

開水路流れにおける輸送過程

岩佐義朗・綾 史郎・藤田乾一・細田 尚

MASS TRANSFER PROCESSES IN OPEN-CHANNEL FLOWS

By Yoshiaki IWASA, Shirou AYU, Kenichi FUJITA and Takashi HOSODA

Synopsis

This paper concerns with the mass transfer processes of dissolved materials inserted as an instantaneous line source in the open-channel flow reviewing the lateral diffusion in concentration. Experimental studies made in a rectangular laboratory flume consist of two series.

Data obtained were treated by the statistical analysis like the lateral distribution of concentration, first moment, second moment, peak concentration, and so on, with results of new knowledges in the statistical characteristics of mass transfer and in the practical application of one-dimensional mass transfer analysis in open-channel flows.

1. 緒 論

河川などの開水路流れにおける物質の輸送過程は、従来より、乱流拡散方程式に一次元解析法を適用して得られる移流分散方程式にもとづいて解析されるのが通常である¹⁾。移流分散理論は、1953年の Taylor²⁾ の円管路内層流を対象としたものから始まると考えられるが、彼以後、Elder³⁾、Fischer⁴⁾ らによって、その理論は、開水路流れへ応用されてきた。しかしながら、先駆的な Taylor の研究以後の研究の多くは、移流分散係数の理論的誘導に興味が集中し、移流分散理論の適用性についての研究は、多いとは言えないようである。

現在まで行なわれている移流分散実験のほとんどは、パルスとして投入されたトレーサーを追跡することによりなされているが、濃度～時間曲線は、すどく立ち上がり、ピーク後緩やかに低減していき、トレーサー投入直後の初期の領域については、移流分散方程式の適用は、適切ではないとされ、その適用範囲に制限を加えることが行なわれているが⁵⁾、初期の領域におけるクラウドの挙動を論じたものは少ない。

このような事実にかんがみ、本研究の目的とするところは、一つには、パルストレーサーテストにおける初期の領域におけるクラウドの挙動の詳細を明らかにすることであり、今一つには、移流分散方程式の適用範囲の明確化をはかるとともに、各点におけるクラウドの挙動を断面平均値の挙動で示すことの限界を明らかにすることである。

本論文では、これらの考察の第1歩として、長方形断面を有する開水路流れを対象とした。上述の目的を達成するためには、三次元的な計測を行なって検討する必要があるが、流速分布特性を考慮し、横方向の流速分布のみを考慮した二次元的計測、解析をアスペクト比の異なる二つのケースについて行なっている。

すなわち、長方形断面を有する開水路流れにおいて瞬間面源として投入された食塩水トレーサーの挙動を扱い、投入点より下流側断面において、トレーサー濃度と時間の関係を同一断面内における水路幅方向に同時多点測定し、各断面におけるトレーサーの横方向濃度分布特性、時間に関する一次モーメント、二次モーメントと距離の関係、ピーク濃度の生起時刻と減衰率との関係、ピーク濃度の伝播速度について調べ、断面平均濃度が、これらの諸特性をどのように代表しているかを明らかにし、あわせて、移流分散方程式から

予測される結果との適合性について検討することにより、一次元水理解析のこの種の研究課題への適用性と限度とを検討した。

2. 実験の概要

実験は、京都大学工学部土木総合館地階水理実験室で行なわれ、用いられた水路は、長さ 10.0 m、長方形断面を有するアルミニウム製であり、水路床および側壁は滑面より構成され、Manning 粗度係数は $n=0.01$ である。なお水路床勾配は、 $1/500$ とした。実験水深は、約 2 cm であり、水路幅を 10 cm (Run 1)、及び 25 cm (Run 2) の二通りにかえて行なわれたが、流れはいずれも常流であり、等流とみなしうる。

トレーサーとしては、メタノールによって比重調整された食塩水（比重調整後の食塩重量濃度7%）を用い、水路上流端より 2.0 m の地点において、水路床より約 20 cm 上方に設けられた樋に食塩水を満たし、瞬間的にひっくりかえすことにより、水路全幅に瞬間面源として投入した。投入量は 25 cc (Run 1)、70 cc (Run 2) である。

濃度測定は、直径 4 mm の導電率計のプロープを 1/2 水深点（約 1 cm）に、横断方向に 3 (Run 1) ~ 5 (Run 2) 点設置し、濃度~時間曲線を測定した。ついで、水路幅方向の測点の位置をかえて、濃度測定をくりかえし、同一断面内における 5 (Run 1) ~ 11 (Run 2) 点の同時測定結果を得た。各実験の水理量ならびに濃度測定点をそれぞれ Table 1, Table 2 に示す。

記録紙に記録された濃度~時間曲線は、トレーサー投入時の不備により濃度波形に歪みが生じることがあるため、5 ~ 10回の繰りかえしより、最も都合よく行なわれたと思われる 3 ケースを抽出し、実験値とし

Table 1 Summary of experimental results.

Run No.	Run 1	Run 2	Run 3 ¹⁾
Shape	rect.	rect.	trap.
Flume length L (m)	10.0	10.0	40
Width B (cm)	10.0	25.0	19.1-23.3
Depth h (cm)	2.05	2.00	2.10
Hydraulic radius R (cm)	1.45	1.73	1.70
Discharge Q (l/s)	0.563	1.531	—
Mean velocity \bar{u} (cm/s)	27.4	30.6	46.1 ²⁾
Shear velocity u_* (cm/s)	1.69	1.84	3.88
Aspect ratio $r=B/h$	4.87	12.50	9.09-11.0
Slope	0.002	0.002	—
Characteristic length l (cm)	5.0	12.5	9.5
Lagrangian time scale T_1 (sec)	1.23	1.10	0.55
Lagrangian time scale T_2 (sec)	3.03	14.70	4.10
Range of Dimensionless $t'_1 = \bar{t}_m/T_1$	3.15 -21.45	3.22 -21.57	62.81 -125.7
mean time of passage $t'_2 = \bar{t}_m/T_2$	1.28 -8.71	0.24 -1.61	8.43 -16.87
Numbers of measurement			
Longitudinal length	10	10	3
Vertical length	1	1	1
Lateral length	5	11	6 (12)

1) Fischer's series 3400 2) $\bar{u} = x \int_0^\infty f(t) dt$

Table 2 Measurement locations for concentration.

