

FEM による扇状地地下水の平面解析

—田川流域の地下水に関する研究 (4)—

岡 太 郎

TWO DIMENSIONAL ANALYSIS OF GROUNDWATER FLOW IN A WIDE ALLUVIAL FAN BY THE TECHNIQUE OF FINITE ELEMENT

—Studies on Groundwater in the Basin of the River Ta (4)—

By Taro OKA

Synopsis

The applicability of the finite element method and its improving technique for considering complex inner and boundary conditions are discussed for analyzing the two dimensional behaviour of groundwater flow in a wide composite alluvial fan, in this paper.

First, the applicability of the Galerkin procedure is examined in comparison with the analytical solution by Hantush for the idealized flow of groundwater in a leaky aquifer.

Next, the inner and boundary conditions are examined in the research basin of the River Ta surrounded mountains and three rivers. In this basin, a number of pump with small capacity are operated to supply irrigation water for paddy fields in summer. These pumping stations are lumped considering their areal distribution for simplifying the numerical calculation.

Recharges from mountains and ground surfaces are estimated by the series tanks model for the long term runoff analysis and the simplified model of the vertical percolation in unsaturated capillary zone, respectively. A system of triangular network is drawn considering the inner and boundary conditions.

The results calculated by the Galerkin procedure with the ingenious calculation scheme by which the introduction of complex inner and boundary conditions become easy, show good agreement with observed hydrographs of groundwater table for the period of seven months.

1. ま え が き

扇状地地下水の挙動や水収支の研究は水資源対策、内水対策などの上で重要であるが、扇状地地下水の動態は自然的及び人為的な多くの要素の影響を受けて複雑であり、それを解析するための一般的手法を確立することは容易ではない。この問題に関連して、我々は滋賀県姉川・高時川及び田川の複合扇状地と目される田川流域を試験流域として、昭和41年度より基礎的な水文観測・調査研究を行ってきた。また湧水や酒濁河川の挙動を含む地下水解析法を提案し、改良を進めてきた^{1)~4)}。しかし、これまでの解析では、差分法を用いていたため境界形状の近似や滯水層定数の局地性導入などに若干不都合があり、また丘陵部及び非たん水域からの地下水涵養については十分考慮されていないなど残された問題点は少くない。そこで今回は、丘陵部からの地下水涵養量をタンクモデルを用いて推定し、また非たん水域からの雨水浸潤過程を不飽和浸透流理論より得られた単純化モデルを用いて表すなど地下水涵養量の表示法にとくに改良と工夫を行うとともに、数値計算法に有限要素法を採用して扇状地地下水の一般的平面解析法について検討した。ここではその検討結果を田川流域への適用例とともに述べる。

2. 有限要素法による地下水の平面解析法

2.1 地下水流動の基礎方程式

扇状地における滞水層は一律でなく良透水層と難透水層が互層をなしている場合が多い。この場合全体的な地下水の挙動を議論するためには、多重滞水層系とする準三次元解析を必要とするが、ここでは地表面付近のいわゆる浅層地下水のみを対象として平面的に解析を行うことにする。

浅層地下水は不圧地下水と被圧地下水に大別されるが、それぞれの基礎方程式は次のとおりである。

(1) 不圧地下水流動の基礎方程式

Dupuit-Forchheimer の仮定と透水層厚に平均透水層厚を用いて線形化することにより次式を得る。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{KH_0}{\lambda} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + \frac{\epsilon}{\lambda} \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 t : 時間, x, y : 水平座標, h : 基準面からの地下水水位, K : 透水係数, λ : 有効間隙率, H_0 : 平均透水層厚, ϵ : 単位時間, 単位面積当りの地下水供給量。

(2) 被圧地下水流動の基礎方程式

弾性説に漏水の影響を考慮した次式を用いる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{Kb}{S} \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) + \frac{\epsilon}{S} \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 S : 貯留係数, b : 滞水層厚。

これらの基礎方程式は、誘導過程は異なるが、同一型の拡散型偏微分方程式であり、地下水の状態が変化しても、滞水層定数を適当に選択することにより同一式として取扱える。

2.2 境界・内部条件

(1) 境界条件

地下水面解析において境界条件は一般的に(3)式で表される。

$$\alpha \frac{\partial h}{\partial \eta} + \beta h + \gamma = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

ここで、 α, β, γ : 定数, $\partial h / \partial \eta$: 境界での法線方向 η の h の勾配。

(2) 内部条件

広域地下水の平面解析を行う場合、種々の内部条件を考慮しなければならないが、ここでは(1)、(2)式の ϵ の項で扱う。ただ ϵ は解析領域内の水文・地質条件により様々な形で与えられるので、一般的表示はきわめてむずかしく地被条件等を考慮して、適当な表示式を選択する必要がある。 ϵ については適用計算を実施する際に詳述する。

2.3 ガラーキン法による代数方程式近似

有限要素法には変分原理に基づくものと重みつき残差法に基づく手法があるが、ここでは重みつき残差法を採用し、ガラーキン法により定式化を行う。ガラーキン法については多くの成書⁵⁾に詳しく紹介されているので、ここではその手順のみを簡単に示す。なお(1)、(2)式は同形であるので、(2)式について述べる。(2)式は(4)式のように書ける。

$$L(h) = Kb \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) - S \frac{\partial h}{\partial t} + \epsilon = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

解析領域内で $L(h) = 0$ となる h を得るため、まず各要素内での h の近似関数を(5)式のようにとる。

$$\bar{h}(x, y, t) = \sum_{i=1}^n H_i(t) v_i(x, y) \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 $v_i(x, y)$ ($i=1, 2, \dots, n$): 形状関数, $H_i(t)$: 各要素の節点における未知関数であり(6)式の解となるものである。

