

貯水池水理の数値解析法とその適用について

岩佐義朗・松尾直規・俞朝夫

NUMERICAL ANALYSIS OF STORED WATERS IN RESERVOIR HYDRAULICS AND ITS ENGINEERING APPLICATIONS

By Yoshiaki IWASA, Naoki MATSUO and Asao YU

Synopsis

This study deals with the hydraulic behaviors of waters stored in reservoirs by means of the numerical techniques. The numerical technique for the mathematical model of higher level has been developed in the multi-level staggered difference schemes or partial implicit difference schemes, and the verification of the technique developed has also been made to the thermally stratified flow with high turbidity. Furthermore, the mathematical procedure of simulation techniques for the eutrophication process is explained with results of finding eutrophication indicators.

1. 緒言

近年、水資源利用の多様化、高度化に伴い、ダム貯水池においても従来の量的配分の問題に加えて質的配分が重要な技術的課題として取り上げられるようになり、これに関して新たな諸問題が現われてきた。これらの問題は具体的には、冷水問題、濁水の長期化ならびに富栄養化の3つであり、現在、各種のレベルの研究機関、行政機関において現地観測や実験研究、各種のシミュレーションモデルの開発が進められている。筆者らも数年来、貯水池における水理現象の解析を通じてこれらの諸問題の解明に努めており、前報¹⁾では、貯留水の水理学的挙動を表現し得るシミュレーションモデルとそれをういた水温、濁度解析について述べ、モデルの適用性を論じた。しかしながらモデルに含まれる水面勾配は無視できるものとし仮定して流下方向の運動量保存式の圧力項を省略したため、流れの運動学的挙動の厳密なシミュレーションとは言いえない面があった。

そこで本報では、貯留水の運動をより正しく明らかにするため、圧力項を省略しないで数値解析を行なう方法を述べるとともに、それをういた水温、濁度のシミュレーション結果と従来の計算法による結果とを比較し、それらの適用性を考察する。さらに、貯水池水理のもう一つの課題である富栄養化を対象に、その定量的な取扱いについて論じ、実際の貯水池における富栄養化予測にモデルの適用を試みたが、ここではその結果を要約して考察する。

2. 貯水池水理の基礎式

いま、対象とする貯水池水の性質は水温、濁度、富栄養化指標（植物プランクトンや窒素、リンなどの濃度）であり、これらの変化は、流体力学の原理を基礎としてコントロールボリューム法を用いると数学モデルに表現される。これが貯水池水理の基礎であり、富栄養化をも対象としたときには、これらは次のようである。

(1) 内部の水平要素に対して
水の連続式

$$|u \cdot B|_{x_i}^{x_{i+1}} dy + |v \cdot A|_{y_n}^{y_{n+1}} + q_n = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

運動量保存式

x 分値

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{1}{A} |u \cdot u \cdot B|_{x_i}^{x_{i+1}} - \frac{1}{A \cdot \Delta y} |u \cdot v \cdot A|_{y_n}^{y_{n+1}} - \frac{1}{\rho \cdot A} |P \cdot B|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{A} |D_{mx} \frac{\partial u}{\partial x} \cdot B|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{A \cdot \Delta y} |D_{my} \frac{\partial u}{\partial y} \cdot A|_{y_n}^{y_{n+1}} - \frac{1}{A \cdot \Delta y} u_b q_b \dots (2)$$

y 分値 (静水圧分布)

$$P = \int_y^{y_s} \rho g d y \dots (3)$$

水温収支則

$$\frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{A} |T \cdot u \cdot B|_{x_i}^{x_{i+1}} - \frac{1}{A \cdot \Delta y} |T \cdot v \cdot A|_{y_n}^{y_{n+1}} + \frac{1}{A} |D_{Tx} \frac{\partial T}{\partial x} \cdot B|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{A \cdot \Delta y} |D_{Ty} \frac{\partial T}{\partial y} \cdot A|_{y_n}^{y_{n+1}} - \frac{1}{A \cdot \Delta y} T_b q_b + H \dots (4)$$

濃度収支則

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{1}{A} |C \cdot u \cdot B|_{x_i}^{x_{i+1}} - \frac{1}{A \cdot \Delta y} |C \cdot v \cdot A|_{y_n}^{y_{n+1}} + \frac{1}{A} |D_{Cx} \frac{\partial C}{\partial x} \cdot B|_{x_i}^{x_{i+1}} + \frac{1}{A \cdot \Delta y} |D_{Cy} \frac{\partial C}{\partial y} \cdot A|_{y_n}^{y_{n+1}} + \frac{1}{A \cdot \Delta y} |C \cdot v_0 \cdot A|_{y_n}^{y_{n+1}} - \frac{1}{A \cdot \Delta y} C_b q_b + S \dots (5)$$

ここに、 $q_b = \{u_b \cos \theta(x, n) + v_b \cos \theta(y, n) + w_b \cos \theta(z, n)\} dA_b$ であり、水平要素側面からの流出入流量を示し、流出を正としている。また S は生成 (消滅) 濃度 (濁度の場合は 0) である。なお、他の記号については前報¹⁾で説明しているので省略する。

(2) 表面の水平要素に対して

水の連続式

$$|u \cdot B \cdot \Delta y_s|_{x_i}^{x_{i+1}} - v_{y_{s-1}} A_{y_{s-1}} + \int_{A_{y_s}} \frac{\partial \Delta y_s}{\partial t} dA_{y_s} + q_{bs} = 0 \dots (6)$$

運動量保存式

x 分値

$$\frac{\partial (u V_s)}{\partial t} = - |u \cdot u \cdot B \cdot \Delta y_s|_{x_i}^{x_{i+1}} + u_{y_{s-1}} \cdot v_{y_{s-1}} \cdot A_{y_{s-1}} - \frac{1}{\rho} |P \cdot B \cdot \Delta y_s|_{x_i}^{x_{i+1}} + |D_{mx} \frac{\partial u}{\partial x} \cdot B \cdot \Delta y_s|_{x_i}^{x_{i+1}} - D_{my} \frac{\partial u}{\partial y} \cdot A|_{y_{s-1}} - u_{bs} q_{bs} \dots (7)$$

y 分値

$$P = \int_y^{y_s} \rho g d y \dots (8)$$

水温収支則

$$\frac{\partial (T V_s)}{\partial t} = - |T \cdot u \cdot B \cdot \Delta y_s|_{x_i}^{x_{i+1}} + T_{y_{s-1}} \cdot v_{y_{s-1}} \cdot A_{y_{s-1}} + |D_{Tx} \frac{\partial T}{\partial x} \cdot B \cdot \Delta y_s|_{x_i}^{x_{i+1}} - D_{Ty} \frac{\partial T}{\partial y} \cdot A|_{y_{s-1}} - T_b q_{bs} + H V_s \dots (9)$$

濃度収支則

$$\frac{\partial (C V_s)}{\partial t} = - |C \cdot u \cdot B \cdot \Delta y_s|_{x_i}^{x_{i+1}} + C_{y_{s-1}} \cdot v_{y_{s-1}} \cdot A_{y_{s-1}} + |D_{Cx} \frac{\partial C}{\partial x} \cdot B \cdot \Delta y_s|_{x_i}^{x_{i+1}} - D_{Cy} \frac{\partial C}{\partial y} \cdot A|_{y_{s-1}} - C_b q_{bs} + S V_s \dots (10)$$