(1) Longitudinal direction

M.P.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	T_1 (sec)	T_2 (sec)
Run No.													
Run 1	x (m)	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	3.50	4.00	5.00	6.00	7.00		
	\bar{t}_m (sec)	3.87	5.74	7.42	9.38	11.20	13.18	15.09	18.83	22.73	26.38		
	t_1'	3.15	4.67	6.03	7.63	9.11	10.72	12.27	15.31	18.48	21.45	1.27	
	t_2'	1.28	1.89	2.45	3.10	3.70	4.35	4.98	6.22	7.50	8.71		3.03
Run 2	x (m)	1.00	1.50	2.00	3.00	3.50	4.00	5.00	6.00	6.50	7.00		
	\bar{t}_m (sec)	3.54	5.24	6.82	10.04	11.96	13.46	16.87	20.31	21.95	23.73		
	t_1'	3.22	4.76	6.20	9.13	10.87	12.24	15.34	18.46	19.95	21.57	1.10	
	t_2'	0.24	0.36	0.46	0.68	0.81	0.92	1.15	1.38	1.49	1.61		14.70
Run 3	x (m)	16.09	23.98	31.97									
	\bar{t}_m (sec)	34.55	51.40	69.17									
	t_1'	62.81	63.45	125.77								0.55	
	t_2'	8.43	12.54	16.87									4.10

(2) Lateral direction

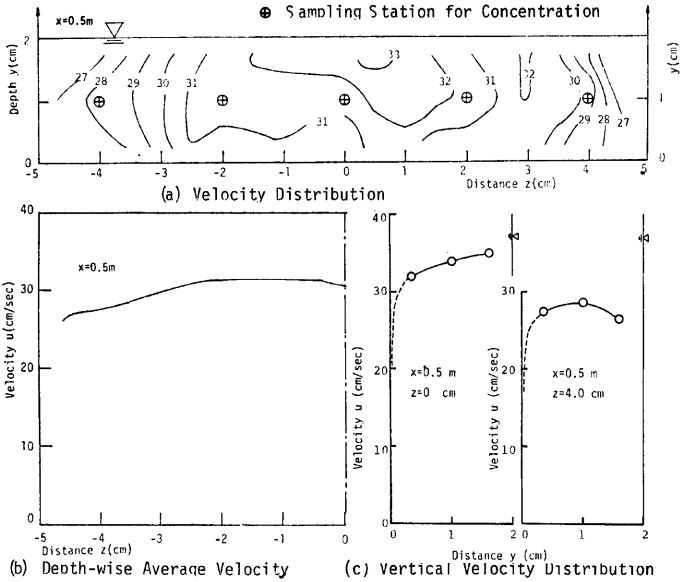
M.P.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	B (cm)
Run No.													
Run 1	Z (cm)	-4.0	-2.0	0	2.0	0.4							10
	$\zeta (=Z/B)$	-0.4	-0.2	0	0.2	4.0							
Run 2	Z (cm)	-11.5	-10.0	-7.5	-5.0	-2.5	0	2.5	5.0	7.5	10.0	11.5	25
	$\zeta (=Z/B)$	-0.46	-0.4	-0.3	-0.2	-0.1	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.46	
Run 3	Z (cm)	-8.2	-5.0	-2.0	0.1	3.7	6.7						19.1
	$\zeta (=Z/B)$	-0.513	-0.313	-0.125	0.007	0.232	0.419						-23.3

た。また、濃度～時間曲線は、乱れを含んでいるため、目視により滑らかな曲線で結び、0.1秒～0.4秒間隔で記録値を読みとり、それらを平均して所要の濃度～時間曲線としている。これは、トレーサー投入時、および乱れの影響を除くためである。

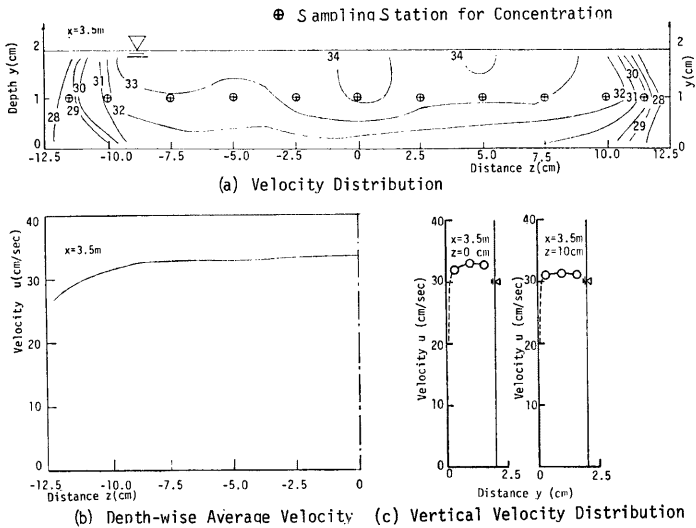
流速の測定を、トレーサー投入点より下流側 0.5 m 及び 3.5 m の両断面で直径 5 mm のプロペラ式流速計によって行なった。得られた流速分布は Fig. 1(1) (Run 1), (2) (Run 2) に示すようであるが、横断方向、水深方向の流速分布は、さほど大きくない。

また、著者らの実験では、流下距離が比較的短いため、より長い流下距離を有する実験例として、Fischer が California 工科大学で行なった実験のうち、台形断面水路で行なわれた Series 3400 も以下の解析では同様に解析しており、本論文では、Run 3 として扱われている。Run 3 の流速分布は、Fig. 1(3) に示されているとおりであるが、横断方向、水深方向の流速分布が著しい。

