

16mm 撮影による掃流砂運動の特性量解析と 流砂の平衡状態について

中川 博次・辻本 哲郎・宮本 博司

16MM FILM ANALYSIS OF CHARACTERISTIC QUANTITIES OF BED LOAD TRANSPORT

By *Hiroji NAKAGAWA, Tetsuro TSUJIMOTO and Hiroshi MIYAMOTO*

Synopsis

It is impossible to systematize the studies on bed load transport process without any description of the behavior of individual particles of the system. In this study, as the first step to establish a model of bed load transport, the characteristics of the motion of bed load particles were inspected for both fixed bed and alluvial bed. In the former part, the resisting moment of fluid for a rotating particle and the frictional process on a rough bed were interesting problems to be analysed. And the latter part, the behaviors of the sand particles in an alluvial bed were carefully inspected using a 16 mm movie camera and some instructive results were obtained.

1. 序 論

移動床における河床変形や河床粒度構成の変化過程は掃流砂れきの discrete な運動が主な役割を果たして生じるもので、個々の砂粒の運動機構にもとづいて説明されるはずのものと考える。著者らはこうした点に着目し、河床波の発生につながる砂面擾乱の初生過程¹⁾、混合砂れき床における armor coat の形成・伝播過程の説明²⁾を試みた。これらの研究では、砂粒運動の discrete な特性を stochastic model によって表現することで達成されたわけであるが、ここで用いられた stochastic model による簡単な表示では、必ずしも砂粒の運動は厳密には正しく表現されているわけではない。すなわち、先の研究は、いわゆる気体分子運動論における平均自由行程理論にもとづいて気体の平均的挙動が説明され得たことと対応しており、今回本報を緒として始めようとしている研究は、粒子の挙動に対しさらに厳密な力学的表現を与えた体系化を狙ったもので、いわゆる physical gas dynamics におけるそれを手本としようとするものである。

粒子の個々の運動の力学的機構自体が掃流過程の基礎であり、そのモデルの提示によって掃流運動にもとづく多くの移動床過程が説明し得るものであるにもかかわらず、現象の複雑さや計測の困難さのため、これまで必ずしも充分な研究が行なわれてきたとは言えない。しかし、最近になって、粒子運動を直接計測し解析検討しようとする研究がいくつか見られる。一つは、saltation 理論を中心にした単一粒子運動の力学的検討の見直し^{3), 4)}であり、もう一つは高速映画撮影あるいはレーザーと photo electric cell を用いた粒子運動の直接計測^{5), 6)}である。

本論文では、16mm 撮影によって掃流粒子の運動を詳細に観察、計測することと、その結果にもとづいて粒子運動の力学機構を検討することを目的とした研究の第一報として、次の事柄についてその成果を述べた。すなわち、掃流過程における粒子運動の力学的現象を抽象した基礎実験として、単一粒子の運動を滑面および粗面で詳しく調べ、その力学機構を探り、掃流砂運動の力学的記述の基礎を検討した。

一方、移動床における砂粒運動は固定床上の単一粒子のそれに比べ変数が極端に多く、そのモデルは今後
の研究に待たねばならないが、本論文では 16mm 撮影にもとづいた運動特性量の測定結果を示し若干の考

察を行なった。本論文の段階では前半の研究と後半のそれとの懸隔は大きいですが、今後、前半で抽象化した過程を少しずつ具体化し、後半の研究の条件に近づけるべく設定条件を工夫した基礎実験を通して、粒子運動の力学的記述にもとづいた移動床過程の説明といった所期の目的を達成する予定である。

なお、本研究において粒子運動を撮影した 16mm フィルムの解析にはダイナミックフレーム (ナック製 DF-16B) を用いた。

2. 滑面上の単一粒子の転動機構

流体中で滑面を転動する粒子の運動は Magnus 効果を無視すると次式で記述される (Fig. 1 参照)。

$$M \dot{u}_g = -F + D + W \sin \alpha \dots\dots\dots (2.1)$$

$$Mk^2 \dot{\omega} = F \frac{d}{2} - M_F \dots\dots\dots (2.2)$$

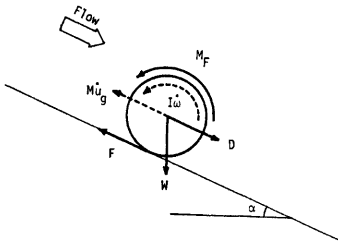


Fig. 1. Definition sketch.

ここに、 M : 粒子の仮想質量、 F : 摩擦力、 W : 粒子の水中重量、 M_F : 流体中で転動する粒子に働く抵抗モーメント、 k : 粒子の重心まわりの回転二次半径、 u_g : 転動速度、 ω : 転動の角速度であり、 d は粒子の直径である。ここで、粒子の運動を完全転動と仮定すると、

$$u_g = \omega d / 2 \dots\dots\dots (2.3)$$

であり、式 (2.1)、(2.2) より次式が得られる。

$$\dot{u}_g = \frac{D + W \sin \alpha - M_F(2/d)}{M\{1 + 4(k/d)^2\}} \dots\dots\dots (2.4)$$

ところで、従来の研究では流体中で回転する粒子に対する抵抗モーメント M_F が無視されており、そのかわりにみかけの摩擦係数あるいはみかけの抗力係数⁷⁾ が導入されている。しかし、完全転動する粒子に働く摩擦力は床面の垂直反力に比例しないし、またみかけの抗力係数を採用したとしても粒子の平衡転動速度を倍程度に過大評価する結果になる。

ところが不幸にも床面に沿って転動する粒子に働く流体の抵抗モーメントに関する情報は殆んど得られておらず、本研究では流体中で球状粒子の斜面転落の実験を行ない、その平衡転動速度を測定することによってこれを検討した。

さて、式 (2.4) に含まれるいくつかの量は次のように書き換えられる。

$$\left. \begin{aligned} M &= \rho A_3 (\sigma / \rho + C_M) d^3 \\ W &= \rho A_3 (\sigma / \rho - 1) g d^3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.5)$$

$$D = \frac{1}{2} C_D \rho |u_a - u_g| (u_a - u_g) A_2 d^2 \dots\dots\dots (2.6)$$

ここに、 σ : 粒子の密度、 ρ : 流体の密度、 g : 重力加速度、 A_2, A_3 : 粒子の面積および体積に関する形状係数、 C_D : 抗力係数、 C_M : 付加質量係数であり、 u_a は粒子中心位置での局所代表流速である。

静止流体中の斜面転動実験では u_a は零であり、 \dot{u}_g が平衡状態で零となることから、流体の抵抗モーメント M_F は式 (2.4)、(2.5) および (2.6) を用いて次式で与えられる。

$$M_* = (\sigma / \rho - 1) \sin \alpha - \frac{1}{2} \frac{A_2}{A_3} C_D \left(\frac{\bar{u}_g}{\sqrt{gd}} \right)^2 \dots\dots\dots (2.7)$$

