

# 層状砂地盤の液状化解析

後藤尚男・岡二三生・関口宏二

## LIQUEFACTION ANALYSIS OF LAYERED SANDS

By Hisao GOTO, Fusao OKA and Kouzi SEKIGUCHI

### Synopsis

In this report, the dynamic response of horizontally layered soil is numerically analyzed, using the stress-strain relation of sand and the equation of motion of two phase mixture. The saturated soil with water is treated as a two phase mixture. As the pore water and the soil particle is assumed to be incompressible, the effective stress analysis becomes useful. In the case of horizontally layered soil deposit, the lateral deformation is considered to be confined during the earthquakes. Then, in this study, the laterally confined condition is taken into consideration.

### 1. ま え が き

飽和したゆるい砂はダイラタンシーと呼ばれる力学的性質を持っているため、非排水条件下でくりかえしせん断応力を受けると、間げき水圧が発生し、有効応力が減少する。その結果、土の液状化現象が起こることがある。ここで、土の液状化とは、土の状態がせん断力に対する抵抗力を失った、液体に類似の状態へ遷移することをさしている。地震時における砂質地盤の液状化は、耐震工学上の重要な問題であり、Seedら<sup>1)2)3)</sup>による実験的研究を始め数多くの研究がなされてきたが、実験的研究が中心であり、力学的にみて、液状化の解析的研究は十分であるとはいいがたい。本研究においては、砂質土の構成関係と飽和土の運動方程式を使って、振動荷重下での飽和砂質地盤の運動を解析した。そして、液状化現象を振動荷重下における飽和土の変形過程の1つの特殊な帰結としてとらえた。

次に、水平地盤で起る液状化を問題にする時、水平地盤では側方変形が拘束されているため、解析においては、このような拘束条件をとり入れなければならない。近年、砂の応力-ひずみ関係式を直接使用する地盤の液状化解析が行なわれるようになってきたが、有効応力の減少に重点を置いているため、土の要素における応力径路については十分な考慮がはられていなかった。しかしながら、地盤の運動を正しく再現するためには、応力径路を精度よくとらえる必要がある。本研究では、先に述べた側方変形拘束の条件を導入することにより、この点を改善し、液状化に特有の応力径路を再現した。

一方、振動荷重下で発生した間げき水圧は、浸透によって消散する。この間げき水圧の伝播は、他の非液状化部分の運動に大きな影響を与える。本解析では、ダルシー型の間げき水圧と土粒子骨格の相互作用を考慮して、間げき水圧の消散を解析し、間げき水圧の分布を求めた。

砂質土の構成関係としては、砂のダイラタンシー特性をよく表現するものを用いなければならない。本解析では、西ら<sup>4)</sup>によって提案されたものを種々の実験結果によって修正して用いた。なお、使用した二相系の運動方程式の一次元の近似式は著者ら<sup>5)</sup>がすでに報告したものである。

### 2. 従 来 の 研 究

地盤の液状化問題は多くの研究者によって取扱われてきた。特に1964年の新潟地震以後の研究の発展はめざましい。Seedら<sup>6)</sup>はくりかえし三軸圧縮試験を行なって求めた液状化強度と、弾性解析から求めた応力

分布とから、新潟地盤の液状化判定を行なっている。その後、砂の液状化強度を求めるために、三軸試験機や単純せん断試験機を使って、多くの土の要素試験が行なわれ、液状化に影響する因子や、一定の応力振幅のもとで液状化に至るくりかえし回数が明らかにされてきた。一方、水平地盤においては、側方変形が拘束されていると考えられるが、三軸圧縮試験機では側方拘束ができないし、単純せん断試験機においても横方向の応力が十分に計測できないという欠点を有している。この点を改良するために、石原と李<sup>7)</sup> はねじり試験のできる三軸装置を作製し、異方圧密側方拘束ねじりせん断試験を行なった。その結果、側方拘束条件は応力径路に大きな影響を与えることを明らかにしている。しかしながら、この三軸試験機では試料内のせん断ひずみが一定ではない。この点を改善するためにつくられたのが、吉見、大岡<sup>8)</sup> によるリングねじりせん断試験機と石原ら<sup>9)</sup> による中空ねじり三軸試験機である。吉見らによれば、静止土圧係数が初期圧密時から初期液状化（ひずみの増加はほとんどみられないが、間げき水圧が次第に上昇する過程）までに約4割増加することが報告されている。また、石原らによって、液状化に至る過程で側方応力が增大することが明らかにされている。以上のような実験的研究においては、Seed らの液状化判定法を基礎にしているため、ある応力振幅で液状化に至るくりかえし回数を求めることに重点がおかれている。また、Seed らの方法では地震動の不規則波の処理が合理的にできない。さらに、せん断応力の分布を弾性解析で求めているため、応力分布の算定の信頼性が低いという欠点を内蔵している。このような欠点を克服するために、近年、砂の応力一ひずみ関係式を直接使用する液状化解析が行なわれるようになってきた。

Liou ら<sup>10)</sup> は飽和した地盤中の一次元せん断波の伝播を特性曲線によって求め、液状化の解析を行なっている。Finn ら<sup>11)</sup> は多くの実験結果から、体積ひずみ増分に関する実験式を誘導し、間げき水圧の発生と消散を考慮した液状化の解析を行なっている。Finn らは体積ひずみ増分を体積ひずみとせん断ひずみのみから求めているが、構成式の観点からみて不十分な表現である。Ghaboussi ら<sup>12)</sup> は有限要素法によって、弾塑性体理論に基づく砂の応力一ひずみ関係を使用した液状化解析を行なっている。しかし、破壊に近い領域での応力一ひずみ関係が不明であるとして、応力、ひずみや速度の時間的変化について明確に述べるまでには至っていない。著者ら<sup>9)</sup> は西らによる砂の応力一ひずみ関係にいくつかの仮定を設けて液状化解析を行なっている。特に、透水係数の影響について明らかにしている。以上の研究においては、従来からとられているように、地盤内応力状態として、全応力一定や  $K_0$ （水平と垂直応力の比）一定の仮定がとられている。しかし、実地盤では側方変形が拘束されているため、応力状態としては、側方変形拘束条件を満足するように決められる必要がある。これは先に述べた石原らや吉見らの実験結果とも一致する条件である。

解析的研究においては、より厳密な砂の応力一ひずみ関係と現実に近い境界条件を使用することが重要である。本研究では、このような点に注意して液状化の解析を行なった。

### 3. 飽和土の運動方程式と地盤の応力状態

地盤としては、水平に堆積した成層の砂地盤を取扱う。地盤は表層の弾性層と飽和した砂層からなるものとする。地盤は初期に異方圧密状態にあるとして、

$$\sigma_{ij}'(0) = \begin{cases} \sigma_{11}'(0), & 0, & 0 \\ 0, & K_0 \sigma_{11}'(0), & 0 \\ 0, & 0, & K_0 \sigma_{11}'(0) \end{cases} \quad \dots\dots\dots(1)$$

$\sigma_{ij}'(0)$ : 初期有効応力テンソル,  $K_0$ : 異方圧密比 ( $=\sigma_{33}'(0)/\sigma_{11}'(0)$ ), 初期の八面体せん断応力  $\tau_{oct}(0)$  は、

$$\tau_{oct}(0) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{2J_2(0)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{2}{3} (1-K_0)^2 \sigma_{11}'(0)} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$\sqrt{2J_2}$ : 偏差応力テンソルの第2不変量

初期における中間主応力は(1)式では  $\sigma_{22}' = \sigma_{33}'$  として求めた。変形中の  $\sigma_{22}'$  と  $\sigma_{33}'$  の関係は複雑であると考えられるが、本研究においては、変形過程においても  $\sigma_{22}' = \sigma_{33}'$  と仮定した。

さて、飽和土を二相混合体と考えた場合の運動方程式については、すでに著者の1人によって詳細な検討がなされている<sup>13)</sup>。間げき水と土粒子自身を非圧縮性と仮定する場合、二相系に対する分応力  $\sigma_{ij}^f$  と  $\sigma_{ij}^s$  は、

$$\sigma_{ij}^s = \sigma_{ij}^e + (1-n)u\delta_{ij} \quad \dots\dots\dots(3)$$

$$\sigma_{ij}^f = nu\delta_{ij} \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^f + \sigma_{ij}^s \quad \dots\dots\dots(5)$$

$s$  は土粒子骨格よりなる固相を、 $f$  は間げきよりなる流体相を示す指標である。 $n$  は間げき率、 $u$  は間げき水圧、 $\sigma_{ij}^e$  は有効応力テンソルである。Liou ら<sup>10)</sup> は水を圧縮性とした場合にも  $\sigma_{ij}^e = \sigma_{ij} - nu\delta_{ij}$  とし、有効応力で解析しているが、このような適用は厳密には誤りである。(3)式と(4)式より、二相系の運動方程式は<sup>13)</sup>、

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^s}{\partial x_j} = \bar{\rho}^s \frac{dv_i^s}{dt} - d(v_i^f - v_i^s) - \bar{\rho}^s b_i^s \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^f}{\partial x_j} = \bar{\rho}^f \frac{dv_i^f}{dt} + d(v_i^f - v_i^s) - \bar{\rho}^f b_i^f \quad \dots\dots\dots(7)$$

ここに、 $v_i$  は速度ベクトルの成分、 $b_i$  は物体力ベクトルの成分、 $d$  は二相間の内部的相互作用に関するパラメータ、 $\bar{\rho}$  は混合体としての平均の密度、 $x_i$  は座標、 $t$  は時間を示す。

実際の現象は厳密には3次元問題であり、(6)式と(7)式を解けばよいのだが、簡単化のために、ここでは次のような近似を行なって、1次元問題として取扱う。Fig. 1 に示すように座標  $x_1$  をとり、水平方向に  $x_2$  と  $x_3$  をとる。固相、流体相ともに  $x_3$  方向の運動は考えない。流体相に対しては、 $x_1$  方向の運動が卓越しているものとする。 $x_1$  方向と  $x_2$  方向の運動方程式を書き下すと、

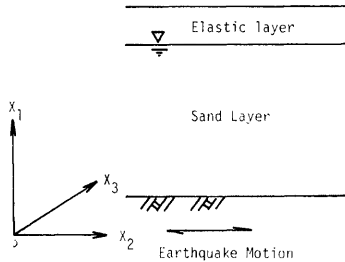


Fig. 1. Model of soil layer.

$$\frac{\partial (nu)}{\partial x_1} = \bar{\rho}^f \frac{dv_1^f}{dt} + d(v_1^f - v_1^s) - \bar{\rho}^f g \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$\frac{\partial [\sigma_{11}^f + (1-n)u]}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}^f}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{13}^f}{\partial x_3} = \bar{\rho}^s \frac{dv_1^s}{dt} - d(v_1^f - v_1^s) - \bar{\rho}^s g \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\frac{\partial (nu)}{\partial x_2} = \bar{\rho}^f \frac{dv_2^f}{dt} + d(v_2^f - v_2^s) \quad \dots\dots\dots(10)$$

$$\frac{\partial \sigma_{11}^f}{\partial x_1} + \frac{[\sigma_{22}^f + (1-n)u]}{\partial x_2} + \frac{\partial \sigma_{23}^f}{\partial x_3} = \bar{\rho}^s \frac{dv_2^s}{dt} - d(v_2^f - v_2^s) \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここで、 $\sigma_{ij}^f$  は有効応力テンソルである。

(8)式と(9)式から、

$$\frac{\partial (\sigma_{11}^f + u)}{\partial x_1} = -\rho g \quad \dots\dots\dots(12)$$

