

# 床固めの水理機能に関する研究

道上正規・鈴木幸一

## STUDY ON THE HYDRAULIC FUNCTIONS OF THE CONSOLIDATION WORK ACROSS THE RIVER

By Masanori MICHIE and Koichi SUZUKI

### Synopsis

The consolidation work which is constructed across a river should function effectively against the degradation of the river bed when the sediment discharge from the upstream end becomes smaller. In order to estimate the functions of the consolidation work, the degradation characteristics of the river bed with a consolidation work under the condition that the sediment discharge from the upstream end of the river is stopped by a dam are studied both experimentally and theoretically. By solving the diffusion type differential equation for the variation of the river bed height, characteristics of time variation of the bed height are clarified in both upstream and downstream regions of the consolidation work. The maximum local scour depth just downstream of the consolidation work is also studied.

### 1. 緒 言

近年、治水および利水を目的とするいわゆる多目的ダムが多く建設されてきて、ダム下流域では上流からの土砂供給量がその地点の水流の土砂輸送量よりも少なくなり河床低下が進行しその影響が下流に伝播している河川も少なくない。この河床低下は、橋脚や取水口などの河川構造物の機能を阻害するばかりでなく構造物自体の安定性に重大な影響を及ぼすため、河床低下量を減少させるべく河床の一部を固定してしまう床固め工が設置される場合がある。このように河川を横断して設置する床固めの主な機能としては、河床低下の軽減および河床勾配の緩和が挙げられるが、特に流量・流砂量の多い洪水時に有効にその機能を果たすものでなければならない。上流からの供給土砂が減少した場合に河床低下を防止するためには、掃流力を減少させる必要があり、このため落差工などの構造物による落差を設け射流を起こし跳水によって流水のエネルギーを消耗させるが、洪水時の大流量に対しては潜り越流となって、エネルギー損失があまり大きくない上に構造物の上下流での乱れが大きいため河床の局所洗掘が生じ床固めが有効でないばかりかむしろ害が生じる危険性がある<sup>1)</sup>。このように、床固めの天端と河床高とを一致させた場合には、上流端からの供給土砂の停止後直ちには床固めの河床低下阻止機能は働かず河床はどんどん低下する。しかし、河床がある程度以上低下すると床固め上で射流が生じ始め、以後の床固め上流側の河床低下速度は次第に小さくなり、床固め工の効果がでてくるものと考えられる。

床固めの水理機能に関しては、土屋<sup>2)</sup>は流量・流砂量・河床材料・粗度係数および河幅を与えて河道の平衡理論を適用することによって河床縦断形状を各床固め区間で求める試みをしているが、河床が時間的にどのように低下していくかについては明らかにされていない。

本研究は、床固め設置後の河床低下の時間的変化特性および床固め直下流部の局所洗掘特性を水理的に明らかにしようとするものであって、実験的考察および実験事実に基づくモデル解析による理論的考察を行

なう。

2. 床固め上下流の河床低下に関する実験

2.1 実験装置と方法

**実験装置** 水路中央部に現河床面と天端とを一致させた床固めを設置し、上流端からの給砂を停止した後河床がどのように低下していくかを明らかにする目的で室内実験を行なった。実験に用いた水路は Fig. 1 に示すように、長さが 11 m, 幅 30 cm, 高さ 30 cm の長方形断面の鋼製水路で中央部 3 m 区間の両側壁が透明アクリル板でできている。また、水路の上流端には 0~0.413 cm<sup>3</sup>/sec/cm の範囲で連続的に任意の一定量の給砂が可能なエレベーター式給砂装置が設置されており、またその上流には流量測定用の三角堰が、一方下流端には流砂を全て捉えることのできる砂だめと水深調節用の可動堰とが設置されている。河床高および水面高はそれぞれ自動河床面測定器と電気容量式波高計を用いて連続的に自動測定した。自動河床面測定器は、河床面と水中にある点つまりセンサー先端との間の電気抵抗が河床面との距離によって変化する特性を利用した測定器であって、この測深器および波高計は、水路両側壁上のレールの上をモーター動力によって 5 cm/sec の定速で水路上下流方向に移動する台車に搭載されている。

模型床固めの天端の流下方向幅は 2 cm で水路横断方向幅は 30 cm と水路幅と同じである。

**実験方法** 実験は以下の手順によって行なった。

- 1) 床固めを設置しない状態で砂を水路底面から厚さ 9 cm になるように水路全体にわたって均一に敷き、

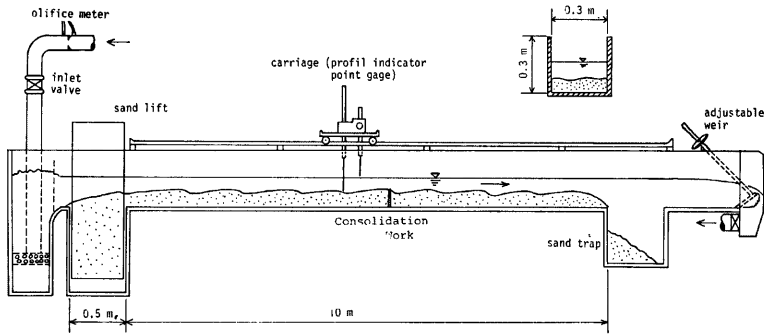


Fig. 1 Experimental flume.

Table 1 Experimental conditions.