ここに、添字 s は表面の水平要素における値を示し、添字 y_s, y_{s-1} は水表面および下方の水平要素との境界面における値を示す。

3. 数値解析法と水温、濁度のシミュレーション

3.1 数値解析法

式(1)~(5)、及び式(6)~(10)は数値解析によるのみ解かれるが、ここではその方法について説明する。従来、数値計算にあたっては式(2)や式(7)における圧力項を省略し、計算の簡便化を図っていたが、現象をより正しく把握するためにはそれを省略することなく解析する必要があり、そのために基礎式を以下に述べる2つの方法により階差式に変形し、計算を進める。

1) explicit scheme による方法

この方法では、式(1)~(5)や式(6)~(10)は時間に関して前進差分を用い、階差式に変形される。水温、濁度の収支則の階差式の変形は従来と同様であるから説明を省略し、水位、流速分布を求めるための階差式についてのみ説明する。水位、流速を計算するために Fig. 1 に示すようなマルチレベルの staggered scheme による差分法を用いると、式(1)~(3)、式(6)~(8)は次のような階差式に変形される。

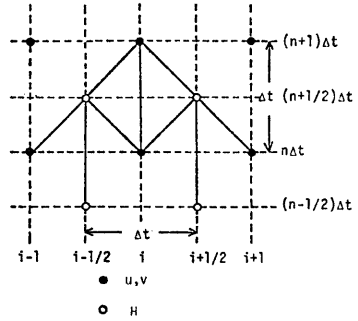


Fig. 1. Explicit scheme for flows.

内部の水平要素に対する水の連続式

$$\frac{u_{i+1,j}^n - u_{i,j}^n}{\Delta x} B_j + \frac{v_{i,j+1/2}^n B_{j-1/2} - v_{i,j-1/2}^n B_{j-1/2}}{\Delta y} + q_{e,i+1/2,j}^n = 0 \quad \dots\dots\dots(11)$$

内部の水平要素に対する運動量保存式

x 分値

$$\begin{aligned} & \frac{u_{i,j}^{n+1} - \left\{ \alpha u_{i,j}^n + \frac{1-\alpha}{2} (u_{i+1,j}^n + u_{i-1,j}^n) \right\}}{\Delta t} = -\frac{1}{\Delta x} \left(u_{i+a,j}^n \frac{u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n}{2} - \right. \\ & \left. u_{i-1+b,j}^n \frac{u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n}{2} \right) - \frac{1}{\Delta y \cdot B_j} (u_{i,j}^n + v_{i,j+1/2}^n B_{j+1/2} - u_{i,j}^n - v_{i,j-1/2}^n B_{j-1/2}) \\ & - \frac{1}{\rho} \frac{P_{i+1/2,j}^{n+1/2} - P_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta x} + \frac{D_{ms}}{\Delta x^2} (u_{i+1,j}^n - 2u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n) + \frac{D_{my}}{\Delta y^2 \cdot B_j} \\ & \{ (u_{i,j+1}^n - u_{i,j}^n) B_{j+1/2} - (u_{i,j}^n - u_{i,j-1}^n) B_{j-1/2} \} - \frac{q_{e,i-1/2,j}^n}{\Delta x \cdot \Delta y \cdot B_j} \quad \dots\dots\dots(12) \end{aligned}$$

y 分値

$$P_{i-1/2,j}^{n+1/2} = g \{ \rho_{i-1/2,j}^n \Delta y s_{i+1/2}^{n+1/2} + \Delta y \left(\sum_{jj=j+1}^{j-1} \rho_{i+1/2,jj}^n + \frac{\rho_{i+1/2,j}^n}{2} \right) \} \quad \dots\dots\dots(13)$$

表面の水平要素に対する水の連続式

$$\begin{aligned} & \frac{\Delta y s_{i+1/2}^{n+1/2} - \Delta y s_{i+1/2}^{n-1/2}}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x \cdot \bar{B}_{si+1/2}^{n-1/2}} (u_{i,j}^n \bar{B}_{si}^{n-1/2} \Delta y s_i^{n-1/2} - u_{i+1,j}^n \bar{B}_{si+1}^{n-1/2} \Delta y s_{i+1}^{n-1/2}) \\ & + v_{i,j}^n s_{i-1/2}^{n-1/2} \Delta y s_{i-1/2}^{n-1/2} - q_{e,s,i+1/2}^n \quad \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

表面の水平要素に対する運動量保存式

x 分値

$$\begin{aligned} & \frac{u_{i,j}^{n+1} \bar{B}_{si}^{n+1/2} \Delta y s_i^{n+1/2} - \left\{ \alpha u_{i,j}^n + \frac{1-\alpha}{2} (u_{i+1,j}^n + u_{i-1,j}^n) \right\} \bar{B}_{si}^{n-1/2} \Delta y s_i^{n-1/2}}{\Delta t} = \\ & - \frac{1}{\Delta x} \left\{ u_{i+a,j}^n \frac{(u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n)}{2} \bar{B}_{si+1/2}^{n-1/2} \Delta y s_{i+1/2}^{n-1/2} - u_{i-1+b,j}^n \frac{(u_{i,j}^n + u_{i-1,j}^n)}{2} \bar{B}_{si-1/2}^{n-1/2} \Delta y s_{i-1/2}^{n-1/2} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &+ u_{i,j,s-1}^n + c v_{i,j,s-1/2}^n B_{j,s-1/2} - \frac{1}{\rho \Delta x} (P_{s_{i+1/2}}^{n+1/2} \Delta y_{s_{i+1/2}}^{n+1/2} \bar{B}_{s_{i+1/2}}^{n+1/2} - P_{s_{i-1/2}}^{n+1/2} \Delta y_{s_{i-1/2}}^{n+1/2} \bar{B}_{s_{i-1/2}}^{n+1/2}) \\
 &+ D_{mz} \frac{(u_{i+1,j,s}^n - u_{i,j,s}^n) \bar{B}_{s_{i+1/2}}^{n-1/2} \Delta y_{s_{i+1/2}}^{n-1/2} - (u_{i,j,s}^n - u_{i-1,j,s}^n) \bar{B}_{s_{i-1/2}}^{n-1/2} \Delta y_{s_{i-1/2}}^{n-1/2}}{\Delta x^2} \\
 &- D_{my} \frac{u_{i,j,s}^n - u_{i,j,s-1}^n}{\Delta y} B_{j,s-1/2} - q_{b,s,i-1/2}^n u_{i,j,s}^n \dots\dots\dots(15)
 \end{aligned}$$

$$y \text{ 分値 } P_{s_{i+1/2}}^{n+1/2} = \frac{g}{2} \cdot \rho_{i+1/2,j,s}^n \cdot \Delta y_{s_{i+1/2}}^{n+1/2} \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 i, j, n はそれぞれ x, y, z 方向の位置を示す番号で、 j_s は表面の水平要素における j の値、 \bar{B}_s は表面の水平要素における平均貯水池幅、 α は平滑化係数で $0 \leq \alpha \leq 1$ の値をとる。また u の添字に現われる a, b, c, d は上流差分をとるためのもので、この u に続く流速の正負により 0 または 1 の値をとる。たとえば式 (12) の右辺第一項の a は、次のようになる。

$$\begin{cases} \frac{u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n}{2}, j \geq 0 & \text{のとき } a=0 \\ \frac{u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n}{2}, j < 0 & \text{のとき } a=1 \end{cases}$$