ただし、 $\rho = \bar{\rho} + \bar{\rho}'$ ,  $\bar{\rho}' \frac{dv_1^s}{dt} \approx 0$ ,  $\bar{\rho}^s \frac{dv_1^s}{dt} \approx 0$ ,  $\frac{\partial \sigma_{13}'}{\partial x_3} \approx 0$ ,  $\frac{\partial \sigma_{12}'}{\partial x_2} \approx 0$ ,  $g$  は重力加速度である。

(12) 式より、 $\rho g$  が一定の時、

$$\left. \frac{\partial(\sigma_{11}'+u)}{\partial t} \right|_{x_1=\text{一定}} = 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

また、(8) 式は、

$$\frac{\partial(nu)}{\partial x_1} = d(v_1^f - v_1^s) - \bar{\rho}' g \quad \dots\dots\dots(14)$$

石原<sup>14)</sup>や岡<sup>15)</sup>によれば、通常地震波などが持つ周波数域ではダルシー型の減衰は小さく、 $v_2^f = v_2^s$  としてもよい。この時、(10) 式と (11) 式を一つの式をまとめることができ、

$$\frac{\partial \sigma_{21}'}{\partial x_1} = \rho \frac{dv_2}{dt} \quad \dots\dots\dots(15)$$

ただし、 $\frac{\partial(nu)}{\partial x_2} \approx 0$ ,  $\frac{[\sigma_{22}'+(1-n)u]}{\partial x_2} \approx 0$ ,  $\frac{\partial \sigma_{23}'}{\partial x_3} \approx 0$  としている。

変形勾配とひずみ  $\epsilon_{12}$  の間の関係式は、 $x_1$  方向のみの近似を考慮して、

$$-\epsilon_{12} = \frac{1}{2} \frac{\partial U_2}{\partial x_1} \quad \dots\dots\dots(16)$$

$U_i$  は変位ベクトルの成分、 $\epsilon_{ij}$  は微小ひずみテンソルの成分である。(16) 式では圧縮を正としている。以上より、解くべき運動方程式は (12) 式、(14) 式と (15) 式となる。

4. 砂の構成関係式

材料の構成関係とは応力-ひずみ関係や熱流量と温度の関係など材料のすべての性質を総称したものであるが、ここでは応力とひずみの関係に限定する。以後、微小変形勾配を仮定し、微小ひずみ場を取扱う。偏差ひずみテンソルを  $e_{ij}$  で表わすと、

$$e_{ij} = \epsilon_{ij} - \frac{1}{3} \epsilon_{kk} \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots(17)$$

偏差応力テンソルを  $s_{ij}$  で表わすと、

$$s_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \sigma_{kk} \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots(18)$$

表層の弾性層は体積変化がないものとし、次式で応力-ひずみ関係を与える。

$$\begin{aligned} \sigma_{12}' &= 2G \epsilon_{12} \quad \dots\dots\dots(19) \\ \epsilon_{kk} &= 0 \end{aligned}$$

ここに、 $G$  はせん断弾性係数である。

弾性層より以下の水で飽和された砂の応力-ひずみ関係式としては、西ら<sup>4)</sup>の提案している式を石原<sup>15)</sup>の砂のくりかえし三軸試験結果に基づいて修正したものを用いる。西らは、せん断と圧密に対して別々に降伏条件を求め、Hillの弾塑性理論に基づいて、降伏条件とは異なる塑性ポテンシャルを実験的に決定することにより、砂の応力-ひずみ関係を求めた。要約すると次のようになる。

せん断変形に対して、

降伏条件式  $: f_s - f_{sy} = \tau_{oct}/\sigma_m' - (\tau_{oct}/\sigma_m')_y = 0 \quad \dots\dots\dots(20)$

塑性ポテンシャル  $: g_s = \tau_{oct}/\sigma_m' + M_m \ln \sigma_m' \quad \dots\dots\dots(21)$

硬化関数  $: (\tau_{oct}/\sigma_m')_y = \frac{M_f G' \tau_{oct}^p}{M_f + G' \tau_{oct}^p} \quad \dots\dots\dots(22)$

圧密変形に対して、

降伏条件式  $: f_c - f_{cy} = \sigma_m' - \sigma_{my}' = 0 \quad \dots\dots\dots(23)$

$$\text{塑性ポテンシャル} : g_c = \sigma_m' \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\text{硬化関数} : v^p = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \ln(\sigma_m' / \sigma_m'(\infty)) \quad \dots\dots\dots (25)$$

ここで、 $\sigma_m'$  は平均有効主応力 ( $= \frac{1}{3} \sigma_{kk}'$ )、 $M_m$  は最大圧縮点における有効応力比 ( $\tau_{oct}/\sigma_m'$ ) の値、 $M_f$  は破壊時の  $\tau_{oct}/\sigma_m'$  の値、 $\tau_{oct}^p$  は塑性八面体せん断ひずみ、 $G'$  は  $\tau_{oct}/\sigma_m' \sim \tau_{oct}^p$  の初期接線勾配、 $e$  は間げき比、 $\lambda$  は  $e - \ln \sigma_m'$  曲線 (圧密試験) の傾き、 $\kappa$  は  $e - \ln \sigma_m'$  曲線 (膨潤試験) の傾きである。

(20) 式～(25) 式より、塑性ひずみ増分は、

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^p &= h_s \frac{\partial g_s}{\partial \sigma_{ij}} df_s + h_c \frac{\partial g_c}{\partial \sigma_{ii}} df_c \\ &= \frac{h_s}{3\sigma_m'} \left\{ \left( M_m - \frac{\tau_{oct}}{\sigma_m'} \right) \delta_{ij} + \frac{\delta_{ij}}{\tau_{oct}} \right\} d(\tau_{oct}/\sigma_m') + \frac{1}{3} h_c \delta_{ij} d\sigma_m' \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

$$h_s = \frac{3\sigma_m'}{2G'} \left( \frac{M_f}{M_f - \tau_{oct}/\sigma_m'} \right)^2, \quad h_c = \frac{\lambda - \kappa}{1 + e} \cdot \frac{1}{\sigma_m'}$$

弾性的ひずみ増分は、圧密による膨潤曲線を考慮して、

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij}^e &= d\varepsilon_{ij}^e + \frac{1}{3} d\varepsilon_{kk}^e \delta_{ij} \\ &= \frac{1}{2G} ds_{ij} + \frac{\kappa}{(1+e)\sigma_m'} d\sigma_m' \cdot \frac{1}{3} \delta_{ij} \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

以上より、全ひずみ増分テンソルは、

$$\begin{aligned} d\varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2G} ds_{ij} + \frac{\kappa}{(1+e)\sigma_m'} d\sigma_m' \cdot \frac{1}{3} \delta_{ij} + \frac{h_s}{3\sigma_m'} \left\{ \left( M_m - \frac{\tau_{oct}}{\sigma_m'} \right) \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{\tau_{oct}} \right\} d(\tau_{oct}/\sigma_m') \\ &\quad + \frac{1}{3} h_c \delta_{ij} d\sigma_m' \quad \dots\dots\dots (28) \end{aligned}$$

(26) 式より、塑性体積ひずみ増分は、圧密変形が生じない場合、

$$d\varepsilon_{kk}^p = d\varepsilon_{kk}^s = \frac{h_s}{\sigma_m'} (M_m - \tau_{oct}/\sigma_m') d(\tau_{oct}/\sigma_m') \quad \dots\dots\dots (29)$$

したがって、非排水状態では、

$$d\sigma_m' = - \frac{(1+e)}{\kappa} h_s (M_m - \tau_{oct}/\sigma_m') d(\tau_{oct}/\sigma_m') \quad \dots\dots\dots (30)$$

(28) 式では、除荷時には弾性状態を考慮しているため、この時、非排水状態では  $\sigma_m'$  の変化はないことになる。これに対し、石原ら<sup>15)</sup> の非排水くりかえし三軸試験結果を考慮し、除荷時においても  $\sigma_m'$  が変化することを表現できるように、以下のような修正を行なった。

石原ら<sup>15)</sup> は非排水三軸くりかえし試験で、ある応力比を越えると、載荷時に間げき水圧が減少、除荷時に間げき水圧が増加することから、この応力比を変相角と命名している。この時、せん断ひずみは、除荷時に変化が小さく、載荷時に増大する傾向にある。これらの応力径路と応力-ひずみ関係を模式的に示したのが、Fig. 2 である。

Fig. 2 では変相角は  $M_m$  で表わされている。この図で、 $M_m$  を越えると、図中 (8→9) で示す応力径路では、間げき水圧が減少し、 $\sigma_m'$  が増加しているが、径路 (9→10) では、逆に間げき水圧が増加し、 $\sigma_m'$  が減少している。これらの結果を導入するため、本研究では、まず、石原ら<sup>15)</sup> の変相角を応力比  $M_m$  で (最大圧縮点の傾き) 表わす。さらに、非排水条件下で、変相角を越えた後に除荷が起こる場合の応力径路の傾きを  $M'$  ( $= \tau_{oct}/\sigma_m'$ ) とおくと、

$$d\sigma_m' = \frac{1}{M'} d\tau_{oct} \quad \dots\dots\dots (31)$$

弾性的体積ひずみ増分を

$$d\varepsilon_{kk}^e = \frac{\kappa}{(1+e)\sigma_m'} d\sigma_m' \quad \dots\dots\dots (32)$$

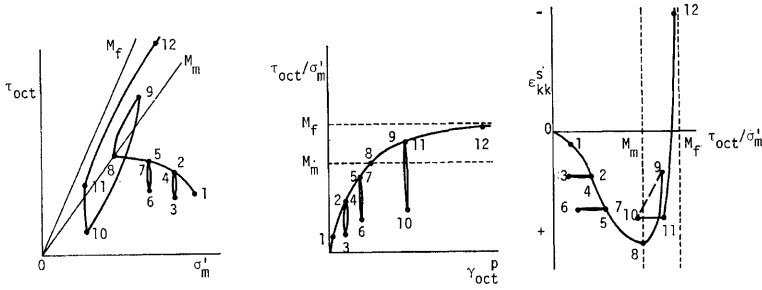


Fig. 2. Schematic representation of stress-strain relation.