Run No.	$q$ (cm <sup>3</sup> /sec/cm)	$q_s'$ (cm <sup>3</sup> /sec/cm)	$i_0$ ( $\times 10^{-3}$ )	$l_1$ (cm)	$h_0$ (cm)	$K$ (cm <sup>2</sup> /sec)	
1	285	0.0413	2.8	453	5.0	15	Sand $d_{50}=0.06$ (cm) $s=1.65$ $\lambda=0.4$
2	285	0.0330	2.7	453	5.5	15	
3	240	0.0330	3.0	453	7.0	13	
4	200	0.0330	2.1	453	5.5	10	
5	150	0.0330	1.9	453	4.0	7	
6	100	0.0330	2.6	453	3.5	5	Distance $l_2=347$ (cm)
7	285	0.0330	2.7	—	5.5	15	

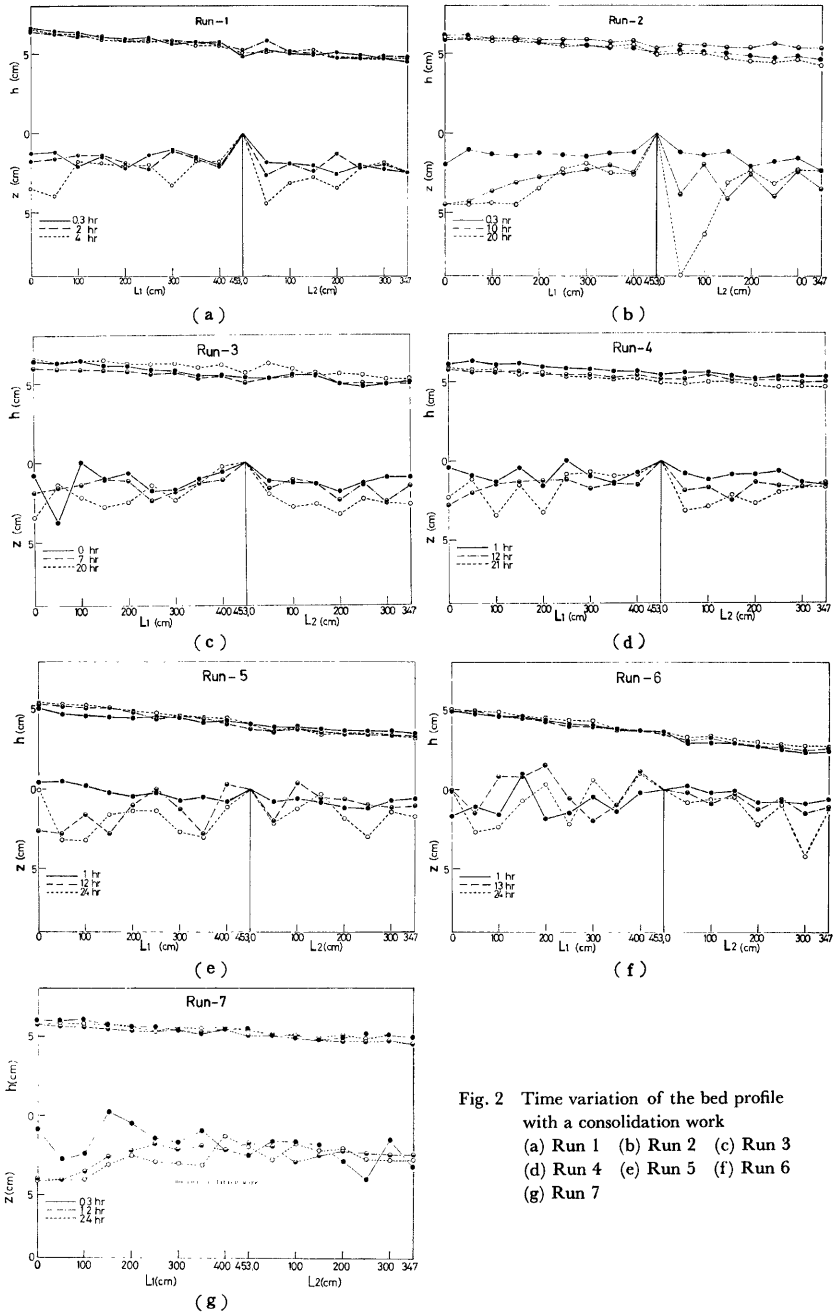


Fig. 2 Time variation of the bed profile with a consolidation work  
 (a) Run 1 (b) Run 2 (c) Run 3  
 (d) Run 4 (e) Run 5 (f) Run 6  
 (g) Run 7

所定の流量，給砂を与えて6～7時間通水し平衡河床を形成する。

2) 平衡河床が得られた後，河床を乱さないように通水を止め水路上流端より453 cmの位置に床固めを設置し，平衡河床を乱さないように再び通水するが，この時を  $t=0$  とし給砂は停止したままにしておく。

3) 以後，適当な時間に水路縦断方向へ河床高および水面高を場所的に連続測定する。

**実験条件** 実験条件は **Table 1** に示すとおりであって，用いた砂は50%粒径が0.06 cmのほぼ均一な粒径の砂であり，流量は5通り，床固め設置前の流砂量  $q_s'$  は2通り変化させることによって水理条件と河床低下特性との関係がある程度明らかになるようにした。

## 2.2 実験結果

ここでは，床固め周辺の局所洗掘は無視して，全体的な河床低下についてのみ述べる。

**Fig. 2 (a)～(g)** は河床および水面形状の時間的変化を示したものである。河床にはいわゆる河床波が形成されているため河床高の局所の変動がかなり大きいけれども，平均的な河床高に注目すれば時間の経過とともに河床が低下している様子がある程度明らかにされている。これらの図よりほぼつぎのようなことがいえる。