式 (1)~(6) の誘導にあたっては、貯水池幅 B は流下方向に一定とし、 D_{mz}, D_{my} についても空間的に一定と仮定している。

2) 圧力項に implicit scheme を用いる方法

explicit scheme による方法では、後述する安定性の必要条件から、計算時間間隔 dt を非常に小さくとらねばならないため、計算時間は極めて長くなる。そこで dt に関する安定条件からの制約を緩和するために、圧力項を時間に関して後進型の差分で置きかえる。このときの計算格子は Fig. 2 に簡単に示すようであり、表面の水平要素に対する式 (6), (7), (8) は次のような階差式に変形される。

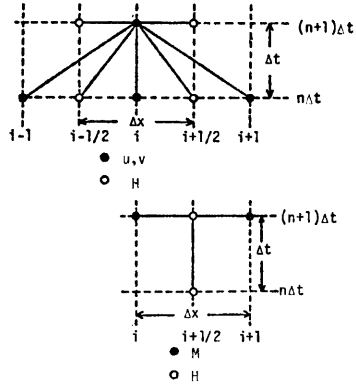


Fig. 2. Implicit scheme for flows.

$$\begin{aligned}
 \frac{\Delta y_{s_{i+1/2}}^{n+1} - \Delta y_{s_{i+1/2}}^n}{dt} &= \frac{1}{\Delta x \cdot \bar{B}_{s_{i+1/2}}^n} (u_{i,j,s}^{n+1} \bar{B}_{s_i}^{n+1} \Delta y_{s_i}^{n+1} - u_{i+1,j,s}^{n+1} \bar{B}_{s_{i+1/2}}^{n+1} \Delta y_{s_{i+1/2}}^{n+1}) \\
 &+ v_{i,j,s-1/2}^{n+1} A_{i,j,s-1/2} - q_{b,s,i+1/2}^{n+1} \dots\dots\dots(17)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \frac{u_{i,j,s}^{n+1} \bar{B}_{s_i}^{n+1} \Delta y_{s_i}^{n+1} - u_{i,j,s}^n \bar{B}_{s_i}^n \Delta y_{s_i}^n}{dt} &= \frac{1}{\Delta x} \left\{ u_{i+a,j,s}^n \frac{u_{i,j,s}^n + u_{i+1,j,s}^n}{2} \bar{B}_{s_{i+1/2}}^n \Delta y_{s_{i+1/2}}^n \right. \\
 &- u_{i-1+j,c,j,s}^n \frac{u_{i,j,s}^n + u_{i-1,j,s}^n}{2} \bar{B}_{s_{i-1/2}}^n \Delta y_{s_{i-1/2}}^n \left. \right\} + u_{i,j,s-1}^n + c v_{i,j,s-1/2}^n B_{j,s-1/2} \\
 &- \frac{1}{\rho \Delta x} (P_{s_{i+1/2}}^{n+1} \Delta y_{s_{i+1/2}}^{n+1} \bar{B}_{s_{i+1/2}}^{n+1} - P_{s_{i-1/2}}^{n+1} \Delta y_{s_{i-1/2}}^{n+1} \bar{B}_{s_{i-1/2}}^{n+1}) \\
 &+ D_{mz} \frac{(u_{i+1,j,s}^n - u_{i,j,s}^n) \bar{B}_{s_{i+1/2}}^n \Delta y_{s_{i+1/2}}^n - (u_{i,j,s}^n - u_{i-1,j,s}^n) \bar{B}_{s_{i-1/2}}^n \Delta y_{s_{i-1/2}}^n}{\Delta x^2} \\
 &- D_{my} \frac{(u_{i,j,s}^n - u_{i,j,s-1}^n) B_{j,s-1/2} - q_{b,s,i-1/2}^n u_{i,j,s}^n}{\Delta y} \dots\dots\dots(18)
 \end{aligned}$$

$$P_{s_{i+1/2}}^{n+1} = \frac{g}{2} \cdot \rho_{i+1/2,j,s}^n \Delta y_{s_{i+1/2}}^{n+1} \dots\dots\dots(19)$$

内部の水平要素に対する式 (1)~(3) の階差式は、1) の方法による階差式、式 (11)~(13) において、式 (12) の P と式 (13) の Δy_s の時間レベルを $n+1$ とし、式 (12) の α を 1 と置いたものとなる。式 (17)~(19) からわかる

ように、これらの式は厳密には圧力項についても後進差分をとっているわけではなく、計算を実用に供せられるように ρ , \bar{E}_s の時間レベルを n レベルとし、 $d y_s$ の一部についても n レベルとしている。

さて、貯水池内のすべての水平要素について、水の連続式、運動量保存式の階差式を上述のように求め、それらをすべて連立して解いて u , v , $d y_s$ を求めればよいわけであるが、この計算を簡単に行なうため次のようにする。まず、各水平要素に対する階差式を各鉛直ブロックにおいて、貯水池底に接する水平要素から表面にいたるまで水深方向に順次加え、Fig. 2 に示すような断面 i を通過する面流量 M_i^{n+1} に関する次式を導く³⁾。

連続式

$$M_{i+1}^{n+1} - M_i^{n+1} + dx B_{si+1/2}^{n+1} \frac{d y_{si+1/2}^{n+1} - d y_{si+1/2}^n}{dt} + \sum_{j=j_b}^{j_s} q_{bi+1/2,j}^{n+1} = 0 \quad \dots\dots\dots(20)$$

運動量保存式

$$\begin{aligned} \frac{M_i^{n+1} - M_i^n}{dt} = & - \frac{1}{dx} \left\{ \sum_{j=j_b}^{j_s} \left(u_{i+a,j}^{n+1} \frac{u_{i,j}^{n+1} + u_{i+1,j}^{n+1}}{2} B_{i+1/2,j}^n d y_{i+1/2,j}^n - u_{i-1+b,j}^n \frac{u_{i,j}^n + u_{i+1,j}^n}{2} B_{i-1/2,j}^n d y_{i-1/2,j}^n \right) \right. \\ & \left. - \frac{1}{\rho} \sum_{j=j_b}^{j_s} \left(P_{i+1/2,j}^{n+1} B_{i+1/2,j}^n d y_{i+1/2,j}^n - P_{i-1/2,j}^{n+1} B_{i-1/2,j}^n d y_{i-1/2,j}^n \right) \right\} \\ & + \frac{D_{m\pi}}{dx^2} \sum_{j=j_b}^{j_s} \left\{ (u_{i+1,j}^{n+1} - u_{i,j}^{n+1}) B_{i+1/2,j}^n d y_{i+1/2,j}^n - (u_{i,j}^{n+1} - u_{i-1,j}^{n+1}) B_{i-1/2,j}^n d y_{i-1/2,j}^n \right\} - \sum_{j=j_b}^{j_s} q_{bi,j}^{n+1} \quad \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

ここに j_b は貯水池底面に接する水平要素の水深方向位置を示すものである。

式(20)、(21)を上流端、下流端を除くすべての断面について求め、それらの式を連立して解くことにより、各断面の流量 M_i^{n+1} と表面の各水平要素の厚さ $d y_s^{n+1}$ が計算される。つぎに得られた M_i^{n+1} , $d y_s^{n+1}$ の値を式(17)~(19)に代入することにより、各水平要素における P , u , v の値を求めることができる。