とすれば、(31)式が成立するためには、塑性体積増分は、

$$d\varepsilon_{kk}^s = \frac{-\kappa}{(1+e)\sigma'_m M'} \cdot d\tau_{oct} \tag{33}$$

でなければならないことになる。 $d\varepsilon_{kk}^s$  はせん断のみによる塑性体積ひずみ増分を表わす。この場合のせん断ひずみはすべて弾性的であるとする。(31)式で表わされる応力経路が模式図 Fig. 2 の経路(9→10)である。 $\tau_{oct}/\sigma'_m \geq M_m$  でかつ  $d(\tau_{oct}) \geq 0$  の時は西らの式をそのまま用いる。

次に、 $\tau_{oct}/\sigma'_m = M_f$  の時、破壊することになる。破壊後の挙動は実験的にも明らかになっていないため以下のような仮定を設けた。

まず、 $\tau_{oct}/\sigma'_m = M_f$  が破壊条件であるが、この条件を次のようにして実際には用いる。

$$\text{破壊条件 } |\varepsilon_{12}^p| \geq 0.05 \tag{34}$$

$$\sigma'_m \leq 0.05\sigma'_m(0) \tag{35}$$

$\sigma'_m = 0$  で液化化(完全)が発生するが、数値計算上の制約から、(35)式を設定した。次に、 $\tau_{oct}/\sigma'_m = M_f$  となると、(28)式から  $|\varepsilon_{12}^p| \rightarrow \infty$ 、 $|\varepsilon_{kk}^p| \rightarrow \infty$  となるが、このようなことは、物理的にありえない。故に、 $|\varepsilon_{12}^p|$  が5%を越えたと、破壊するとした。破壊後は、土の構成関係が変化すると考え、バイリニア型の応力-ひずみ関係を用いる。

$$\sigma'_{12} = 2G\varepsilon_{12} \quad (|\sigma_{12}| < \sigma'_{12}) \tag{36}$$

$$\sigma'_{12} = 2\bar{G}\varepsilon_{12} \quad (|\sigma_{12}| \geq \sigma'_{12}) \tag{37}$$

計算においては、 $\sigma'_{12} = 0.05 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\bar{G} = 5 \text{ kg/cm}^2$ 、 $G$  は弾性係数とした。土の破壊後の力学特性の解明は今後の課題である。

### 5. 地盤の液化化解析

第3章で求めた運動方程式と第4章の砂の応力-ひずみ関係を用いて、砂地盤の液化化解析を行なう。

(28)式より、 $h_t = 0$  の場合の  $d\varepsilon_{kk}$  は、

$$d\varepsilon_{kk} = \frac{\kappa}{(1+e)\sigma'_m} d\sigma'_m + \frac{h_s}{\sigma'_m} \left( M_m - \frac{\tau_{oct}}{\sigma'_m} \right) d(\tau_{oct}/\sigma'_m) \tag{38}$$

間げき水および土粒子自身が非圧縮性の場合、間げき水(流体相)と土粒子骨格系(固相)の質量保存則より、

$$v_{i,i}^s = \{n(v_i^s - v_i^f)\},^{13)} \tag{39}$$

ここで  $v_{i,i} = \partial v_i / \partial x_i$  の意味である。

$n$  を一定とし、Darcy 型の減衰を考えれば、(14)式と(39)式から、

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} = -\frac{\rho^f g}{k} \cdot \frac{d\epsilon_{kk}}{dt} \dots\dots\dots(40)$$

$\rho^f$  は水自身の質量で  $\bar{\rho}^f = n\rho^f$  の関係がある。 $k$  は透水係数で  $k = \frac{\rho^f g n^2}{d}$  <sup>14)</sup> の関係で  $d$  と結ばれている。

(38) 式と (40) 式から、

$$\frac{d\sigma_m'}{dt} = -K \left\{ \frac{k}{\rho^f g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{d\epsilon_{kk}}{dt} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

$K$  は  $K = \frac{(1+e)\sigma_m'}{\kappa}$  で体積弾性係数に相当する。

(41) 式で  $d\epsilon_{kk}^s = 0$  かつ  $\sigma_m = \text{一定}$  (全応力一定) の場合、 $d\sigma_m' = du$  となり、

$$\frac{\partial u}{\partial t} = K \cdot \frac{k}{\rho^f g} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} \dots\dots\dots(42)$$

(42) 式で  $K$  を一定とすると、Terzaghi の圧密の式が得られる。(41) 式は、透水の効果と塑性体積変化が有効応力  $\sigma_m'$  の変化に与える影響を表現する関係式である。

次に、(28) 式から  $d\epsilon_{12}$  が次式で求められる。

$$d\epsilon_{12} = g_f d\sigma_{12} \dots\dots\dots(43)$$

$$g_f = \frac{1}{2G} + \frac{1}{9\sigma_m'} \left( \frac{\sigma_{12}'}{\tau_{oct}} \right) h_s$$

(15) 式、(16) 式と (43) 式は、一階の準線形偏微分方程式系を構成し、3つの特性曲線を持つ。

この3つの特性曲線にそって、次の微分関係が成立する。

$$dx_1/dt = \pm C \quad \text{にそって} \quad \pm \rho C d v_2 + d\sigma_{12}' = 0 \dots\dots\dots(44)$$

$$dx_1/dt = 0 \quad \text{にそって} \quad d\epsilon_{12} = g_f d\sigma_{12}' \dots\dots\dots(45)$$

水平地盤を対象にしているため、液状化解析中は側方変形が拘束されていると考えられる。この条件で  $d\epsilon_{33} = 0$  とおく。圧密の項を無視できれば、(28) 式より、

$$\begin{aligned} d\epsilon_{33} &= d\epsilon_{33}^p + \frac{1}{3} d\epsilon_{kk}^p + d\epsilon_{33}^e + \frac{1}{3} d\epsilon_{kk}^e \\ &= -\frac{1}{2G} \cdot \frac{(\sigma_{11}' - \sigma_{33}')}{3} + \frac{\kappa}{3(1+e)\sigma_m'} d\sigma_m' + d\epsilon_{33}^p + \frac{1}{3} d\epsilon_{kk}^s = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots(46)$$

ここで、 $d\epsilon_{33}^p = -\frac{h_s}{\sigma_m'} \cdot \frac{\sigma_{11}' - \sigma_{33}'}{9\tau_{oct}} d(\tau_{oct}/\sigma_m')$  であり、 $d\epsilon_{33}^p$  は塑性偏歪ひずみテンソルの成分である。

$\sigma_m' = \frac{1}{3}(\sigma_{11}' + 2\sigma_{33}')$  の関係と (41) 式と (46) 式から、 $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  の増分を与える (47) 式と (48) 式が求まる。

$$\frac{d\sigma_{11}'}{dt} = -K \left( \frac{k}{\rho^f g} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{d\epsilon_{kk}^s}{dt} \right) - 4G \left( \frac{1}{3} \frac{k}{\rho^f g} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - \frac{d\epsilon_{33}^p}{dt} \right) \dots\dots\dots(47)$$

$$\frac{d\sigma_{33}'}{dt} = -K \left( \frac{k}{\rho^f g} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} + \frac{d\epsilon_{kk}^s}{dt} \right) + 2G \left( \frac{1}{3} \frac{k}{\rho^f g} \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - \frac{d\epsilon_{33}^p}{dt} \right) \dots\dots\dots(48)$$

ただし、(47) 式と (48) 式では、変相角を越えた領域での構成関係から、次の点に注意せねばならない。

(a)  $d\epsilon_{kk}^s \neq 0$ ,  $d\epsilon_{33}^p \neq 0$  ( $\tau_{oct}/\sigma_m' = (\tau_{oct}/\sigma_m')_y$  で  $(\tau_{oct}/\sigma_m')_y \geq M_m$  かつ  $d\tau_{oct} \geq 0$  の時)

(b)  $d\epsilon_{kk}^s \neq 0$ ,  $d\epsilon_{33}^p = 0$  ( $(\tau_{oct}/\sigma_m')_y \geq M_m$  で  $d\tau_{oct} < 0$  の時)

(c)  $d\epsilon_{kk}^s = 0$ ,  $d\epsilon_{33}^p = 0$  ( $\tau_{oct}/\sigma_m' < (\tau_{oct}/\sigma_m')_y$  で  $(\tau_{oct}/\sigma_m')_y \geq M_m$  かつ  $d\tau_{oct} > 0$  の時)

$x_1$  方向には荷重がなく、全応力一定であるから、

$$du = -d\sigma_{11}' \dots\dots\dots(49)$$

以上述べたことから、解析においては、(44) 式、(45) 式、(47) 式と (48) 式を同時に解かなければならない。解析解を求めるのは困難なので、数値計算によって解を求める。解法は差分法である。Fig. 3 と Fig. 4 は計算のための差分格子を示している。(44) 式と (45) 式を差分化すると、

$$-\rho C (v_{2(\Delta x)} - v_{2(x)} + (\sigma_{12(\Delta x)} - \sigma_{12(x)})) = 0 \dots\dots\dots(50)$$

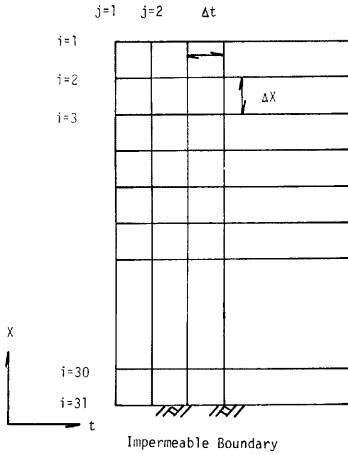


Fig. 3. Finite difference space-time grid.

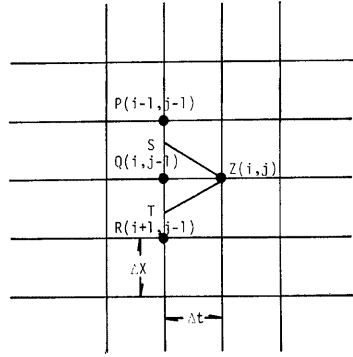


Fig. 4. Finite difference grid.

$$+\rho C(v_{2(z)} - v_{2(t)}) + (\sigma_{12(z)} - \sigma_{12(t)}) = 0 \tag{51}$$

$$\epsilon_{12(z)} - \epsilon_{12(Q)} = gf(\sigma_{12(z)} - \sigma_{12(Q)}) \tag{52}$$

(47) 式と (48) 式を差分化すると、

$$\frac{\sigma_{11}'(z) - \sigma_{11}'(Q)}{\Delta t} = -\left(K + \frac{4}{3}G\right) \frac{k}{\rho f g} \cdot \frac{U_{(P)} - 2U_{(Q)} + U_{(R)}}{(\Delta x)^2} - K \frac{\epsilon_{kk}'(z) - \epsilon_{kk}'(Q)}{\Delta t} + 4G \frac{e_{33}^p(z) - e_{33}^p(Q)}{\Delta t} \tag{53}$$

$$\frac{\sigma_{33}'(z) - \sigma_{33}'(Q)}{\Delta t} = -\left(K - \frac{2}{3}G\right) \frac{k}{\rho f g} \cdot \frac{U_{(P)} - 2U_{(Q)} + U_{(R)}}{(\Delta x)^2} - K \frac{\epsilon_{kk}'(z) - \epsilon_{kk}'(Q)}{\Delta t} - 2G \frac{e_{33}^p(z) - e_{33}^p(Q)}{\Delta t} \tag{54}$$

Fig. 4 において、点 Z での  $\epsilon_{12}$ ,  $v_2$ ,  $\sigma_{12}'$ ,  $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  は点 S, T と Q の  $\epsilon_{12}$ ,  $v_2$ ,  $\sigma_{12}'$ ,  $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  の値から求めることができる。点 S と T における値はそれぞれ、点 P と Q および点 Q と R での値から補間法によって求められる。差分間隔としては、次の 2 つの条件を満足することを要請した。すなわち、双曲型の方程式に対する条件として、Courant-Friedrich-Lewey の条件を満足すること。

$$\Delta x / \Delta t \geq \max(c) \quad c : \text{波速} \tag{55}$$

放物型の方程式に対する条件として、

$$\Delta t / (\Delta x)^2 \leq \min\left(\frac{\rho f g}{k}, \frac{1}{K}\right) \tag{56}$$

である。

以上が砂の構成関係式を用いた砂地盤の液状化解析の方法である。ここで数値計算を行なう前に、解析において側方拘束条件からでてくる (47) 式と (48) 式のはたす役割について整理しておこう。(47) 式と (48) 式には浸透による消散の効果が含まれているが、簡単のために、この効果を見捨て物理的な意味の検討を行なう。つまり、非排水条件を考える。この時、

$$d\sigma_{11}' = -Kde_{kk}^s + 4Gde_{33}^p \tag{57}$$



$$d\sigma_{33}' = -Kd\varepsilon_{kk}^s - 2Gde_{33}^p \quad \dots\dots\dots(58)$$

$$d\sigma_m' = -Kd\varepsilon_{kk}^s \quad \dots\dots\dots(59)$$

ここで、 $de_{33}^p$  は次式で表わされる。

$$de_{33}^p = -\frac{h_s}{\sigma_m'} \cdot \frac{\sigma_{11}' - \sigma_{33}'}{9\tau_{oct}} d(\tau_{oct}/\sigma_m') \quad \dots\dots\dots(60)$$

