

円柱周辺における開水路流れの水力特性について

今本 博健・藤田 徹・日紫喜 剛啓

ON THE CHARACTERISTICS OF AN OPEN CHANNEL FLOW AROUND A CIRCULAR CYLINDER

By *Hirotake* IMAMOTO, *Toru* FUJITA and *Yoshihiro* HISHIKI

Synopsis

This paper deals with the characteristics of open channel flows around a circular cylinder, which are investigated on the basis of experimental results. The measurements of velocity were made by a hot-film flowmeter, and the measurements of the bottom shear stress by a flush-mounting-probe. From these experimental data, some qualitative properties of the structure of turbulence in a wake are revealed, that is, the distribution of mean velocity, Reynolds stress and the eddy viscosity near the bed can be approximated by the result of two dimensional wake.

1. はじめに

流れの中に置かれた円柱背後には後流域が形成され、渦運動と激しい流体混合とにより特徴付けられている。円柱より離脱する渦の発生周波数の無次元量であるストローハル数 $S_r (=f \cdot D / U_\infty)$, f : 離脱渦の周波数, D : 円柱径, U_∞ : 接近流速) は円柱レイノルズ数 $Re_D (=U_\infty \cdot D / \nu)$, ν : 動粘性係数) により規定されることが Strouhal¹⁾ や Rayleigh²⁾ により実験的に明らかにされて以来, Roshko³⁾, Relf-Simmons⁴⁾, Delany-Sorensen⁵⁾ などが系統的に実験を行ない, 離脱渦の特性についてはかなり明確にされている。

また, 一様流中に置かれた円柱背後に形成されるいわゆる2次元後流の速度場についてもかなりの研究が進められ, 平均速度場に関する Schlichting⁶⁾ の研究, 乱流構造に関する Townsend⁷⁾ らの研究などにより, $Re_D > 800$ の場合で円柱より十分離れた $x/D > 約100$ (x : 円柱からの距離) の領域においては, Prandtl の混合距離理論などの古典理論から導かれる速度分布式がよく適合することが明らかにされている。

一方, 接近流に速度勾配をもつせん断流れに設置された円柱周辺の流れについては主として局所洗掘との関連のもとに研究が進められ, たとえば Shen⁸⁾ や中川⁹⁾ らは流れや洗掘についてのモデル化を行ない, 最大洗掘深, 洗掘防止などに関するいくつかの有用な知見を得ている。しかしながら, せん断流れにおいては円柱前面における馬蹄型渦の発生, 円柱に沿う上昇流・下降流の発生といった複雑な性状を有するため不明な点が多く, とくに円柱周辺における乱流特性については, ほとんど触れられていないのが現状である。

本研究は, 開水路流れに設置された円柱周辺の水力特性を明らかにするための基礎として, 円柱近傍および後流域の速度場の特性ならびに底面せん断応力特性について実験的検討を行なったものであり, 速度計測にはホットフィルム流速計が, また, 底面せん断応力計測にはフラッシュ・マウンティング・プローブが用いられている。

2. 実験装置および方法

実験水路は長さ 13 m, 幅 40 cm, 深さ 20 cm の可動勾配滑面直線水路であって (Fig. 1), 本実験での路床勾配は水平に保たれている。実験円柱は, 直径 4 cm (アクリル樹脂製) および直径 1 cm (真ちゅう製) の2種の円柱であって, 水路床上に鉛直に固定されている。

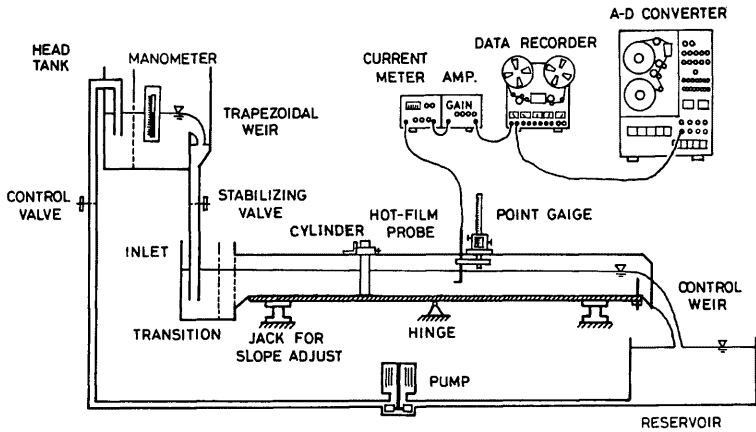


Fig. 1. Schematic illustration of experimental set-up.

