{op} + \kappa_p y} = \frac{K\Delta\rho}{2R_{i*}} \cdot \frac{U}{u_*} \cdot \frac{1}{d(\beta_o + \kappa_p \eta)} \dots\dots\dots (33)$$

ここに、 d : 厳密には密度境界層の厚さ、 R_{i*} : オーバオールリチャードソン数。 β_o は密度フラックスの無次元混合距離で、 β の場合と同様な関数形で次式のように示される。

$$\beta_o = \frac{2}{k_2 K} \left(\frac{U}{u_*} \right)^{-3} \dots\dots\dots (34)$$

ここに、 k_2 : 比例係数。

(33) 式で示されるような密度分布形は、成層期の貯水池において、池内のある領域において拡散混合が活発な状況下、すなわち、洪水流入からその後の一定期間の間に形成されることが考えられる。

このような方法で、洪水期の水温分布が推定されるとすれば、拡散係数の分布に関しても、かなり有用な情報が提供されるものと思われる。換言すると、濁水現象の解析がかなりの確にできるようになる。

6. 結 語

以上、表層流れおよび中層流れの流速分布則について、混合距離理論に則して考察し、ここで導かれた分布則と若干の実験値との比較を行った。以下、明らかにされたことはつぎのようである。

(1) 表層流れに関して、密度境界面（躍層面）に混合距離 l_o を考えて、流速分布が (3) 式のように導かれた。また、界面より下方の流速分布は、放物線形、すなわち (15) 式で与えられた。

(2) 界面における混合距離 l_o を界面の深さ d で無次元化した無次元混合距離 β は、流速係数の -3 乗に比例することが明らかにされた。この関係は実験的にも検証され、比例係数は、現在のところ、125 程度の値になっている。

(3) 上述の比例係数を 125 とすると、浮力項による乱れの逸散率は、乱れの成生量の約 9.4% 程度になる。このことは、従来の密度成層場の乱れに関する研究結果と対応している。

(4) 中層流れの流速分布則についても、表層流れの場合と同様の手法で、(20) 式および (21) 式のように導かれた。主流以外の流速分布は、(31) 式および (32) 式のように放物線形で与えられた。

(5) 取水口より離れて加速度項の影響が無視できる領域において、最大流速点は、主流と表層および主流と下層の密度差によって定まり、密度差の大きい方の界面側に現われる。この関係は (28) 式および (29) 式で示され、最大流速は (30) 式で算定される。

(6) 表層および中層流れの流速分布則は実験結果と比較され、満足できる程度に適合することが判明した。したがって、ここで展開された議論は、かなり一般性を有するものと思われる。

以上のことが明らかにされたが、今後検討すべき問題は若干残された。これらに関する問題点の主要なも

の、および本研究の方向性は5章のとおりである。

最後に、本研究は一部文部省科学研究費（代表者 足立昭平 名古屋大学教授）の補助を受けた。ここに記して感謝の意を表すとともに、実験ならびに資料・図面作製などで常に助力いただいた京都大学防災研究所、吉田義則技官および京都大学大学院学生、古谷健氏に対して感謝します。

参 考 文 献

- 1) 芦田和男・江頭進治：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究（1），京都大学防災研究所年報，第18号 B，1975，pp. 495-512.
- 2) 芦田和男・江頭進治：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究（2），京都大学防災研究所年報，第19号 B-2，1976，pp. 311-327.
- 3) 芦田和男・江頭進治：密度躍層のある場における濁水の挙動に関する研究（3），京都大学防災研究所年報，第20号 B-2，1977，pp. 437-450.
- 4) Koh, R. C. Y.: Viscous stratified flow towards a sink, J. Fluid Mech., Vol. 24, part 3, 1966, pp. 555-575.
- 5) Pao, H. P. and T. W. Kao: Dynamics of establishment of selective withdrawal of a stratified fluid from a line sink, J. Fluid Mech., Vol. 65, part 4, 1974, pp. 657-688.
- 6) 芦田和男・江頭進治：泥水密度流に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第237号，1975，pp. 37-50.
- 7) 前出 6)
- 8) Turner, J. S.: Buoyancy Effects in Fluids, Cambridge Univ. Press, 1973, pp. 127-164.
- 9) 前出 8)
- 10) 前出 1)
- 11) Lofquist, K.: Flow and Stress Near an Interface between Stratified Liquids, THE PHYSICS OF FLUIDS, Vol. 3, Numb. 2, 1960, pp. 158-175.
- 12) 土木学会編：水理公式集，昭和46年改訂版，第7編7章.
- 13) 前出 3)