初期に  $\sigma_{11}' - \sigma_{33}' > 0$  であれば、 $d(\tau_{oct}/\sigma_m') < 0$  の時、 $de_{33}^p < 0$  となる。したがって、この場合、 $d\sigma_{11}'$  は負になるのに対して、 $d\sigma_{33}' > 0$  となる。つまり、 $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{22}'$  の差は減少してゆくことになる。逆に、一度  $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  が等しくなると、他の作用、たとえば消散の効果などにより  $\sigma_{11}' < \sigma_{33}'$  となった場合、 $d\sigma_{11}' > 0$ 、 $d\sigma_{33}' < 0$  となって、 $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  は再び等しくなってゆくことになる。このように  $de_{33}^p$  は  $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  の差を減少させる作用がある。(59) 式から  $d\sigma_m'$  は  $d\varepsilon_{kk}^s$  にのみ依存することが明らかである。これに対して、全応力  $\sigma_m$  は (49) 式、(57) 式と (59) 式から、

$$d\sigma_m = -4Gde_{33}^p \quad \dots\dots\dots(62)$$

したがって、 $de_{33}^p > 0$  の場合、 $d\sigma_m > 0$  となる。つまり、塑性変形の進行とともに  $\sigma_m$  は変化することになる。次に、透水の効果について考察を行なう。説明を簡単にするため、 $d\varepsilon_{kk}^s = 0$ 、 $de_{33}^p = 0$  の時、つまり弾性状態を考える。

この時、(47) 式と (48) 式は、

$$d\sigma_{11}' = -\left(K + \frac{4}{3}G\right) \frac{k}{\rho f g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} \quad \dots\dots\dots(62)$$

$$d\sigma_{33}' = -\left(K - \frac{2}{3}G\right) \frac{k}{\rho f g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} \quad \dots\dots\dots(63)$$

$u$  の分布が凹型で  $\partial^2 u / \partial x_1^2 > 0$  の時、間げき水が流入しようとするため、 $K - \frac{2}{3}G < 0$  ならば、 $d\sigma_{11}' < 0$ 、 $d\sigma_{33}' > 0$  となり、 $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  の差は減少する。これに対して、 $u$  の分布が凸型で、 $\partial^2 u / \partial x_1^2 < 0$  の時、 $d\sigma_{11}' < 0$ 、 $d\sigma_{33}' < 0$  となり、初期に  $\sigma_{11}' > \sigma_{33}'$  であれば、 $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  の差は増大し、応力状態はさらに異方化することになる。このように、側方拘束の条件は、地盤の応力状態に大きな影響を与えることが理解される。

最後に、液状化の定義を整理しておこう。構成関係から明らかのように、 $\sigma_m'$  がゼロにならなくても、応力径路が  $M_f$  に近づけば、変形は急激に増大し破壊する。たとえば、Fig. 2 の径路 (11→12) がこれに相当する。しかし、このような場合は普通の非排水せん断破壊であり、液状化とは呼ばない。従来、砂が非排水状態でくりかえし載荷をうけた場合、 $\sigma_m' = 0$  となった時を初期液状化、さらに大きなひずみが生じた時を完全液状化と呼んだり、間げき水圧が増大しはじめる点を初期液状化、 $\sigma_m' = 0$  となった時を完全液状化と呼んで区別している。これに対して、本研究では、応力径路においてこれらを区別する。 $\tau_{oct}/\sigma_m'$  が  $M_m$  に達した時を初期液状化、 $\sigma_m'$  がゼロでおこるせん断破壊を完全液状化と呼ぶ。初期液状化と呼ぶ理由は、 $\tau_{oct}/\sigma_m' = M_m$  は、それ以後除荷時においても  $\sigma_m'$  が減少しはじめる境界にあっているからである。しかし、実際には中間的な状態が存在するため、解析では完全液状化にあてはまらない破壊形式が現われることになる。

### 6. 数値計算結果と考察

水平に堆積した砂質地盤の1次元モデルを考える。地表から基盤まで 30 m の深さとし、地下水位は地表から 2 m の深さにあるものとする。透水性に関しては、基盤は不透水性とし、排水は上向きのみ可能である。対象とした地盤モデルは、Seed と Idriss<sup>6)</sup> によって解析に用いられたものと同じ新潟地盤のモデルである。Fig. 5 にせん断弾性係数  $G$  と相対密度  $D_r$  の分布が示されている。被害が軽微であった地点と甚大であった地点の2つの場合が示されているが、被害が甚大であった地点についてのみ解析の対象とした。地盤の諸定数は以下のようにして決定した。

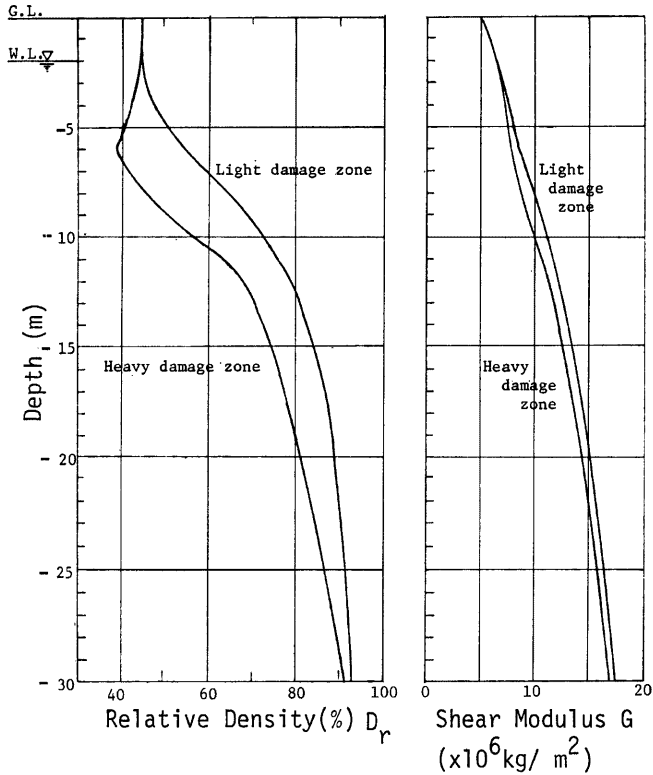


Fig. 5. Distribution of relative density and estimated shear modulus (after Seed & Idriss 1967<sup>9)</sup>)

- (1) 相対密度  $D_r$  の分布,  $e_{max}$  と  $e_{min}$  から深さ方向の  $e$  の分布を求める。
- (2) 透水係数  $k$  を Taylor<sup>16)</sup> による次式で求める。

$$k = C \frac{e^3}{1+e} \quad (C: \text{定数}) \quad \dots\dots\dots(64)$$

計算では、地表層の  $k$  の値を与えている。

- (3)  $e$  から  $r$  (土の単位体積重量) を求める。  
土粒子の比重を 2.67 とし、

$$r = \frac{2.67+e}{1+e} \quad \dots\dots\dots(65)$$

- (4)  $r$  と異方圧密の度合を表わす  $K_0$  (静止土圧係数) から初期上載圧と初期の  $\sigma'_m$  を求める。
- (5) 初期せん断弾性係数  $G_{(0)}$  は Seed らのデータによった。

Seed らは次式で  $G_{(0)}$  を与えている。

$$D_r=0 (\%) \text{ に対して, } G_{(0)} = 1 \times 10^5 \times \sigma_{11}^{1/3}{}_{(0)} \text{ (psf)}$$

$$D_r=100 (\%) \text{ に対して, } G_{(0)} = 2 \times 10^5 \times \sigma_{11}^{1/3}{}_{(0)} \text{ (psf)}$$

各層の  $D_r$  に対しては内挿法で求める。なお、変形過程では、 $G$  は  $\sqrt{\sigma'_m}$  に比例すると考え、

$$G = \sqrt{\frac{\sigma'_m}{\sigma'_{m(0)}}} G_{(0)} \dots\dots\dots(66)$$

とした。

- (6) 体積弾性係数  $K$  は、 $e-\ln \sigma'_m$  曲線の膨潤時の傾き  $\kappa$  から

$$K = \frac{(1+e)\sigma'_m}{\kappa} \dots\dots\dots(67)$$

- (7) (28) 式中の  $G'$ ,  $M_m$ ,  $M_f$  は一般的には相対密度に関係していると考えられるが、本解析では簡単のため一定とした。

以上のようにして求められた  $\sigma'_m$ ,  $G$  と  $K$  の初期の分布が **Table 1** に示されている。他の解析に用いら

Table 1. Initial soil properties used in calculation

Depth	$D_r$	$\sigma'_m$	$G$	$K$
0	45	0.0	5.16	—
1	45	0.127	5.16	0.7779
2	44	0.255	6.46	1.558
3	44	0.316	6.93	1.929
4	42	0.376	7.25	2.309
5	41	0.437	7.56	2.685
6	39	0.497	7.78	3.067
7	43	0.557	8.32	3.413
8	46	0.618	8.79	3.763
9	50	0.697	9.32	4.103
10	57	0.741	10.0	4.415
11	64	0.804	10.8	4.722
12	69	0.867	11.4	5.044
13	71	0.931	11.8	5.393
14	73	0.995	12.2	5.741
15	75	1.06	12.6	6.088
16	77	1.12	13.0	6.433
17	78	1.19	13.3	6.791
18	80	1.25	13.7	7.133
19	81	1.32	14.0	7.488
20	82	1.39	14.3	7.848
21	83	1.45	14.6	8.198
22	84	1.52	14.9	8.551
23	85	1.58	15.2	8.904
24	86	1.65	15.5	9.256
25	87	1.71	15.8	9.607
26	88	1.78	16.1	9.957
27	89	1.85	16.4	10.31
28	90	1.91	16.7	10.66
29	91	1.98	17.0	11.00
30	92	2.05	17.2	11.35

Depth (m),  $D_r$  (%),  $\sigma'_m$  (Kg/cm<sup>2</sup>),  $G$  ( $\times 10^2$  Kg/cm<sup>2</sup>),  $K$  ( $\times 10^2$  Kg/cm<sup>2</sup>)

れるパラメータは以下のとおりである。

$$\begin{aligned} \kappa &= 0.003, \quad \lambda = 0.0098, \quad e_{\min} = 0.634, \quad e_{\max} = 0.991 \\ G' &= 400, \quad M_m = 0.640, \quad M_f = 0.739, \quad M' = 1.279 \end{aligned}$$

さて、入力としては基盤において2種類の振動波形を与えた。Example A では速度の sin 波形を、Example B では Taft の記録 (1952年カルフォルニア地震) の S69E 成分の加速度記録を速度に変換したものをを用いた。

#### Example A

Example A の基盤での振動波形は次式で与えた。

$$v_z = A_0 \sin(2\pi f_1 t) \sin(2\pi f_2 t) \dots\dots\dots (67)$$

$$f_1 = 1.8, \quad f_2 = 0.05 \text{ (1/sec)}$$

Example A では次の4つの CASE について計算を行なった。

CASE	A-1	$A_0 = 0.1 \text{ m/sec}$	$k = 0.0 \text{ m/sec}$
CASE	A-2	$A_0 = 0.1 \text{ m/sec}$	$k = 0.0001 \text{ m/sec}$
CASE	A-3	$A_0 = 0.1 \text{ m/sec}$	$k = 0.001 \text{ m/sec}$
CASE	A-4	$A_0 = 0.06 \text{ m/sec}$	$k = 0.0001 \text{ m/sec}$