速度計測には 2 成分用 X 型および 1 成分用ファイバー型プローブを利用したホットフィルム流速計を使用し、底面せん断応力計測には水路中央部床面上に固定されたフラッシュ・マウンティング・プローブが用いられた。

流速計および底面せん断応力計の出力電圧はデータレコーダに一旦記録されたのち、A-D 変換器により数値化され、電子計算機によって処理されている。

実験は Table 1 に示される水理条件で行なわれたが、計測断面は下流端より 5 m の地点に固定し、円柱を移動することにより円柱周辺の速度および底面せん断応力計測がなされている。

Table 1. Experimental conditions.

| Series | Discharge | Depth | Mean Velocity | Cylinder Diameter | Reynolds Number | Froude Number | Slenderness Ratio |
|--------|-------------|----------|----------------|-------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------|
| | Q (l/sec) | H (cm) | U_m (cm/sec) | D (cm) | $R_{e,D} = U_m D / \nu$ | $F_r = U_m / \sqrt{gH}$ | H/D |
| A-1 | 4.21 | 5.08 | 20.73 | 4.00 | 8.29×10^3 | 0.29 | 1.29 |
| B-1 | 5.99 | 4.95 | 30.25 | 1.00 | 2.75×10^3 | 0.44 | 4.95 |
| | 3.83 | 4.98 | 19.23 | 1.00 | 1.75×10^3 | 0.28 | 4.98 |
| | 1.94 | 5.02 | 9.66 | 1.00 | 8.79×10^2 | 0.14 | 5.02 |
| | 4.00 | 4.95 | 20.20 | 1.00 | 2.02×10^3 | 0.29 | 4.95 |
| C-1 | 3.97 | 4.97 | 19.97 | 1.00 | 2.00×10^3 | 0.29 | 4.97 |
| | 2.02 | 2.55 | 19.78 | 1.00 | 1.98×10^3 | 0.40 | 2.55 |
| | 3 | 1.06 | 1.25 | 21.09 | 1.00 | 2.11×10^3 | 0.60 |

3. 平均および乱れ速度分布

円柱周辺における開水路流れには、円柱後方に後流域が形成されるとともに、円柱前方に局所洗掘の主要因である馬蹄型渦が発生するなど複雑な性状を示す。以下においては、ホットフィルム流速計による速度計測結果より、円柱近傍の流況および後流域における速度分布特性について検討する。

Fig. 2 は円柱前方における平均流速 U 、乱れ速度 u' およびひずみ度 $S.F.$ の鉛直分布を示したものである。 U は円柱に接近するにつれ急激に減少するとともに、その流速勾配も小さくなる。また、 u' は全般的に路

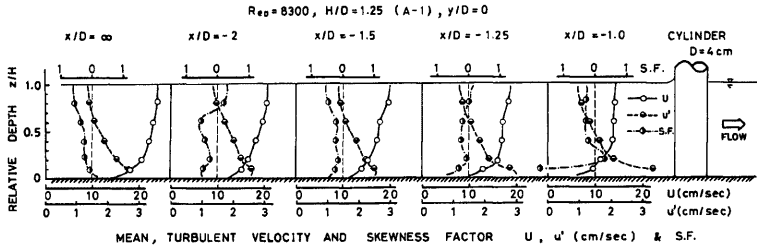


Fig. 2. Vertical distribution of mean velocity, turbulent velocity and skewness factor around a cylinder.

床近傍ほど大きくなっているが、円柱に接近するにしたがい水面近傍の u' は減少するのに対し、水路床近傍では増加している。このような u' の増加は円柱前面に形成される馬蹄型渦の影響と考えられる。一方、 $S.F.$ の鉛直分布についてみると、 $x/D = -1$ では $z/H = 0.2$ で正、 $z/H = 0.1$ で大きな負の値をとっているが、これは $z/H = 0.2$ における速度変動に間欠的に大きな正の成分を含み、それに対し $z/H = 0.1$ では負の成分を含むことを示すものであって、馬蹄型渦の存在によるものと考えられる。馬蹄型渦は定常的な回転運動ではなく、強さあるいは広がりが時間的に変動しているが、これらの変動は接近流中に含まれる乱れの影響よりはむしろ円柱後方の離脱渦の生成に伴う影響を受けるようである。

円柱側方を通過する流体は円柱の存在により加速されるが、加速領域は Fig. 3 に示されるように、路床近傍にまでおよび、流下とともに円柱後方へと広がっている。

Fig. 4 は乱れ速度について示したものであるが、円柱側面における u'/U_m (U_m : 断面平均流速) は場所的に顕著な変化がみられないが、円柱後方では離脱渦の影響によりきわめて強い乱れ速度の領域が形成されることが知れる。

2次元後流の速度分布は、円柱の抗力係数が円柱レイノルズ数 Re_D に無関係となる高レイノルズ数領域において Fig. 5 のように表わされる¹⁰⁾。

最大欠損速度 ΔU_{max} に対する欠損速度 ΔU の横断分布形は円柱からの距離に関係なく相似形を保ち、一般にガウス曲線によって表わされることが知られている。しかしながら、開水路円柱後流では接近流に流速勾配を有するとともに水面および路床面の影響を大きく受けることが予想されるため、開水路円柱後流の速度分布特性について2次元後流と比較検討してみる。

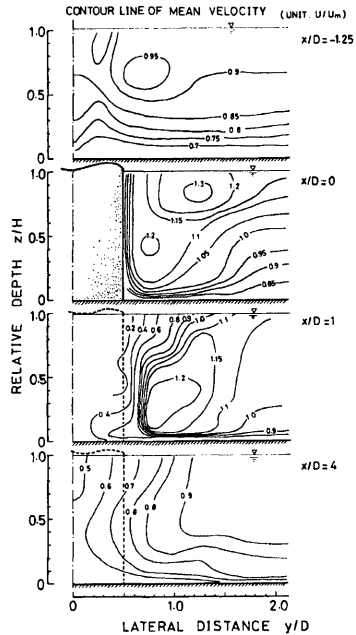


Fig. 3. Contour line of mean velocity around a cylinder.