3. 2 水温、濁度予測への適用とその結果

前章で述べた方法により、貯水池水理シミュレーション・モデルを実際の貯水池における水温、濁度予測に適用し、その結果について、観測値ならびに従来の圧力項を省略した計算による結果と比較しながら考察する。対象とする貯水池は徳島県那賀川水系長安口貯水池である。貯水池は総貯水容量 $54.3 \times 10^6 \text{ m}^3$ 、貯水池長 $1.09 \times 10^4 \text{ m}$ 、平均水深 24.3 m の成層型貯水池で、本川上流には小見野々貯水池があり、坂州木頭川、丈ヶ谷川の2つの支川が流入している。計算期間は、成層形成期中規模程度の出水が流入したケースとしての昭和52年8月24日～9月8日と、成層が発達する時期に小規模の出水が生じたケースとしての昭和53年5月16日～5月27日である。

計算にあたっては、 $dx=1000 \text{ m}$, $dy=2 \text{ m}$ として貯水池を分割し、本川ならびに、ダムより約 4 km 上流地点に流入する支川、坂州木頭川の流入流量、水温、濁度を境界条件として与える。なお、これらは次のようである⁴⁾。

$$Q_{Nin} = Q_{K,Mout} + Q_s + Q_J \quad \dots\dots\dots(22)$$

$$Q_s = 0.8 \times (Q_{Nin} - Q_{K,Mout}) \quad \dots\dots\dots(23)$$

$$Q_J = 0.2 \times (Q_{Nin} - Q_{K,Mout}) \quad \dots\dots\dots(24)$$

$$T_{Nin} = T_s = T_{K,Mout} \quad \dots\dots\dots(25)$$

$$C_{Nin} = \frac{C_{K,Mout} Q_{K,Mout} + C_J Q_J}{Q_{K,Mout} + Q_J} \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$\left. \begin{aligned} C_J \text{ は } & \begin{cases} Q_J < 5 & (\text{m}^3/\text{s}) & C_J = 0 & (\text{ppm}) \\ 5 \leq Q_J \leq 105 & (\text{m}^3/\text{s}) & C_J = 4 \times (Q_J - 5) & (\text{ppm}) \\ Q_J > 105 & (\text{m}^3/\text{s}) & C_J = 0.5 \times (Q_J - 105) + 400 & (\text{ppm}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(27) \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} C_s \text{ は } & \begin{cases} Q_{Nin} > 5 & (\text{m}^3/\text{s}) & C_s = 2 \times (Q_{Nin} - 5) & (\text{ppm}) \\ Q_{Nin} \leq 5 & (\text{m}^3/\text{s}) & C_s = 0 & (\text{ppm}) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(28) \end{aligned} \right\}$$

ここに、 Q_{Nin} ：長安口貯水池流入流量、 T_{Nin} 、 C_{Nin} ：長安口貯水池上流端流入水温、流入濁度、 $Q_{K.Mout}$ 、 $T_{K.Mout}$ 、 $C_{K.Mout}$ 、小見野々貯水池放流流量、放流水温、放流濁度、 Q_s 、 T_s 、 C_s ：坂戸木頭川流量、水温、濁度、 Q_r 、 C_r ：丈ヶ谷川流量、濁度である。一方、下流端においては貯水池からの流出流量を境界条件として与える。つきに、初期条件として水温、濁度は、従来の計算法による昭和52年8月24日、昭和53年5月16日の0時の計算値を与え、流速については、静止状態から、それぞれの計算開始日の0時の流出入流量、水位に一致するように境界条件を与えて explicit scheme による方法で一日間計算した値を初期値とした。計算に用いるパラメータの値は分散係数を各動量について等しく $D=Q_{Nout} \times 0.01$ (m^2/day) (ここに Q_{Nout} ；長安口貯水池流出流量) とし、大気との熱交換に関する水面反射係数、表面吸収率、減衰係数は、過去の解析にならない³⁾、それぞれ0.4、0.5、0.15とした。沈降速度を算定するための粒径は、複合粒径を用い¹⁾、粒度分布資料を参考に次のように定めた⁴⁾。

$C_{Nin} < 150$	(ppm)	$2\mu-60\%$ 、	$4\mu-30\%$ 、	$6\mu-10\%$
$150 \leq C_{Nin} < 400$	(ppm)	$2\mu-40\%$ 、	$4\mu-45\%$ 、	$6\mu-15\%$
$C_{Nin} \geq 400$	(ppm)	$2\mu-10\%$ 、	$4\mu-30\%$ 、	$6\mu-60\%$

計算時間間隔 Δt は、数値計算の安定条件から決まるが、前章で記した階差式をそのまま取扱って安定条件を求めることは実際上困難であるため、それぞれの階差式を線形化、単純化して安定性の必要条件を求めると次のようになる。

1) explicit scheme による方法

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{2\sqrt{gh} - u - 2\frac{D_{mx}}{\Delta x}}{2gh} \dots\dots\dots(29)$$

2) 圧力項に implicit scheme を用いる方法

$$\frac{\Delta t}{\Delta x} \leq \frac{1}{2\left(u + \frac{2D_{mx}}{\Delta x}\right) - \frac{u + \frac{2D_{mx}}{\Delta x}}{8gh}} \dots\dots\dots(30)$$

Δt は少なくとも式 (29)、(30) を満足する必要があるが、式 (29)、(30) は安定性の十分条件ではないことや計算精度を考慮して、1)の方法では $\Delta t = 0.0004$ day (34.56 sec)、2)の方法では $\Delta t = 0.002$ day (172.8 sec) と十分小さくとった。また、explicit scheme による方法では式 (2)、(5) の平滑化係数 α を、数値解の検討結果をふまえて $\alpha = 0.9$ とした。

Fig. 3～Fig. 7 は得られた結果の一例を、従来の計算法による結果ならびに実測値と比較して示したものである。Fig. 3 は昭和52年8月30日12時における流速分布であるが、これから、圧力項を省略しないで計算した結果は、いずれも従来の方法による結果と比べ、取水口へ向かう流れがガウス分布に類似した流速分布形ではっきりと表現されており、観測値との比較はできないが、定性的には流れの挙動を十分再現している

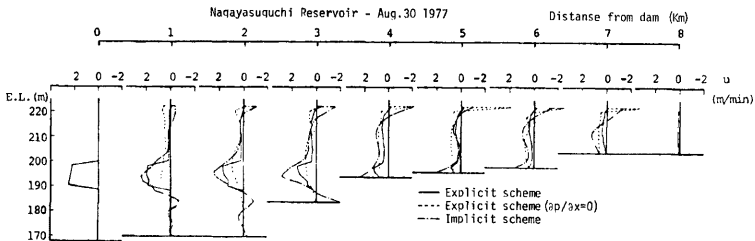


Fig. 3. Estimation of horizontal velocity distribution in Nagayasuguchi Reservoir.