$k$  は地盤表面のものであり、深さとともに (64) 式に従って減少する。

Fig. 6 は CASE A-1~A-4 における過剰間げき水圧の分布を示している。CASE A-1 から CASE A-3 へと、 $k$  が大きくなるにつれて表層部での過剰間げき水圧の増加速度が増していること、分布曲線がなめらかになっていることがわかる。これは透水によって過剰間げき水圧が伝播するためであり、透水性が低い場合には、表層部における間げき水圧の増加に時間的遅れが生じるからである。

CASE A-4 は入力振幅が小さい場合である。CASE A-2 に較べて間げき水圧の発生量、分布の形とも異なっており、非線型応答の特徴である応答の入力強度依存性を示している。せん断破壊した領域は CASE A-1 で 9m~19m と 21m~24m, CASE A-3 で 13m~18m であり、この場合、破壊領域は  $k$  が大きくなるほど減少する傾向にある。しかし、CASE A-1 と CASE A-3 を比較してわかるように、地表付近や基盤付近での  $\sigma_m'$  の減少は透水係数が大きいほど早い、したがって、 $k$  が大きいほど安全側であると一般的には言えない。また、Fig. 6 では間げき水圧がもっとも早く増加するのは、地表においてではなく、ある深さにおいてである。Fig. 7 は CASE A-1 と CASE A-3 の各 10m の深さにおける応力経路である。初期の点  $P_i$  から出発し、応力比  $\tau_{oct}/\sigma_m'$  は  $P_m$  で  $M_m$  となり、以後間げき水圧は増加しながら、経路は原点に向う傾向にある。この有効応力経路が破壊前に原点に向う傾向は、側方変形拘束条件を考慮したために、 $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  の差が小さくなり、応力が等方化したことが支配的要因となっている。なぜなら、 $\tau_{oct}$  は  $\sigma_{12}'$  と  $(\sigma_{11}' - \sigma_{33}')$  の関数となっているから、側方変形拘束条件を考慮しない場合、 $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  の差が小さくならないために、 $\tau_{oct}$  の値の減少は  $\sigma_{12}'$  の減少のみによることになり、結果として、 $\tau_{oct}$  が比較的大きな値のまま破壊に至る液状化と呼ぶにはふさわしくないせん断破壊形式となる。液状化時に応力経路が原点に向う傾向は石原ら<sup>7)</sup>の実験結果からも読みとることができる。Fig. 8 には CASE A-1 の 10m の深さにおける、 $\sigma_{11}'$ 、 $\sigma_{33}'$  と  $\sigma_m'$  の時間的変化が示されている。約 2秒で  $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  が大体等しくなり、以後  $\sigma_m'$  が減少しつつ、 $\sigma_{11}'$  と  $\sigma_{33}'$  の差がなくなっている。以上述べたように、側方変形拘束条件は、水平地盤に地震力が作用した時の応力経路を再現するための必須の条件であるということが出来る。

Fig. 9 は CASE A-1 の深さ 24m と 10m におけるせん断応力、せん断ひずみと過剰間げき水圧の時間的変化を示したものである。Fig. 10 は CASE A-1 の 10m の深さでの応力-ひずみ曲線である。深さ 10m と 24m ではそれぞれ、3.63秒と 3.28秒に破壊が起っており、以後せん断応力の振幅は激減している。この原因としては、破壊によって土の剛性が低下し、エネルギーが伝播されにくくなったためと考えられる。破壊が起った付近でせん断ひずみは急激に増加している。深さ 24m でかなりの残留ひずみが認められるのに対

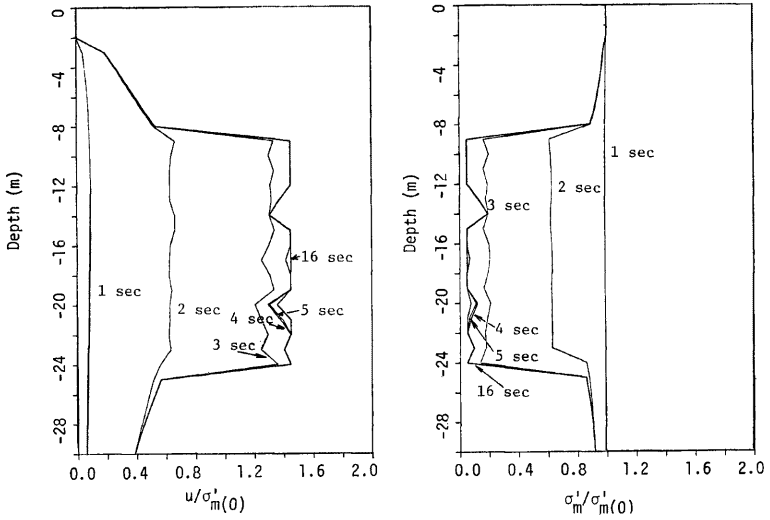


Fig. 6. (a) Variations of pore water pressure and mean effective stress with depth (A-1).

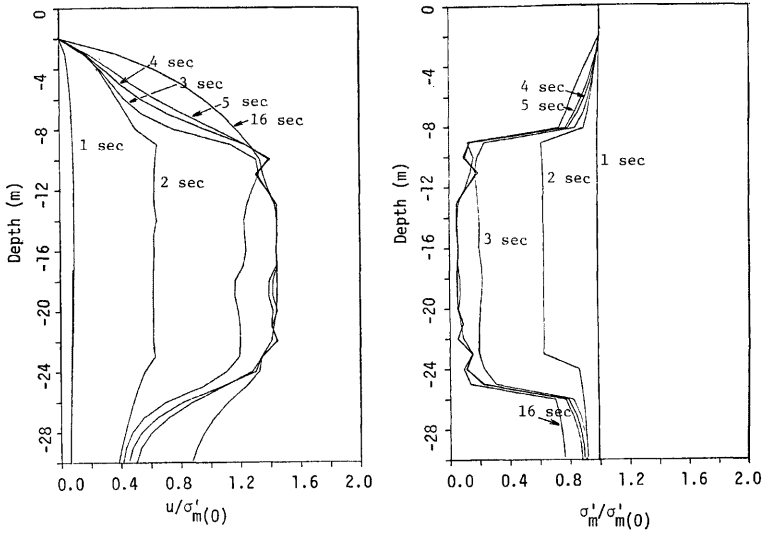


Fig. 6. (b) Variations of pore water pressure and mean effective stress with depth (A-2).

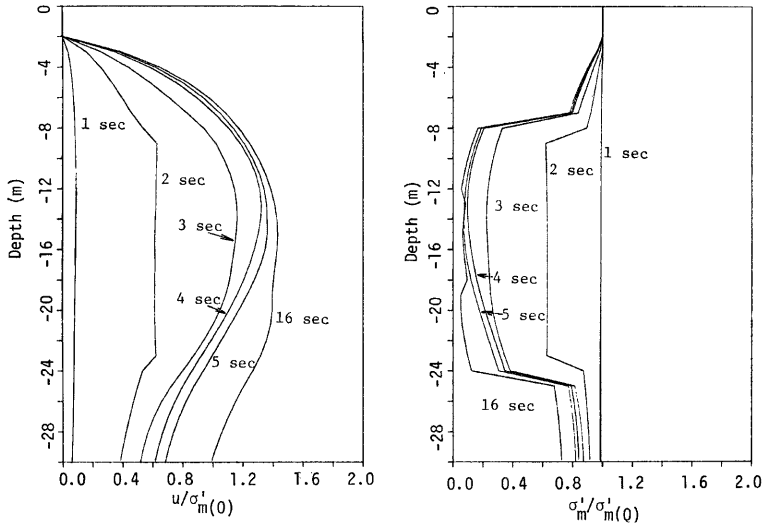


Fig. 6. (c) Variations of pore water pressure and mean effective stress with depth (A-3).

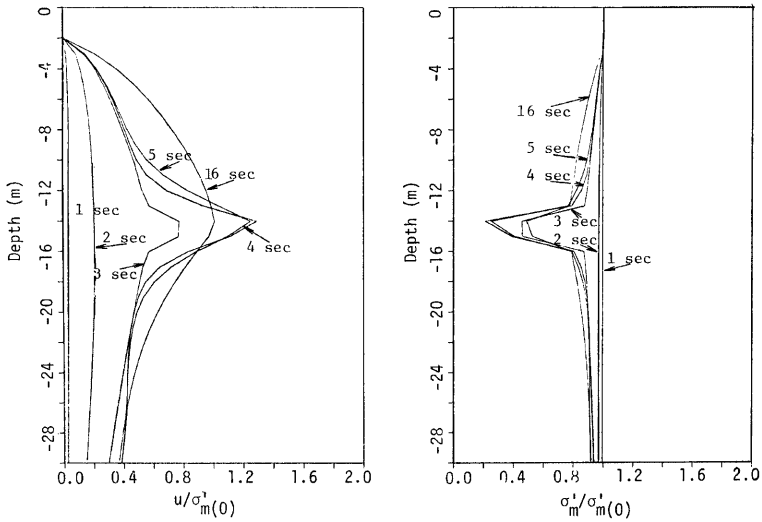


Fig. 6. (d) Variations of pore water pressure and mean effective stress with depth (A-4).

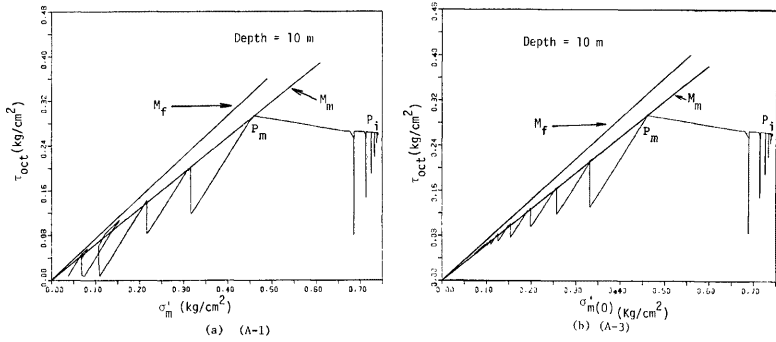


Fig. 7. Effective stress path

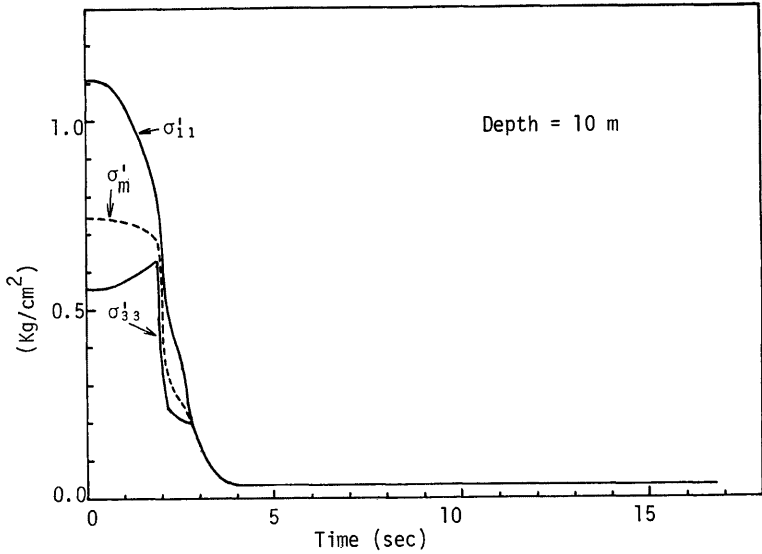


Fig. 8. Time histories of  $\sigma'_{11}$ ,  $\sigma'_{33}$  and  $\sigma'_m$  (A-1).

