

# 入力の確率分布特性を考慮したダム貯水池操作

高棹 琢馬・池淵 周一・小尻 利治

## A STUDY ON DAM OPERATIONAL RULE CONSIDERING THE PROBABILITY DISTRIBUTION OF INFLOW

By Takuma TAKASAO, Shūichi IKEBUCHI and Toshiharu KOJIRI

### Synopsis

The aim of this study is to propose several efficient operational rules of the dam reservoir system considering the predicted input and its residual distribution. At first, there is a traditional control rule where input sequences are defined by an average of an exceedance probability. Secondly, there is a stochastic control rule where the optimal release flow at each control time is decided by combining the input simulation techniques with DP algorithm. Thirdly, there is another stochastic operational rule where the control function is the probability of the control criteria, that is to say, based on a reliability criteria.

Then, above three rules are applied to not only the flood control system but also the low flow regulation system with the objective of water quantity and turbidity controls.

### 1. 序 論

洪水時のピークカットや渇水時の流量増加をはかるダム貯水池は、総合河川計画においても主要な手段であり、今後も増加する傾向にある。ところが、現実の操作ルールは、洪水時には一定率・一定量放流、利水時には必要な需要量だけを放出し残りは貯留するといった固定的・即時的なものである。そのためダムのもつ調節効果は十分に発揮できない場合があり、人工洪水などの被害の発生も予想される。これは、流入量の予測精度の低さに加えて、ダム群最適操作による制御の信頼度の低さが原因といえよう。

確かに、既知入力での計画操作に関しては、Hall<sup>1)</sup>や高棹<sup>2)</sup>らによって DP 理論を用いた最適操作が提案されたのを契機として、Chow による DDDP<sup>3)</sup>、竹内の DCL<sup>4)</sup>、筆者らの分解原理によるシステムの分割化<sup>5)</sup>、など計算の実行性と適用性を高めるために、多数の手法が提案されている。一方、未知入力の実時間操作に関しては、予測方法との対応が不可欠で、筆者らの台風の統計的特性を利用したストカスティック・コントロール方式<sup>6)</sup>や自然てい減曲線を用いた利水操作<sup>7)</sup>、竹内による 渇水持続曲線法<sup>8)</sup>などが提案されている。

ところで、流入量の量的・形状的予測は、流出解析の分野でも重要事項であり、近年、多数の研究がなされている。日野は貯留関数法とフィルタリング理論を結合させてパラメータの同定と流出量の予測を行っている<sup>9)</sup>。また、高棹らは状態空間法で流出システムを表現し、流出量とその残差の推定を行っている<sup>10)</sup>。こうした方法をまとめると、数期間（時間、日単位）先の流量を予測することは可能であるが、同時に、無視できない程度の残差が存在するといえる。すなわち、ダム貯水池の放流量の決定に際しては、予測されたハイドログラフ、および、その残差を考慮しなければならないことである。中川らはハイドログラフをパターン化し、それにあらかじめ設定した残差の確率分布を与え確率 DP の手法を用いて放流量の決定を行っているが<sup>11)</sup>、予測期間数が3単位（3ヶ月）と少いことや、パターン化を行うために平常時から渇水時までの豊富なデータが要求され、実用化には問題が残っている。

以上の点を考慮して、本研究では、ある残差を伴うハイドログラフが予測された場合の放流量決定問題を

とり上げ、従来より行われている決定論的な方法と、残差の分布状況に対処しうる確率論的な方法を比較し、両者の制御特性ならびに実時間操作への適用性を検討しようとするものである。さらに、水量だけでなく水質をも制御対象とした多目的操作までを考えている。

2. ダム貯水池の実時間操作方式

オンラインでの実時間操作においては、まず、(i)現在の貯水池条件(水量、水質)の把握と観測された入力(降雨)の整理が重要で、それらを用いて、(ii)将来の入力予測が行われるとともに、(iii)水利利用条件に合致した放流量の決定が行われており、Fig. 1 のようなフィードバックループを形成している。したがって、入力の予測方法に応じて放流量の決定手法が異なることは当然であり、ここでは、各時刻における最確値の連続としてハイドログラフが与えられ、それに各時刻で独立な誤差項が付加する場合を考える(Fig. 2 参照)。ただし、高水と低水の水量制御に関しては制御目的の双対性より同じ理論展開が可能であるので、高水を中心として議論を進める。