1) 給砂を止めると一般に河床波高が時間的に大きくなってゆく傾向が認められる。

2) 河床波高のオーダーが数 cm であり，河床低下量も同程度であるために各場所で厳密に河床低下量を論じることはいかなるけれども平均的にみて河床低下は通水初期に大きく時間の経過とともに低下速度は小さくなるようである。

3) 水理条件によっては，固めめ上下流部での河床が連続的に変化するものと不連続になるものがあるようである。

4) **Run 7** は床固めを設置しない場合に河床低下がどのように進行するかをみるために行なった実験であり，同一水理条件で床固めを設置した **Run 2** の結果と比較すると初期の河床低下量はほとんど同じであって **Run 2** の床固め設置の効果は全くみられないが，ある程度時間が経過した後では **Run 7** の方が低下量がやや大きく床固めの効果が少しは認められる。

5) 水量量によっては床固めの効果があるものと効果が全くないものがあるようである。

6) 水理条件によって河床波特性がかなり違ってくるため直接比較するのは難かしいが，給砂時の給砂量を同じにして流量のみを変化させた場合の給砂停止後の河床低下量は流量の大きいほど大きい。

これらの実験事実を考慮して以下床固め上下流の河床低下に関する理論的考察を行なう。

## 3. 床固め上下流の河床低下に関する理論的考察

### 3.1 基礎式と仮定

著者の一人は，水路幅一様な水路において流砂の連続式に，擬似等流の仮定に基づく水流の運動方程式および流砂量式から得られる関係を代入することによって次式(1)で表わされる河床変動に関する拡散型の方程式を導いた<sup>3)</sup>。すなわち，

$$\frac{\partial z}{\partial t} = K \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし， $z$  は河床高， $t$  は時間， $x$  は流下方向距離であり，拡散係数に相当する  $K$  は，流砂量式として佐藤・吉川・芦田式<sup>4)</sup>，

$$\frac{q_s}{\sqrt{sgd^3}} = \varphi F(\tau_0/\tau_c) \tau_*^{3/2}, \quad \tau_* = \frac{u_*^2}{sgd} \quad \dots\dots\dots (2)$$

を用いると，

$$K = \frac{21}{20} \cdot \frac{1}{1-\lambda} \varphi F(\tau_0/\tau_c) \frac{q}{sA}, \quad A = U/u_* \quad \dots\dots\dots (3)$$

である。ここに、 $q_s$  は単位幅当りの流砂量、 $s = \sigma/\rho - 1$ 、 $\sigma$  および  $\rho$  はそれぞれ砂および水の密度、 $\lambda$  は砂の空隙率、 $q$  は単位幅流量、 $U$  は平均流速、 $u_*$  は摩擦速度、 $d$  は砂粒径、 $g$  は重力加速度、 $\tau_0$  は掃流利、 $\tau_c$  は限界掃流利、 $\phi$  は砂粒径によって異なる数である。

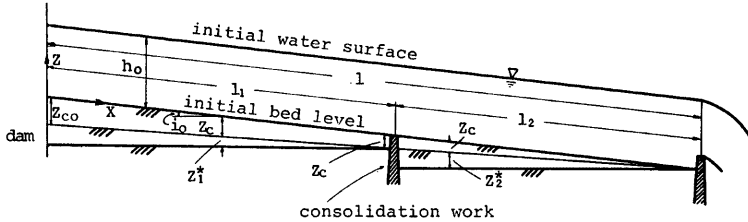


Fig. 3 Definition sketch.

河床変動に関する方程式 (1) を床固め上下流部の河床低下の問題に適用するが、モデルとして Fig. 3 に示すように河川の上流端にダムを建設して流入砂量を 0 とし、下流端水位が一定になるように制御されている河川区間  $l$  の上流端ダムサイトを原点 ( $x=0$ ) としそこから距離  $l_1$  の地点に天端を現河床と一致させた床固めを設置した場合に河床が時間的にどのように低下していくかについて考える。

まず、先に述べた実験結果を参照して以下の仮定を行なう。仮定：

- 1) 水路下流端 ( $x=l$ ) では水位は不変であるが、河床低下も生じない。
- 2) 床固め部 ( $x=l_1$ ) の上下流では、床固め上で限界水深が生じ始めるまでは上流側水位と下流側水位とは連続しているため、床固め上下流部の河床は床固め部一部を除いて連続的に変化する。
- 3) 床固め上で限界水深が生じるとその上下流部の水深は不連続となるため、床固め上下流部の河床低下はそれぞれ独立に生じる。すなわち、床固め直下流部では引き続き河床が低下するが、床固め上での水深が不変となるので床固め直上流部での河床低下はほぼ停止する。
- 4) 上流から給砂のないダム直下流での河床勾配は河床砂の限界勾配に等しく、また床固め部で限界水深が生じた後の床固め直下流の河床勾配は床固め上流部から流入する土砂を掃流するのに必要な勾配となる。

以上のように仮定すると、床固め部で限界水深が生じる以前に河床低下が停止するような水理条件の場合には床固めの効果は全くなく、限界水深が生じるような水理条件のときにのみ床固めがある程度有効に働くことになる。

いま、限界水深が生じる場合、床固め上 ( $x=l_1$ ) で限界水深が生じ始める時間を  $t_c$  とし、その時の元河床からの河床変動量を  $z_c$  で表わし、 $x=l_1$  での  $z_c$  を  $z_{c1}$  とかくことにする。