して、10 m の深さでは残留ひずみの量が少ない。これは、**Fig. 10** からもわかるように、10 m の深さでは、ひずみの絶対値が0に近くなったところでせん断応力が急激に減り、変形がそれ以上できなかったためである。一方、過剰間げき水圧は徐々に増大し、破壊に至って一定の値に落ちついている。**Fig. 11** には CASE A-3 の10 m の深さでのせん断応力、せん断ひずみと間げき水圧の時刻歴が示されている。CASE A-1 の場合とはほぼ同様の傾向である。**Fig. 12** は CASE A-3 の10 m での応力-ひずみ曲線である。図より、履歴減衰によってエネルギーが消散していることが明瞭に読みとれる。**Fig. 13** には CASE A-1, A-2 および A-4 の速度応答が示されている。**Fig. 13 (a)** と **Fig. 13 (c)** を比較すると、(a)の方が(b)に較べて3秒

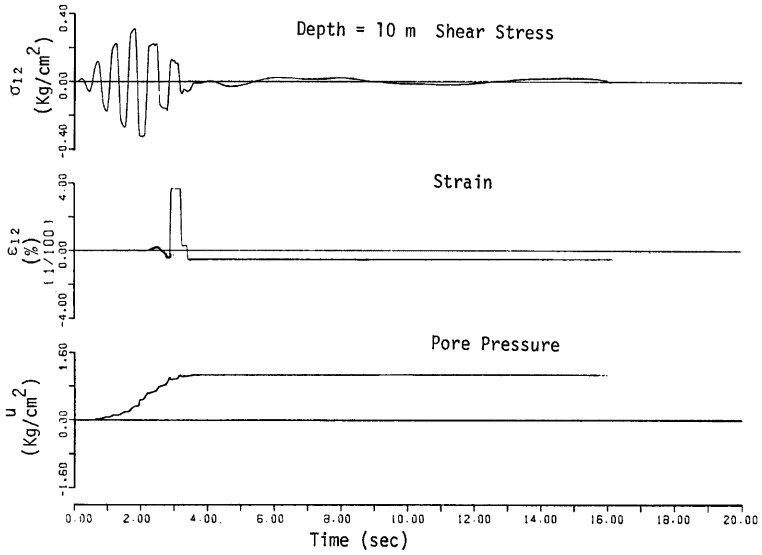


Fig. 9. (a) Time histories of  $\sigma_{12}$ ,  $\epsilon_{12}$  and  $u$  (A-1).

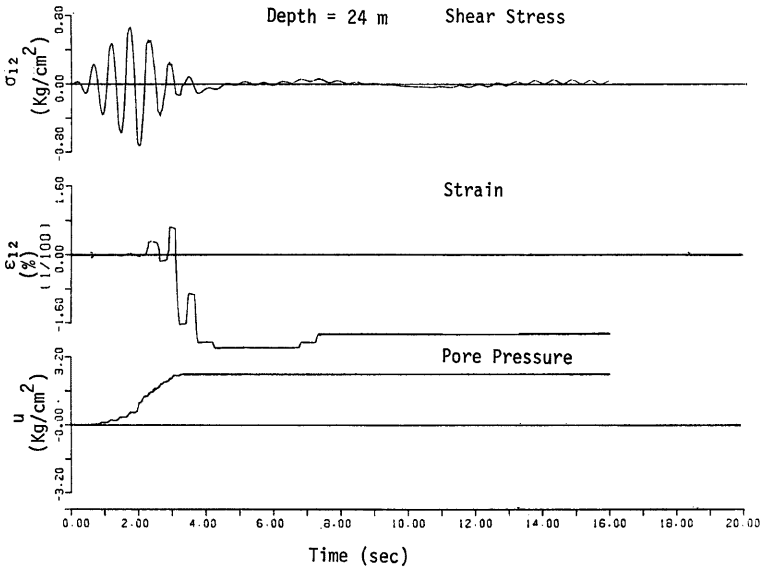


Fig. 9. (b) Time histories of  $\sigma_{12}$ ,  $\epsilon_{12}$  and  $u$  (A-1).



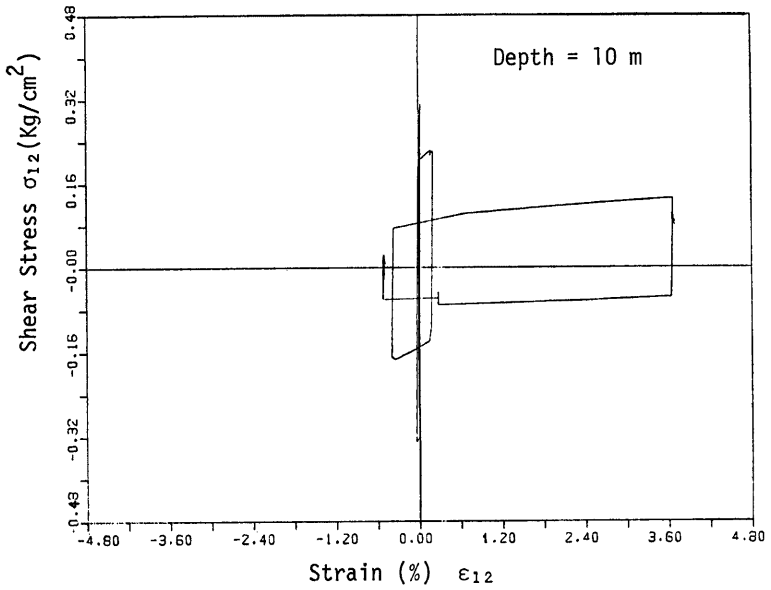


Fig. 10. Stress-strain curve (A-1).

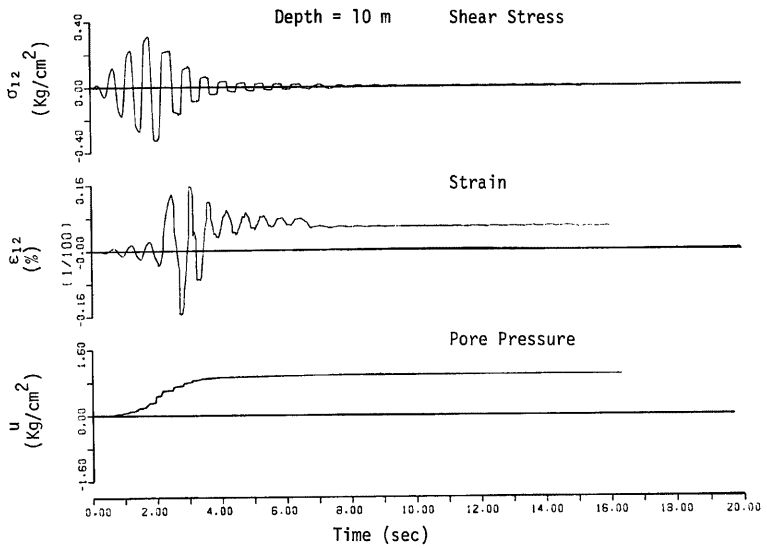


Fig. 11. Time histories of  $\sigma_{12}$ ,  $\epsilon_{12}$  and  $u'_m$  (A-3).

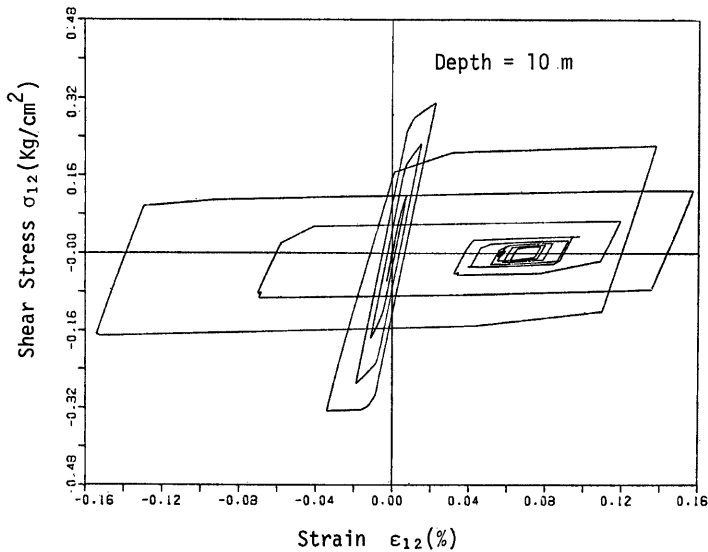


Fig. 12. Stress-strain curve (A-3).

ないし4秒以後の速度波形の絶対値が大きく、周期が長くなっている。これは、(c)に較べて(a)の方が広い範囲にわたって破壊が起こり、地盤の剛性が減少したため、地盤の固有周期が増大し、固有周期が地盤振動の周期に接近して増幅率が増大したためと考えられる。CASE A-2の場合、破壊した領域は13m~23mでありほぼCASE A-1の場合に等しい、したがって Fig. 13 (b)は(a)と同様な傾向を示している。Fig. 14はCASE A-1の地表での加速度応答である。破壊後加速度の絶対値は小さくなっている。Fig. 9 (a)と Fig. 14を比較すると、地表においては、破壊が起こった後の加速度応答が小さいのに対し、速度応答は比較的大きい。したがって、地盤上の構造物の破壊が加速度より速度や変位によって、起こると考えた場合、地盤の局部的破壊は被害に直接結びつくことになる。以上 Example A から、振動時の飽和砂地盤の運動特性および透水係数や入力振幅の地盤振動に与える影響が明らかとなった。

#### Example B

次に不規則な振動による応答を調べるために行なった Example B について考察する。Example B では、次の3つのCASEについて計算を行なった。

- |      |     |                   |            |
|------|-----|-------------------|------------|
| CASE | B-1 | $k=10^{-4}$ m/sec |            |
|      | B-2 | $k=10^{-3}$ m/sec |            |
|      | B-3 | $k=10^{-4}$ m/sec | で全層が弾性体の場合 |

Fig. 15は入力として使った Taft (1952) の S69E 成分の記録である。Fig. 16にはCASE B-1とCASE B-2の場合の過剰間げき水圧と平均有効応力の深さ方向の分布が示されている。CASE B-1はCASE B-2に較べて、間げき水圧の発生量が多い。CASE B-1のせん断破壊領域は7m~20mであるが、CASE B-2では破壊には至っていない。これは、透水係数の差異による間げき水圧の消散効果によるものである。CASE B-1の深さ10mにおける応力径路が Fig. 17に示されている。 $P_i$ が初期の状態であり、Example Aの場合と同様に、 $\tau_{oct}$ が減少しながら同時に $\sigma'_m$ が減少し、径路は原点に向かっており、液状化特有のパターン

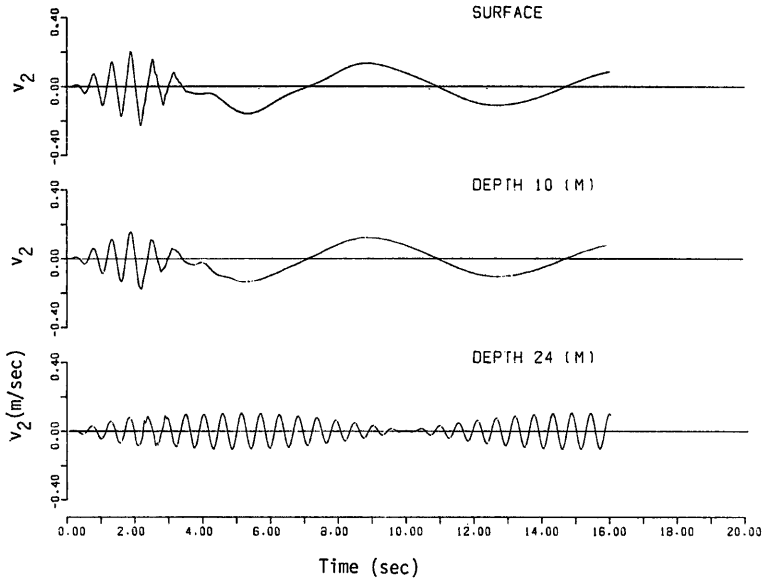


Fig. 13. (a) Velocity response for various depths (A-1).