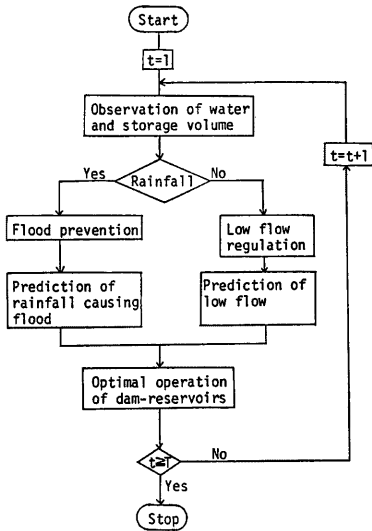


Fig. 1. Flowchart of the real time operational rule for the dam reservoir system.

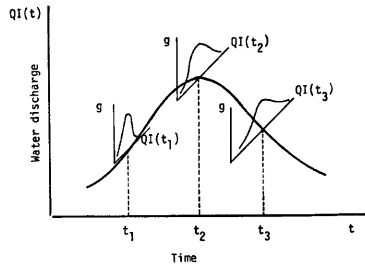


Fig. 2. Representation of the inflow sequence to the dam reservoir and its residual distribution.

2.1 平均値あるいは超過確率方式

一般に、ダム貯水池の最適制御問題はDPによって解の導出がはかられており、その入力も制御終了時までの流入量系列が必要とされている。そこで、各時刻の予測残差が無視できるか、あるいは、制御結果に影響を及ぼさないとして、各時刻の平均値(または最確値)を連ねた入力系列で制御を行う方法があり、これを平均値方式と名付けることにする。制御目的に筆者らが提案している物理的指標

$$K \equiv \max \left\{ \frac{Q_{mp}}{Q_{md}} \right\} (m=1, 2, \dots, M) \longrightarrow \min \dots \dots \dots (1)$$

かつ

$$K \leq 1$$

を用い、平均値での流入量系列を  $QI_m^*(t)$  で表わすと、DP の定式化は次のようになる。すなわち

$$f_i(S_1(t), \dots, S_N(t)) = \min_{\{O_m(t)\}} \left[ \max_{\{m\}} \left\{ \frac{Q_m(t)}{Q_{ms}}, f_{i-1}(S_1(t) + O_1(t) - QI_m^*(t), \right. \right. \\ \left. \left. (m=1, 2, \dots, M; n=1, 2, \dots, N) \right. \right. \\ \left. \left. \dots, S_N(t) + O_N(t) - QI_N^*(t) \right\} \right] \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $Q_{ms}$ 、 $Q_m(t)$ 、 $Q_{ms}$  は、それぞれ、評価地点  $m(m=1, 2, \dots, M; M$  は評価地点の総数) の許容流量、制御後の評価地点流量とそのピーク値である。この平均値方式は、残差の分散が小さい場合にはその予測入力はかなり高い信頼度をもつことになるが、大きければ予測入力と実測入力の差が広がる場合があり、制御結果の信頼度は低下する。

つぎに、予測入力系列が危険側をとる場合に対応する方法として、残差の発生確率に対してある超過確率を与え、それから得られる入力を連ねて制御を行うことも考えられる。この方式を超過確率方式と呼ぶことにする。その定式化は、超過確率  $\alpha$  の入力を  $QI_m^*(t)$  で表わせば、式(2)と同様の式となる。常に過大の流量を対象にしているため、貯水池がオーバーフローすることはないが、反対に空容量が多すぎたり人工洪水を引き起こす可能性がある。また、貯水池の貯留効果によってハイドログラフの平滑化が促進されるので、入力の超過確率値がそのまま制御結果の超過確率値を意味することにはならない。したがって、ハイドログラフの形状や制御時間によって超過確率値を変化させ、制御効率の感度を把握しておくことも必要であろう。