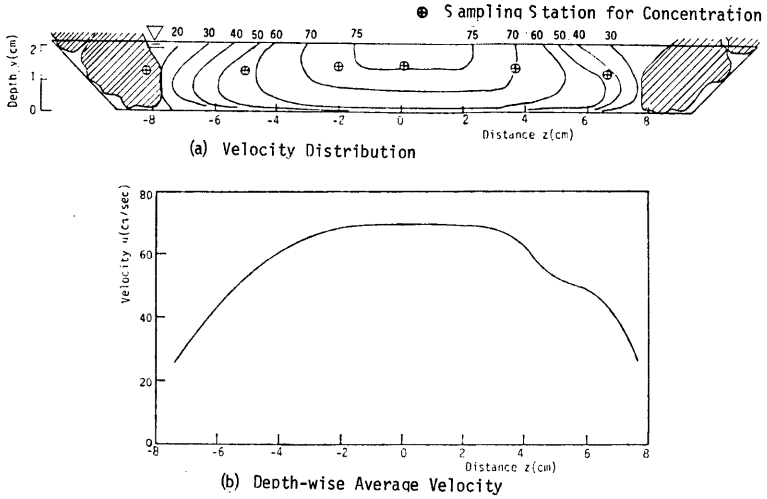
前述の研究目的からすれば、3次元的な計測を行なうべきであろうが、濃度測定用プローブの大きさによる計測の困難性、ならびに上述の流速分布特性より以下の解析では、横断方向の濃度分布の存在に注目して、解析を行なった。



(1) Run 1



(2) Run 2



(3) Run 3 (after Fischer⁴⁾)

Fig. 1 Velocity distribution

3. 実験結果とその考察

実験で得られたトレーサーの挙動について、以下に考察を加える。

なお、濃度～時間曲線は、次式に従って濃度～時間曲線と時間軸で囲まれる面積が1となるように規格化されている。

$$F(t; x, z) = \frac{C(t; x, z)}{\int_0^{\infty} C(t; x, z) dt} \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 F ：規格化濃度、 C ：濃度、 t ：時間、 x ：流れ方向の距離、 z ：水路幅方向の距離である。なお、積分の上限は、読み取り可能な値まで行なわれた。

混合の時間スケールとしては、通常 Euler 的時間スケールと Lagrange 的時間スケールが用いられ、Euler 的時間スケールは、断面内混合の時間スケールをあらわすものと考えられ、水深方向、水路幅方向にそれぞれ、

$$T_{By} = d^2/\varepsilon_y$$

$$T_{Bz} = (B/2)^2/\varepsilon_z$$

とあらわされる。ここに、 d ：水深、 B ：水路幅、 ε_y 、 ε_z ：それぞれ、水深、水路幅方向の平均的な乱流拡散係数である。また、Lagrange 的時間スケールは、移流分散の時間スケールをあらわすものと考えられ、Fischer⁴⁾ は、Elder の解析結果 $D=5.93 du_*$ と上式とを結びつけ、二次元流れに対して、

$$T_1 = 0.404d/\kappa u_*$$

を得、三次元的な流れについては、次元的考察により、

$$T_2 = 0.3 l^2/Ru_*$$

を得ている。本研究では、 T_{Bz} 、 T_1 、 T_2 で無次元化された平均到達時間

$$\tau' = \int_0^{\infty} F dt / T_{Bz} = \bar{\tau}' / T_{Bz} \dots\dots\dots(2)$$

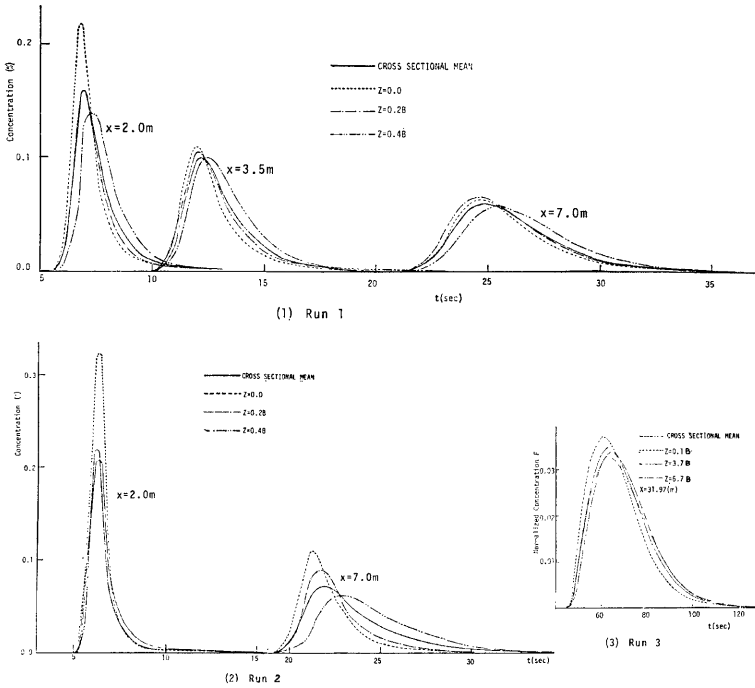


Fig. 2 Concentration to time curves.

$$t_1' = \int_0^{\infty} F u dt / T_1 = \bar{u} / T_1 \tag{3}$$

$$t_2' = \int_0^{\infty} F u dt / T_2 = \bar{u} / T_2 \tag{4}$$

を用いた。ここに、 \bar{u} ；平均到達時間 ($= \int_0^{\infty} F u dt$)、 F ；規格化された断面平均濃度、 u ；摩擦速度、 l ；特性長 ($= B/2$)、 R ；径深である。 \bar{u} は、測定断面におけるクラウド重心の到達時間を示しており、 t_1' 、 t_2' によって、それぞれ、その断面における断面内拡散混合、移流分散の状況が示されると考えられる。

3. 1 横方向濃度分布の特性

各測点において観測された濃度分布の概略を見るため濃度～時間曲線として、Fig. 2(1), (2), (3) に示す。それぞれ Run 1, Run 2, Run 3 に対応している。投入時は、各測点で同一の値を示すはずであるが、その後の初期の領域では、各測点におけるピーク濃度の差が大きくなり、その後流下が進むにつれて、その差は縮まるが、ピーク濃度の生起時刻は、各測点によって異なるようになる。また、得られる波形は、各測点により多少の時間のずれがあるものの、ほぼ同じような波形となる。以下において、濃度分布の特性の詳細について検討する。