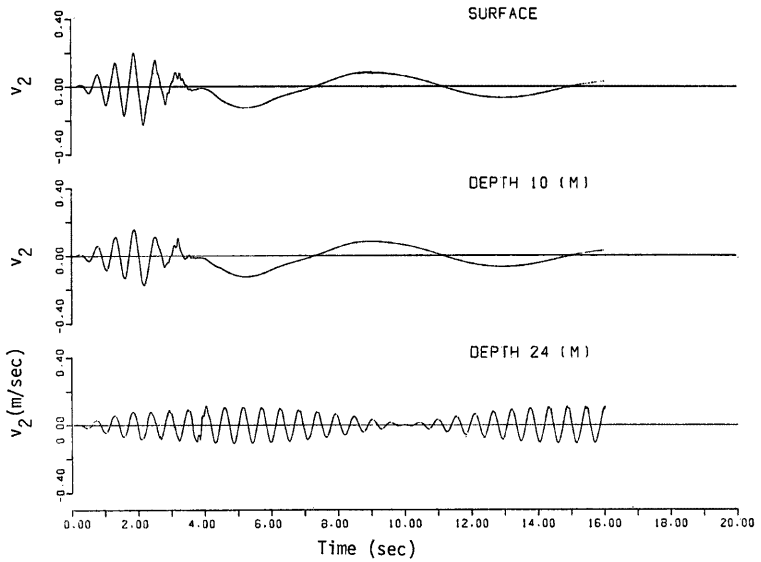


Fig. 13. (b) Velocity response for various depths (A-2).

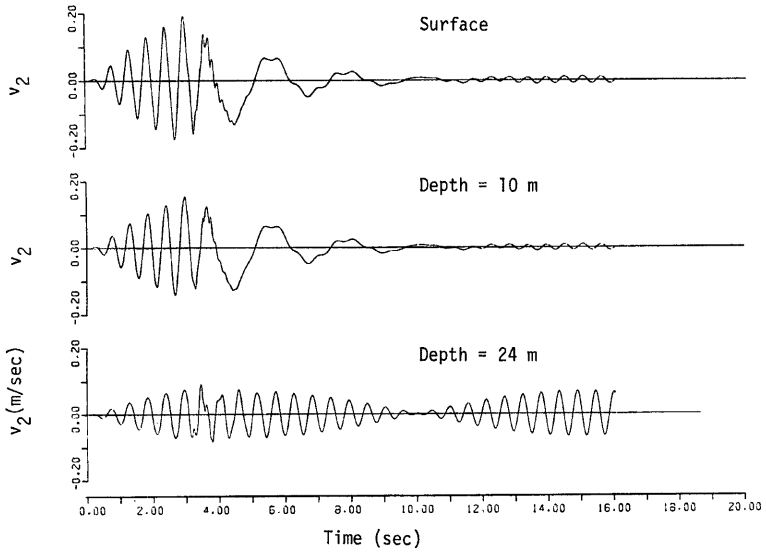


Fig. 13. (c) Velocity response for various depths (A-4).

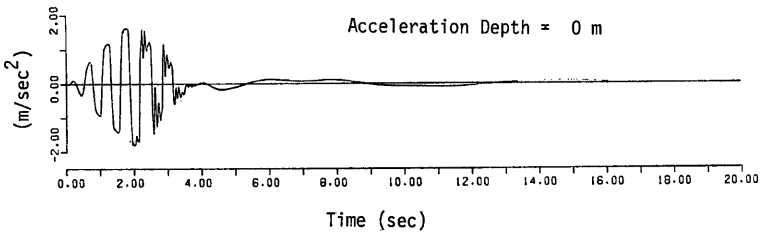


Fig. 14. Acceleration response (A-1).

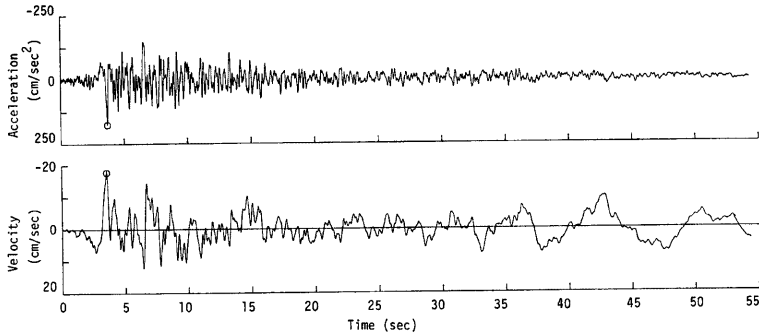


Fig. 15. Accelerogram at Taft during the 1952 Kern Country California Earthquake (S69E Component).

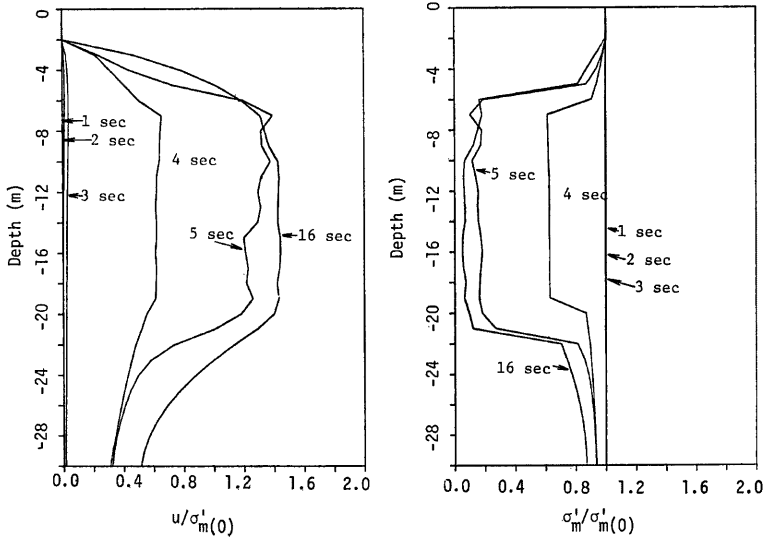


Fig. 16. (a) Variations of pore water pressure and mean effective stress with depth (B-1).

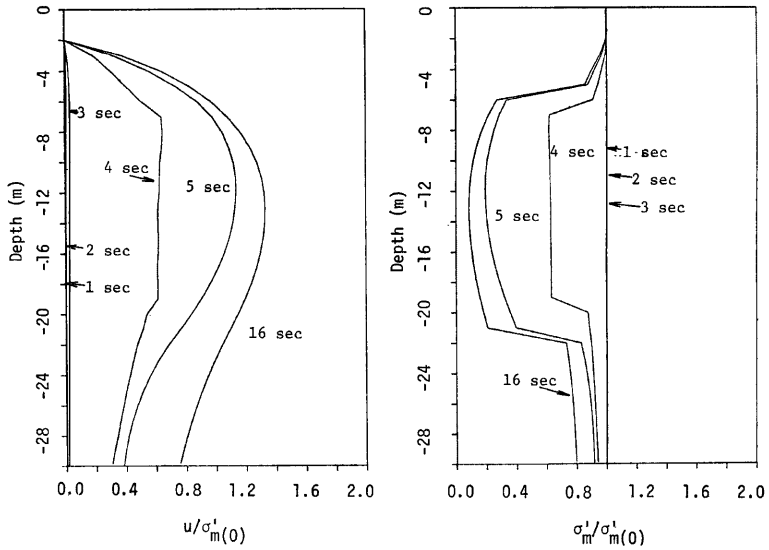


Fig. 16. (b) Variations of pore water pressure and mean effective stress with depth (B-2).

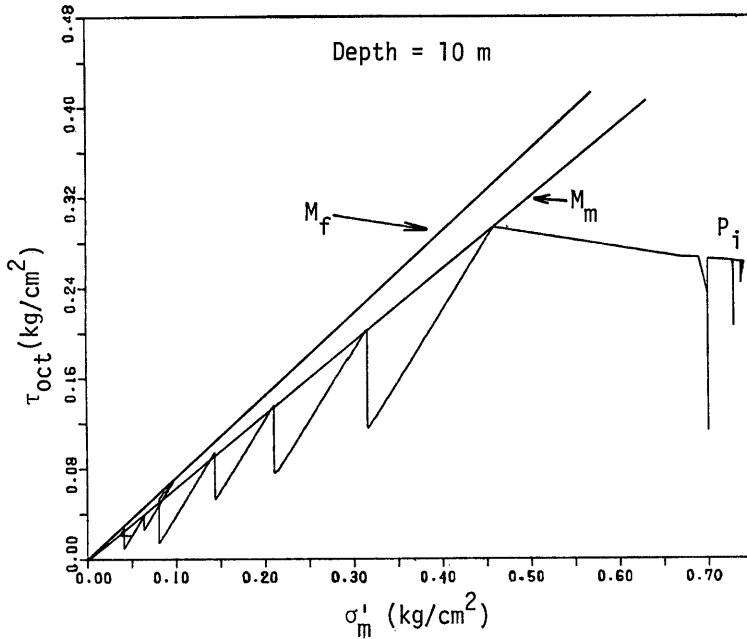


Fig. 17. Effective stress path (B-1).

を表わしている。Fig. 18 には CASE B-1 の 10 m の深さでのせん断応力、せん断ひずみと過剰間げき水圧の時間的変化が示されている。この図より、約 5 秒で破壊が起これ、以後せん断応力の振幅が急激に減少していることがわかる。また、せん断ひずみは破壊とともに急激に増大し、以後一定の値に落ちついている。これに対して、過剰間げき水圧は破壊に至るまで徐々に増大し、一定の値に近づいている。

Fig. 19 は各深さでの  $v_2$  の時間的変化である。深さ 10 m では  $\sigma'_m$  の減少にともなって地盤が軟弱化し、長い周期で振動している。これに対し、深さ 24 m では間げき水圧の発生量が少なく、破壊にまで至っていないため、10 m の深さに比較して比較的短い周期で振動している。Fig. 20 には CASE B-1 の地表における加速度応答が示されている。この結果は Example A の場合と同様であり、破壊後加速度応答は小さくなっている。

次に、比較のため全層が線形弾性体とした場合の計算を CASE B-3 で行なった。Fig. 21 は加速度応答、Fig. 22 は速度応答である。地盤モデルの一次固有周期を  $G$  の平均値から求めると約 2 秒であり、応答もほぼこのくらいの周期で振動している。Fig. 18 と Fig. 23 を比較すると、CASE B-3 10 m の深さでのせん断応力の最大値は CASE B-1 の 4.53 倍であり、弾性解析をした場合にはせん断応力について過大な算定が行なわれることになる。

以上、Example A と Example B の結果より液状化過程に対しては、入力の大さき、入力波形、透水係数や側方拘束条件が大きな影響を与えることが明らかとなった。また、どちらの例でも過剰間げき水圧の値が最大となるのは 8 m 以下の深さである。浸透流による液状化を考えれば、8 m より上の層では時間的に遅れて液状化に至ると推定される。

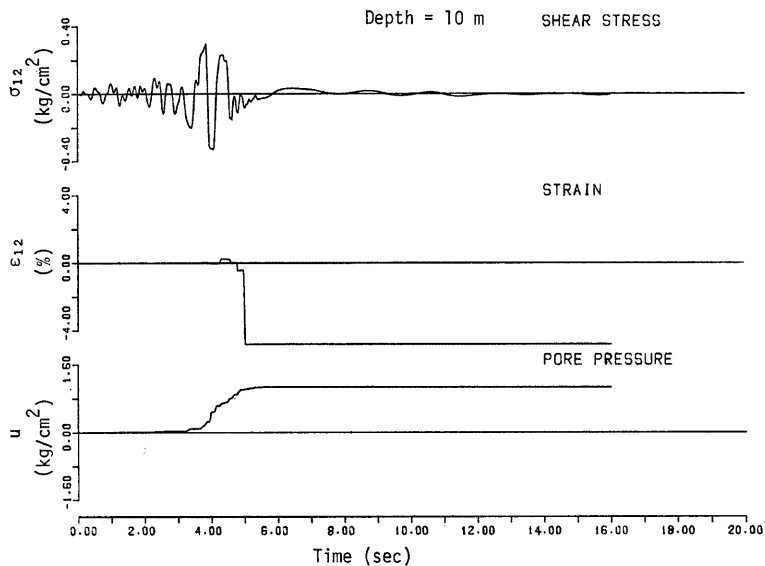


Fig. 18. Time histories of  $\sigma_{12}$ ,  $\epsilon_{12}$  and  $u$  (B-1).