2.2 乱数を用いた確率的制御方式

前節で述べた方法では、ある入力系列が1つだけ与えられるので DP 計算により最適放流量系列が求まり、同時に、制御目的値である  $K$  も1つ求まることになる。これに対して、入力の統計的特性と乱数によるシミュレーション技法を結合させた stochastic control (SC) 方式の応用が考えられる。すなわち、乱数を用いて各時刻の入力を発生させ、1つの仮想ハイドログラフを求めるのである。つづいて、それに対して最適操作を施し制御値  $K$  を算定する。この過程を繰り返す行い、多数の制御値  $K$  を求め頻度分布図を作成する。最後に、設定された超過確率に対応する  $K$  値を頻度分布図より抽出し、そのときの放流量系列をもって放流量の決定を行おうとするものである。もちろん、各制御では1つのハイドログラフが対象になるので、DP の定式化は式(2)と同じである。本 SC 方式は、統計的特性を再現するために仮想ハイドログラフを多数発生させる必要があるけれども、不確実性のある入力に対して、任意の安全率をもった制御が可能であること、乱数の発生過程が容易であるので入力の確率的特性値さえ得られればいかなる流域でも適用できるといった利点がある。ただ、超過確率値(安全率の逆数に相当する)をいくらに設定すべきかという問題があり、0% (安全率=1) はあまりにも厳しすぎ、50%は平均的な結果となる。ゆえに、現制御時刻と予測精度に合わせて値を変えるなど、今後、実流域での適用をふやしながら検討していかなければならない。

2.3 制御の達成度を考慮した操作方式

第3の方式として、制御によるある評価値  $K$  を満足する操作のなかで、最も安全性の高い放流量を決定する手順を考えよう。

いま、ある時刻  $t$  および  $t+1$  におけるダムの貯水量を  $S(t)$ 、 $S(t+1)$  とすれば、状態量が  $S(t)$  から、 $S(t+1)$  へ移行できる確率、 $P(S(t+1)|S(t))$  は次のようになる。すなわち、時刻  $t$  の流入量  $QI(t)$  の確率密度関数を  $g_{QI}(QI(t))$  とすると

$$P(S(t+1)|S(t)) = \int_{QI_{min}(t+1)}^{QI_{max}(t+1)} g_{QI}(QI(t+1)) dQI \dots \dots \dots (3)$$

となる。ここに、 $QI_{max}(t+1)$ 、 $QI_{min}(t+1)$  は貯水量の連続式

$$S(t+1) = S(t) + QI(t+1) - O(t+1) \dots \dots \dots (4)$$

より、その時刻において放流可能領域に対応する流入量の最大値および最小値である。ただし、 $O(t+1)$  は時刻  $t+1$  におけるダム・の放流量である。いま、残流域流量を含まない単ダム・単評価地点系を考えると、治水におけるように放流量がある達成度  $k$  (式(1)の  $K$  に相当する) を超えない確率  $P^k(S(t+1)|S(t))$  は、流入量の上下限が

$$QI_{max}(t+1) = S(t+1) - S(t) + k \cdot Q_d (\geq 0) \dots\dots\dots (5)$$

$$QI_{min}(t+1) = S(t+1) - S(t) (\geq 0) \dots\dots\dots (6)$$

で与えられるので、式(3)より算定できる。こうして、 $S(0)$  を初期値とし時刻  $t+1$  で貯水量  $S(t+1)$  をとれば、 $k$  を満たす確率  $\bar{P}^k(S(t+1))$  は  $t+1$  までのどの時刻においても  $k$  を越えないことが必要であると考えると、

$$\bar{P}^k(S(t+1)) = P^k(S(1)|S(0)) P^k(S(2)|S(1)) \dots\dots P^k(S(t+1)|S(t)) \dots\dots\dots (7)$$

となる。したがって、制御目的として必要な達成度  $k$  を満足しうる全ての可能な系列のなかで、最も確実性の高い系列をとることと定義すると、数学的には

$$\bar{P}^k(S(T)) \rightarrow \max \dots\dots\dots (8)$$

と表現できる。ただし、 $T$  は制御期間の総数である。結局、放流量が実行可能領域の幅で与えられるので前の時刻の貯水量の取り方を決定量とすると、DP の関数漸化式は貯水量および  $k$  を状態量とし

$$f_{t+1}(S(t+1), k) = \max_{\{S(t)\}} \{P^k(S(t+1)|S(t)) \cdot f_t(S(t), k)\} \dots\dots\dots (9)$$

となる (Fig. 3 参照)。また、そのときの期待放流量  $O(t+1)$  は、

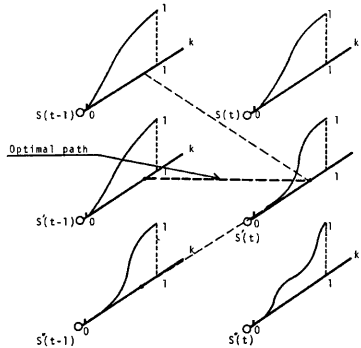


Fig. 3. Optimal path of DP algorithm in SCRC.