ここに \bar{u}_g は平衡転動速度であり、 M_* は次式で定義される流体の無次元抵抗モーメントである。

$$M_* = \frac{M_F}{(d/2) A_3 \rho g d^2} \dots\dots\dots (2.8)$$

式 (2.7) の計算において C_D の値は球の静水中沈降時のものを用いることができると考えられ、Reynolds 数の充分大きい場合は約 0.4 である。実験によって得られた M_* と \bar{u}_g / \sqrt{gd} の関係は Fig. 2 に示される。この結果、次式の成立が予想された。

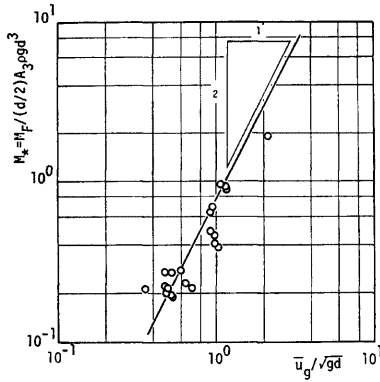


Fig. 2. The relationship between resisting moment and rolling celerity.

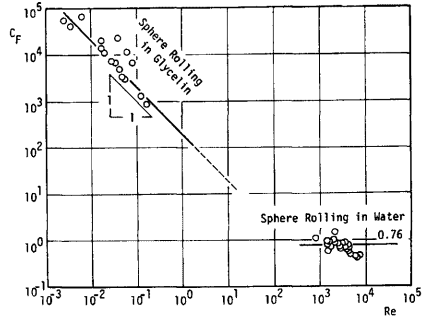


Fig. 3. Coefficient of resisting moment for a rotating sphere in fluid.

$$M_* = C_F (\bar{u}_g / \sqrt{gd})^2 \dots \dots \dots (2.9)$$

ここで C_F を抵抗モーメント係数と呼ぶことにし、その値は約0.76である。

さらにグリセリンを流体として用いて行なわれた低 Reynolds 数の条件での実験の結果と併せて検討すると、Fig. 3 に示されるように、 C_F と Reynolds 数 ($Re = \bar{u}_g d / \nu$; ν : 流体の動粘性係数) との関係は抗力係数について良く知られた関係と類似したものであることがわかり、 C_F が一種の抵抗係数であることが認められる。

ところで適用上の便宜から Garde と Sethuraman⁷⁾ によって導入されたみかけの抗力係数 C_D' との関係に言及しておく。すなわち、 C_D' は次式によって M_F と関係づけられる。

$$C_D' = C_D + \frac{2A_s}{A_B} C_F \dots \dots \dots (2.10)$$

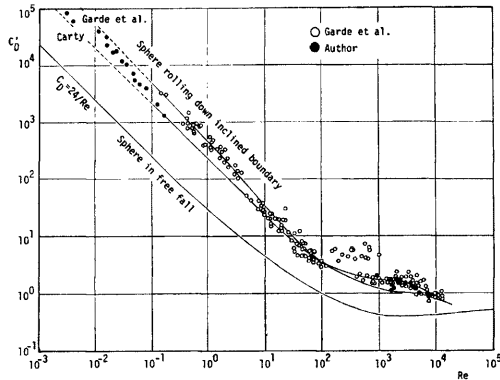


Fig. 4. An apparent drag coefficient for a spherical particle rolling on smooth beds.

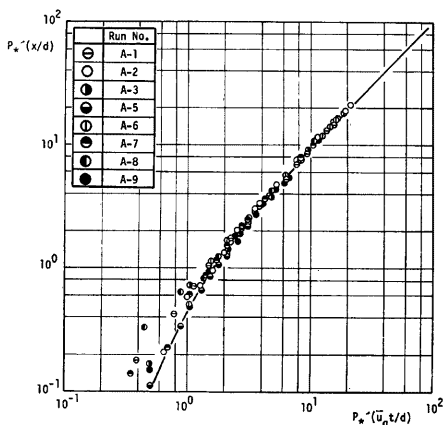


Fig. 5. The relationship between rolling distance and time of a particle rolling down along a smooth inclined boundary.

である。Fig. 5 に式 (2.12) を実験結果によって検証した。

さて、水流中の転動粒子の場合は運動方程式は次のようになる。

$$\dot{u}_g = (P_*/d) |u_d - u_g| (u_d - u_g) - (F_*/d) u_g^2 \dots\dots\dots (2.14)$$

ここに、

$$P_* = \frac{A_2}{2A_3} \cdot \frac{C_D}{(\sigma/\rho + C_M) \{1 + 4(k/d)^2\}} \dots\dots\dots (2.15)$$

$$F_* = C_F / [(\sigma/\rho + C_M) \{1 + 4(k/d)^2\}] \dots\dots\dots (2.16)$$

であり、水路床は水平であるとした。式 (2.14) を初期条件、 $t=0$ で $u_g=0$ のもとに解くと、

$$\frac{u_g}{u_*} = A_* \sqrt{P_*} / [\sqrt{P_*} + \sqrt{F_*} \coth \{ \sqrt{P_*} F_* A_* (u_* t/d) \}] \dots\dots\dots (2.17)$$

となり、 $t \rightarrow \infty$ として平衡転動速度が次式のように求められる。

$$\frac{\bar{u}_g}{u_*} = \sqrt{\frac{A_2 C_D}{2A_3}} \cdot A_* / \left(\sqrt{C_F} + \sqrt{\frac{A_2 C_D}{2A_3}} \right) \dots\dots\dots (2.18)$$

上式を得るに当っては式 (2.15)、(2.16) が用いられた。また、ここにおいて u_* : 摩擦速度であり、 $A_* = u_d/u_*$ である。

さて、滑面上の水流の速度分布に対数則を適用し、 u_d として $y=d/2$ の位置の局所流速を用いると、

$$A_* = \frac{u_d}{u_*} = \frac{1}{k} \ln (4.52 Re_*) \dots\dots\dots (2.19)$$

であり、ここに $Re_* = u_* d/\nu$, κ : Kármán 定数である。この場合、式 (2.18) は次のようになる。

$$\frac{\bar{u}_g}{u_*} = \sqrt{\frac{A_2 C_D}{2A_3}} \cdot \frac{\ln (4.52 Re_*)}{\kappa (\sqrt{C_F} + \sqrt{A_2 C_D / 2A_3})} \dots\dots\dots (2.20)$$

さらに式 (2.17) を $t=0$ で $x=0$ として積分することにより、転動距離が次のように時間の関数として求められる。

$$\frac{x}{d} = \frac{1}{F_* - P_*} \left\{ \ln \left| \sqrt{\frac{P_*}{F_*}} \sinh t^* + \cosh t^* \right| - \sqrt{\frac{P_*}{F_*}} \ln \left| \frac{1 + \tanh (t^*/2)}{1 - \tanh (t^*/2)} \right| \right\} \dots\dots\dots (2.21)$$