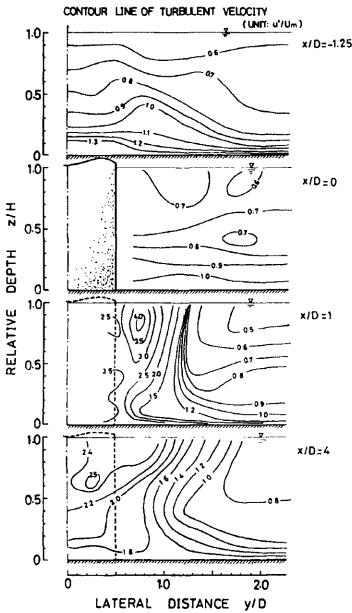


Fig. 4. Contour line of turbulent velocity around a cylinder.

$$\frac{\Delta U_{max}}{U_{\infty}} = C_1 \left(\frac{x}{D} \right)^{-1/2} \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{b_{1/2}}{D} = C_2 \left(\frac{x}{D} \right)^{1/2} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 C_1 および C_2 : 比例定数である。

本実験による $\Delta U_{max}/U_{\infty}$ あるいは $b_{1/2}/D$ と x/D との関係は、(1) 式あるいは (2) 式に比し x/D の増加に伴う変化が緩やかであり、3種の Re_D のいずれについても速度欠損が下流へ長く残っている。

また、2次元円柱後流における流速の横断分布は

$$f(\eta) = \frac{\Delta U}{\Delta U_{max}} = \exp[-(\ln 2) \eta^2] \dots\dots\dots (3)$$

と表される¹¹⁾。ここに、 $\eta = y/b_{1/2}$ である。Fig. 9 は $\Delta U/\Delta U_{max}$ の実測値を示したものであって、円柱に近い領域における $\Delta U/\Delta U_{max}$ は円柱側方を通する加速領域の存在により $y/b_{1/2}$ が 2 以上で負の値を示すが、円柱より遠い領域では (3) 式のガウス曲線と比較的良好一致を示す。これらより、半水深においては流下に伴う $b_{1/2}$ の変化の度合が2次元後流に比し緩やかであるにもかかわらず、欠損速度の横断分布では (3) 式がほぼ適用されることが理解される。

2次元後流については乱れ速度も x/D の $-1/2$ 乗で減少することが知られているが、後流内における乱れ速度の最大値 u'/u_{∞} (u'_{∞} : 接近流の乱れ速度) と x/D との関係を示した Fig. 10 によると、いずれの Re_D についても円柱に近い領域では u'/u_{∞} は x/D のほぼ $-1/2$ に比例して減少するが、 $x/D=80$ 付近を超えると 1 に近づくことが知れる。

次に開水路円柱後流の3次元特性を知るため、 $Re_D \approx 2000$ の場合を例としてその内部構造について検討

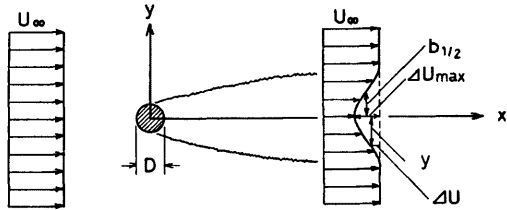


Fig. 5. Lateral distribution of mean velocity in a wake.

Fig. 6 は水深円柱径比 $H/D=5$ と一定に保ち、3種の Re_D における接近流の鉛直特性および円柱後流における平均流速の横断分布を示したものであって、後流での速度は半水深 $z/H=0.5$ で計測されている。図より、開水路円柱後流においても速度欠損領域の存在が確かめられるとともに、その形状は3種の Re_D についてかなり類似しており、後流の速度分布形に及ぼす Re_D の影響はあまり顕著でないことが知れる。

このような後流域の特性をより明確に把握するため、最大欠損速度 $\Delta U_{max}/U_{\infty}$ および半値半幅 $b_{1/2}/D$ と流下距離 x/D との関係を示すと Fig. 7 および Fig. 8 のようになる。2次元円柱後流の場合、 x/D との関係は次のように表わされる¹¹⁾。