$$O(t+1) = \int_{QI_{min}(t+1)}^{QI_{max}(t+1)} \{S(t) - S(t+1) + QI(t+1)\} g_{QI}(QI(t+1)) dQI / \int_{QI_{min}(t+1)}^{QI_{max}(t+1)} g_{QI}(QI(t+1)) dQI \dots\dots\dots (10)$$

となる。本方式は、実貯水量を得られた解と同じように変化できれば、最終的に最も高い確率でその値が達成できることを表わしており、制御の達成度すなわち信頼性基準を考慮した確率的操作方式 (Stochastic Control with Reliability Criteria; SCRC) と呼ぶことにする。最確値を求めるという点では確率 DP の概念と同じであるが、確率値をそのまま制御目的とすること、および、算定された確率 (信頼度) の分布に

応じて  $k$  値を変化しうるので、不確実な入力に対する実時間操作にはより有効であろう。逆に、制御終了時刻において、必要な信頼度を満足するような達成度とその政策（貯水量系列）も求めることができる。さらに、前述の3種類の方式での制御結果（ $K$ ）を用い、再度、本方式を適用することによって、達成しうる信頼度を明らかにできよう。

以上のように、不確実性を伴う入力に対するダム操作方式は多数存在するが、平均値もしくは超過確率方式は計算上の簡便さを重視して入力を規定した方式であり、SC方式は乱数によるシミュレーション技法に頼った方式といえる。これに対してSCRC方式は、入力の確率分布をそのまま利用することによって  $k$  の信頼度が直接得られ、また、分布の分散が大きい場合でも、SC方式のように計算回数を変えることなく同手順で適用できる特徴がある。

2.4 比較と考察

まず、SCRC方式の特性を把握するため、次のような適用を行った。すなわち、ダム操作においては、各パラメータの予測精度と同時に、ダム貯水池の容量（ $V$ ）や制御対象期間の長さ（ $T$ ）も操作の信頼性に影響を及ぼすと考えられるので、同一の入力分布に対して容量を変えた場合が Fig. 4 に、期間長を変えた場合が Table 1 に示してある。ただし、各時刻の入力平均値は推定値として任意に与え、その両側に対数正規分布の変動性を付加している。

一般に、洪水のピーク流量がかなり大きいか、ピークの継続時間が長い場合には、貯水容量が大きい方が安全な結果となっている。これは、信頼度が確率の積で表わされるので、予測される最悪値の期間長と貯水

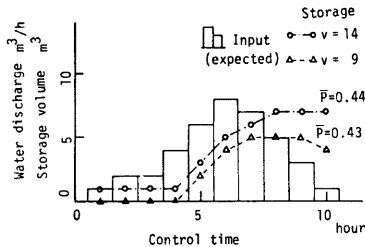


Fig. 4. Comparison of the controlled storage sequences between two different storage capacities.

Table 1 Comparison of the controlled storage sequences between different control time steps.

$$V=9, S(0)=1, Q_d=10$$

$t$	1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20	$\bar{P}$	
$T=5$	$E\{QI(t)\}$	2 5 8 4 1	0.583
	$S(t)$	1 2 4 4 4	
$T=10$	$E\{QI(t)\}$	1 2 2 4 6 8 7 5 3 1	0.438
	$S(t)$	0 0 0 0 2 4 5 5 5 4	
$T=20$	$E\{QI(t)\}$	1 1 2 3 3 4 5 5 6 7 8 7 8 8 7 6 5 2 3 1	0.094
	$S(t)$	0 0 0 0 0 0 0 1 2 4 5 7 8 9 9 9 8 7 4	

池操作の余裕を考えると当然であろう。

また、Fig. 5 は達成度  $k$  の違いによる貯水量系列の相違である。 $k=1$  と制約がゆるい場合は、予測入力が増大するときに直線的に貯留していき、 $k$  を0.8から0.5へ厳しくすると、貯留時期が次第に早まる傾向にある。これは、後者において初期の段階から  $k$  を達成するために貯留作用が必要となったことを表わしており、得られた信頼度も急激に悪化している。こうした傾向は多数の流況での適用結果からもみられており、予測流入量の平均値からの残差の分散が大きき、設定された達成基準を満たせない場合は制御初期より貯留を行う方が効率的な操作になるといえる。