### 3. 2 基礎式の解

(1)  $t \leq t_c$  の場合

この場合、床固め上では射流が発生していないからその上下流の水理量は連続的に変化し、河床低下についても Fig. 3 にみられるように  $l_1$  区間 および  $l_2$  区間に分けて取扱う必要はない。すなわち、上記の仮定 1) および 4) の境界条件と、 $t=0$  で河床低下量が 0 ( $z=0$ ) という初期条件は、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= i_0 - i_c \\ z(x, t) \Big|_{x=l} &= 0 \\ z(x, t) \Big|_{t=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

と表わせる。ここに、 $i_0$  は元河床の勾配であり、 $i_c$  は河床砂の限界勾配である。式 (4) の境界条件および

初期条件のもとに式(1)の解を求めると、

$$z = -(i_0 - i_c) \left[ (l-x) - \frac{2}{l} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-K \frac{(2n+1)\pi}{2l} t} \left\{ \frac{2l}{(2n+1)\pi} \right\}^2 \cos \frac{(2n+1)\pi}{2l} x \right] \dots\dots\dots(5)$$

となる。ただし、 $K$  は便宜的に一定であるとしている。

(2)  $t > t_c$  の場合

この場合は、床固め上で水深が限界水深となっているため、床固め上下流で水理量が不連続となり、河床低下についても上下流に分けて取扱う必要がある。

(a)  $0 \leq x \leq l_1$  区間

$x = l_1$  での床固め上で水深  $h_p$  が限界水深  $h_c$  となっているが、いま、時間  $t$  を、

$$t^* = t - t_c \dots\dots\dots(6)$$

と  $t^*$  に変換し、 $t^* = 0$  に対する  $0 \leq x \leq l_1$  区間の初期河床勾配  $i_{10}$  を近似的に、

$$i_{10} = i_0 + (z_{c0} - z_{c1})/l_1 \dots\dots\dots(7)$$

ただし、 $z_{c0}$  は  $z_c$  の  $x=0$  での値を示す、とすると、仮定 3) および 4) を考慮することによって、式(1)を解く際の境界条件および初期条件は、 $z = z_c$  から河床変動量を  $z^*$  とすると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z^*(x, t^*)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= i_{10} - i_c \\ z^*(x, t^*) \Big|_{x=l_1} &= 0 \\ z^*(x, t^*) \Big|_{t^*=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

で表わされ、この条件のもとでの式(1)の解は式(5)とほぼ同じ形であり、

$$z^* = -(i_{10} - i_c) \left[ (l_1 - x) - \frac{2}{l_1} \sum_{n=0}^{\infty} e^{-K \frac{(2n+1)\pi}{2l_1} t^*} \left\{ \frac{2l_1}{(2n+1)\pi} \right\}^2 \cos \frac{(2n+1)\pi}{2l_1} x \right] \dots\dots\dots(9)$$

与えられる。また、元河床からの河床変動量  $z(t)$  は、

$$z(t) = z_c + z^* \dots\dots\dots(10)$$

で表わされる。

(b)  $l_1 < x \leq l_1 + l_2$  区間

この区間では、

$$x^* = x - l_1 \dots\dots\dots(11)$$

と変数変換した場合の  $x^* = 0$  での  $l_1 < x \leq l_1 + l_2$  区間への上流区間からの流入砂量  $q_{sin}$  が 0 ではなく時間的に変化する。仮定 4) より、境界条件として  $x^* = 0$  での河床勾配は  $q_{sin}$  を流送するのに必要な勾配  $i_c'$  になると仮定するが、 $i_c'$  は  $q_{sin}$  の関数であるから、時間  $t^*$  の関数である。いま、 $t^* = 0$  での  $l_1 < x \leq l_1 + l_2$  区間の初期河床勾配  $i_{20}$  を近似的に、

$$i_{20} = i_0 + z_{c1}/l_2 \dots\dots\dots(12)$$

で表わすと、式(1)を解く際の境界条件および初期条件は、 $z_c$  からの河床変動量とすると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial z^*_2(x^*, t^*)}{\partial x^*} \Big|_{x^*=0} &= i_{20} - i_c' = f(t^*) \\ z^*_2(x^*, t^*) \Big|_{x^*=l_2} &= 0 \\ z^*_2(x^*, t^*) \Big|_{t^*=0} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

で表わされる。この条件のもとでの式(1)の解は、

$$z^* = -\frac{2}{l_2} K \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \cos \frac{(2n+1)\pi}{2l_2} x^* \int_0^{t^*} f(\alpha) e^{-K \frac{(2n+1)\pi}{2l_2} (t^* - \alpha)} d\alpha \dots\dots\dots(14)$$

である。ただし、式中  $f(\alpha) = i_{20} - i_c'(\alpha)$  である。また、元河床からの河床変動量  $z(t)$  は、

$$z(t) = z_c + z^*_2 \dots\dots\dots(15)$$

で表わされる。

以上の河床変動量  $z(t)$  を計算するためには、 $i_c'(t)$ 、 $z_c$  および  $t_c$  を求める必要があるためそれらについて以下に述べる。

**3. 3  $i_c'$ 、 $z_{c1}$  および  $t_c$**

(1)  $i_c'$  について

$i_c'$  は  $t > t_c$  のとき床固め部から下流側へ流入する流砂量  $q_{sin}$  を掃流するのに必要な河床勾配であるから、 $i_c'$  を計算するためにはまず  $q_{sin}$  を求めなければならない。 $q_{sin}$  は定義から、

$$q_{sin} = -(1-\lambda) \int_0^{l_1} \frac{\partial z_1^*}{\partial t^*} dx \quad \dots\dots\dots(16)$$