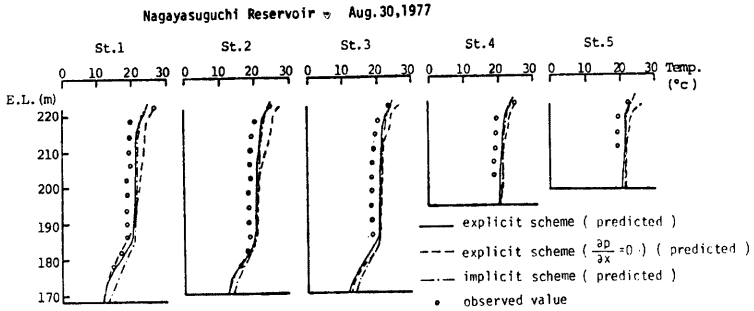


Fig. 4. Estimation of temperature distribution in Nagayasuguchi Reservoir.

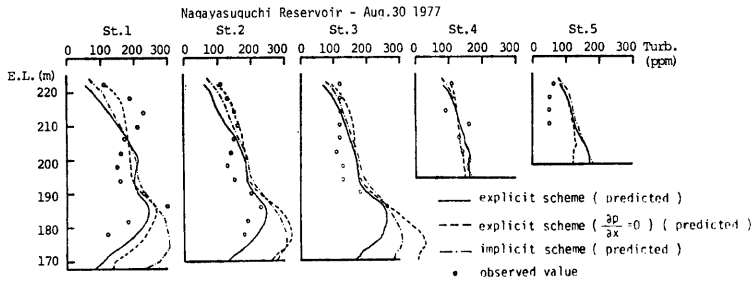


Fig. 5. Estimation of turbidity distribution in Nagayasuguchi Reservoir.

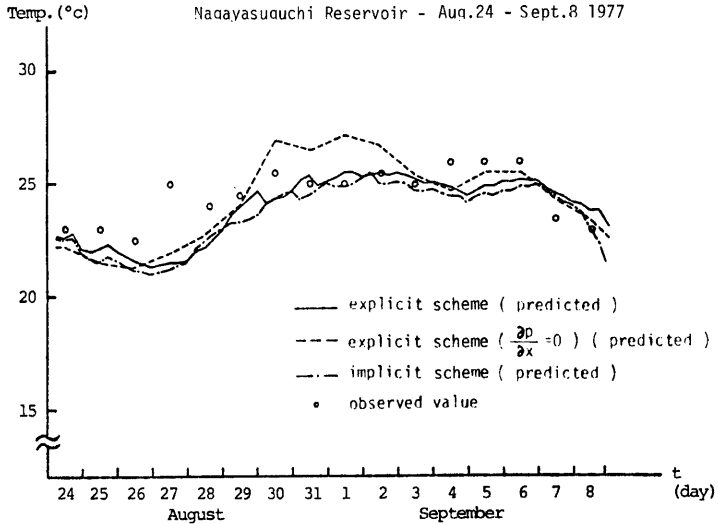


Fig. 6. Temporal change of temperature at water surface in Nagayasuguchi Reservoir.

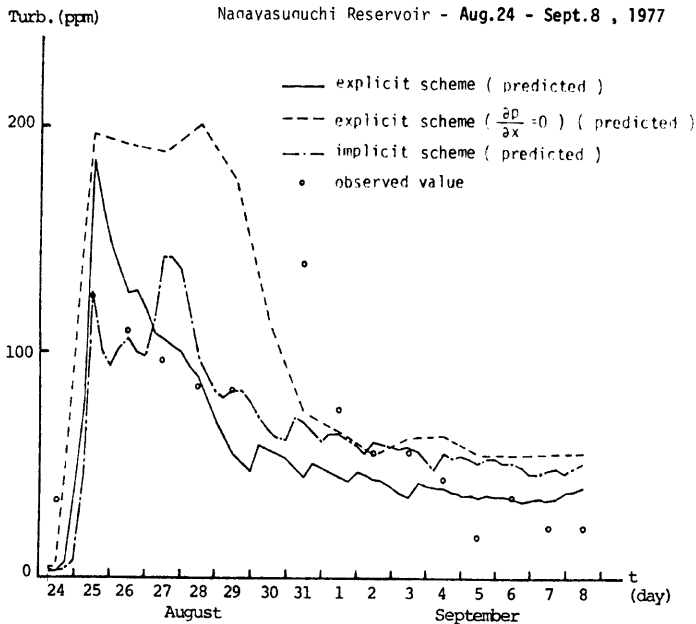


Fig. 7. Temporal change of turbidity at water surface in Nagayasuguchi Reservoir.

ものと考えられる。Fig. 4 は同じく水温分布を示したものであり、explicit scheme による方法では比較的実測値に近い値を計算しているが、implicit scheme による結果では深水部でやや高い水温となっている。Fig. 5 に示した同時刻の濁度分布をみると、explicit scheme による結果では、表層部を除いて従来の計算より良好な分布形が得られているが、implicit scheme による結果は、水温同様、深水部の濁度が高く計算され精度の向上はみられない。Fig. 4, 5 の水温、濁度分布の計算結果を Fig. 3 の流速分布との関連でみると、流速分布の各計算法による相異は、表層水と深層水の水温、濁度の値にとくに顕著に現われており、それらの領域における移流熱量、濁質量の計算値の差異を反映している。この計算例では、従来の圧力項を省略した計算に比べ、表層で移流フラックスをやや小さく計算している傾向がみられ、深層部では、implicit scheme による方法の場合に、それがやや過大に計算されているように思われる。Implicit scheme による計算結果は、他の例でも同様の傾向がみられ、その点の今後の検討が必要であろう。

Fig. 6, 7 は、昭和52年8月24日～9月8日におけるダム直上流地点の表面水温、濁度の変化を示したものであるが、いずれの図においても、従来の方法による結果と比較すれば、水温、濁度の時間的変化の傾向をより正しく説明しているといえよう。Fig. 7 の濁度変化については、ピーク時や8月30日～9月1日にかけての期間 (Fig. 5 表層における実測値との不一致に対応している。) で実測値との不一致がみられるが、これは、先に仮定した流入水温、濁度に関する境界条件や沈降速度に関する粒度分布、分散係数などの不確定要素が影響を及ぼした結果と考えられ、計算法に由来するものではないであろう。

以上の結果をまとめると、貯水池水理の数値解析にあたって貯水池の水面勾配や流下方向の密度変化を考慮することによって貯留水の運動学的挙動をより明らかにすることが可能となるため、水温、濁度予測の精度の向上が期待できるが、安定条件から Δt に関する制約が課せられるため計算時間は従来に比べかなり

長くなるといえよう。したがって数値解析にさいしては、その目的と対象とする貯水池における水理条件とを考慮して計算法を適当に選択する事が必要となる。そのためには、さらにさまざまな水理条件、環境境界条件下における数値解析を行ない各計算法の適用性を十分に検討しなければならない。また、水温、濁度等の予測精度向上には、流入水温、濁度に関する境界条件、分散係数、沈降速度などの不確定要素について明らかにしていくことが不可欠であり、そのための資料蒐集とその充実が望まれる。