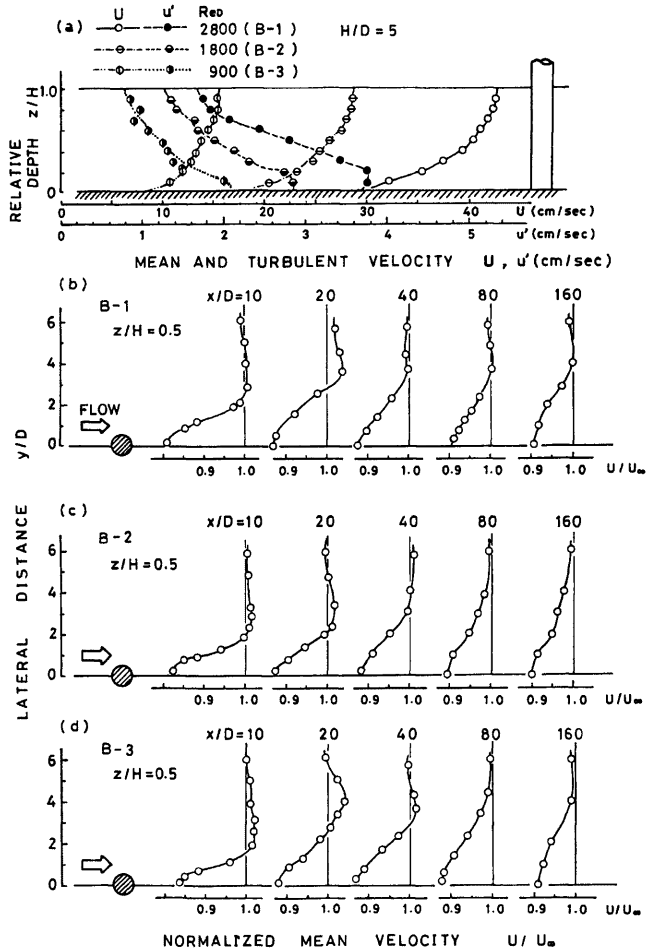


Fig. 6. Vertical distribution of mean and turbulent velocity of approaching flow and lateral distribution of mean velocity in a wake.

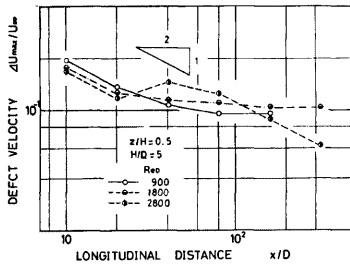


Fig. 7. Longitudinal distribution of defect velocity.

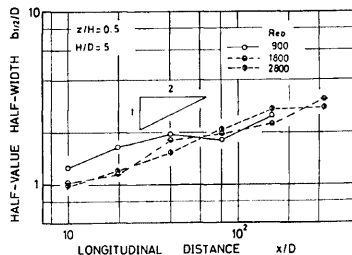


Fig. 8. Longitudinal distribution of half-value half-width.

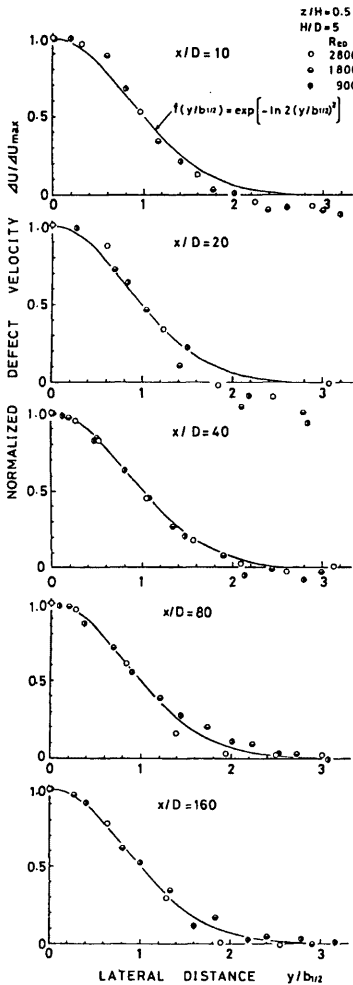


Fig. 9. Lateral distribution of defect velocity.

Fig. 15(a) および (b) は後流の乱れ速度 u'/u'_{∞} および v'/v'_{∞} の横断分布であるが、両者とも広がり幅は流下に伴い増加しつつ、その大きさは減少する様子がみられる。また、路床に近いほど接近流の局所乱れ速度 u'_{∞} および v'_{∞} が大きいため、 u'/u'_{∞} 、 v'/v'_{∞} は相対的に小さくなっているが、 $x/D=10$ における u' および v' は z/H によらずほぼ同程度である。さらに、後流の断面内の乱れ速度の最大値 u'/u'_{∞} および v'/v'_{∞} と x/D との関係を示すと Fig. 16(a) および (b) のようであり、 u'/u'_{∞} は $z/H=0.9, 0.5$ において、ほぼ

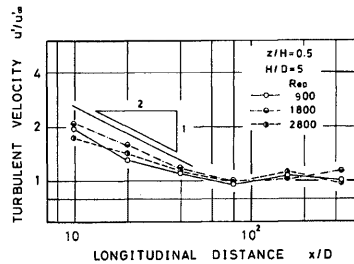


Fig. 10. Longitudinal distribution of turbulent velocity.