$L(\bar{h})=R$ を誤差と考えると、 h の最良の解は、 R が領域内のどのような点でも 0 となる状態を得られる。いま領域 D で次式のように重みつき誤差の積分を 0 にすることを考える。

$$\int_D W_i L(\bar{h}) dD = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 W_i ：重み関数でありガラーキン法では、 $W_i = v_i$ である。(6)式に(4)、(5)式を代入すると(7)式を得る。

$$\iint_D \left[Kb \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\sum_{j=1}^n H_j v_j \right) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \left(\sum_{j=1}^n H_j v_j \right) \right\} - S \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{j=1}^n H_j v_j \right) + \varepsilon \right] v_i dx dy = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、領域 D は i 番目の形状関数が定義されているすべての要素からなる領域である。(7)式を Green の定理を用いて積分すると、次のマトリクス表示を得る。

$$[T] \{H\} + [P] \left\{ \frac{dH}{dt} \right\} + \{F\} = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 $[T]$ 、 $[P]$ 及び $\{F\}$ の各成分は(9)~(11)式で表される。

$$T_{ij} = \iint_D Kb \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_j}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_j}{\partial y} \right) dx dy \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$P_{ij} = \iint_D S v_i v_j dx dy \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$F_i = - \iint_D v_i \varepsilon dx dy - \int_C v_i \sum_{j=1}^n Kb \left(\frac{\partial v_j}{\partial x} l_x + \frac{\partial v_j}{\partial y} l_y \right) H_j ds \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 l_x 、 l_y は境界 C の方向余弦である。したがって(11)式の境界 C における積分により境界からの流入条件を考慮しうる。

2. 4 時間項の処理と一次方程式の解法

(8)式の時間項を Wilson と Clough の差分手法を用いて処理する。すなわち、時間の導関数の差分近似に(12)式を採用する。

$$\{H\}_t = \{H\}_{t-dt} + \left\{ \left(\frac{dH}{dt} \right)_{t-dt} + \left(\frac{dH}{dt} \right)_t \right\} \frac{dt}{2} \quad \dots\dots\dots (12)$$

(12)式を(8)式に代入すると(13)式を得る。

$$\left([T] + \frac{2}{dt} [P] \right) \{H\}_t = [P] \left\{ \left(\frac{dH}{dt} \right)_{t-dt} + \left(\frac{dH}{dt} \right)_t \right\} \frac{dt}{2} - [F]_t \quad \dots\dots\dots (13)$$

こうして、時間 $t-dt$ における $\{H\}$ と $\left\{ \frac{dH}{dt} \right\}$ の値がわかれば、この連立方程式を解いて $\{H\}_t$ の値を求めることができる。

(13)式で表される n 元連立方程式の計算法には、 $[T]$ 、 $[P]$ が対称であることを考慮して、バンドマトリクス法を採用すると有利である。なお $[T]$ と dt が一定であれば、(13)式の左辺 ($[T] + 2/dt[P]$) は変化しないので、最初に逆行列 ($[T] + 2/dt[P]$)⁻¹ を計算しておけば、時間ステップごとには後代入のみにより解を得ることができる。

2. 5 提示手法の適応性と漏水項の簡単化表示に関する吟味

ここでは、漏水性滞水層における揚水試験過程を有限要素を用いて数値的に再現し、Hantush の理論解との対比によりこの手法の適応性を吟味する。また漏水項の簡単化表示について若干の検討を行う。

(1) 漏水性滞水層の揚水理論解析

Fig. 1 のように地表面がたん水されている被圧滞水層では、上層部からの地下水供給量 ε は(14)式で表される。

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 = K_s \frac{h_0 - h}{L} + \varepsilon_2 \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 ε_1 ：漏水量、 K_s ：表層土の透水係数、 L ：表層土厚、 h_0 ：たん水面の基準面からの高さ、 ε_2 ：揚水量を表す関数。なお有限要素法による解析では ε_2 を(13)式で表すと便利である。

$$\epsilon_2 = -\sum_{i=1}^n Q(x_i, y_i) \delta(x-x_i) \delta(y-y_i) \dots (15)$$

ここで、 $Q(x_i, y_i)$: (x_i, y_i) 地点での揚水量、 n : 揚水機の個数、 δ : Dirac の delta 関数。

いま、揚水井を中心とする円筒座標を考え、揚水量を(1)式のように境界条件で考慮することとすると、(2)式は(16)式のように書ける。

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial s}{\partial r} - \frac{s}{B^2} = \frac{S}{Kb} \frac{\partial s}{\partial t} \dots (16)$$

ここで、 $s=h_0-h$ 、 r : 井戸の中心からの距離、 $B^2 = Kb/(K_s/L)$ 。(16)式については(17)~(19)式の初期・

境界条件のもとに Hantush により(20)式の理論解が得られている⁶⁾。

$$\text{初期条件: } t=0, r \geq 0 \quad s(r,0)=0 \dots (17)$$

$$\text{境界条件: } t > 0, r=0 \quad s(\infty, t)=0 \dots (18)$$

$$t > 0, r=0 \quad \lim_{r \rightarrow 0} r \frac{\partial s(r,t)}{\partial r} = -\frac{Q}{2\pi Kb} \dots (19)$$

$$s = \frac{Q}{4\pi Kb} \int_0^\infty \left(\frac{1}{\xi}\right) \exp\left(-\xi - \frac{r^2}{4B^2\xi}\right) d\xi$$

$$= \frac{Q}{4\pi Kb} W\left(u, \frac{r}{B}\right) \dots (20)$$

ここで、 Q : 揚水量、 $u=r^2S/4Kbt$ 、 $W(u, r/B)$: 漏水性滞水層の井戸関数。

滞水層の透水係数 K を 0.0001 m/sec、貯留係数 S を 0.0001、厚さ b を 10.0 m、難透水層の透水係数 K_s を 0.00001 m/sec、その厚さ L を 1.0 m また揚水量 Q を 0.001 m³/sec 及びたん水位 h_0 を 11.0 m とし得た計算結果を Fig. 3 に示す。