4. 富栄養化の数値シミュレーション

4.1 水質指標と濃度収支則

貯水池における富栄養化の解析も、対象とする貯留水の性質、すなわちこの場合には、富栄養化指標となる水質濃度が貯水池内でいかに物理的に変化するかを取り扱うことが基本であり、その上に生物学的、化学的生産、消費による水質変化が加わることになる。したがって、2で述べた貯水池水理モデルが、水温、濁度の場合と同様に、富栄養化の解析にも適用され、数値シミュレーションが行なわれる。富栄養化の数値解析にさいしては、富栄養化指標としてどのような水質濃度を選ぶかがまず問題となる。一般に、富栄養化貯水池においては気温の上昇に伴なって表層付近に高温層が形成されてくると同時に、生物活動が活発し、豊富な栄養塩の存在下で一次生産を担う植物プランクトンの量が増大するが、一方では、植物プランクトンに摂取されることにより栄養塩である無機態窒素やリンの濃度が表層付近で低下し、それらに密接な関係があるといわれている⁹⁾。このように富栄養化の特徴を示す重要な水質因子は、植物プランクトンの種類と量であり、さらにその増殖、捕食に関係が深い窒素、リン、動物プランクトンの濃度であるとされている⁹⁾ことから、富栄養化指標としてこれらの水質濃度を採用する。

次に問題となるのは、濃度収支則に付加される生物学的、化学的生産、消費の項、すなわち式(5)、(10)のSをどのように数式に表現するかである。この数式化は、これまで多くの研究者によってそれぞれのモデルの中でさまざまな形で表現されているが²⁾、それらの大勢はFig.8に示すような水質変化の機構を主なもの

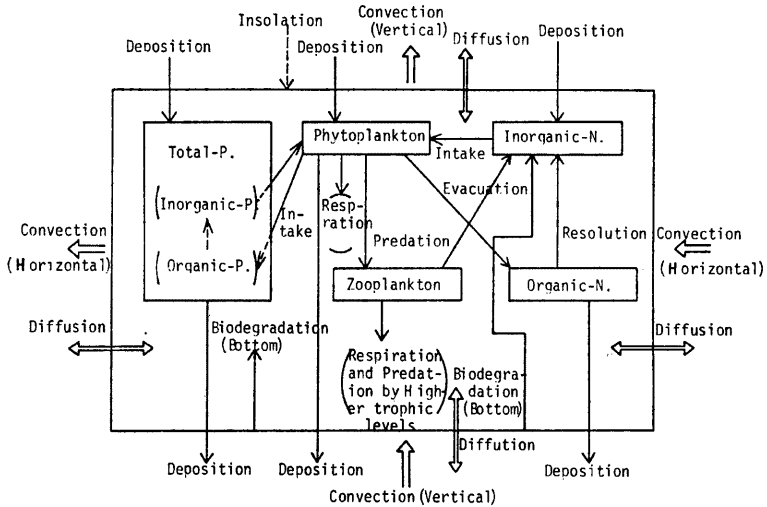


Fig. 8. Mechanism of eutrophication indicators change based upon phytoplankton population dynamics in control volumes.

のとして取り上げている。こうした生物学的、化学的生産、消費に関係する影響因子や、その生産、消費速度との関係は、きわめて複雑で解明されていない点が多く、これまでのところでは次のように単純化して考えられる場合が多い⁷⁾。まず植物プランクトンの増殖速度は栄養塩が豊富で日射量が最適ならば水温に比例して最大となるが、栄養塩が不足し日射量が最適でなくなると、それらは制限因子として影響する。植物プランクトンの増殖速度と栄養塩の関係は、Michaelis-Menten 型の式で近似され、日射量との関係では、最適値までは比例関係にあるが、それより高い値になると強光阻害がある。植物プランクトンの動物プランクトンによる捕食速度は植物プランクトン濃度に関係し、Michaelis-Menten 型で近似される。植物、動物プランクトンの呼吸速度は水温と比例する関係にある。

以上が、過去の研究の多くにおいて、生物学的生産、消費の項の数式化に用いられた概念であり、本研究でもこれに従い、式 (5) の S を数式として表現する。このとき、水平要素内の濃度収支は Fig. 8 に示すようであり、式 (5) の濃度収支則を

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \phi(C) + \frac{1}{A \cdot \Delta y} |C \cdot v_0 \cdot A| \frac{y_n^{n+1}}{y_n} + S \quad \dots\dots\dots(31)$$

$$\begin{aligned} \text{ここに、} \quad \phi(C) = & -\frac{1}{A} |C \cdot u \cdot B| \frac{x_i^{i+1}}{x_i} - \frac{1}{A \cdot \Delta y} |C \cdot v \cdot A| \frac{y_n^{n+1}}{y_n} + \frac{1}{A} |D_{C_x} \frac{\partial C}{\partial x} \cdot B| \frac{x_i^{i+1}}{x_i} \\ & + \frac{1}{A \cdot \Delta y} |D_{C_y} \frac{\partial C}{\partial y} \cdot A| \frac{y_n^{n+1}}{y_n} - \frac{1}{A \cdot \Delta y} C_b q_b \end{aligned}$$

のように書き、濃度として、クロロフィル a 濃度 (植物プランクトンの指標) C_p 、動物プランクトンに相当する炭素量濃度 Z 、無機態窒素濃度 N_0 、有機態窒素濃度 N_I 、総リン濃度 P_h を代入すると、各水質濃度の収支則は次のようになる。

$$\frac{\partial C_p}{\partial x} = \phi(C_p) + \frac{1}{A \cdot \Delta y} |C_p \cdot v_0 \cdot c_p \cdot A| \frac{y_n^{n+1}}{y_n} + G_{C_p} - K_A \cdot T \cdot C_p - G_z \quad \dots\dots\dots(32)$$

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \phi(z) + \alpha \cdot a_z \cdot G_z - K_z \cdot T \cdot z - K_0 \cdot z \quad \dots\dots\dots(33)$$

$$\frac{\partial N_I}{\partial t} = \phi(N_I) - \beta G_{C_p} + K_L(N_0 - \beta C_p - \tau z) + \frac{L_{N_I}}{1000 \cdot \Delta y} + \beta(1 - a_z)G_z \quad \dots\dots\dots(34)$$

$$\frac{\partial N_0}{\partial t} = \phi(N_0) + \frac{1}{A \cdot \Delta y} |N_0 \cdot v_0 \cdot N_0 \cdot A| \frac{y_n^{n+1}}{y_n} + \beta G_{C_p} - K_L(N_0 - \beta C_p - \tau z) - \beta(1 - a_z)G_z \quad \dots\dots\dots(35)$$

$$\frac{\partial P_h}{\partial t} = \phi(P_h) + \frac{1}{A \cdot \Delta y} |P_h \cdot v_0 \cdot P_h \cdot A| \frac{y_n^{n+1}}{y_n} + \frac{L_{P_h}}{1000 \cdot \Delta y} \quad \dots\dots\dots(36)$$

ただし、 $G_{C_p} = \mu_c \cdot K_\mu \cdot T \cdot \frac{I_y}{I_s} \exp\left[1 - \frac{I_y}{I_s}\right] \cdot \frac{N_I}{K_N + N_I} \cdot \frac{P_h}{K_p + P_h} \cdot C_p \quad \dots\dots\dots(37)$

$$G_z = C_g \cdot \frac{K_{C_p}}{K_{C_p} + C_p} \cdot z \cdot C_p \quad \dots\dots\dots(38)$$