で計算されるが、式 (9) から、

$$\frac{\partial z_1^*}{\partial t^*} = -K(i_{10} - i_c) \frac{2}{l_1} \sum_{n=0}^{\infty} \cos \frac{(2n+1)\pi}{2l_1} x \cdot e^{-K[(2n+1)\pi/2l_1]t^*} \quad \dots\dots\dots(17)$$

であるから、これを式 (16) に代入して、 $x=0$  から  $l_1$  まで積分すると、

$$q_{sin}(t^*) = 4K(1-\lambda)(i_{10} - i_c) \frac{1}{l_1} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{l_1}{(2n+1)\pi} e^{-K[(2n+1)\pi/2l_1]t^*} \quad \dots\dots\dots(18)$$

となる。一方、流砂量式として式 (2) を用いると、

$$\frac{q_{sin}}{\sqrt{sgd^3}} = \varphi F(\tau_0/\tau_c) \cdot \left(\frac{hi_c}{sd}\right)^{3/2} \quad \dots\dots\dots(19)$$

とななければならないから、

$$i_c' = \frac{1}{hg^{1/3}} \left(\frac{sg_{sin}}{\varphi \cdot F}\right)^{2/3} \quad \dots\dots\dots(20)$$

である。したがって、式 (20) の  $q_{sin}$  のところへ式 (18) の  $q_{sin}$  を代入することによって、 $i_c'$  は  $t^*$  の関数として計算される。

(2)  $z_{c1}$  および  $t_c$  について

$x=l_1$  の位置の床固めの上で射流が生じる時の河床変動量  $z_{c1}$  を求めるために、**Fig. 4** に示すように床止め上下流部では床固めから離れるに従って水深は等流水深  $h_0$  に近づくから、**Fig. 4** の断面 I および III の間で運動量保存の関係式を用いる。いま、この間での河床面の摩擦力を無視し、床固め上での水深を  $h_p$ 、床固め下流部での河床低下量を  $z_s$  とすると、

$$\rho h_p v_p^2 + \frac{1}{2} \rho g (h_p + z_s)^2 = \rho h_0 v_0^2 + \frac{1}{2} \rho g h_0^2 \quad \dots\dots\dots(21)$$

である。ただし、 $\rho$  は水の密度、 $v_p$  および  $v_0$  はそれぞれ床固め上 (I) の流速および等流水深が生じている断面 (III) の流速である。

また、限界水深  $h_c$  と単位幅流量  $q$  との関係は、

$$h_c = \left(\frac{q^2}{g}\right)^{1/3} \quad \dots\dots(22)$$

である。いま、 $F_r = v_0/\sqrt{gh_0}$  とすると式 (21) は、

$$\frac{z_s}{h_0} = \left\{ 2 F_r^2 \left(1 - \frac{h_0}{h_p}\right) + 1 \right\}^{1/2} - \frac{h_p}{h_0} \quad \dots\dots(23)$$

となり、この関係を図示すれば **Fig. 5** のようになる。また、 $q = v_0 h_0$  を考慮すると、式 (22) から、

$$\frac{h_c}{h_0} = \left(\frac{v_0^2}{gh_0}\right)^{1/3} = F_r^{2/3} \quad \dots\dots(24)$$

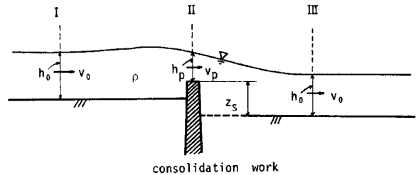


Fig. 4 Definition sketch.

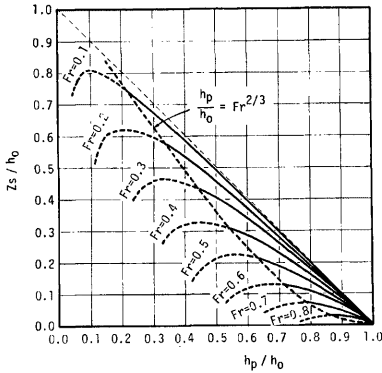


Fig. 5 Relationship between  $z_s/h_c$  and  $h_p/h_c$ .

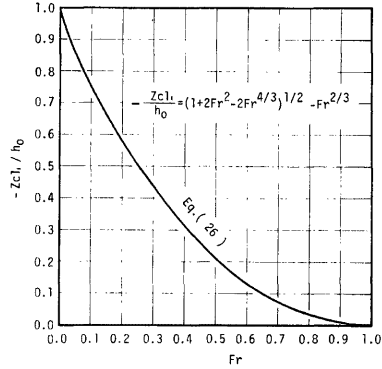


Fig. 6 Relationship between  $z_{c11}/h_c$  and  $Fr$ .