Fig. 3(1), (2), (3) は、断面内における濃度の相対偏差を知るために、

$$\alpha = (C_{max} - C_{min}) / \bar{C} \tag{5}$$

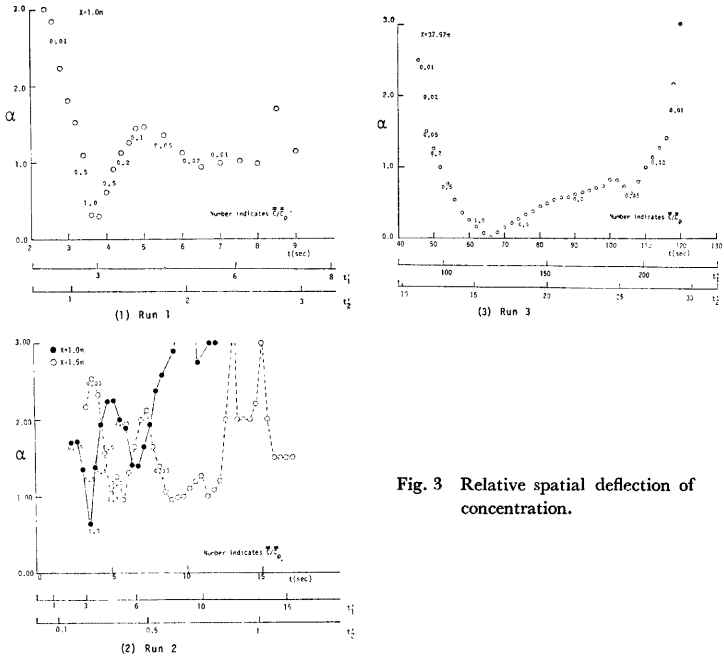


Fig. 3 Relative spatial deflection of concentration.

と時間の関係を示したものである。ここに、 C_{max} , C_{min} , \bar{C} は、それぞれ時刻 t における同一断面での最大濃度、最小濃度、断面平均濃度である。 α の値は、濃度波形の後縁で大きく、断面平均濃度のピーク値付近で最小値を示し、しばらくの間は一定の値をとるが、後縁部でまた、大きな値を示すことになる。投入点から初期の領域では、最小値も含めて、波形全体にわたって大きな値であり、ピーク後の α がほぼ一定となる時間も短いが、流下が進むにつれて、 α の値は全体に小さくなり、また後半部の α 一定の領域が長くなる。濃度～時間曲線において、相対偏差が最小となるピーク周辺部における相対濃度偏差の大きさの流下に伴う変化を調べるために、断面平均濃度 \bar{C} のピーク濃度生起時刻における α 値 α_p と無次元時間 $t' = (x/\bar{u})/T_{Bx}$ について示したものが、Fig. 4 であり、流下が進むにつれて、 α_p は一定値 0.16 に落ちつくことが知られる。すなわち、トレーサークラウドが、水路内に拡散していても、最小濃度偏差として $\alpha = 0.16$ 程度の相対濃度偏差が長く残る。

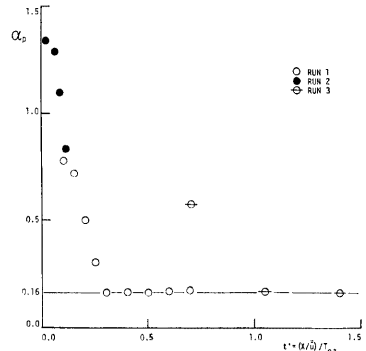


Fig. 4 Relative spatial deflection of concentration at time to peak.

Fischer は、質量フラックスの断面平均量より計算される $\bar{u}\bar{C}$ からのずれ $\bar{u}'\bar{C}'$ が勾配拡散型の移流分散

係数で表示される条件として、

$$C'' \ll \bar{C} \tag{6}$$

$$u'' \frac{\partial C''}{\partial \xi} \ll u'' \frac{\partial \bar{C}}{\partial \xi} \tag{7}$$

$$\frac{\partial C''}{\partial \tau} \approx 0 \tag{8}$$

をあげ $\partial \bar{C} / \partial \xi = \text{Const}$ のとき、

$$f(y, z) = C'' \left| \frac{\partial \bar{C}}{\partial \xi} \right. \tag{9}$$

$$\approx \int_0^B dz \int_0^x dz' u'' dz \tag{10}$$

により、断面平均濃度からのずれ C'' があらわされるとした。ここに \bar{u} : 断面平均流速, u'' : 断面平均流速からのずれ, $\xi = x - \bar{u}t$, $\tau = t$ である。

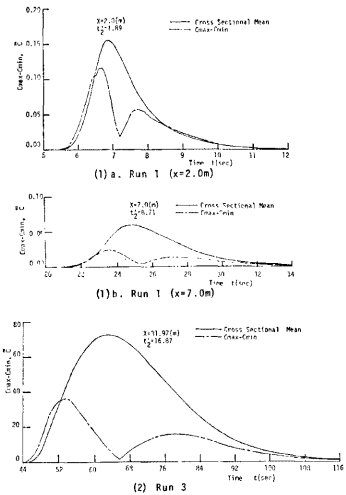


Fig. 5 Spatial deflection of concentration and cross sectional mean concentration.

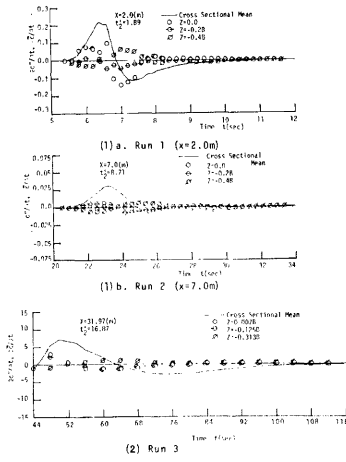


Fig. 6 Time derivatives of cross sectional mean concentration and Deviation from C.S.M. concentration.