したがって C_D' は先の実験で得られた粒子の平衡転動速度 \bar{u}_g を用いて次式で計算される。

$$C_D' = \frac{2A_3}{A_2} (\sigma/\rho - 1) g d \cdot \sin \alpha / \bar{u}_g^2 \dots\dots\dots (2.11)$$

実験によって得られた C_D' と Reynolds 数の関係は Fig. 4 に Garde らの結果⁷⁾ とともに示した。これらの実験値は式 (2.10) で良く説明され、とくに Reynolds 数の充分大きい範囲では式 (2.10) による計算値は 1.01 であり実験値と合致している。

なお、斜面転動における転動距離と時間の関係は式 (2.4) を積分して次式で与えられる。

$$P_*' x/d = \ln \left| \cosh \{ P_*' (\bar{u}_g t/d) \} \right| \dots\dots\dots (2.12)$$

ここに、

$$P_*' = \frac{A_2}{2A_3} \cdot \frac{C_D'}{(\sigma/\rho + C_M) \{1 + 4(k/d)^2\}} \dots\dots\dots (2.13)$$

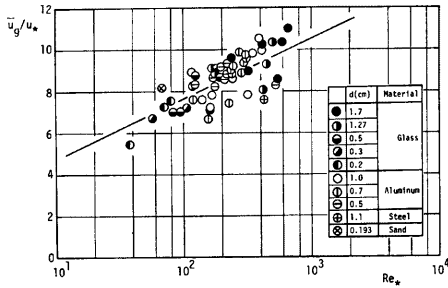


Fig. 6. Equilibrium velocity of a rolling particle along a smooth bed by flow.

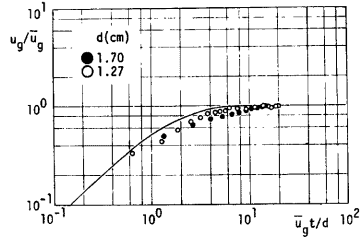


Fig. 7. The temporal variation of rolling velocity of a particle by flow on smooth bed.

ここに、

$$t^* = \sqrt{P_* / F_*} \cdot A_* (u_* t / d)$$

である。これらの諸式はいずれも実験結果によって検証された。すなわち、Fig. 6, 7 および Fig. 8 はそれぞれ、平衡転動速度と粒子 Reynolds 数 (Re_*) との関係、転動速度の時間的変化および転動距離と時間の関係を示したものである。なお、これらの図には上に得た諸式による計算曲線を実線で示してある。計算にあたっては、 $C_F=0.76$, $A_2=\pi/4$, $A_3=\pi/6$, $C_M=0.5$, $k^2/d^2=0.10$, $C_D=1.0$ とした。抗力係数 C_D の値は Aksoy⁸⁾ が滑面上の粒子について strain gauge によって直接測定したものを採用している。これらの図のいずれも上述の理論結果が実験値と良好に一致していることを示しており、本章で述べた粒子の運動記述が正当であると考えられる。なお、実験において使用した粒子は、ガラスビーズ ($\sigma/\rho=2.60$)、アルミニウム球 ($\sigma/\rho=2.75$)、鋼球 ($\sigma/\rho=7.70$) および自然砂である。

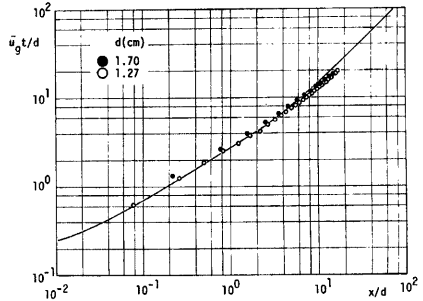


Fig. 8. The relationship between the rolling distance and time in the case of rolling by flow on smooth bed.

3. 粗面上の単一粒子の運動機構

粗面上の粒子の運動は粗度要素との間断ない衝突現象によって特徴づけられる。このような運動の解析は非常に難しいが、いま簡単な例として転動粒子と同一径の粒子から構成されている粗面を考え、水中でのその斜転落粒子の運動を考えることにする。粗度要素上を粒子が完全転動する場合 (Fig. 9 参照)、運動方程式として次式が得られる。

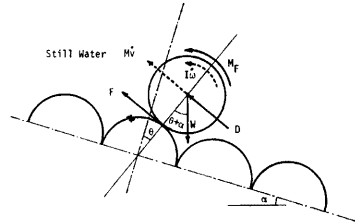


Fig. 9. Definition sketch (a).

$$M\ddot{\theta}d = W \sin(\theta + d) - F - D \dots\dots\dots (3.1)$$

$$Mk^2\dot{\omega} = F(d/2) - M_F \dots\dots\dots (3.2)$$

$$\dot{\theta} = \dot{\omega}/2, \quad v = \dot{\theta}d \dots\dots\dots (3.3)$$

ここに v は粒子の移動速度である。これらの式より次式が得られる。

$$\ddot{\theta} = \frac{W \sin(\theta + \alpha) - D - (2/d)M_F}{Md\{1 + 4(k/d)^2\}} \dots\dots\dots (3.4)$$

ここで $\varphi = \theta + \alpha$ を代入すると、

$$\dot{\varphi} + (P_* + F_*)\dot{\varphi}^2 = (g/d)B_* \sin \varphi \dots\dots\dots (3.5)$$

となり、さらに $\xi = \dot{\varphi} = \dot{\theta}$ とおくことにより次のような ξ^2 に対する線型微分方程式に書き換えられる。

$$\frac{1}{2} \frac{d}{d\varphi} (\xi^2) + P_*' \xi^2 = (g/d)B_* \sin \varphi \dots\dots\dots (3.6)$$

ここで、

$$B_* = (\sigma/\rho - 1) / [(\sigma/\rho + C_M)\{1 + 4(k/d)^2\}] \dots\dots\dots (3.7)$$

であり、また $P_*' = P_* + F_*$ であることを用いた。式 (3.6) を、初期条件 $\varphi = \varphi_0$ で $\dot{\varphi} = \xi_0$ のもとに解き、さらに変数を v と θ に変換すると結局次式が得られる。

$$\frac{v^2}{gd} = \frac{v_0^2}{gd} \exp\{-2P_*'(\theta - \theta_0)\} + \chi(\theta, \theta_0) \dots\dots\dots (3.8)$$

ここに、

$$\chi(\theta, \theta_0) = \frac{2B_*}{4P_*'^2 + 1} [e^{-2P_*'(\theta - \theta_0)} \{\cos(\theta_0 + \alpha) - 2P_*' \sin(\theta_0 + \alpha)\} + \{2P_*' \sin(\theta + \alpha) - \cos(\theta + \alpha)\}] \dots\dots\dots (3.9)$$