(2) 有限要素法による解析

上層からの地下水供給量を(1)式で表し、(2)式を有限要素法を用いて数値的に解析する。この場合、 ϵ_1 の項に未知量 h が含まれるので(9)、(11)式を(21)、(22)式のように書きなおす必要がある⁷⁾。

$$T_{i,j} = \iint_n \left\{ Kb \left(\frac{\partial v_i}{\partial x} \frac{\partial v_j}{\partial x} + \frac{\partial v_i}{\partial y} \frac{\partial v_j}{\partial y} \right) + \frac{K_s}{L} v_i v_j \right\} dx dy \dots (21)$$

$$F_i = -\iint_n v_i \left(\frac{K_s}{L} h_0 + \epsilon_2 \right) dx dy - \left\{ v_i \sum_{j=1}^n Kb \left(\frac{\partial x_j}{\partial x} l_x + \frac{\partial v_j}{\partial y} l_y \right) \right\} H_j ds \dots (22)$$

半径 70 m の 1/8 円を解析領域とし、Fig. 2 に示すように要素分割を行った後、数値計算上の時間増分 dt を 0.1 sec にとり、解析を進めた。他の計算条件は理論解析で用いたものと同一である。

この計算では、揚水開始後 60 sec ではほとんど平衡状態に達し、その時の $r=40$ m での地下水低下量は約 0.3 cm であった。計算結果の一部を理論解と対比して Fig. 3 に示す。Fig. 3 において理論解と数値解とを比較すると、 $r/b=0.5, 1.0$ については両者は良く一致しており、 $r/b=2.0$ については若干の差が認められるが、ほとんど問題にならぬ程度である。したがってここで提示した地下水平面解析法の適応性が十分認められたとい

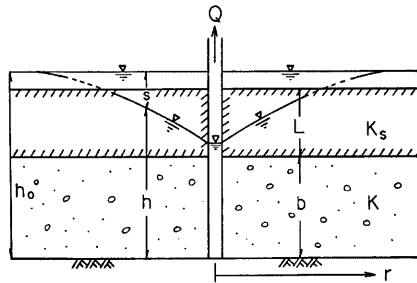


Fig. 1. Schematic diagram of a leaky aquifer.

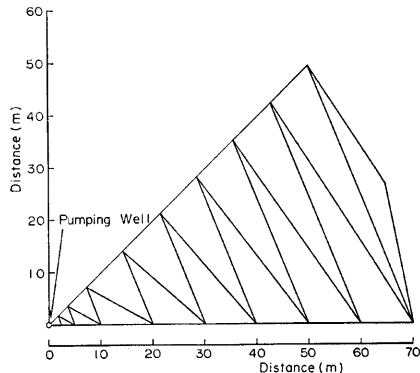


Fig. 2. Finite element network.

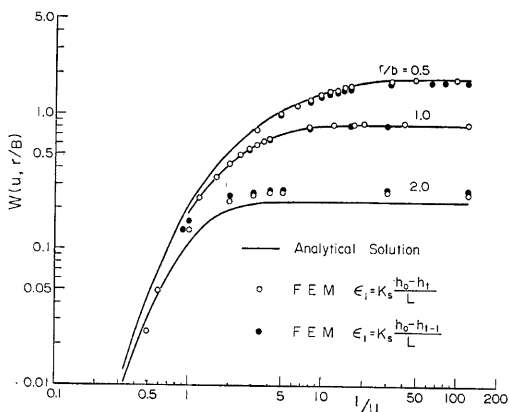


Fig. 3. Comparison of numerical and analytical solutions.

える。

(3) 漏水項の簡単化表示

自然流域の地表面状態は、たん水状態から非たん水状態へまたその逆に移り変わる。この場合、漏水項の表示式が変わり、(9)式もしくは(21)式による $[T]$ マトリクス及び逆行列 $([T] + 2/dt[P])^{-1}$ の計算が必要となる。これは計算量の大幅な増大をもたらすため、漏水項 ϵ_1 を簡単化し、できれば既知量で表すことが望ましい。ここでは、 ϵ_1 の h_t を dt 時間前の h_{t-dt} を用いて近似し、 ϵ を(23)式で表示する簡単化について検討する。

$$\epsilon = \epsilon_1 + \epsilon_2 = K_s \frac{h_0 - h_{t-dt}}{L} + \epsilon_2 \dots\dots\dots(23)$$

前述の滞水層数と要素分割及び(14)式のかわりに(23)式を用いて行った計算結果を Fig. 3 に併示する。Fig. 3 において、解析解、 ϵ を(14)式及び(23)式で表した場合の数値解を比較すると、三者は良く一致しており、漏水項を簡単化表示しても解析結果にはほとんど影響を及ぼさないことが判明した。このことは、とくに自然流域の地下水解析において、計算量の軽減とプログラムの単純化を可能とする。

3. 田川流域における地下水の平面解析

3.1 田川流域の概要

田川流域は、Fig. 4 に示されるように、琵琶湖東北部に位置し、姉川・草野川・高時川とその左支川及び周辺山地部で囲まれた面積 35.4 km² の地域である。しかし、田川流域の地下水は草野川と姉川間の扇状地地下水ときわめて密接な関係にあり、両者を切離して地下水の研究は成立しない。そこで草野川と姉川に囲まれた地域を含めた面積 48.6 km² の領域を田川流域と呼称し、解析の検討領域とする。

この田川流域の平地部は上述河川によって作られた複合扇状地とみられており、不透層である基盤岩類の位置は相当深い。地層状態は必ずしも判然としなが、表層を除くほとんどが礫によって構成され、透水性はかなり大きいものと考えられている。

姉川・高時川は一部天井川となっているが、昭和41年以來、表流水が涸渇したことはほとんどない。また、この地域の北部低地部を流れる排水河川田川もほとんど涸渇しない。ただ姉川の中流部に合流する草野川は、山地部では常に相当量の表流水があるが、扇状地部に達すると用水取水や伏流水の揚水利用など人為