である。床固め上の水深  $h_p$  が限界水深に等しくなったときの河床変動量が  $z_{c11} (< 0)$  であるから、式 (23) において  $h_p = h_c$ ,  $z_s = -z_{c11}$  を代入すると、

$$-\frac{z_{c11}}{h_0} = \left\{ 2Fr^2 \left( 1 - \frac{h_0}{h_c} \right) + 1 \right\}^{1/2} - \frac{h_c}{h_0} \tag{25}$$

となり、この式に式 (24) の関係を代入すると、

$$-\frac{z_{c11}}{h_0} = \left\{ 1 + 2Fr^2 - 2Fr^{4/3} \right\}^{1/2} - Fr^{2/3} \tag{26}$$

であり、この関係を図示すれば Fig. 6 のようになる。

床固め部での河床変動量が  $z_{c11}$  になった時の時間  $t_c$  は、上に求めた  $z_{c11}$  を用いて、式 (5) において  $x = l_1$ ,  $z = z_{c11}$  として得られる  $t$  が  $t_c$  であるから計算することができる。

### 3. 4 実験的検証

Fig. 7 は、 $t_c$  が 8.4 時間である Run 2 の実験結果と理論曲線であって、 $x = 50$  cm, 353 cm および 751 cm ( $x^* = 298$  cm) の位置での河床低下の時間的变化を示している。河床波の影響があるため実験データは時間的に大きく変動しており、しかも計算曲線よりやや大きめになっているものの全体的な傾向は実験結果と計算結果とではほぼ一致しているとみなしてよいであろう。ただ、 $x = 751$  cm では計算による河床低下量が極めて小さく河床波高のオーダーより小さいため実験値と計算値とを比較することは妥当ではないけれども河床が20時間後でも両者ともほとんど低下していないということで実験値は理論の妥当性のある程度裏付けているものと考えられる。Fig. 8 は  $t$  が  $t_c$  になるまえに、すなわち床固め部で限界水深が生じるまでに河床低下が停止するような水理条件での実験である Run 3 の河床低下量と時間との関係を示したものである。 $x = 50$  cm, 353 cm および  $x = 550$  cm ( $x^* = 97$  cm) 地点における実験値と計算値について示しているが、 $x = 50$  cm および 353 cm においては計算曲線は実験の結果をかなり良く説明し得ていることがわかる。また、 $x = 550$  cm ( $x^* = 97$  cm) においても  $t = 11$  時間までは実験値と理論値はよく一致している。しかし、 $t > 11$  時間では急に実験値が理論値より大きくなっている。これは、 $x = 550$  cm が床固めより下流側へ97cm ( $x^* = 97$  cm) しか離れていないので、次節で述べる床固め下流部の局所洗掘の影響が現われているためである。このように、局所洗掘の影響を除外すれば、上述の理論は床固め工を有する河川の全体的な河床低下現象をある程度説明していると考えてよいであろう。



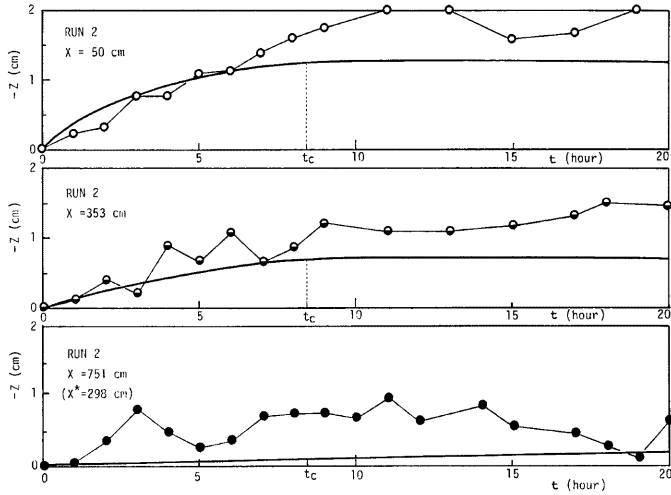


Fig. 7 Time variation of bed height (Run 2).

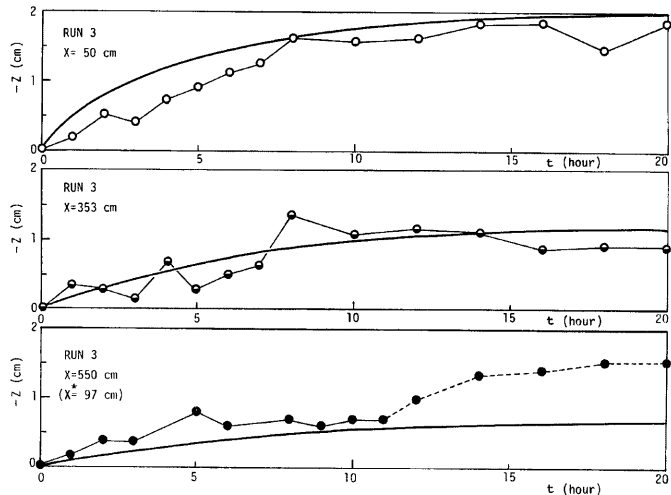


Fig. 8 Time variation of bed height (Run 3).

#### 4. 床固め直下流部の局所洗掘

##### 4.1 洗掘形状

**Photo. 1** は Run 1 の床固め直下流部の河床低下の時間的変化を示した一例である。この例は比較的洗砂

量の少ない水理条件のものであって洗掘形状がはっきりわかるが、一般には河床波の影響で洗掘深は時間的に大きくなったり小さくなったりしながら平均的には徐々に洗掘が進行するというプロセスをたどるため、最大洗掘深の位置が本例のように明瞭にわかる場合は少ない。写真の例では、最大洗掘深が大きくなるに従って最大洗掘深の存在する位置も徐々に下流側へ移動していることが認められる。また、洗掘孔の上流側斜面の勾配は大きくは変化していないようである。いま、Fig. 9のように最大洗掘深を  $z_{sm}$  とし、その生じている水平位置が床固めから  $L$  の位置であるとし、洗掘孔の上流側傾斜角を  $\alpha$  とする。Fig. 10 は  $z_{sm}$  と  $L$  との関係を実験的に示したものであるが、河床波の影響でデータにはばらつきがあるものの  $\alpha$  はほぼ  $10^\circ$  前後の一定に近い値をとるようである。また、最大洗掘深が生じているところより下流では、上流側の傾斜よりもっと緩やかな傾斜で徐々に河床が上がっていることが認められる。ただし、これらの洗掘孔の形状特性は平均的な特性であって、実際には河床波の影響が著しいし、また水路横断方向にも一様でなく水路壁側に極度に大きい局所洗掘が生じる場合もある。