であり、添字 0 は初期値を表わす。

さて式 (3, 8) を Fig. 10 の状態 I, II に適用し、状態 I, II での速度 v_1 と v_2 との関係を求めると、

$$v_2 = \sqrt{\Omega v_1^2 + \chi(\beta, 0)gd} \dots\dots\dots (3.10)$$

となり、同時に状態 II' と III での速度 v_2 と v_3 との関係式として次式が得られる。

$$v_3 = \sqrt{\Omega v_2'^2 + \chi(\beta, -\beta)gd} \dots\dots\dots (3.11)$$

ここに、

$$\Omega = \exp(-2P_*'\beta) \dots\dots\dots (3.12)$$

である。次に、衝突の際の運動量保存則から、

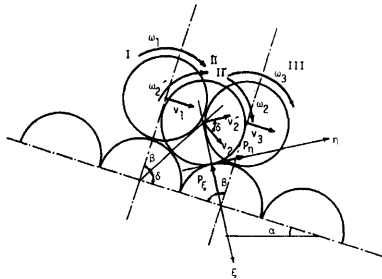


Fig. 10. Definition sketch (b).

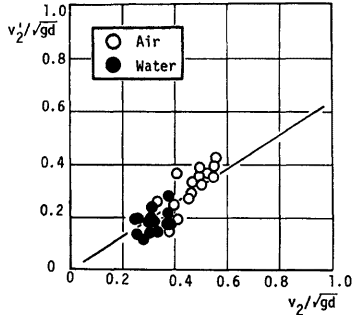


Fig. 11. The relation between the velocities of a particle before and after collision.

$$M(0 - v_2 \sin \delta) = - \int_0^{t_c} P_x(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (3.13)$$

$$M(v_2' - v_2 \cos \delta) = \int_0^{t_c} P_y(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (3.14)$$

が得られ、また角運動量の変化に注目して次式が得られる。

$$Mk^2(\omega_2' - \omega_2) = - \int_0^{t_c} \frac{d}{2} P_\tau(\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (3.15)$$

ここに t_c は衝突時間であり、他の記号は Fig. 10 に準拠する。これから完全転動を仮定して衝突前後の速度比 e' は、

$$e' \equiv \frac{v_2'}{v_2} = \frac{\cos \delta + 4(k/d)^2}{1 + 4(k/d)^2} \quad \dots\dots\dots (3.16)$$

と求められ、結局平衡粒子速度 v_e は $v_e = v_1 = v_2$ と置くことから次式で与えられることになる。

$$\frac{v_e}{\sqrt{gd}} = \sqrt{\frac{e'^2 \Omega \chi(\beta, 0) + \chi(\beta, -\beta)}{1 - e'^2 \Omega^2}} \quad \dots\dots\dots (3.17)$$

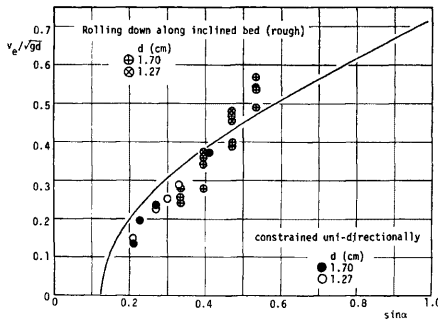


Fig. 12. The equilibrium velocity of rolling particle along rough boundary in still fluid.

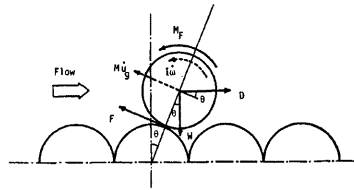


Fig. 13. Definition sketch.

Fig. 11 および Fig. 12 に示されるように、式 (3.16) および式 (3.17) の妥当性は実験結果によって確認された。

さて、これらの考察をもとに水流中での粗面上転動粒子の運動を検討する。揚力および Magnus

効果を無視すると、粒子の運動方程式は次式で表わされる (Fig. 13 参照)。

$$M\ddot{\theta}d = W \sin \theta + D \cos \theta - F \quad \dots\dots\dots (3.18)$$

$$Mk^2\dot{\omega} = F(d/2) - M_F \quad \dots\dots\dots (3.19)$$

完全転動を仮定することにより、

$$\ddot{\theta} = \left(W \sin \theta + D \cos \theta - \frac{d}{2} M_F \right) / [Md \{1 + 4(k/d)^2\}] \quad \dots\dots\dots (3.20)$$

となり、これは次式に変形される。

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\dot{\theta}^2) = \frac{1}{Md \{1 + 4(k/d)^2\}} \cdot \frac{d}{dt} \left(-W \cos \theta + D \sin \theta - \frac{2}{d} \theta M_F \right) \quad \dots\dots\dots (3.21)$$

上式を Fig. 10 の I と II, II' と III の間でそれぞれ積分することから、 v_2 と v_1 , v_3 と v_2' の関係を求めることができ、式 (3.16) を用いて v_2 , v_2' を消去し、さらに $v_1 = v_3 = \bar{u}_g$ とおくことによって転動粒子の平衡状態での速度 \bar{u}_g を次式のように求めることができる。

$$(1 - e'^2) \bar{u}_g^2 = \frac{2d}{M \{1 + 4(k/d)^2\}} \{ -(1 - e'^2)(1 - \cos \beta)W + (1 + e'^2)(D \sin \beta - \beta M_F/d) \} \quad \dots\dots\dots (3.22)$$

ところで、

$$D = \frac{1}{2} C_D \rho (u_a - \bar{u}_g)^2 A_2 d^2 \quad \dots\dots\dots (3.23)$$

$$M_F = \frac{1}{2} C_F \rho \bar{u}_g^2 A_3 d^3 \dots\dots\dots (3.24)$$

と書けるから、式 (3.22) の無次元表示として、

$$P_* \sin \beta (A_* \sqrt{\tau_* - \bar{u}_g^*})^2 = 2F_* \beta \bar{u}_g^{*2} + \frac{1-e^{*\prime 2}}{1+e^{*\prime 2}} \left(\bar{u}_g^{*2} + 2B_* \frac{1-\cos \beta}{\sigma/\rho-1} \right) \dots\dots\dots (3.25)$$

が得られ、これを \bar{u}_g^* について解くと次式が得られる。

$$\bar{u}_g^* = \frac{-a_2 \sqrt{\tau_*} + \sqrt{a_1 a_2 (\tau_* - \tau_{*rc})} + a_2 \tau_{*rc}}{a_1 - a_2} \dots\dots\dots (3.26)$$