Fig. 5(1), (2) は、(6) 式の関係の成立をみるために記したものであり、Fig. 5(1) は、Run 1 における異なる二つの断面 ((1)a : $x=2.0$ m, (1)b : $x=7.0$ m) におけるものであり、Fig. 5 (2) は Run 3 ($x=31.97$ m) におけるものである。 C'' に相当するものとして $C_{\max} - C_{\min}$ がとられ、 \bar{C} と比較されている。Fig. 3, Fig. 4 にも示されるように、相当流下が進んでも、断面平均濃度のピーク値付近を除いて、(6) 式の関係は成立しない。

次に、(7) 式についてであるが、空間微分 ($\partial / \partial \xi = \partial / \partial x$) をとることは困難なため、近似的に時間微分 ($\partial / \partial t$) をとって、 $\partial C'' / \partial t$, $\partial \bar{C} / \partial t$ と時間との関係を示したものが、Fig. 6(1), (2) である。Fig. 6(1) は Run 1 における異なる二つの断面 ((1)a ; $x=2.0$ m, (1)b ; $x=7.0$ m) におけるものであり、Fig. 6(2) は Run 3 ($x=31.97$ m) におけるものである。これらの図より、流下が進むにつれ、 $\partial C'' / \partial t$ は、断面平均

濃度～時間曲線の前半，後半部における変曲点付近では， $\partial \bar{C} / \partial t$ に比較して，相当小さい値をとる。

また，Fig. 7(1)，(2)は，(9)式，(10)式の間係を見るために水深方向に平均化された流速分布より(10)式にしたがって計算された値(図中の実線および破線)と濃度測定値より得られた $C'' \left\{ \frac{1}{2} \partial \bar{C} / \partial t \right\}^{-1}$ の間係をそれぞれ，Run 1，Run 3 について示したものである。Fig. 7(1) に関しては， $\partial \bar{C} / \partial t$ の値としては，ピーク濃度の 1/2 が生起する時刻近傍の時間微分値 $\left(\frac{1}{2} \partial \bar{C} / \partial t \right)$ で近似し，また(10)式の計算にあたっては， $\bar{v}_x = 0.2 du_*$ としている。この図より，流下が進むにつれて，濃度分布形は，(10)式で予測される分布形に漸近していくことが知られる。また，Fig. 7(2)は，Fischer によって与えられたものを参考のために記したものであるが，(10)式の間係はよく成立している。

これらのことより，(6)式の条件と(7)式の条件とは，Fischer の言うようには，必ずしも同時に成立するとは言えない。しかしながら，(7)式が成立するときには，断面平均濃度からのずれは，(10)式で比較的好くあらわせると言えよう。

3. 2 一次モーメントと二次モーメント

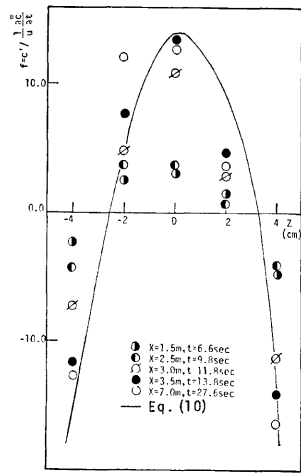
規格化された濃度 F ((1)式) について，時間に関する一次モーメント及び二次モーメントを考える。

$$t_m = \int_0^{\infty} F(t; x, z) dt \quad \dots\dots(11)$$

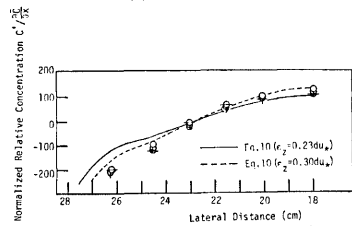
$$\sigma_t^2 = \int_0^{\infty} F(t; x, z) (t - t_m)^2 dt \quad \dots\dots\dots(12)$$

(11)式で示される t_m は，その測点で観測されるトレーサークラウドの時間的重心を示しており，クラウドのその地点への平均的な到達時間を示しているものと考えられる(この点で，以後 t_m のことを平均到達時間と呼ぶ)。また，(12)式で示される σ_t^2 は， t_m のまわりの分散値 (Variance) を示している。

Fig. 8(1)，(2)，(3)は，各 Run について，各測点における一次モーメントと距離との関係を示したものである。いずれの実験例でも，流速の遅い測点ほど，平均到達時間が大きくなり，また，流速の速い流心近傍の測点ほど小さくなっている。しかしながら，その勾配は，ほぼ同一の値をもち，勾配より得られる移流速度 $u_c = x/t_m$ はさほど大きなちがいはみられない。Fig. 9 は，この関係をより詳細にみるため，断面平均流速 $\bar{u} (= Q/A)$ で運ばれた場合との到達時間の差 $t_m - x/\bar{u}$ と x との関係を示したものである。投入点の近くにおいては，流心近傍の t_m は x/\bar{u} とほとんどかわらず，また，全断面において断面平均流速とほぼ同一の速さで流下しているが，各測点により時間差が生じている。しかし，その後，移流速度は一度遅くなり，再び断面平均流速に漸近していく傾向にあるとみてよいであろう。この傾向は，通常いわれているような $u_c = 1.1 \sim 1.01 \bar{u}$ の関係と異なっており，種々の異なった水理条件のもとにおける実験による確認が必



(1) Run 1



(2) Run 3 (after Fischer⁴⁾)

Fig. 7 Lateral concentration distributions.

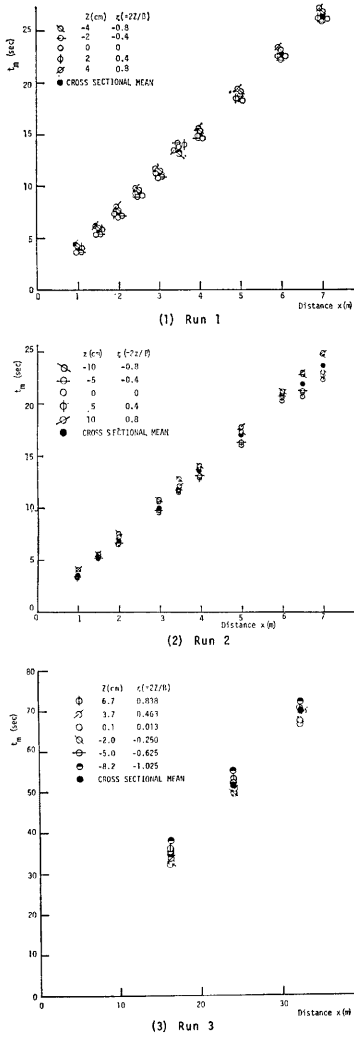


Fig. 8 Growth of the first moment.