する。

Fig. 11(a) は接近流の平均流速および乱れ速度を示したものであり、(b)~(d) は円柱 ($D=1\text{ cm}$) を設置した場合の後流における平均流速の横断分布を 3 種の高さ $z/H=0.9, 0.5$ および 0.1 について示したものである。図より知れるように、速度欠損および後流幅は高さによってかなり異なった様相を呈し、水面近傍の $z/H=0.9$ においては円柱に近い領域で非常に大きな速度欠損が存在するが、それが流下とともに減少し、また後流幅は増加する傾向が顕著にみられる。しかしながら、路床近傍の $z/H=0.1$ では円柱に近い領域においても速度欠損は小さく、 x/D の増加に対し大きな変化を示さない。これらの最大欠損速度および半幅と流下距離との関係を示した Fig. 12 および Fig. 13 によると、 $z/H=0.9$ における x/D の増加に伴う $\Delta U_{max}/U_{\infty}$ の減少および $b_{1/2}/D$ の増加は $1/2$ の勾配に近いのに対し、 $z/H=0.5, 0.1$ と路床に近い程その勾配は緩やかとなっている。このように、開水路円柱後流の平均流速分布は、円柱に近い領域において水面近傍のみ 2 次元後流に近い傾向を示す。また、平均流速の横断分布については Fig. 14 のように、いずれの z/H においてもガウス曲線に比較的良い一致を示している。

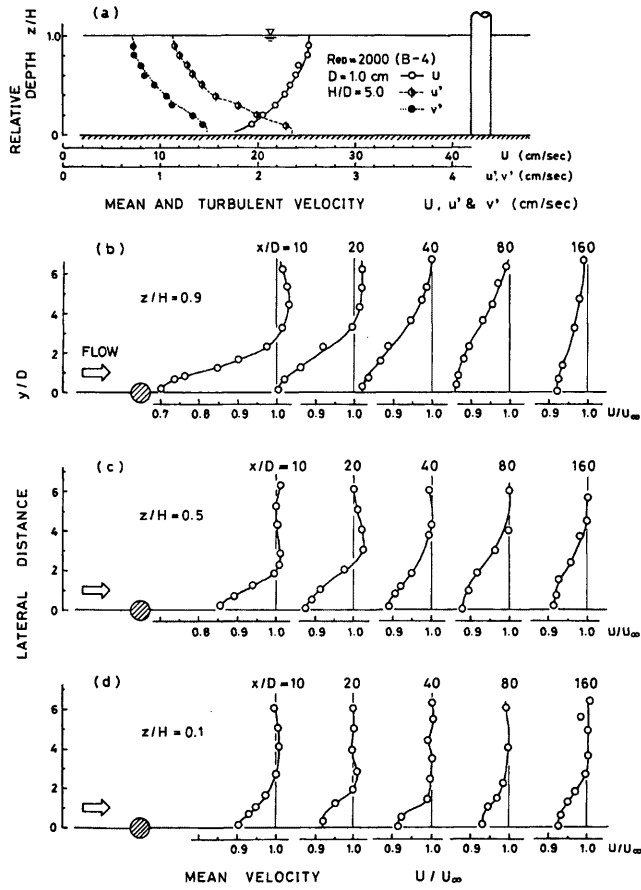


Fig. 11 (a) (b) (c) (d). Vertical distribution of mean and turbulent velocity of approaching flow and lateral distribution of mean velocity in a wake.

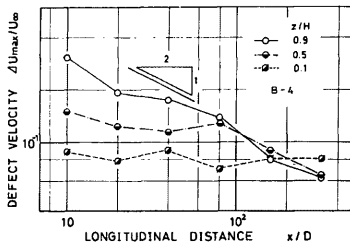


Fig. 12. Longitudinal distribution of defect velocity.

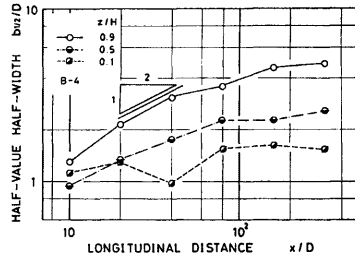


Fig. 13. Longitudinal distribution of half-value half-width.

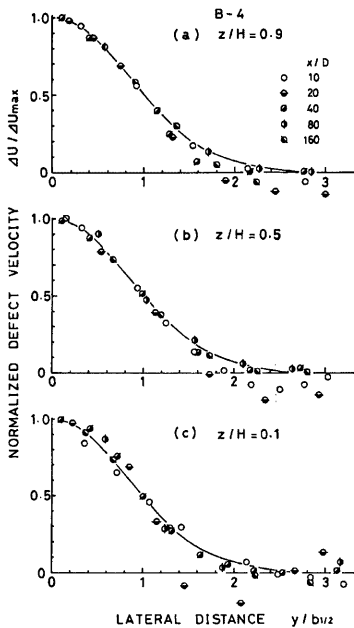


Fig. 14. Lateral distribution of defect velocity.

x/D の $-1/2$ 乗に近い勾配で接近流の乱れ速度まで減少し、その後一定となっている。 v'/v'_{∞} も同様の傾向を示すが、減少の勾配は u'/u'_{∞} のものに比してやや急である。 $z/H=0.1$ については、 u'/u'_{∞} および v'/v'_{∞} ともに勾配はかなり緩やかとなっている。