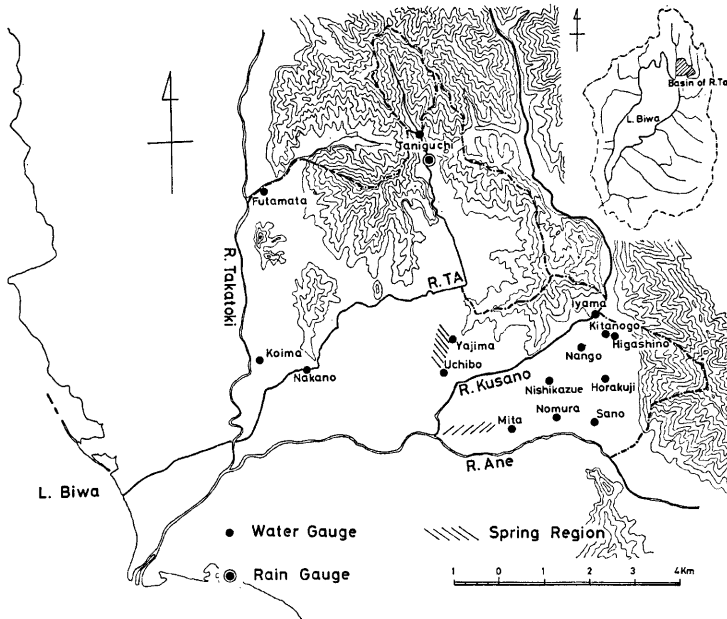


Fig. 4. Physiographical outline of the research basin.

的要因もあって、しばしば瀬濁する。

Fig. 4 にみられるように、草野川によって形成された扇状地の末端部に湧水帯が存在する。この湧水帯はかなり優勢な落差型であり、昭和44年7月の湧水量調査結果によると、草野川右岸地区の全湧水量は $0.51 \text{ m}^3/\text{sec}$ 、左岸では $0.29 \text{ m}^3/\text{sec}$ となっている。この地域の地下水はこのような草野川の状態や湧水にかなり影響をうけているようである。

Fig. 4 に示すように、谷口地点で降雨量、田川の谷口、中野地点と草野川の飯山地点で水位・流量及び二俣、小今地点で地区外からの流入量が観測されている。また、草野川右岸の扇状地末端では湧水量が、草野川と姉川間の扇状地では昭和47年10月より、東野、北郷、南郷、西主計、法楽寺、佐野、野村、三田で地下水位が観測されている。ここではこれらの観測資料の一部を利用して、地下水水平面解析を実施する。

なお、計算期間は昭和48年4月1日から10月31日までの214日間とするが、このうち4月1日から8月末日までの5月間はカンガイ期間である。

3. 2 地下水解析領域と要素分類

Fig. 5 に示すように、解析領域を、田川、姉川と一部山地部に囲まれた面積 28.8 km^2 の地域とする。この領域は 16.6 km^2 の水田域、 5.3 km^2 の畑・林地・宅地などの非たん水域及び北部に 2.1 km^2 、東部に 4.8 km^2 の丘陵部よりなる。このうち丘陵部を除く面積 21.9 km^2 の平地部について地下水水平面解析を実施する。なお、丘陵部と解析領域との境界は、地形勾配を考慮して、東部については標高 200 m 、北部についてはほぼ 150 m の等高線とした。またこの解析領域の最低地盤標高は姉川・高時川合流点付近の 85 m である。

この解析領域を、河川や丘陵部境界の形状と湧水と地下水観測点の位置及び地被条件などを考慮して、

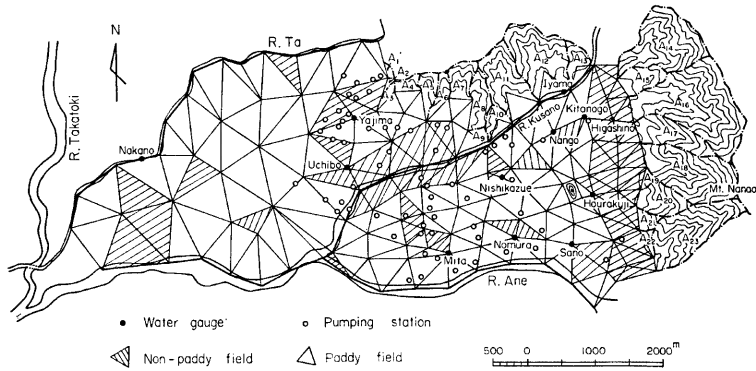


Fig. 5. Element configuration for finite element analysis.

Fig. 5 に示すように三角形要素を用いて分割した。

3. 3 水文・水理条件とその数理モデル

田川流域の地下水は、丘陵域や地表面からの地下水涵養、姉川・田川・草野川などの河川水位及び湧水などの水文・水理条件と揚水に代表される人為的条件の影響を受けている。これらの諸条件を現象を損なわない程度にモデル化し、境界・内部条件として、地下水解析に導入する。

(1) 丘陵域からの地下水涵養量

丘陵域からの地下水涵養量を定量的に表示するうまい手法は見当たらないが、解析領域内では、丘陵域よりの雨水流出のほとんど全量が扇状地へ浸透しているようであるので、この雨水流出量をタンクモデルにより算出し、これを地下水涵養量とみなす。

本来、タンクモデル構造は、該当する河川流域の流出解析により決定されるのが普通であるが、対象領域内ではこれは困難であるので、ここでは田川上流谷口地点で得られたタンクモデルを用いることにする。このタンクモデル構造を Fig. 6 (mm-day 単位) に示してある。

実際の流出解析では、降雨資料に谷口地点の観測記録、蒸発資料に彦根気象台の観測記録より求めた無降雨日の蒸発量を用いた。昭和15年より12年間の蒸発記録より求めた無降雨の月別日蒸発量を降雨口のそれと

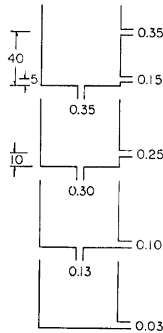


Fig. 6. The series tanks model in the River Ta basin.