要とされよう。

Fig. 10(1), (2), (3)に各 Run において、(12)式で計算される各測点における分散値と距離との関係を示した。これらの図より、分散値は、水路側壁へ近づくほど大きな値となり、流心付近ほど小さな値となることが示される。この傾向はトレーサー投入点近傍において特に著しい (Fig. 10(2))。また、このとき分散

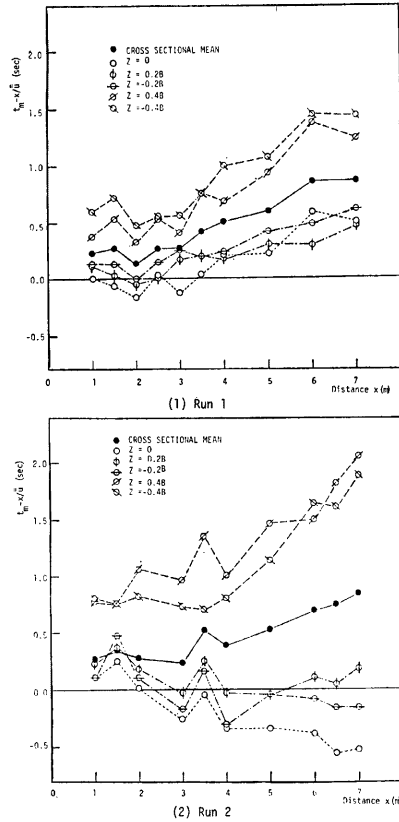


Fig. 9 Mean time of passage.

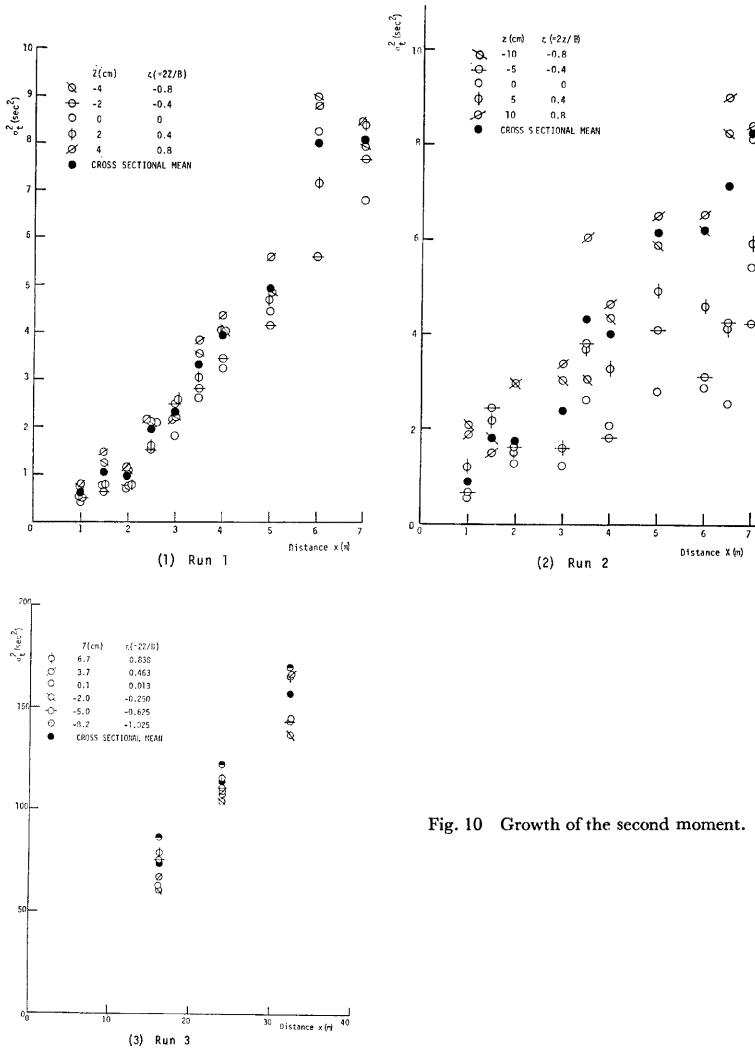


Fig. 10 Growth of the second moment.

の成長率も流れの中心点付近ほど小さいことが示される。しかしながら、流下が進むにつれ、中心点付近の成長率も大きくなっていく。Run 1, Run 2 の範囲では、分散の成長率は一定、すなわち、分散と距離の関係は、線形であるとも言えないが、Run 3 の場合は、かなり線形性が成りたっていると言えよう。しかし、いずれのケースにおいても、詳細にみれば、断面内の各測点における直線の勾配は、かなり異なっている。Yotsukura⁶⁾らは、流速分布として対数則を有する二次元開水路流れについて、数値解析により σ^2

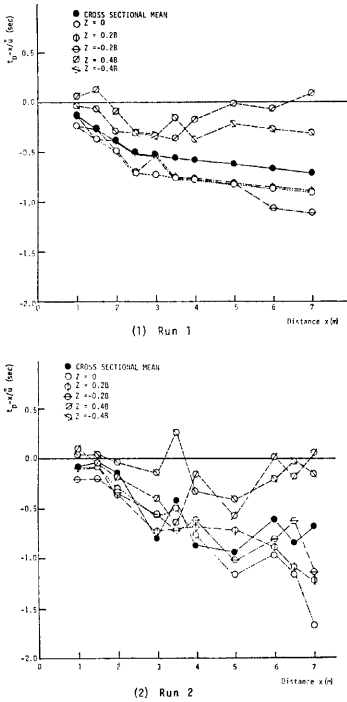


Fig. 11 Propagation of peak concentration.