ここに、

$$\bar{u}_g^* = \bar{u}_g / \sqrt{(\sigma/\rho-1)gd} \dots\dots\dots (3.27)$$

$$\tau_{*rc} = 4 \frac{A_3}{A_2} \cdot \frac{1}{C_D A_*^2} \cdot \frac{1-e^{*\prime 2}}{1+e^{*\prime 2}} \cdot \frac{1-\cos \beta}{\sin \beta} \dots\dots\dots (3.28)$$

$$a_1 = \frac{1-e^{*\prime 2}}{1+e^{*\prime 2}} + 2F_* \dots\dots\dots (3.29)$$

$$a_2 = P_* \sin \beta \dots\dots\dots (3.30)$$

であり、 $\tau_* = \tau_{*rc}$ のとき $\bar{u}_g^* = 0$ となる。

さてここにおいて、水流によって粗面上を転動する単一粒子の平衡速度を測定し、これと無次元底面せん断応力 τ_* との関係を図 14 に示した。図には、Meland と Norrman⁹⁾ および Francis¹⁰⁾ の実験結果も併示した。また図中の実線は式 (3.26) を計算したものである。この図によると式 (3.26) は水流中の粗面転動粒子の平衡速度を過小評価することがわかる。これは粗面上の粒子の運動においては流体力の変動や粗面構成の不均一さのため頻りに反発が起り、均質な転動過程が出現せず粒子の回転が充分平衡状態に達しないまま輸送されるためである。したがって、粗面上の粒子運動では水流の抵抗モーメントは無視される程小さく、平衡粒子速度は局所流速にまで達する。すなわち、滑動形式として表示した場合と同様の傾向を示す。そこで図 14 には、上述の転動-衝突モデルの考察から算定されるみかけの摩擦係数 μ_R を用いた滑動形式を仮定して求められる平衡粒子速度と底面せん断応力との関係式を破線で示した。このとき μ_R は静水中

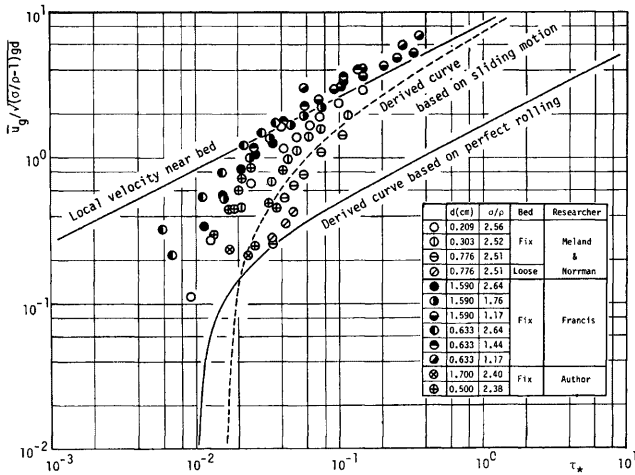


Fig. 14. Average velocity of a solitary particles moving along rough bed by flow.

の斜面（粗面）転落実験より次式で計算される値を検討し、Fig. 15 に示すように約 0.35 が適当である。

$$\mu_R = \tan \alpha - \frac{1}{2} \frac{A_2}{A_3} \frac{C_D' \bar{u}_0^2 / g d}{(\sigma/\rho - 1) \cos \alpha} \dots\dots\dots (3.31)$$

Fig. 14 に示すように、こうした考え方で多くは実験値とより良く合致した平衡粒子速度の推定がなされる。なお、これらの計算曲線における抗力係数 C_D の値としては、Coleman¹¹⁾ が粗面上の球状粒子について直接測定した値 0.4 を用いた。

最後に粗面上の転動粒子に対して導入されたみかけの抗力係数⁷⁾ の検討について触れる。Garde ら⁷⁾ によるみかけの抗力係数 C_D'' は、本論文による検討の結果、次式で与えられる。

$$C_D'' = C_D + \frac{2A_3}{A_2} C_F + \frac{2A_3}{A_2} \frac{(\sigma/\rho - 1) \mu_R \cos \alpha}{(\bar{v}^2 / g d^3) R e^2} \dots\dots\dots (3.32)$$

Fig. 16 には実験値から逆算した C_D'' の値と、Garde らの実験曲線を併示した。 C_D'' の実験値は測定された平衡転動速度 \bar{u}_0 を用いて次式より求められた。

$$\frac{1}{2} C_D'' \rho \bar{u}_0^2 A_3 d^2 = A_3 \rho (\sigma/\rho - 1) g d^3 \sin \alpha \dots\dots\dots (3.33)$$

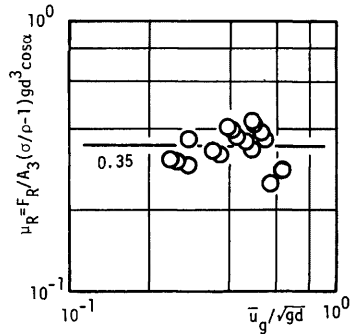


Fig. 15. Apparent frictional coefficient.

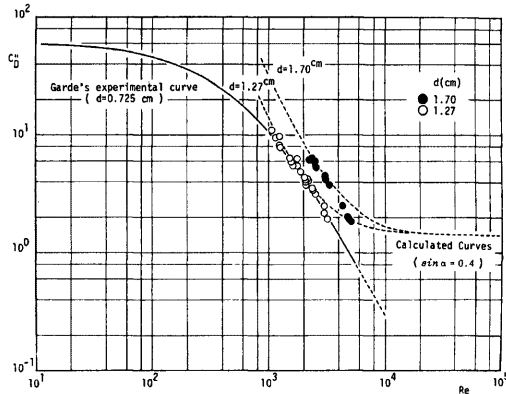


Fig. 16. Apparent drag coefficient for a particle rolling along a rough bed.

また図中の破線は、 $d=1.70\text{cm}$ と 1.27cm に対して式 (3.32) を用いて計算されたもので $\sin \alpha = 0.4$ の場合を示している。この図より、Garde らの導入した粗面上の転動粒子に対するみかけの抗力係数は、実は粗面上の転動・衝突による付加的な摩擦と転動粒子に対する流体の抵抗モーメントが真の抗力係数に加え合わされたものということがわかる。

以上本節では、粗面上の転動粒子の運動機構を詳細に検討したが、水流中で粗面上を転動する粒子の運動では必ずしもここに述べた理想的な状態が保存されず、複雑な機構にもとづいているものと推定された。し

かし本章のモデル化で粗面に沿う粒子と粗度要素との摩擦過程について基礎的かつ有益な知見が得られたものと考えられる。

4. 移動床における掃流砂れきの運動と流砂の平衡状態に関する考察

前章までに述べたように余程抽象化した場合でさえ、床面に沿って水流によって輸送される粒子の運動機構は複雑で、一朝一夕に掃流砂れきの運動機構を解明することは難しい。そこで、本章では 16mm 撮影によって掃流過程における個々の砂れきの運動を観察し若干の考察を加え、その足掛りとする。