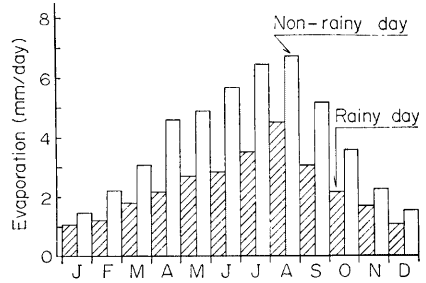


Fig. 7. Evaporation observed at Hikone Meteorological Observatory.

ともに Fig. 7 に示す。なお、計算では蒸発損失は2段目のタンクまでとし、3・4段目のタンクからは蒸発はしないものとした。Fig. 8 に、計算結果を観測結果と対比して示してある。

地下水解析では、まず丘陵域の地下水流動状態を地形勾配より判断して、Fig. 5 に示すように北部丘陵域を13の支流域、東部丘陵域を10の支流域に分割した。つぎに、Fig. 8 に表示されている単位面積当たりの流出高にこれら支流域の面積を乗じ、丘陵域の境界を近似している要素への地下水涵養量とした。

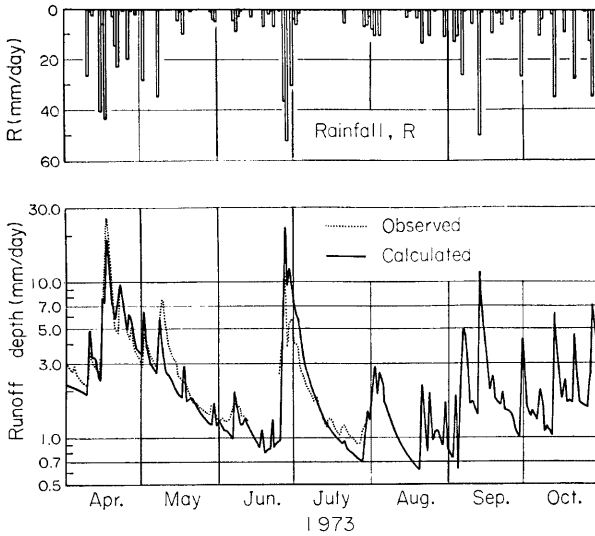


Fig. 8. Hyetograph and observed and calculated discharge hydrographs at Traniguchi, the River Ta.

(2) 地表面からの地下水涵養量

地下水解析領域をたん水域と非たん水域に大別し、それぞれの区域について地表面からの涵養量をつぎのように表す。

(a) たん水域からの地下水涵養量：カンガイ期間中の水田域からの地下水涵養量を次式で表す。なおたん水深の影響を無視する。

(i) 被圧状態の場合 ($h_G - h \leq L$) (Fig. 9(a) 参照)

$$\epsilon_1 = K_s \frac{h_0 - h}{L} = K_s \frac{h_G - h_1 - \Delta t}{L} \dots\dots\dots(24)$$

ここで、 h_G ：地表面標高、 L ：表層土の厚さ、 K_s ：表層土の透水係数。

(ii) 不圧状態の場合 ($h_G - h > L$) (Fig. 9(b) 参照)

$$\epsilon_1 = K_s \dots\dots\dots(25)$$

(b) 非たん水域からの地下水涵養量

非たん水域の雨水浸潤過程は不飽和浸透流理論を用いて表すことができるが、その解析は容易ではない。そこで、ここでは次のような近似計算²⁾により地下水涵養量を算出することにする。

地下水面より上部の不飽和領域を Fig. 10 に示すように、表層部 L_1 と下層部 L_2 に二分する。いま地表面に到達した雨水は表層部の土壌水分 θ_1 を考慮して、浸透成分とその他の成分とに浸透能曲線により分離

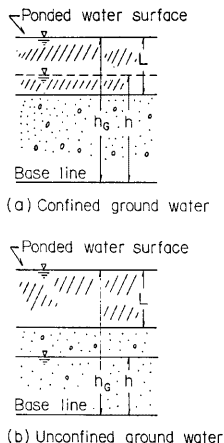


Fig. 9. Schematic diagrams of groundwater table relating to leakage.

される。浸透能曲線としては Philip の式⁹⁾を修正した(26)式を用いる。

$$I = A[t + T(\theta_1)]^{-1/2} + B \quad \dots\dots\dots(26)$$

ここで、 I ：浸透能、 t ：時間、 A 、 B ：定数、 $T(\theta_1)$ ：土壌水分条件を考慮するための修正時間。修正時間 $T(\theta_1)$ は、表層部土壌水分量 (θ_1) に関して増加関数であるので、その時の表層部の土壌水分量 (θ_1) で $T(\theta_1)$ を求め、 $T(\theta_1)$ だけずらした時点より浸透能曲等を用いることにすれば、浸透能算出に土壌水分量変化を考慮することができる。

地表面より浸透した雨水の浸潤降下過程を(27)、(28)式を用いて表す。

$$\left. \begin{aligned} q_0 &= -R \\ q_1 &= -f(\theta_1) = -\alpha_1 \exp(\beta_1 \theta_1) \\ q_I &= -f(\theta_I) = -\alpha_I \exp(\beta_I \theta_I) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(27)$$

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial t} = -\frac{\partial q_n}{\partial z} \quad \dots\dots\dots(28)$$

ここで、 $q_0 \cdot q_1 \cdot q_I$ ：土壌表面より表層部、表層部より下層部、下層部より地下水帯への土壌水分流動量、 $\theta_1 \cdot \theta_I$ ：各層の平均土壌水分量、 z ：垂直座標。土壌表面よりの流入量 R は、 $R \geq 0$ のとき雨量強度または浸透能のいずれか小さい値、 $R < 0$ のとき蒸発強度を意味する。ただし、 θ_1 がある限界値 (θ_{air}) まで減少した場合には、それ以後の表面からの蒸発は生じないものとする。