4. 2 最大洗掘深の時間的变化

(1) モデルによる解析

最大洗掘深の時間的变化を知るために、Fig. 9 の記号を用いて議論を進めるが、いま  $\alpha$  を一定としたとき単位幅当りの洗掘孔 OAB 部の体積  $V$  の変化が AB 断面から下流側へ流出する砂の量と床固めから流入する砂の量との差の結果生じるといういわゆる流砂の連続の関係を求める。

すなわち、

$$z_{sm} = \tan \alpha \cdot L \dots\dots\dots(27)$$

とすると、幾何学的関係より、

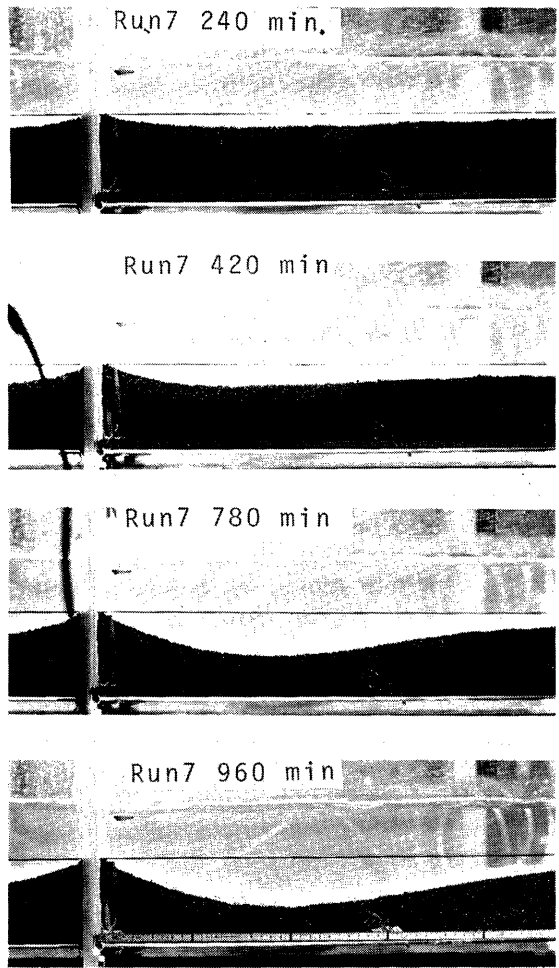


Photo. 1 Time variation of the bed profile at the downstream region of the consolidation work.

$$V = \frac{z_{sm}^2}{2 \cdot \tan \alpha} \quad \dots\dots\dots(28)$$

であり、OAB 部への流入砂量を  $q_{si}$ 、そこからの流出砂量を  $q_{so}$  とすれば、連続の関係より

$$(1-\lambda) \frac{dV}{dt} = q_{so} - q_{si} \quad \dots\dots\dots(29)$$

である。流入砂量  $q_{si}$  は、

$$q_{si} = -(1-\lambda) \int_0^{l_1} \frac{\partial z}{\partial t} dx \quad \dots\dots\dots(30)$$

で表わされるから、 $t \leq t_c$  のときは  $z$  として式 (5) を、 $t > t_c$  のときは式 (9) を用いることによって  $q_{si}$  を求めることができる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} t \leq t_c : q_{si} &= 4K(1-\lambda)(i_0 - i_c) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\pi} \sin\left(\frac{2n+1}{2} \pi \cdot \frac{l_1}{l}\right) \cdot e^{-\kappa \{((2n+1)/2l_1)^2 t\}^2} \\ t > t_c : q_{si} &= 4K(1-\lambda)(i_{10} - i_c) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)\pi} e^{-\kappa \{((2n+1)/2l_1)\pi\}^2 t^*} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(31)$$

$t^* = t - t_c$

である。一方、流出砂量  $q_{so}$  については、いま AB 断面での流速係数を  $\phi_v$  とし、 $h_m$  を最大洗掘深の位置でのその時点の全体的な河床から水面までの深さとし、 $-z_{11}^*$  を床固め直下流部での元河床からの河床全体の低下量 (Fig. 9 参照) とすると、与えられた流量  $q$  を用いて B 点の摩擦速度  $u_*$  が、

$$u_* = \frac{1}{\phi_v} \cdot \frac{q}{(h_m + z_{sm} + z_{11}^*)} \quad \dots\dots\dots(32)$$

で表わされるから、流砂量式として式 (2) を用いると、

$$q_{so} = \frac{\varphi F}{sg} \left\{ \frac{1}{\phi_v} \cdot \frac{q}{(h_m + z_{sm} + z_{11}^*)} \right\}^3 \quad \dots\dots\dots(33)$$