以上のように、円柱に近い領域における後流の乱れ速度分布は、路床近傍を除き2次元後流のそれと比較的一致するが、円柱から遠ざかるにつれ接近流の乱れ速度が支配的となる。すなわち、開水路円柱後流の特徴として、自由乱流としての特性と後流域における底面境界層の発達という2面性を有することが知れ、後流域の乱流現象の記述が難しいことが理解される。

4. レイノルズ応力および渦動粘性係数

円柱後流の乱れ特性をさらに詳細にみるため、

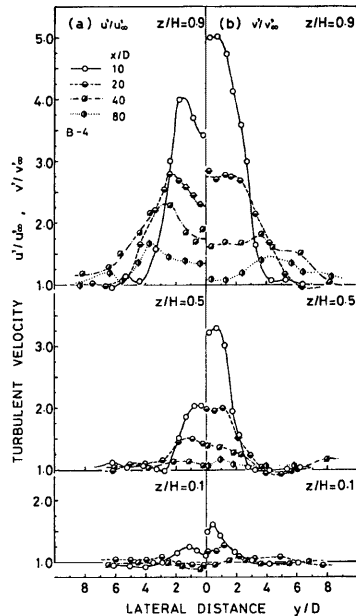


Fig. 15 (a) (b). Lateral distribution of turbulent velocity.

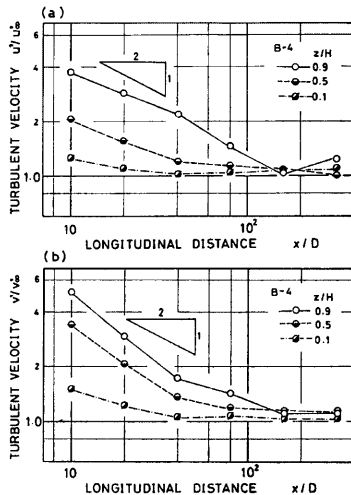


Fig. 16 (a) (b). Longitudinal distribution of turbulent velocity.

レイノルズ応力 $-\overline{uv}$ について考察する。なお、レイノルズ応力の推定にはサンプリング周波数 $f_s=20H_s$ 、データ数 $N=500$ 個が用いられている。

2次元後流におけるレイノルズ応力の横断分布は

$$g(\eta) = -\overline{uv}/(\Delta U_{max})^2 = -0.118\eta \exp[-(\ln 2)\eta^2] \dots\dots\dots (4)$$

と表わされる¹¹⁾。Fig. 17 は本実験値を(4)式にしたがって無次元化表示したものであるが、 $z/H=0.1$ については、 $-\overline{uv}$ の値自体が小さく計測誤差によるばらつきが大きいため省略されている。図から知れるように、 $z/H=0.9$ における $-\overline{uv}/(\Delta U_{max})^2$ は $x/D=10$ において(4)式とかなり良い一致を示すが、 x/D が増加するとともにその値は若干減少し、ピークの位置もずれている。 $z/H=0.5$ では(4)式に比しかなり大きいものの、分布形状はよく類似している。ただし、 $-\overline{uv}/(\Delta U_{max})^2$ は x/D によって異なり、 x/D の増加とともに急激に減少している。

2次元後流の渦動粘性係数 ε_y は Prandtl の第2仮説、すなわち、

$$\varepsilon_y = k \cdot b_{1/2} \cdot \Delta U_{max} \dots\dots\dots (5)$$

によって表わされることが多い。ここに、 k ：比例定数である。(5)式における k として Schlichting⁶⁾ らは実験的に

$$k=0.094 \dots\dots\dots (6)$$

という値を得ており、 k は x/D に無関係であるとしている。いま、 ε_y と $-\overline{uv}$ の関係式

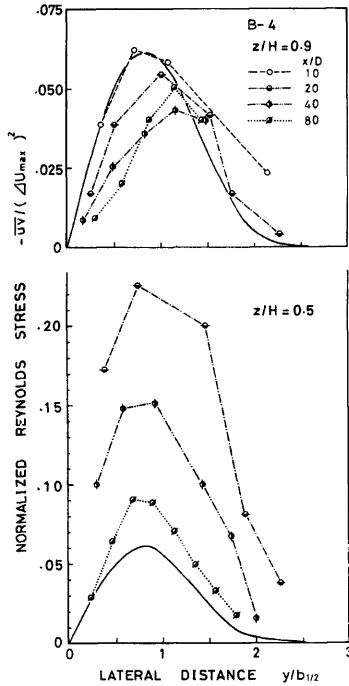


Fig. 17. Lateral distribution of Reynolds stress.