6で分散の成長率は、断面内の各位置で同一であることを示しているが、これらの実験例では、彼らが示すほどには、早く同一の成長率を持つようにはならず、より長い時間スケールでの検討が必要である。

3.3 ピーク濃度

距離 x の断面におけるピーク濃度の伝播速度と断面平均流速 \bar{u} との到達時間の差 $t_p - x/\bar{u}$ (t_p : ピーク濃度の生起時刻) を距離 x との関係で Fig. 11 (1), (2) に示す。Fig. 11(1) は Run 1 の例であり、Fig. 11(2) は Run 2 である。水路側壁近傍では、ピーク濃度の伝播速度はほぼ断面平均流速と一致するが、流心付近では、断面平均流速よりも速い速度で伝播することが理解される。しかし、このときの速度差は、ごくわずかである。また、流下が進むにつれ、流心付近では、一度、伝播速度が早くな

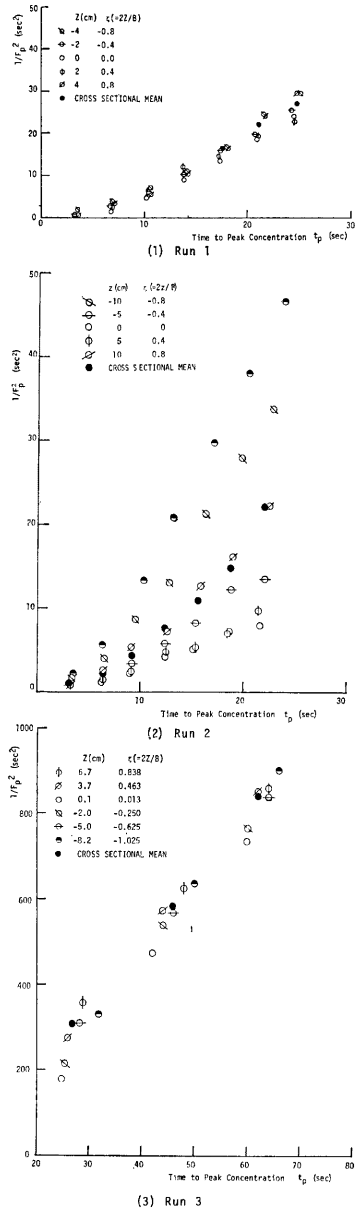


Fig. 12 Peak concentration and time to peak.

り、その後、再び断面平均流速に漸近していることが知られる。

Fig. 12(1), (2), (3) はピーク濃度 F_p とその生起時刻 t_p との関係についてみるために、各実験毎に F_p^2 と t_p との関係を示したものである。

流速の速い流心近傍ほど規格化されたピーク濃度の減衰は遅くなっており、とくにトレーサー投入直後の初期の領域においてその傾向が著しい (**Fig. 12(2)**)。また、前述したように流心近傍ほど、ピーク濃度の伝播速度が早いことが、**Fig. 12(3)** よりも明らかである。

F_p^2 と t との関係は、投入後の初期の領域では線形の関係とはみなされないが、流下が進むにつれ、**Fig. 12(1), (3)** にみられるように、ほぼ線形であると言える領域が存在する。このとき、その勾配も、断面内の各測点において同じようになる。

3. 4 移流分散方程式の適用性

移流分散方程式は一方向的な流れに対して次式で示される。

$$\frac{\partial \bar{C}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{C}}{\partial x} = D \frac{\partial^2 \bar{C}}{\partial x^2} \dots\dots\dots(13)$$

ここに、 \bar{C} ：断面平均濃度、 \bar{u} ：断面平均流速、 D ：移流分散係数、 t ：時間、 x ：距離である。(13)式が適用されるとき、任意の初期条件 $C_0(x, 0)$ に対して、その解は、

$$\bar{C}(x; t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi Dt}} \int_{-\infty}^{\infty} C_0(x-x'); 0 \exp\left\{-\frac{(x'-\bar{u}t)^2}{4Dt}\right\} dx' \dots\dots\dots(14)$$

と書かれ、 $\bar{C}(x; t)$ の時間に関する一次、二次モーメントについて、つぎのように示される⁷⁾。

$$\delta t_m = \delta x / \bar{u}, \quad t_m = \int_0^{\infty} \bar{C} dt \int_0^{\infty} \bar{C} dt \dots\dots\dots(15)$$

$$\sigma_t^2 = \frac{2D}{\bar{u}^3} x + f(\bar{u}, D, C_0), \quad \sigma_x^2 = \int_0^{\infty} \bar{C}(t-t_m)^2 dt \int_0^{\infty} \bar{C} dt \dots\dots\dots(16)$$

すなわち、(15)式より、断面平均濃度の平均到達時間と距離の関係は線形であり、その勾配は平均流速に一致し、(16)式より、分散値と距離の関係は線形であり、その勾配は移流分散係数に比例する。

また、境界条件 $x=0$ において、 $\bar{C}(0, t) = \varphi(t)$ 、 $x \rightarrow \infty$ で $\partial \bar{C} / \partial x = 0$ についてその解は、

$$\bar{C}(t; x) = \frac{x}{2\sqrt{\pi D}} \int_0^t \varphi(t-t') \exp\left\{-\frac{(x-\bar{u}t')^2}{4Dt'}\right\} \frac{1}{t'^{3/2}} dt' \dots\dots\dots(17)$$

とかかれ、ピーク値についてつぎのような関係がある⁸⁾。

$$t \rightarrow \infty \text{ で } \int_0^{\infty} \frac{\bar{C}_p}{\varphi dt} = \frac{\bar{u}}{2\sqrt{\pi D}} t_p^{1/2} \quad (\text{但し, } x = \bar{u}t) \dots\dots\dots(18)$$

すなわち、時間が十分経過するとピーク濃度は断面平均流速で伝播し、投入総量で規格化されたピーク濃度は、生起時刻 t_p の $-1/2$ 乗に比例する。

一方、瞬間面源としてトレーサーが投入されたとき、トレーサークラウドの挙動は投入初期においては(13)式によっては説明されないことが指摘されており⁴⁾⁵⁾、適用以前の領域を初期領域、それ以後の領域を Taylor 域と呼ぶことがある。