(26)～(28)式を用いて、地下水涵養量 q_I を計算するためには、対象領域で土壌物理実験などを行い、これらの第0近似を求め、試算により最適なモデル定数を決めねばならない。この解析で最終的に用いた浸透能曲線、 $T(\theta_1)$ 曲線及び q_1 、 q_I 曲線を Fig. 11, 12 に示す。また、表層土厚を 2.5 m、そのうち L_1 を 0.25 m、 L_I を 2.25 m とし、降雨資料に谷口地点の時間雨量、蒸発資料に Fig. 7 の無降雨日の蒸発量を用いて得られた地下水涵養量 q_I を Fig. 13 に示す。なお、地下水の変動によって表層土厚 L は変化するが、この計算では L は一定とし、地下水の状態変化に伴う q_I の変化についても無視した。

(3) 草野川の挙動とそのモデル化

解析領域中の草野川表流水は、渇水時に渇涸する。これまでの差分法による解析では、表流水が渇涸する地点を算出して、草野川の挙動を考慮したが、ここではつぎのようにして草野川の挙動を地下水解析に導入

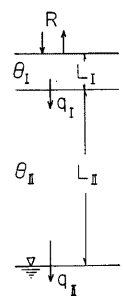


Fig. 10. Schematic illustration of unsaturated zone for the numerical calculation of soil moisture movement.

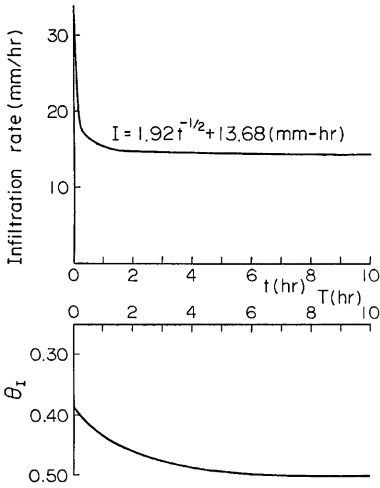


Fig. 11. Infiltration rate and $T(\theta_1)$ curves.

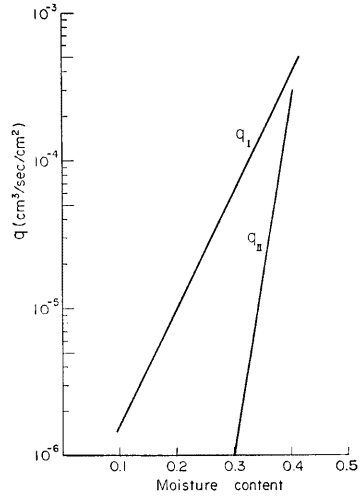


Fig. 12. $q(\theta)$ curves.

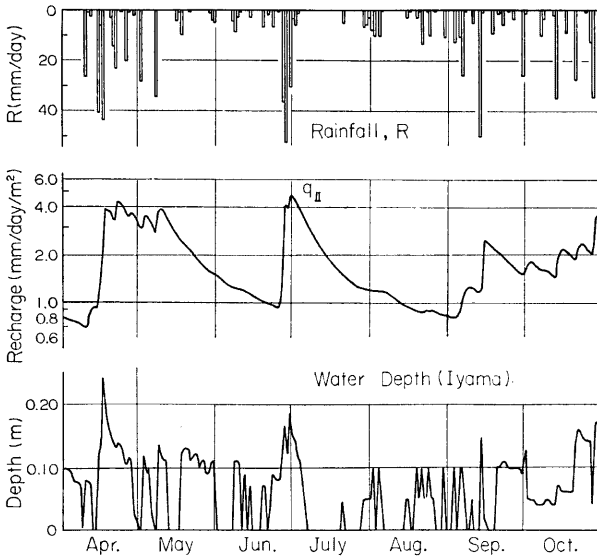


Fig. 13. Hydrographs of recharge from ground surface and water level at Iyama station in the River Kusano.

した。

草野川の水位・流量を観測している飯山地点で表流水が消失した場合には解析領域中の草野川表流水はその全域で瀧涸したものとみなし、草野川を近似する節点で地下水解析を行う。一方飯山地点で表流水が存在する場合には、その流量の多少にかかわらず表流水が存在するとみなし、その節点に河川水位を与える。なお各節点での河川水位は河床高と飯山地点の観測値を用いて求めた。

このように、草野川の水利条件により境界条件が変化するが、その都度(8)式の【**T**】マトリクスの作成と逆行列の計算を繰返すことは好ましいことではない。ここでは、あらかじめ、草野川に表流水が存在する場合と瀧涸する場合の【**T**】マトリクス及び各々の逆行列を求めておき、飯山地点の水位条件を判断して、用いるべき逆行列を選定した。

Fig. 13 に飯山地点の水深ハイドログラフを併示してある。

田川・姉川については、これらの河川を近似する節点の地下水水位に境界条件として河川水位を与えた。この場合、田川については中野地点、姉川については飯山地点の観測値とそれぞれの河床高を用いて、各河川水位を算出した。なお飯山地点で表流水が消失した場合には、姉川の水位は河床高とみなした。

(4) 湧水

田川流域には **Fig. 4** に図示する位置に湧水帯があり、この湧水の挙動は周辺地下水にかなり影響を及ぼしている。ここではこれまでの地下水一斉調査において、湧水帯の地下水水位は、ほぼ一定に保持されていることを考慮して、湧水帯を表す節点に観測地下水水位を代入し解析を進めた。ただし、今回の解析では湧水からの自噴量を計算しなかった。