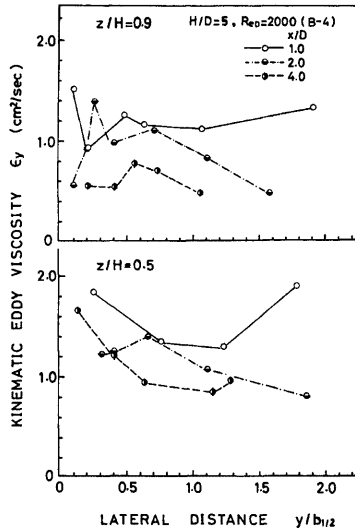


Fig. 18. Lateral distribution of kinematic eddy viscosity.

$$-\overline{uv} = \varepsilon_y \frac{\partial U}{\partial y} \dots\dots\dots (7)$$

を用いて逆算された ε_y の横断分布を示すと Fig. 18 のようになる。 ε_y はとくに $\partial U/\partial y$ の計測誤差に支配され、逆算値はかなり大きくなればつきがあり詳細な検討は困難であるが、 $z/H=0.9$ および 0.5 のいずれにおいても ε_y は $y/b_{1/2}$ の増加とともに減少する傾向がみられる。

5. 底面せん断応力

これまで開水路円柱後流の速度分布特性について検討してきたが、次に後流域の底面せん断応力についてフラッシュ・マウンティング・プローブによる計測結果より若干の考察を行なう。

Fig. 19 は円柱直下流の平均底面せん断応力 τ の流下方向分布について示したものであって、接近流の平均底面せん断応力 τ_0 で無次元化されている。図によると、いずれの H/D についても同様な分布形状を示し、 $x/D=40$ 付近にいたるまではほぼ一定勾配で減少したのち一定となっている。さらに、底面せん断応力変動の *r.m.s.* 値 τ'/τ_0' と x/D との関係についても Fig. 20 にみられるように平均せん断応力と同様な傾向を示し

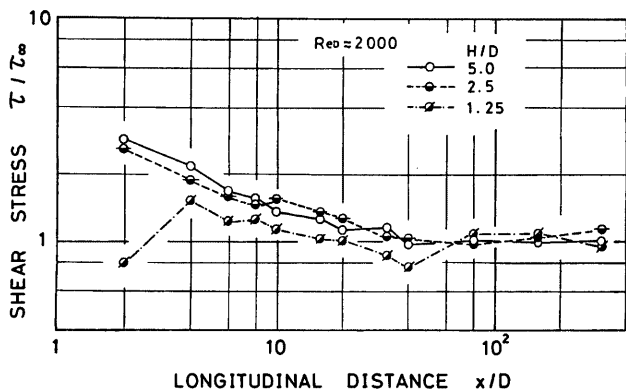


Fig. 19. Longitudinal distribution of mean shear stress on the bed.

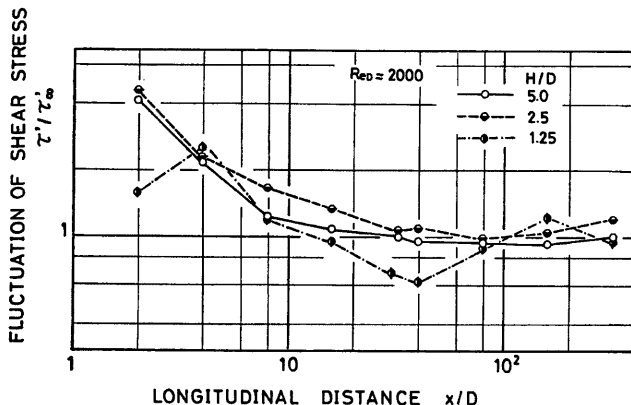


Fig. 20. Longitudinal distribution of r.m.s. shear stress on the bed.

ている。このような現象は、後流内における流速の鉛直分布に起因するものと考えられる。すなわち、 $H/D=5$ の場合の平均流速分布例を示した Fig. 21 より明らかなように、 $x/D=10, 20$ と円柱に近い領域で

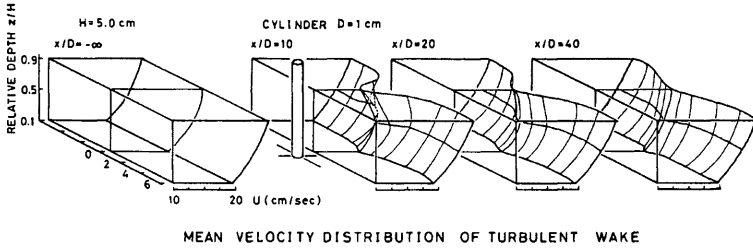


Fig. 21. Distribution of mean velocity.