(15)、(16)、(18)式の関係については、前述した図より、つぎのようなことがわかる。

(1) $t_m \sim x$ の関係から求められる断面平均濃度の平均移流速度は、全区間にわたって、ほぼ各測点におけるクラウドの平均移流速度に一致して、これは断面平均流速とほぼ等しい。しかし、詳細にみるならば、投入後の初期の領域では、断面平均流速よりも小さく、断面平均流速とほぼ一致するのは、 $t_p > 7.5$ (Run 1, Run 3) である (Run 2 の場合は、まだ一致しない)。

(2) $\sigma_t^2 \sim x$ の関係は、各測点におけるクラウドの分散値と x との関係を代表しうるものではない。すなわち、投入点近傍においては、流心付近の分散値は小さく、水路側壁近くでは、比較的大きな値をとり、断面平均濃度の分散値はむしろ、側壁近くの測点における値に近い。また、それが線形となるまでの距離は、流

心付近の方が側壁近傍より大きく、また、断面平均濃度において、 σ_t と x の関係が線形となる距離よりも大きい。(15) 式の関係が成立するのは、Run 1 では $t_2' > 4.35$ 、Run 2 では、 $t_2' > 0.68$ 程度とすることができる。

(3) $t_p \sim x$ の関係から求められるピーク濃度の伝播速度は、全区間にわたって、ほぼ各測点におけるクラウドのピーク濃度の伝播速度に一致し、これは断面平均流速に等しい。しかし、詳細にみると、投入点付近においては、断面平均流速よりも大きく、その後平均流速と一致するのは、 $t_2' > 0.68$ (Run 2) ~ 3.70 (Run 1) である。

(4) $F_p^2 \sim t_p$ の関係は、投入後の初期の領域においては線形とみなされないが、流下に伴ない直線となり、(18) 式の成立は比較的早く、 $t_2' > 4.35$ (Run 1, Run 3) 程度である (Run 2 の場合は成立しない)。また、このとき、断面平均濃度のピーク値の減衰率は他の測点におけるものを代表している (勾配が等しい) と考えてよい。

また、移流分散方程式の適用性についてまとめれば、つぎのようなことが言えよう。

(5) 前述のことから、初期領域と Taylor 域との判定基準としては、二次元開水路流れのようなせん断流れについても、特性長として水深を用いず、水路幅の半幅を用いることにより、Fischer の提案した $t_2' > 6$ がおおむね妥当と思われる。

(6) 移流分散方程式の適用可能領域においても濃度偏差はかなり強く存在し、濃度波形の前縁部、後縁部において著しく、断面平均濃度としての解析結果については、留意する必要があるものと考えられる。

(7) 断面平均濃度のピーク値付近では、相対的な濃度偏差は最小となるが、 $C_{\max} - C_{\min} = 0.16$ 程度の偏差が存在する。また、波形の後半部では、相対的な偏差がほぼ一定となる領域が存在し、この領域では、Fischer の与えた (10) 式がかなりよい濃度分布を与える。

つぎに、初期領域に関しては、つぎのことが言える。

(8) 前述の (1), (3) の関係は、初期領域のトレーサークラウドの挙動の特性を示しているものと考えられる。すなわち、初期領域では、断面平均流速に比較して、ピーク濃度は早く伝播し、また平均移流速度は小さくなっている。

(9) また、この領域においては流心付近の平均到達時間、ピーク濃度の伝播時間が、他の測点におけるものよりも早く、しかも、分散の成長率が小さく、規格化されたピーク濃度の減衰率も小さく、側壁近傍の測定と異なり初期領域の輸送過程を特色づけているものと考えられる。

4. 結 語

長方形断面を有する開水路流れにおいて、瞬間面源として保存性物質を投入した場合におけるクラウドの挙動について、水路幅方向の濃度分布に注目して実験を行ない、濃度偏差、一次、二次モーメント、ピーク濃度の特性について検討し、移流分散方程式の適用性、水路幅方向の濃度分布特性、初期領域におけるクラウドの挙動を明らかにした。

得られた結果は、従来の成果の追認も多いが、クラウドの挙動をより明確にし、一次元解析法の解の適用性を明らかにしたものと考えられる。移流分散現象の解析においては、(10) 式、(18) 式に従って分散係数を求め、(17) 式などによって予測値と観測値とを比較することにより、解の適合性について検討することが通常であるが、この点は、移流分散係数の算出法上の問題点とともに、別の機会に発表する予定である。

本論文で得られた結果は、水路形状や、壁面の状態、投入の条件、あるいはまた水路固有の特性など、種々の水理条件、境界条件によって異なるものと考えられ、今後の研究課題としたい。また、本論文で扱ったモーメント、ピーク濃度などは、比較的マクロなものであり、今後より詳細な機構について検討するつもりである。

最後に、本研究を行なうにあたって、協力を惜しまれなかった、京都大学大学院生戸田圭一君、森田義則

君に心から感謝致します。

参 考 文 献

- 1) Iwasa, Y.: Mathematical aspect on one-dimensional equations of unsteady flow in open channel, Proc. International Symposium on Unsteady Flow in Open Channels IAHR-BHRA, New Castle-Upon Tyne, 1976, pp. D2-13-D2-14.
- 2) Taylor, G.I.: The dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube, Proc. Royal Society of London, vol. 219, 1953, pp. 186-203.
- 3) Elder, J.W.: The dispersion of marked fluid in turbulent shear flow, J. Fluid Mechanics, vol. 5, 1959, pp. 544-560.
- 4) Fischer, H.B.: Longitudinal dispersion in laboratory and natural streams, Report No. KH-R-12, California Institute of Technology, 1966.
- 5) Sullivan, P.J.: Longitudinal dispersion within a two-dimensional turbulent shear flow, J. Fluid Mechanics, vol. 49, Part 3, 1971, pp. 551-576.
- 6) Yotsukura, N. et al.: Numerical solution to a dispersion equation, J. Hydraulic Division, Proc. ASCE, vol. 90, No. HY5, 1964, pp. 83-104.
- 7) Glover, R.E.: Dispersion of dissolved or suspended materials in flowing streams, U.S.G.S. Professional Paper 433-13, 1964.
- 8) 岩佐義朗・綾 史郎・小門 武：移流分散方程式の数値解析，京都大学防災研究所年報 第21号 B-2, 1978, pp. 307~317.