(5) 揚水量

解析領域には **Fig. 5** に示してあるように多数の揚水機場があり、これらの揚水によってこの地域の地下水状況がかなりの影響を受けている。各揚水機場の揚水容量は多種多様であるが、24時間稼動とした一台当りの平均揚水量を求めると 100 m³/hr となる。これらの大規模揚水機場の他に八島湧水群の上流部に容量 1.6 m³/min 程度の揚水機場が16個分布している。これら小規模揚水機場は個人所有のもので全く不規則に運転されるため、その揚水量の把握はきわめて困難であるが、稼動時間を1日8時間と仮定すると、これら16個分の揚水機は容量 100 m³/hr の揚水機の約 5 個分に相当する。したがって、ここではカンガイ期間中平日の揚水機 1 台当りの揚水量を一律に 100 m³/hr とし、降雨量が 10 mm/hr 以上の日には揚水機は運転されないものと仮定して解析を行った。

実際の計算では、揚水量とその分布を(15)式の形で表さず、複数の揚水機場を有する要素の単位面積当りの揚水量 ϵ_2 を(29)式で表し、揚水量の時空間分布を考慮した。

$$\epsilon_2 = \frac{\sum_{n=1}^N Q_n}{A} \dots\dots\dots(29)$$

ここで、 Q ：揚水量、 A ：要素の面積、 N ：同一要素中に含まれる揚水機数。

3. 4 初期条件と主要定数

各節点の初期値には、計算開始時の実測地下水水位を用いることが望ましいが、実測値は全領域について得られていないので、地下水水位観測点での実測値と河川水位を内外挿することにより初期値を推定した。

田川流域では不透層とみなせる基盤岩類層や粘土層の位置が判然としないので、透水層厚は不明である。そこで、この解析では透水量係数を用い、透水層厚については議論しないことにする。さて、草野川左岸西主計地区での揚水試験より透水量係数に 61 m²/hr の値を得ているが、この値を用いた計算結果は観測結果をあまりよく再現しなかった。したがって試算により定めたが、最終的に用いた透水量係数は 113 m²/hr である。なお東部丘陵地の山麓に近づくると滞水層厚が減少することを考慮して 7.5 m²/hr と 2.5 m²/hr とした。また、貯留係数を0.05、有効間隙率を0.1、表層土の透水係数を 0.00036 m/hr 厚さを 2.5 m、時間増

分 Δt を 4.0 hr として解析を進めた。ここで、貯留係数は一般的に考えられているものに比較して大きい
が、これは被圧地下水の上昇に伴い表層土中へ地下水が浸透することを想定して定めた。すなわちこの値は
表層土の有効間隙率に近い値となっている。

3. 5 計算結果と考察

以上のようにして得た計算結果より、地下水位ハイドログラフを観測結果と対比して Fig. 14 に、また昭
和48年4月30日(豊水期)と8月20日(渇水期)の地下水等高線を Fig. 15 に示す。地下水位観測点が草野
川左岸に偏在しているため、解析領域全体についての議論を行うことは困難であるが、Fig. 14, 15 により
計算結果の再現性を吟味・検討したところ次のようなことが明らかになった。

(1) 解析領域中の地下水位は、山地部境界付近では 150 m~190 m、低地部で約 85 m であるように、広範
囲に分布しており、地下水勾配もかなり急である。したがって丘陵部よりの地下水涵養量の推定などを誤る
と地下水流況に大きな変化を生じ、計算結果の再現性は悪化することが予想される。しかし、ここで得られ
ている計算結果は全体的な地下水流況を良く再現しており、この地下水解析法と各種の仮定やモデル化の適
応性と有用性が認められる。

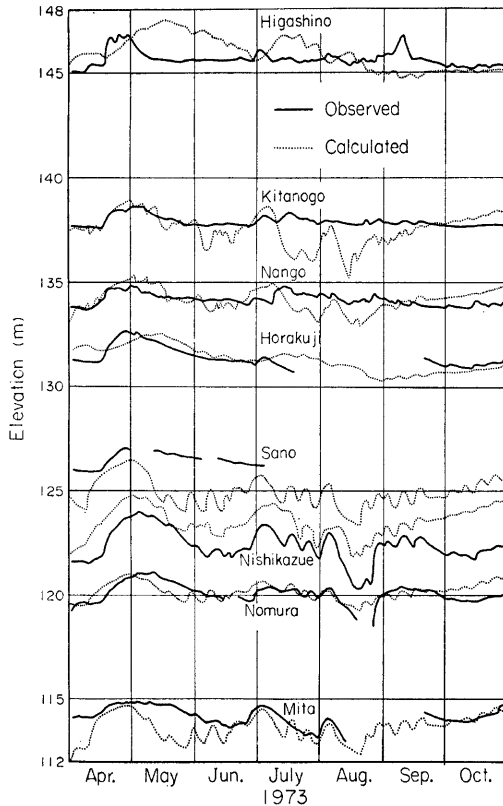


Fig. 14. Observed and calculated hydrographs of groundwater table.

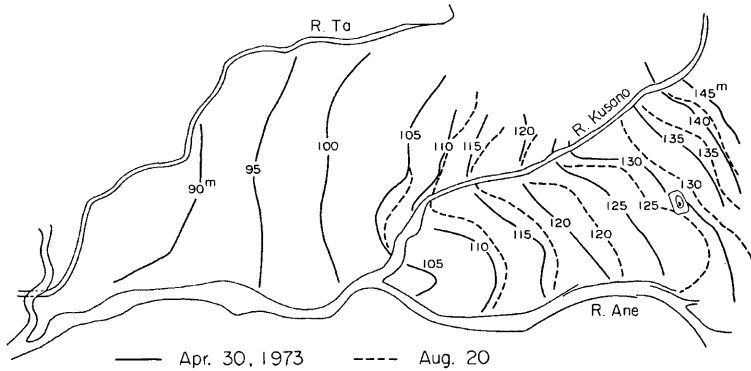


Fig. 15. Calculated contour lines of groundwater table.