ここに、 G_{C_p} ；植物プランクトンの増殖による生成速度、 G_z ；動物プランクトンの捕食による消滅速度、 μ_c ；植物プランクトンの最大増殖速度、 K_μ ； μ_c の水温比例定数、 I_y ；標高 y における日射量、 I_s ；最適日射量、 K_I 、 K_N 、 K_p 、 K_{C_p} ；それぞれ日射量、無機態窒素、総リン、クロロフィル a に関する Michaelis 定数、 K_s 、 K_z ；それぞれ植物、動物プランクトンの呼吸速度、 C_g ；捕食速度、 α ；植物プランクトン中の炭素量とクロロフィル a 量の比、 a_z ；同化率、 K_0 ；動物プランクトンの死亡定数、 β ；植物プランクトン中の窒素量とクロロフィル a 量の比、 K_L ；分解速度定数、 τ ；動物プランクトン中の窒素量と炭素量の比、 L_{P_h} 、 L_{N_I} ；それぞれ総リン、無機態窒素の底泥からの単位面積当たりの溶出速度、 v_0, c_p 、 v_0, N_0 、 v_0, P_h ；それぞれクロロフィル a、有機態窒素、総リンの沈降速度である。

4. 2 富栄養化のシミュレーションとその結果

対象とした貯水池は、本津川支川宇陀川中流部に位置する室生貯水池である。室生貯水池は総貯水容量1670万 m³ の比較的小規模の貯水池ではあるが、総貯水容量に比して年間総流入量が小さく、成層型貯水池

に分類されるとともに上流域からの栄養塩類の流入により著しい富栄養化が進行しているところでもある。また、貯水池の中央部付近において、初瀬導水路への取水がなされており、ダム直上流には島谷取水路により導入される室生川からの流入がある。数値計算にあたっては、計算の簡単化のため従来の方法同様、ここでは運動量保存式の圧力項は省略する。したがって、階差式の変形も空間的な差分は既報²⁾で述べたとおりであるが、時間に関しては、式 (32)~(36) における生成項の非線形性を考慮し、ルンゲ・クッタ・スキームを用いる。この方法は、式 (32)~(36) のような非線形形式に対しても有効で安定性もよいとされており⁷⁾、計算も簡単である。たとえば式 (32) は次のように計算される。式 (32) の右辺の階差式を $F_{i,j}^{n*}$ とすると

$$C_{pi,j}^{n+1} = C_{pi,j}^n + F_{i,j}^n \cdot \Delta t \quad \dots\dots\dots(39)$$

$$C_{pi,j}^{n+1} = C_{pi,j}^n + \frac{\Delta t}{2} (F_{i,j}^n + F_{i,j}^{n*}) \quad \dots\dots\dots(40)$$

ここに、 $C_{pi,j}^{n+1*}$; $t=n+1$ における水平要素内のクロロフィル a 濃度 $C_{pi,j}^{n+1}$ の予測子, $F_{i,j}^{n*}$; $t=n+1$ における物理量 (流速, 水温, 各水質濃度) の予測子を用いて計算した式 (32) の値である。

境界条件の与え方は、これまでの水温, 濁度解析の場合と全く同じであるが、各水質指標の貯水池上流端における流入負荷量 L は、流入流量 Q_{in} (m³/sec) との相関関係から次式のように与えた⁸⁾。

$$\left. \begin{array}{ll} \text{クロロフィル } a; & L(C_p) = 0.3456 Q_{in} \quad (\text{kg/day}) \\ \text{動物プランクトン;} & L(z) = 0 \quad (\quad) \\ \text{無機態窒素;} & L(N_T) = 109.5 Q_{in}^{0.970} \quad (\quad) \\ \text{有機態窒素;} & L(N_O) = 32.17 Q_{in}^{1.063} \quad (\quad) \\ \text{総リン;} & L(P_h) = 12.40 Q_{in}^{1.004} \quad (\quad) \end{array} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

初期値は、昭和52年1月24日の実測値を水温, 各水質濃度に与え、パラメータの値は、分散係数を、前章の解析の場合と同様に仮定し、水面反射係数, 水面吸収率, 減衰係数はそれぞれ0.1, 0.5, 0.1とした。また、解析対象とする各水質濃度の時間的, 空間的変化は、濁度のそれと同程度かもしくはそれ以下の緩やかなものであることから⁹⁾, $\Delta x, \Delta y$ の大きさは、濁度解析の場合と同様に考えれば十分で、 $\Delta x = 1000 \text{ m}, \Delta y = 1 \text{ m}$ とした。時間間隔 Δt は濃度収支則の生成項を0とした場合に CFL 条件から定まる値の1/4程度とし、安定性を満足させた。計算期間は、昭和52年1月25日から昭和53年1月31日までとし、式(32)~(38)の各係数値を **Table 1** に示すように定めて各水質濃度の挙動の変化をシミュレートした。**Table 1** の係数値は過去のいくつかの研究で用いられた値の範囲内で適当に調整されたものである。

Fig. 9, 10 はこうして得られた結果の一例である。**Fig. 9** は、各水質濃度ならびに水温の経年変化をダム直上流地点の表面における値で示したものであり、この図から、計算値はそれぞれの時間的変化の傾向を比較的良く再現しているといえよう。植物プランクトン(クロロフィル a)の増大は、水温の上昇, 窒素,

Table 1. Parameter values for simulation of eutrophication.

Notation	Parameter value	Notation	Parameter value
μ_c	1.02	a_z	0.6
K_μ	0.04 (1/°C)	K_z	0.002 (1/°C·day)
I_s	360 (cal)	K_0	0.01 (1/day)
K_N	0.1 (mg/l)	β	0.01 (ppm-N/ppb-chla)
K_p	0.01 (mg/l)	K_L	0.005 + 0.001 · T (1/day)
K_A	0.005 (1/°C·day)	γ	0.2 (ppm-N/ppm-Z)
C_g	0.25 (1/mg·°C·day)	$v_{0,Cp}$	0.3 (1/day)
K_{Op}	60 (ppb)	$v_{0,Ph}$	0.3 (1/day)
α	0.05	$v_{0,NO}$	0.3 (1/day)