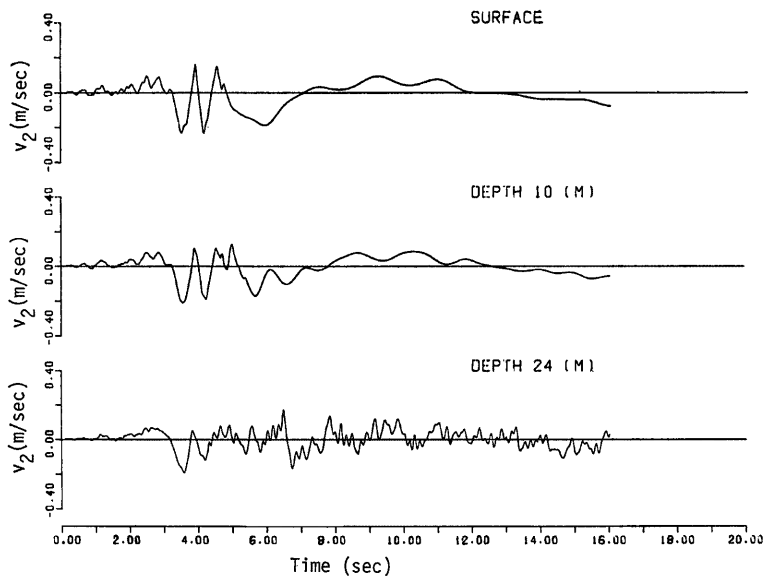


Fig. 19. Velocity response for various depths (B-1).

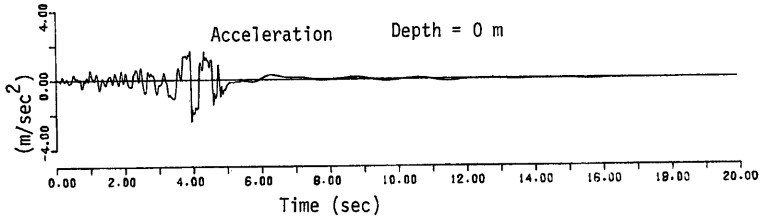


Fig. 20. Acceleration response (B-1).

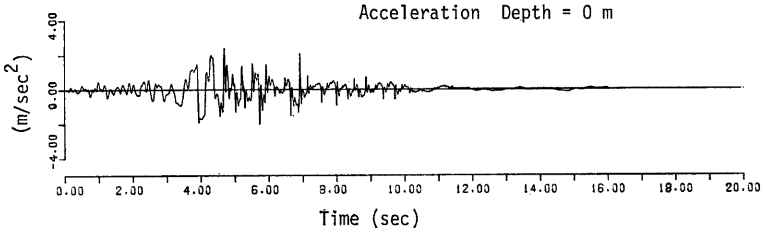


Fig. 21. Acceleration response (B-3).

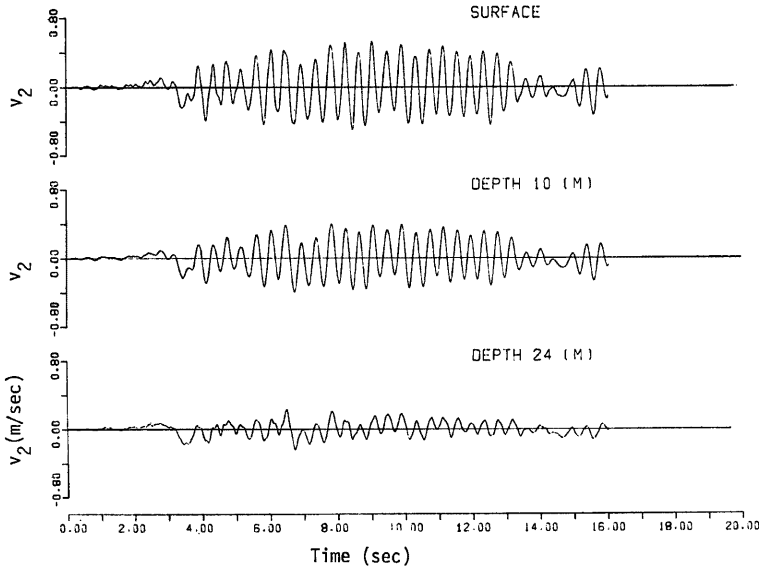
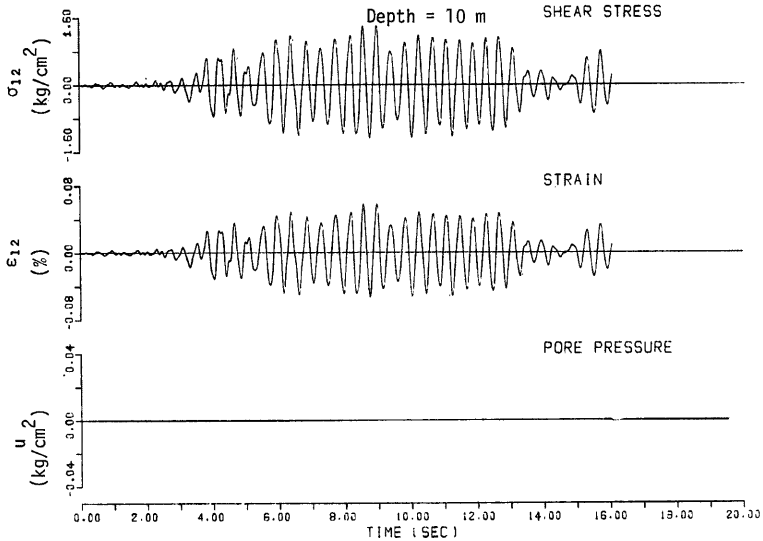


Fig. 22. Velocity response for various depths (B-3).



Fig. 23. Time histories of  $\sigma_{12}$ ,  $\epsilon_{12}$  and  $u$  (B-3).

## 7. 結 論

砂のダイラタンシー特性をよく表現する砂の構成関係と二相混合体理論による運動方程式を使って、砂地盤の液状化解析を行なった。特に従来考慮されていなかった水平地盤の側方変形拘束条件に注意し、応力径路を精度よく求めた。本研究において得られた結論を要約すると以下のとおりである。

- 1) 間げき水と土粒子を非圧縮性とみなし、二相混合体理論による運動方程式と砂の応力-ひずみ関係を使った飽和砂地盤の液状化解析法を提案し、その有用性を示した。なお、砂の応力-ひずみ関係としては西らによって提案された式を石原らの実験結果によって修正したものを用いた。
- 2) 側方変形拘束の条件を考慮した解析を行なった結果、この条件は液状化過程で水平、垂直応力の等方化をもたらす支配的要因であることが明らかになった。これは、従来の実験結果にも合致するものであり、この結果、液状化特有の応力径路の推定が可能になった。
- 3) 解析において、過剰間げき水圧が最大となるのは地表近くではなく、ある深さにおいてである。
- 4) 地盤の応答は、入力波形及び透水係数の影響をうける。
- 5) 地盤の液状化は土の剛性の著しい低下をもたらすため、力は伝播されにくくなり、振動の周期は長くなる傾向にある。

最後に、本研究の実施にあたり終始貴重な助言と御討議を頂いた、京都大学助教授亀田弘行、同助手杉戸真太の両氏に感謝の意を表する次第である。なお本研究の一部は文部省科学研究費補助金（奨励研究 A）の補助を受けた、また、数値計算は京都大学大型計算機センターの FACOM M-190 によったことを付記する。

## 参 考 文 献

- 1) Seed, H.B. and K.L. Lee: Liquefaction of Saturated Sand during Cyclic Loading, Proc. ASCE, Vol. 92, No. SM6, 1966, pp. 105-134.
- 2) Peacock, W.H. and H.B. Seed: Sand Liquefaction under Cyclic Loading of Simple Shear Condition, Proc. ASCE, Vol. 94, No. SM3, 1968, pp. 689-708.
- 3) Seed, H.B. and I.M. Idriss: Simplified Procedure for Evaluating Soil Liquefaction Potential, Proc. ASCE, Vol. 97, No. SM9, 1971, pp. 1249-1273.
- 4) 西 好一, 江刺靖行: 軟質地盤における基礎の支持力と変形 (その1) —弾塑性論に基づく砂の応力一ひずみ関係式, 電中研報告, No. 376014, 昭52. 6.
- 5) 後藤尚男, 岡 二三生, 河本克正: Liquefaction of Soil and Dynamic Response of Ground, 第5回日本地震工学シンポジウム論文集, 昭53. 11, pp. 673-680.
- 6) Seed, H.B. and I.M. Idriss: Analysis of Soil Liquefaction: Niigata Earthquake, Proc. ASCE, Vol. 93, No. SM3, 1967, pp. 83-108.
- 7) Ishihara, K. and S. Li: Liquefaction of Saturated Sand in Triaxial Torsion Shear Test, Soils & Foundations, Vol. 12, No. 2, 1972, pp. 19-39.
- 8) 吉見吉昭, 大岡 弘: リングねじりセン断試験機による飽和砂の液状化実験, 第16回土質工学シンポジウム発表論文集, 1971, pp. 27-32.
- 9) Ishihara, K. and Yasuda, S.: Sand Liquefaction in Hollow Cylinder Torsion under Irregular Excitation, Soils and Foundations, Vol. 15, No. 1, pp. 45-59.
- 10) Liou, C.P., V.L. Streeter and F.E. Richart: Numerical Model for Liquefaction, Proc. ASCE, Vol. 103, No. GT6, 1977, pp. 586-606.
- 11) Finn, W.D.L., K.W. Lee and G.R. Martin: An Effective Stress Model for Liquefaction, Proc. ASCE, Vol. 103, No. GT6, 1977, pp. 517-533.
- 12) Ghaboussi, J. and S.U. Dikmen: Analysis of Horizontally Layered Sands, Proc. ASCE, Vol. 104, No. GT3, 1978, pp. 341-356.
- 13) 岡 二三生: Constitutive Theory for Solid-Fluid Mixture and Its Application to Stress Wave Propagation through Cohesive Soil, 土木学会論文報告集, 第272号, 昭53. 4, pp. 117-130.
- 14) Ishihara, K.: Propagation of Compressional Waves in a Saturated Soil, Proc. of Int. Symp. of Wave Propagation and Dynamic Properties of Earth Materials, Univ. of New Mexico Press, 1968, pp. 195-206.
- 15) Ishihara, K., F. Tatsuoka and S. Yasuda: Undrained Deformation and Liquefaction of Sand under Cyclic Stresses, Soils and Foundations, Vol. 15, No. 1, 1975, pp. 29-44.
- 16) Taylor, D.W.: Fundamentals of Soil Mechanics, New York Jhon-Wiley & Sons, 1948, pp. 115.