となる。

式 (29) に式 (28), (31) および式 (33) を代入すると、

$$\left. \begin{aligned} t \leq t_c : \frac{dz_{sm}}{dt} &= \frac{\tan \alpha}{z_{sm}} \left[ \frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{\varphi F f}{sg} \left\{ \frac{1}{\phi_v (h_m + z_{sm} + z_{11}^*)} \right\}^3 - K(i_0 - i_c) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)\pi} \right. \\ &\quad \left. \times \sin\left(\frac{2n+1}{2} \pi \cdot \frac{l_1}{l}\right) e^{-\kappa \{((2n+1)/2l_1)\pi\}^2 t} \right] \\ t > t_c : \frac{dz_{sm}}{dt} &= \frac{\tan \alpha}{z_{sm}} \left[ \frac{1}{1-\lambda} \cdot \frac{\varphi F f}{sg} \left\{ \frac{1}{\phi_v (h_m + z_{sm} + z_{11}^*)} \right\}^3 - K(i_{10} - i_c) \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)\pi} \right. \\ &\quad \left. \times e^{-\kappa \{((2n+1)/2l_1)\pi\}^2 t^*} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(34)$$

で示される最大洗掘深  $z_{sm}$  の時間  $t$  に関する微分方程式が得られる。ここで、 $h_m$  は不明であるが、ほぼ  $h_0$  に等しいとみなし、流速係数  $\phi_v$  も便宜的に一定であると仮定すると式 (34) は数値計算することができる、 $z_{sm} \sim t$  の関係を求めることができる。

(2) 実験結果との比較

Fig. 11 は Run 2 および Run 3 における最大局所洗掘深の時間的変化を示したものであり、図中曲線は式 (34) を Runge-Kutta 法で数値積分したものである。計算に際して、流速係数  $\phi_v$  は 10 とし、洗掘孔の上流側斜面勾配  $\alpha$  は  $10^\circ$  とした。最大洗掘深も河床波の影響を受けて河床波の峰がくると小さくなり谷がくると

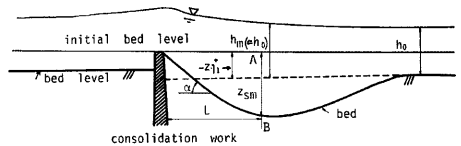
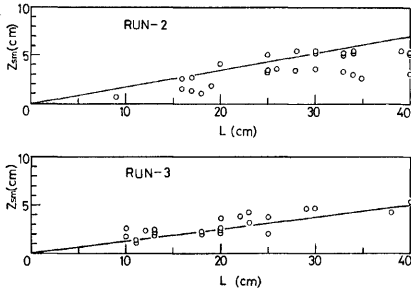
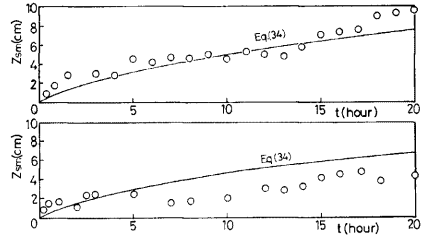


Fig. 9 Definition sketch (local scour).

Fig. 10 Relationship between  $z_{sm}$  and  $L$ .Fig. 11 (a) Time variation of the maximum scour depth (Run 2).  
(b) Time variation of the maximum scour depth (Run 3).

大きくなるというように河床波高のオーダー（1～2 cm）で変動しているが、Run 2 については式(34)の傾向と実測値とはかなりよく一致していることが認められる。一方、Run 3 については、 $t=5$  時間以降では計算曲線が実測値よりかなり大きくなってはいるものの洗掘進行の傾向は一致していると考えられる。計算曲線では、 $\phi_0=10$ 、 $\alpha=10^\circ$  としたが、 $\phi_0$  を大きくするほど、また  $\alpha$  を小さくするほど洗掘深は小さくなるが、Run 3 の実測の  $\alpha$  を検討すると  $10^\circ$  よりやや小さめの  $8^\circ\sim 9^\circ$  程度となっており、Run 3 の場合には  $\alpha$  をやや小さめにとれば計算曲線と実測値とは一致する。また、 $\phi_0=10$  の仮定は従来の局所洗掘孔内での流速係数である 8～10程度<sup>5)</sup> を目安として用いたが、この場合にも  $\phi_0=8\sim 10$  はほぼ妥当な値であることがわかる。

## 5. 結 語

床固めが中流部にある河川において上流からの土砂供給が停止した場合、河床低下がどのように進行してゆき、床固めがどのような機能をもっているかということと、床固め直下流部の局所洗掘深について述べてきたが、得られた主な知見は以下のとおりである。

1) 床固め上で射流が発生するような水理条件でなければ床固めの主な機能である床固めより上流の河床低下を緩和する役目を果たさない。床固め上で射流が発生する限界条件は式 (26) で与えられる。

2) 床固め上下流部での河床低下の時間的变化は、床固め上で射流が発生していない状態では式 (5) で、また射流が発生している状態では、床固めの上流部については式 (9)、下流部については式 (14) で与えられる。

3) 床固め直下流部の最大洗掘深は、河床波高のオーダーで変動するが、平均的には式 (34) で表わされる関係で時間的に徐々に大きくなる。

以上のように単純にモデル化した床固めのある河川の河床変動現象についてはある程度明らかにされたと考えられるが、流量が変化する場合とか床固めの天端が現河床よりずっと高い場合など実河川に則した条件のときの床固めの水理機能を今後さらに明らかにしていく必要がある。

## 参 考 文 献

- 1) 吉川秀夫：河川工学，朝倉書店，10版，1973，pp. 241-244.
- 2) 土屋昭彦：床固めの水理機能，土木研究所資料，第 582 号，1970.
- 3) 道上正規：流砂と河床変動に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1971，pp. 121-128.

- 4) たとえば，水理公式集，土木学会編，1971，p. 204.
- 5) 齊藤 隆・浦 勝・柴田幸信：円柱周辺の洗掘について，山口大学工学部研究報告，第20巻，第1号，1969，pp. 93-118.