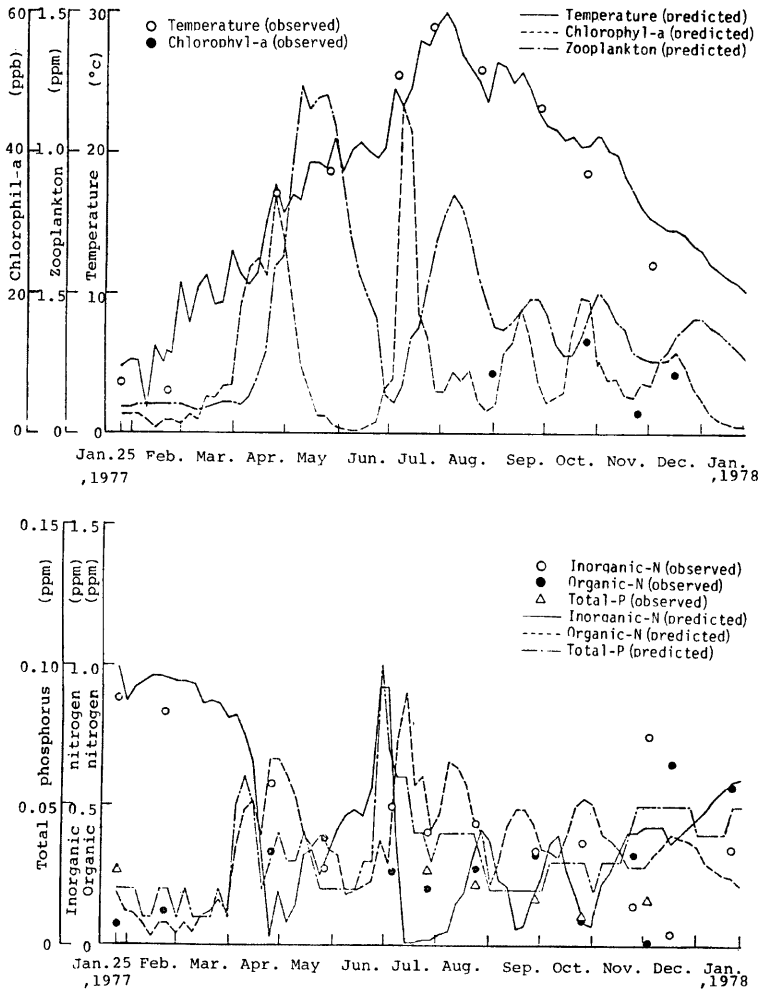


Fig. 9. Temporal change of temperature and eutrophication indicators in Murou Reservoir.

リン濃度の上昇の後に現われ、その時間遅れは20日～30日程度である。また Fig. 9 では出水時（4月上旬，6月下旬）に，貯水池への汚濁物質の流入に伴う窒素，リン濃度の急激な上昇がみられ，その後の植物プランクトンの大増殖に大きく影響しているが，それらの値や，クロロフィル a 濃度の上昇速度を考えると（観測資料がないためはっきりしたことはわからないが）出水時における各水質の流入負荷量をやや過大に見積もっているように思われ，式(41)に示した流入負荷量の検討が必要であろう。Fig. 10 は，ダム直上流地点ならびに初瀬取水口地点における水温，各水質濃度の鉛直分布を示したものであり，これから，水温の

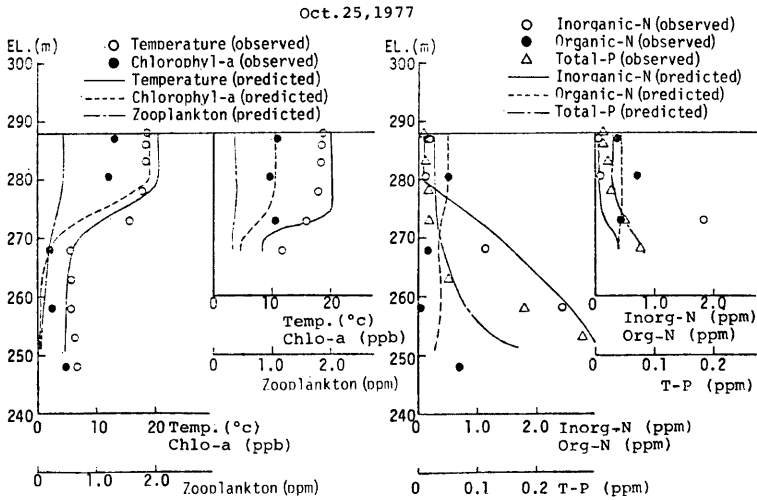


Fig. 10. Vertical distribution of temperature and eutrophication indicators in Murou Reservoir.

計算結果は実測値と良く一致しており、また各水質濃度についても、分布形状はおおむね表現されていることがわかる。

以上より、貯水池水理モデルによる富栄養化のシミュレーションでは、対象とする水質の時間的、空間的变化が、少なくとも定性的に正しく説明されており、モデルによる貯留水の物理的挙動の明確な把握が、こうした結果に反映されていると考えて良いであろう。いいかえれば、富栄養化に関係する物理因子としての水の運動ならびに水温の挙動を明らかにし、対象とする水質の物理変化を定量的に把握することが、富栄養化の解析でも重要であるといえよう。また、各水質濃度の生物学的、化学的生産、消費に関しては不確定要素が多く、それがシミュレーション結果の精度を左右する場合もあるため、その取り扱いには十分注意しなければならない。

5. 結 語

貯水池における水温、濁度、富栄養化の水理的挙動を数学モデルにより取り扱う方法を述べ、それらの数値解析法とその実際問題への適用性について論じた。

まず、従来、計算の簡単化のため省略していた運動量保存式の圧力項を省略しないで数値解析する方法を2通り述べ、それらを用いて長安口貯水池における水温、濁度予測に適用した結果、貯留水の運動学的挙動をより明らかにすることが可能となり、水温、濁度予測の精度向上がみられた。しかしながら、計算時間の短縮など、数値解析法の実用性をより高めるとともに、水面勾配や流下方向の密度変化による貯留水の挙動への影響を定量的に明らかにすることがさらに必要であろう。

一方、富栄養化を対象とした解析では、濃度収支則に付加される生物学的、化学的生産、消費の項を数式に表現し、モデルを適用した結果、富栄養化の指標となる水質濃度の時間的、空間的变化をかなり良く説明できた。また、従来のシミュレーション解析では不十分であった貯留水の水理学的挙動の把握がなされることにより、富栄養化に対する水温や水の運動といった物理因子の影響を明らかにすることが可能となった。

貯水池水理の数値解析、とくに濁水、富栄養化を対象とした解析では、流入濃度、沈降速度、分散係数、

水質濃度の生物学的, 化学的变化といったような不確定要素が, 計算精度の面に影響を及ぼすため, これらの取扱いに十分注意するとともに, 今後さらに検当を要する課題であろう。

最後に, 本研究を行なうにあたり, 観測資料の提供をいただいた徳島県土木部ならびに, 建設省木津川上流工事事務所の各位に謝意を示すとともに, 計算, 作図等に御援助をいただいた大学院学生森北佳昭君, 小林正典君に感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 岩佐義朗・松尾直規・井上素行：貯水池における数値解析について, 京都大学防災研究所年報, 第21号-B, 1978, pp. 319~329.
- 2) 岩佐義朗・松尾直規・遠藤正昭：洪水時における貯水池の成層破壊について, 京都大学防災研究所年報, 第20号-B, 1977, pp. 259~270.
- 3) 堀口孝男・富田 勇・堀江 毅：三次元モデルによる流れと拡散の数値解析について, 第24回海岸工学講演会論文集, 1977.
- 4) 徳島県, 防災研究協会：昭和53年度那賀川濁度追跡調査業務委託報告書, 1979.
- 5) 例えば, 宗宮 功・築谷尚嗣：琵琶湖南湖における栄養塩と植物プランクトンの挙動, 昭和52年度衛生工学研究シンポジウム講演論文集, 1978.
- 6) 津田松苗：琵琶湖の将来水質に関する調査報告書：土木学会衛生工学委員会, 1970.
- 7) 例えば, DiToro, D. M., D. J. O'connor and R. V. Thomann : A dynamic model of the phytoplankton population in the Sacramento-San Joaquin delta, Series 106, Advance in chemistry series, America Chemical Society, 1971.
- 8) 建設省木津川上流工事事務所：室生ダム湖水質汚濁報告書, 1979.
- 9) 松尾直規・岩佐義朗・仏原 肇：貯水池水の物理的挙動と富栄養化について, 第33回土木学会年次学術講演会概要集, 1978.