4.1 実験方法

実験は長さ 8m, 幅 33cm のアクリル製側壁を有する鋼製勾配可変水路を用い、水路中央部 3m 区間を移動床部とし、その上、下部部は移動床を作成したものと同じ砂粒 (中央粒径 $d=0.185\text{cm}$, 比重 $\sigma/\rho=2.65$) を用いて粗度付けた固定床として行なった (Fig. 17 参照)。移動床面と固定床面は同一面に作られている。また移動床部から下流 30cm のところに採砂箱を設け、随時流砂量を測定することができる。

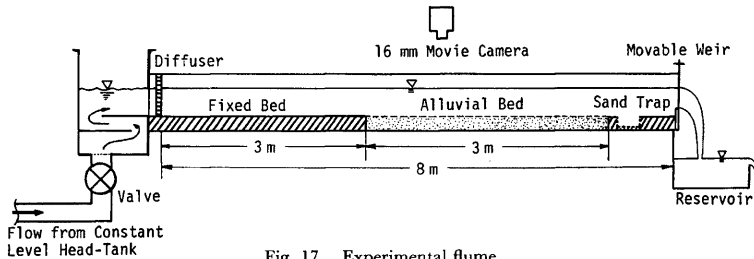


Fig. 17. Experimental flume.

なお、16mm カメラによる撮影は水路上方から水面に接して置かれたアクリル板を通して行ない、床面の中央部 $15\text{cm} \times 20\text{cm}$ が写し込まれた。また移動床は通水後水流が安定するまで金網で覆って保存し、金網除去後速やかに撮影を行なった。これは、固定床と移動床の接続部での洗掘が殆んど生じないうちに行なうため、流砂の平衡、非平衡の議論ができるように固定床との境界断面から $5\sim 10\text{cm}$, $25\sim 30\text{cm}$, $55\sim 60\text{cm}$, $95\sim 100\text{cm}$ の領域を各々 30 秒間撮影した。なお、こうした条件での実験を目的としたため、水理条件はほとんど限界掃流力付近に限った。また各実験条件ごとに予備実験を行ない下流端水位調節堰を調整してほぼ等流状態が得られるよう注意を払った。

実験条件は Table 1 に示す通りで、同表には 16mm カメラによる撮影コマ数を掲げておいた。なお、移動床表面の砂粒は数種類のマジックインキで着色されており、これらをカラーフィルムで撮影することによって個々の粒子運動の特性解析の際の便宜を図った。

Table 1. Experimental conditions.

Run	I	h (cm)	u_* (cm/sec)	τ_*	Fr	Re_*	frame/sec
1	0.00250	5.95	3.82	0.0488	0.503	70.67	27.15
2	0.00250	8.27	4.50	0.0677	0.541	83.25	27.15
3	0.00250	9.63	4.86	0.0790	0.432	89.91	27.15
4	0.00361	5.30	4.33	0.0627	0.612	80.11	27.15
5	0.00417	4.80	4.42	0.0653	0.711	81.77	27.15
6	0.00417	5.59	4.78	0.0764	0.703	88.43	27.15
7	0.00176	9.63	4.08	0.0556	0.499	75.48	40.00
8	0.00150	11.89	4.32	0.0623	0.480	79.92	40.00
9	0.00170	11.33	4.34	0.0631	0.471	80.29	40.00

4.2 フィルム解析と実験結果

撮影された 16mm カラーフィルムはダイナミックフォームを用いて各断面毎に解析された。このような解析は流砂挙動の直接測定に非常に有力な手段ではあるが、評価時間の短いこと、評価面積の小さいことから各量の変動のためのばらつきが大きいという欠点があり、この種の実験で評価時間あるいは面積を大きくするといっても限度があり、資料のばらつきは不可避である。

まず、単位時間に規定の断面を通過する砂粒個数から各断面の流砂量 $q_B(x)$ が求められ、流砂量の場所的变化を得た。これより平衡状態に達したと推定される位置での流砂量 q_{B0} を求め（採砂箱を用いて測定された流砂量で検証している）、次の量の場所的变化を Fig. 18 に示した。

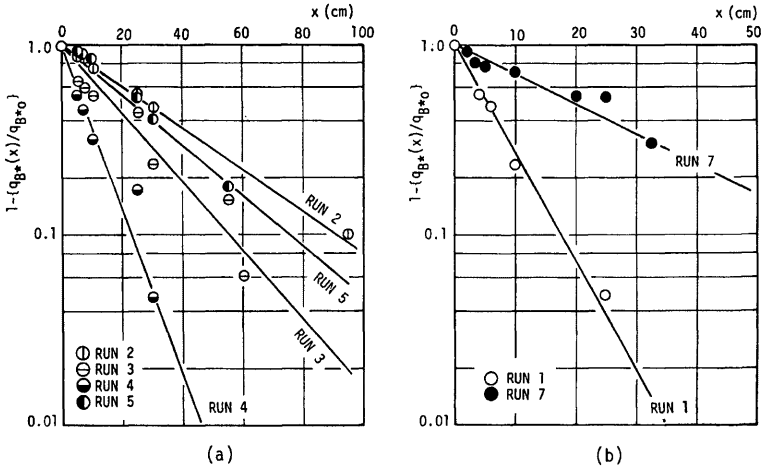


Fig. 18. Non-equilibrium bed load transport rate.

$$1 - \{q_B(x)/q_{B0}\}$$

ここで x の原点は固定床と移動床との境界にとられている。この図より、 $q_B(x)$ は負の指数関数的に平衡流砂量 q_{B0} に漸近していることがわかる。

次に、Fig. 19 には、各断面の単位時間当り、単位面積当りの砂粒の移動開始個数 n_s を数えることによって得られた pick-up rate の場所的变化を示した。図には次式で求められた無次元 pick-up rate が示されている。

$$p_{s*} = n_s A_2 d^2 / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)g/d} \dots\dots\dots (4.1)$$

図によると pick-up rate は下流方向に漸増しており、もし実験条件として期待したよう

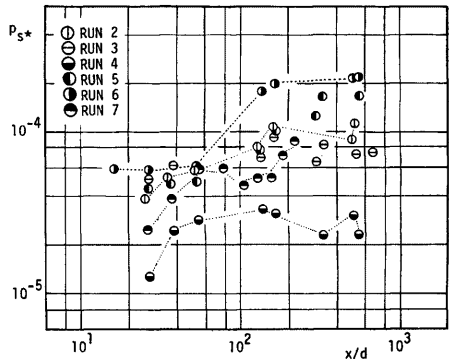


Fig. 19. Spatial variation of sediment pick-up rate.