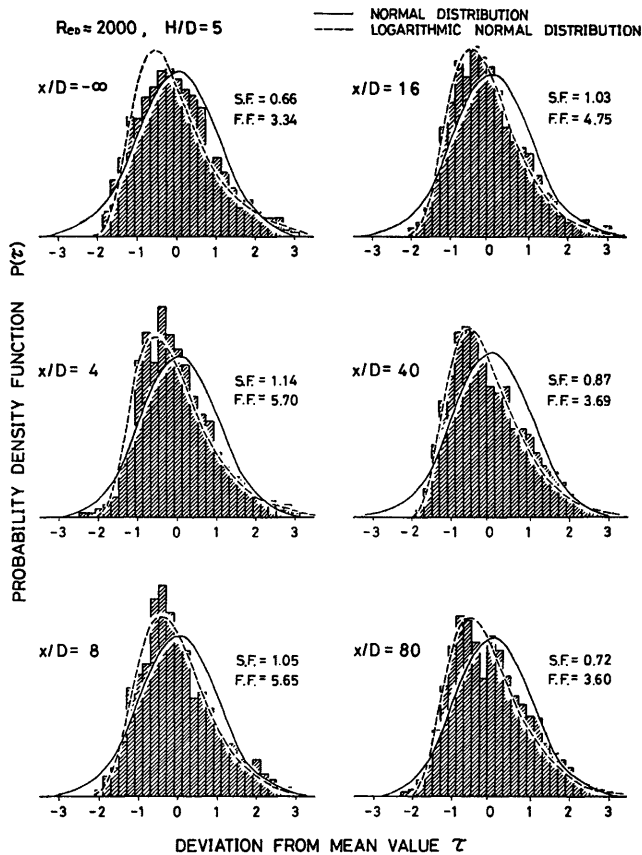


Fig. 22. Histogram of shear stress on the bed.

は水面付近の流速に比し半水深付近の流速の方が大きく、底面付近の流速勾配が大きいため、 $\tau/\tau_{\infty} > 1$ となっていると考えられる。さらに流下するにつれ、接近流の流速勾配へと移行し、 τ/τ_{∞} も1へと近づいている。

Fig. 22 は底面せん断応力の変動成分 τ' のヒストグラムを示したものであって、図中の実線は正規分布、破線は対数正規分布をそれぞれ示している。接近流のヒストグラムは正規分布に比しそのひずみが比較的小さくであるのに対し、後流域でのひずみはかなり大きく、 $S.F.$ の値は円柱近傍ほど大きく、 x/D の増加とともに減少している。以上より、底面せん断応力のヒストグラムは対数正規分布に比較的一致し、底面せん断応力の変動成分中には間欠的に大きな正の値が含まれていることが理解され、開水路乱流における burst 現象との類似性を示すものとしてきわめて興味深い。

6. 結 論

本研究は、開水路流れに設置された円柱周辺の水理特性を解明するための基礎として、ホットフィルム流速計による速度計測およびフラッシュ・マウンティング・プローブによる底面せん断応力計測により円柱近傍および後流の特性について実験的に検討したものであって、得られた成果を要約すると次のようである。

- 1) 開水路流れに円柱が設置された場合、円柱前面には馬蹄型渦が形成されるが、馬蹄型渦の運動領域は時間的に変動している。また、円柱側方を通ずる流体は加速され路床近傍から水面までほぼ同程度の流速をもつようになる。
- 2) 水面近傍における円柱後流の最大欠損速度および半値半幅は2次元後流の場合に類似しているが、路床に近づくにつれて異なる特性を示すようになる。ただし、平均流速の横断分布形状はほぼ相似形であり、ガウス曲線で近似される。
- 3) 後流における乱れ速度の大きさは、円柱近傍では流下距離の $-1/2$ 乗に比例して減少し、円柱より離れるにしたがって接近流のそれに一致するようになる。
- 4) 後流の円柱に近い領域におけるレイノルズ応力および渦動粘性係数の横断分布は、実験値にみられる大きなばらつきのため詳細な検討はできないが、水面近傍ではほぼ相似性が認められるもの、半水深では最大欠損速度が2次元後流に比し小さいため成立しない。
- 5) 円柱後流における底面せん断応力のヒストグラムは正のひずみ度を示し、近似的に対数正規分布によって表わされる。また、円柱背後における底面せん断応力は平均値および変動量ともかなり大きく、円柱から離れるにしたがって減少し、円柱径の約40倍以上下流では円柱のない場合に一致するとみなせる。

参 考 文 献

- 1) Strouhal, V.: Über eine besondere art der tonerregung, Ann. Phys. und Chemie, New Series, 5-10, 1878.
- 2) Rayleigh, L.: Acoustical observations, Phil. Mag., 5, 7-42, 1879.
- 3) Roshko, A.: On the development of turbulent wakes from vortex street, NACA, Rep. 1191, 1954.
- 4) Relf, E. F. and L. F. G. Simmons: The frequency of eddies generated by the motion of circular cylinders through a fluid, Aero. Res. Council, Lond., Rep. and Mem., No. 917, 1924.
- 5) Delany, N. K. and N. E. Sorensen: Low-speed drag of cylinders of various shapes, NACA, TN3038, 1953.
- 6) Schlichting, H.: Aerodynamische untersuchungen an kraftfahrzeugen, Report of the Technische Hochschule Braunschweig, 1954.
- 7) Townsend, A. A.: Momentum and energy diffusion in the turbulent wake of a cylinder, Proc. Roy. Soc., Ser. A, 197, 1949.
- 8) Shen, H. W., V. R. Schneider and S. Karaki: Local scour around bridge piers, Proc. ASCE, 95, HY6, 1969.
- 9) 中川博次・鈴木幸一: 橋脚による局所洗掘深の予測に関する研究, 京大防災研究所年報, 第17号B, 1974.
- 10) Hinze, J. O.: Turbulence, McGraw-Hill, 1959.
- 11) Townsend, A. A.: Measurements in the turbulent wake of a cylinder, Aust. J. Sci. Res., 1, 1948.