(2) 丘陵部に近い東野の観測結果では降雨とほぼ同時にかなり急激な地下水上昇が見れるが、計算結果ではゆるやかな地下水上昇となっており、両者の間にかんがりの不一致が認められる。一方標高的にはかなり下がるが、丘陵部に近い法楽寺では、降雨後の地下水上昇はゆるやかであり、計算結果は観測結果を良く再現している。このように、丘陵部付近では計算結果の再現性に差が生じているが、これは丘陵部の地層構成が複雑であり、それに伴い地下水流動特性が場所ごとに異なることが原因と考えられる。この解析では詳細な地層構成を考慮しておらず、これらについては滞水層定数や各種モデル定数の推定とともに今後の課題である。

(3) 北郷・南郷及び佐野については、平均的地下水位はかなり一致しているが、その変動特性は異なっている。すなわち観測結果はゆるやかな地下水変動を示しているのに対し、計算結果は急激かつ大きな変化を示している。これは計算結果では揚水量が過大評価されたためであり、揚水量を一律に $100 \text{ m}^3/\text{hr}$ としたことに問題があるようである。

西主計・野村・三田観測点はかなり低地部にあり、周辺に多数の揚水機場が分布しているが、計算結果は観測結果と比較的良好一致している。ただ8月の渇水期の揚水量は過少評価しており、実際の稼動状態は揚水機能力の限界に近い状態であったことが予想される。これらは個々の揚水機の稼動状態を詳細に調査し、これを地下水解析に反映させることが、計算結果の再現性向上には不可欠であることを示している。

(4) Fig. 15 より解析領域中の平面的地下水流動特性をまとめると次のようである。

(i) 草野川左岸扇状地では草野川と東部丘陵部より、かなりの地下水涵養があり、その大部分は姉川へ流出し、一部は低地部にある湧水へ流出している。なお、この解析期間中の東部丘陵域からの地下水涵養量は約 256 万 m^3 と推定された。また渇水期には領域全体で地下水低下が認められるが、揚水の影響を受ける低地部でその低下量は大きく、丘陵部付近ではかなり小さい。

(ii) 草野川右岸扇状地では草野川と北部山地域から地下水涵養があり、大部分は田川へ、一部は湧水へ流出している。この区域には多数の揚水機場が存在するが、揚水による地下水低下は、上流部では大きい、 105 m の地下水等高線より下流側ではほとんど認められない。

(iii) 田川・姉川及び 105 m の地下水等高線に囲まれた低地部では地下水変動は小さい。これは、この地域の地下水は姉川と田川の影響を強く受けているが、これまでこれらの河川の表流水が涵養することはなく、洪水の短時間を除き河川水位もあまり大きく変化しないなど、地下水の変動要因が少ないためと考えられる。

4. あとがき

本報告では、地下水の平面解析に有限要素法を適用し、各種水文・水理条件及び揚水条件を考慮して扇状地地下水挙動を数値的に simulate する手法と田川流域への適用について述べたが、その結果をまとめると次のようである。

(1) はじめに、ガラーキン法を適用した有限要素法による地下水の平面解析法を提示したのち、漏水性滞水層における揚水過程を解析し、Hantush の理論解との比較より、この解法の適応性を示した。

(2) つぎに、漏水項の単純化表示法について検討した結果、漏水項に含まれる未知の地下水位を Δt 時間前の既知量で置換しても計算結果を損わないことが判明した。この近似解法を用いることにより、地被条件が複雑に変化する自然流域の地下水解析において計算量の軽減とプログラムの単純化が可能となった。

(3) 田川流域での地下水解析結果は、観測ハイドログラフをかなり良く再現しており、ここで提示した地下水解析モデルの適応性と有用性を確かめることができた。なお、今後の検討課題として、揚水量の時空間分布、滞水層定数の局地性の把握と解析への反映及び解析に用いる各種定数の簡単な推定法の確立、などが残った。

本研究は琵琶湖流域水文観測特別事業（昭和41-50年度）及び琵琶湖水資源・水環境調査特別事業（昭和51年より継続中）の研究分担として行ったものである。

地下水調査・観測に際して、滋賀県浅井町の方々及び本研究所内水研究室の職員・学生の協力を得たこと、また FEM のプログラム作成に際して本学農学部長谷川高士助教授・青山威康助手から有益な助言を得たことを記し謝意を表する。なお、数値計算には、京都大学防災研究所防災科学資料センターの FACOM 230-25、化学研究所の FACOM 230-48、及び大型計算センターの FACOM M-190 を使用したことを付記する。

参 考 文 献

- 1) 大橋行三・岡 太郎・角屋 睦・豊国永次・福島 晟：田川流域の地下水概況—田川流域の地下水に関する研究(1)—, 京都大学防災研究所年報, 第12号 B, 1969, pp. 381-390.
- 2) 岡 太郎・角屋 睦・豊国永次：湧水の挙動に関する研究—田川流域の地下水に関する研究(2)—, 京都大学防災研究所年報, 第12号 B, 1969, pp. 391-399.
- 3) 岡 太郎・角屋 睦：扇状地地下水の平面的挙動—田川流域の地下水に関する研究(3)—, 京都大学防災研究所年報, 第13号 B, 1970, pp. 161-169.
- 4) 岡 太郎：自由水面を有する浸透流の三次元解析法の適用例とその考察—河川構造物の浸透問題(4)—, 京都大学防災研究所年報, 第14号 B, 1971, pp. 179-187.
- 5) 例えば, Pinder G.F. and W.G. Gray: Finite Element Simulation in Surface and Subsurface Hydrology, Academic Press, 1977.
- 6) Hantush M.S.: Analysis of Data From Pumping Tests in Leaky Aquifers, Transactions, American Geophysical Union, vol. 37, No. 6, 1956, pp. 702-714.
- 7) Pinder G.F.: Application of Galerkin's Procedure to Aquifer Analysis, Water Resources Research, Vol. 8, No. 1, 1972, pp. 108-120.
- 8) 岡 太郎・角屋 睦：丘陵地斜面域における雨水の浸入・流出過程(2), 京都大学防災研究所年報, 第19号 B-2, 1976, pp. 153-165.
- 9) Philip J.R.: The Theory of Infiltration: 1. The Infiltration Equation and Its Solution, Soil Science, Vol. 83, 1957, pp. 345-357.