に河床面せん断応力が一定であるならば、pick-up rate のこうした傾向はせん断応力以外の効果として評価されねばならないと言える。

いわゆる流砂の stochastic model では、pick-up rate と step length で粒子の運動のすべてを表現しているので、このような流砂の微視的な取扱は検討し得ないが、実際には運動砂粒数密度、砂粒運動速度等が互いに関係し合っただ複雑な現象を呈している。本実験では 16mm カメラの撮影範囲が狭いため step length の測定はできなかったため、以下、運動砂粒数密度、砂粒運動速度について、測定結果を示すことにする。

運動砂粒数密度 \bar{v}_g 、砂粒の平均運動速度 \bar{v}_g と流砂量 q_B との間には、

$$q_B = A_3 d^3 \bar{v}_g \bar{v}_g \dots \dots \dots (4.2)$$

の関係があり、 q_B と \bar{v}_g を測定することによって \bar{v}_g を求めることができる。そこでまず砂粒運動速度について検討した。これについては、各断面毎に約 200 個の標本砂粒を抽出しフィルム 2 コマの時間 (Table 1 参照) でその速度を評価し、平均値および分布を求めた。Fig. 20 は砂粒の平均運動速度で場所的にほとんど一定で、次式の関係が成り立つと推定された。

$$\bar{v}_g / u_* \approx 2.9 \dots \dots \dots (4.3)$$

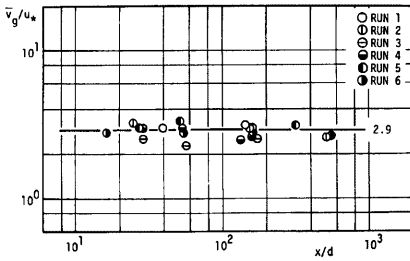


Fig. 20. Spatial variation of average velocity of sand particles in motion as bed load.

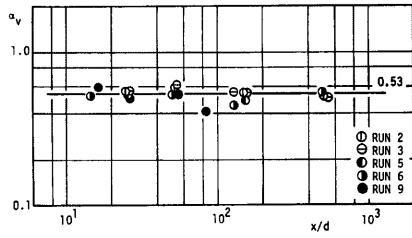


Fig. 21. Spatial variation of variation coefficient of sand particles velocity in motion as bed load.

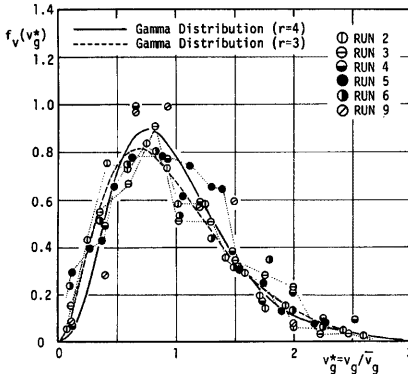


Fig. 22. Distribution of velocity of bed load particles.

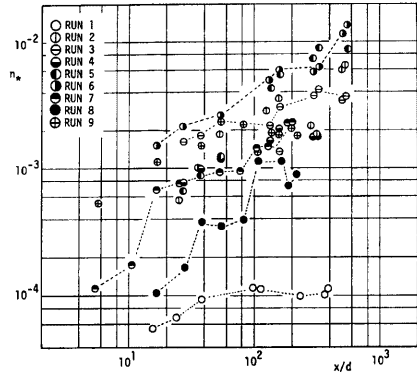


Fig. 23. Spatial variation of the number density of bed load particle.

これは先に述べた固定床での単一粒子運動の解析結果と比較するとかなり小さく、粒子群相互の干渉や移動床効果など興味深い問題と思われる。なお、粒子速度の変動係数も Fig. 21 に示すように、その場所的变化は殆んど認められず約 0.5 程度である。粒子速度の分布形については、運動粒子群の干渉作用等について詳細な機構が明確でないため物理的に決定し得ないが、変動係数がこの程度の gamma 分布の適合性は Fig. 22 に示すように良好であると言える。

次に、こうして求められた砂粒の平均運動速度を用いて運動砂粒数密度 \bar{v}_0 を求め、その場所的变化を示したものが Fig. 23 である。ここでは \bar{v}_0 を次のように無次元化して示してある。

$$n_* = A_2 d^2 \bar{v}_0 \dots \dots \dots (4.4)$$

図によると運動砂粒数密度は場所的に増加しており、これが流砂量の場所的变化に対応している。

最後に単位時間当たり、単位面積当りの砂粒の停止個数 n_d を数え、これから次式によって無次元停止率 p_{d*} を求めた。

$$p_{d*} = n_d A_2 d^2 / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd} \dots \dots \dots (4.5)$$

ところで、この停止率は Fig. 24 に示すように流砂量とほぼ正比例の関係にあり、結局 p_{d*} は n_* に比例しているものと推定される。

4.3 実験結果の考察と流砂の平衡状態について

前節で得られた結果を総合して体系的に説明することは現状では困難であり、ここではいくつかの興味ある点についての考察を述べるにとどめる。

まず流砂量の場所的变化については、いわゆる Euler 的に理解した stochastic model にもとづく次式の関係を得ることができる。

$$\frac{q_d(x)}{q_{d0}} = 1 - \exp\left(-\frac{x}{A}\right) \dots \dots \dots (4.6)$$

ここに A は平均 step length であり、Fig. 18 に示すような様式では図の実線として表わされ、このような表示が現象を良く説明し得ることがわかる。なお、上式を得る際、pick-up rate が場所的に変化しないこと、step length が指数分布に従うことを仮定しており、このようにして逆に平均 step length を求めると粒径の 40~250 倍程度となり従来の実験結果とほぼ合致している。しかし、前節で述べたように p_{d*} は場所的に一定ではなく、上述の機構は必ずしも現象を微視的レベルまで正当に評価しているわけではない。

ここで、 p_{d*} の場所的变化について、砂粒の初期移動に及ぼす砂粒数密度の効果として検討する。砂粒数密度が増すと砂面が運動砂粒で遮蔽されるなど流体力の変化も予想されるが、ここでは、静止砂粒に運動砂粒が衝突し、これによって静止砂粒が移動を開始する場合を考える。すなわち、フィルム解析においてこの事象に注目し、それによる初期移動を分けて数え、これによる分を p_{s*c*} とした。Fig. 25 は p_{s*c*} の場所的变化を示したもので、これによると p_{s*c*} は流下方向に明らかに増加しており、Fig. 23 に示される n_* の場所的增加に対応しているものと考えられる。一方、 p_{d*} から p_{s*c*} を除いた分は純粋に流体力による移動開始率と考えられ、これは Fig. 26 に示されるように場所的变化はほとんど認められないという結果を得た。

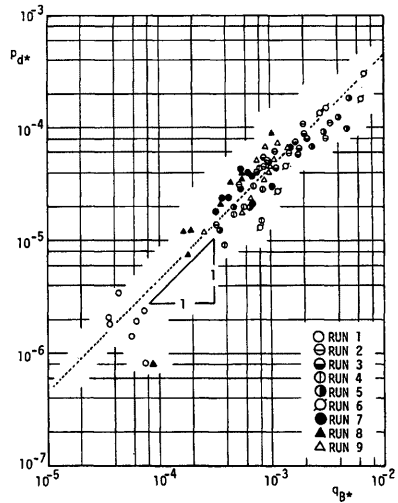


Fig. 24. The relationship between deposit rate and sediment transport rate.

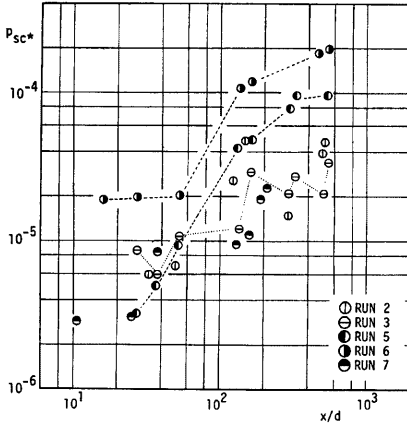


Fig. 25. Spatial variation of pick-up rate by collision.

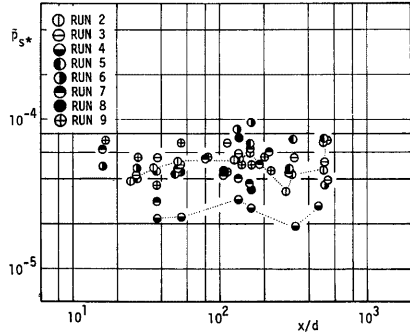


Fig. 26. Spatial variation of pick-up rate by only flow effect.

ところで、 n_* と p_{sc*} との関係は以下のように考えられる。いま 1 個の静止砂粒に着目し、この砂粒に対する運動砂粒の衝突を考える。砂粒の運動速度分布を考え、一つの静止砂粒に対する単位時間当りの衝突回数を θ とすると、

$$\theta \propto \bar{v}_0 \bar{v}_0 d \dots\dots\dots (4.7)$$

である。一回の衝突によって静止砂粒の初期移動が起きる確率を \hat{p}_{sc} とすると $p_{sc} (= n_{sc} A_s d^2; n_{sc}: \text{単位時間当り単位面積当りの衝突による初期移動個数})$ は、

$$p_{sc} = \hat{p}_{sc} \theta \dots\dots\dots (4.8)$$

となる。ところで \hat{p}_{sc} は一回の衝突時の粒子挙動に対する力学モデルを与えることによって推定されると思われるが、ここでは、簡単にこれが衝突速度、静止砂粒の動かされ易さによることから、

$$\hat{p}_{sc} = \text{func}(\tau_*, \text{angle of escape}) \dots\dots\dots (4.9)$$

と考え、また実験結果からの類推により $\hat{p}_{sc} \propto \tau_*^3$ と考えた。 $n_* \tau_*^3$ と p_{sc*} の関係は Fig. 27 に示されるように概ね比例しており上記のモデル化の可能性が期待された。

以上の考察より、 p_{sc*} は p_{sc*} と \bar{p}_{s*} とから成り、一方前節の結果より \hat{p}_{d*} は n_* に比例している。また流砂の連続式より、平衡状態では、次式が成立する。

$$p_{d*} = \bar{p}_{s*} + p_{sc*} \dots\dots\dots (4.10)$$

ここで \hat{p}_{d*}, p_{sc*} が n_* に比例しており、 \bar{p}_{s*} の底面せん断応力に対する関係が知られていると平衡流砂数密度が求められることになる。

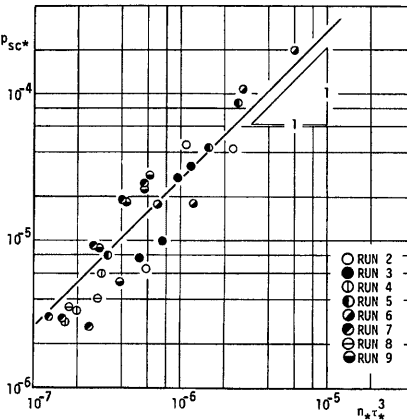


Fig. 27. The relationship between pick-up rate due to collision and the number density of particles transported as bed load.

今後、上述したような取り扱いを進めることによって、掃流砂運動の砂粒レベルでの定量的収支、およびその内部機構（衝突モデル）について詳しく検討し、移動床での粒子の運動過程を取り入れた流砂モデルへと研究を進展させて行きたいと考える。

5. 結 言

本研究では、序論にも述べたように流砂過程を粒子運動の観点から捉え、前半では単一粒子の運動機構を克明に調べ、とくに転動粒子に対する流体の抵抗モーメント、粗面転動の場合の付加摩擦力の内部機構など興味ある現象が解析された。一方後半では、移動床での掃流砂れきの挙動を 16mm フィルム解析にもとづいて調べ、各量間の関係を検討し、粒子運動過程をとり込んだ流砂モデルの研究の足掛りを得た。

なお、本研究の遂行に当たっては、京都大学大学院生細川泰廣君を始め水理学研究室の諸氏の協力を得たことを付記し謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) 中川博次・辻本哲郎・矢田 篤：砂粒運動に伴う砂面擾乱の初生について、昭和52年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集、II-58, 1977.
- 2) 中川博次・辻本哲郎・原 稔明：混合砂れき床面の粗粒化過程について、京都大学防災研究所年報第20号 B-2, 1977, pp. 355-370.
- 3) Bagnold, R. A.: The Nature of Saltation and 'Bed-Load' Transport in Water, Proc. Royal Society of London, A. 332, 1973, pp. 473-504.
- 4) White, B. R. and J. C. Schulz: Magnus Effect in Saltation, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 81, Part 3, 1977, pp. 497-512.
- 5) Luque, R. F. and R. von Beek: Erosion and Transport of Bed-Load Sediment, Journal of Hydraulic Research, IAHR, 14, No. 2, 1976, pp. 127-144.
- 6) Graf, W. H. and G. C. Pazis: Les Phenomenes de Deposition et d'Erosion dans un Canal Alluvionnaire, Journal of Hydraulic Research, IAHR, 15, No. 2, 1977, pp. 151-167.
- 7) Garde, R. J. and S. Sethuraman: Variation of the Drag Coefficient of a Sphere Rolling along a Boundary, La Houille Blanche, No. 7, 1969, pp. 727-732.
- 8) Aksoy, S.: Fluid Force Acting on a Sphere near a Solid Boundary, Proc. the XVth Congress of IAHR, Istanbul, Turkey, Vol. 1, 1973, pp. 217-224.
- 9) Meland, N. and J. O. Norrman: Transport Velocity of Single Particles in Bed-Load Motion, Geografiska Annaler, 48A, 1966, pp. 165-582.
- 10) Francis, J. R. D.: Experiments on the Motion of Solitary Grains along the Bed of a Water Stream, Proc. Royal Society of London, Vol. 332A, 1973, pp. 443-471.
- 11) Coleman, N. L.: The Drag Coefficient of a Stationary Sphere on a Boundary of Similar Spheres, La Houille Blanche, No. 1, 1972, pp. 17-21.