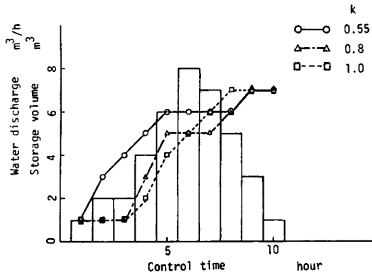


Fig. 5. Comparison of the controlled storage sequences between three different control criteria  $k$  values.

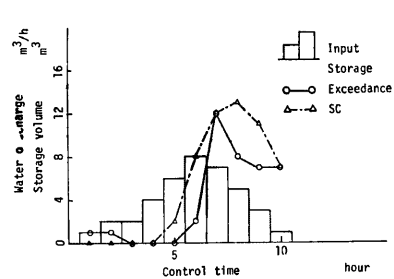


Fig. 6. Comparison of the controlled storage sequences between SC and the dam operational rule with the defined input by an exceedance probability.

次に、SC 方式における頻度分布を描くための仮想入力系列の発生回数であるが、残差の統計的特性を再現するにはできるだけ多い方が望ましく、計算時間の点からすれば少ない方がよい。したがって、なめらかな分布図が描けること、他の制御方式と同じ入力、初期条件で比較することを考えて、以下では1000回の発生回数とした。Fig. 6 は超過確率方式、SC 方式による貯水量系列を比較したものである。超過確率は各時間の入力分布で0.1を用い、SC 方式では得られる頻度分布に対して超過確率0.1のときの結果を示している。前者は入力系列が全体に大きな値をとっているため、貯水容量を十分活用しているものの制御結果は  $K=0.861$  であった。後者では、乱数を用いて得られた仮想系列に無作為に順序付を行っているため、超過確率0.1に対応する、すなわち、1000回中100番目の良好な結果というにすぎない。いいかえると、同図の場合は、時刻7で入力に異常値が発生したので貯水量系列も急変した形になっている。その制御結果は  $K=0.798$  である。貯水量や放流量の決定に際し、同じ制御値をとる系列のなかでの平均化も必要であろう。超過確率方式で得られた制御値を再びSCRC方式で算定すると信頼度  $P=0.404$  と非超過確率0.9に比べ大幅に低下しているが、これらも入力での規定と制御結果との相違が理解できよう。また、SC方式の制御値でSCRC方式により信頼度を求めても  $P=0.541$  となった。乱数の発生方法に関するプログラム上の問題だけでなく、入力を一意的に与える場合と、確率分布特性をそのまま用いて目的関数値を算定する場合の相違が現われている。

以上のように各操作方式には制御特性がありそれらを認識したうえで適用しなければならない。さらに、利水操作への展開も必要であり、次章で多目的問題を取り扱おう。

### 3. 多目的操作への展開

近年、洪水終了後の利水時において大容量の貯水池では、貯水池内で水温の成層化が進み、それに伴って各種水質の長期悪化傾向が顕著である。ここでは制御対象として、最適操作手順の確立が急がれている濁質

問題を取り上げ、水量・濁質の2目的操作を考察しよう。

### 3.1 制御目的とその統合化

まず、式(1)に対応する低水管理の目的は、流域内に訪けられたいくつかの評価地点で、ある期間、常に必要量を満たす流量を確保することと定義すると

$$P \equiv \min \left\{ \frac{Q_{ml}}{Q_{md}} \right\}_{(m=1, 2, \dots, M)} \longrightarrow \max \dots \dots \dots (12)$$

かつ

$$P \geq 1$$

となる。ここに、 $Q_{ml}$ は制御後の評価地点  $m$  を通過する最低流量、 $Q_{md}$ は需要量である。また、濁質に関する制御目的は、各評価地点においてある濁度の上限值を決して上回らず、できる限り低くすることと定義すると、

$$D \equiv \max \left\{ \frac{C_{m \max}}{C_{md}} \right\}_{(m=1, 2, \dots, M)} \longrightarrow \min \dots \dots \dots (13)$$

かつ

$$D \leq 1$$

と表現することができる。ここに  $C_{m \max}$  は制御後の評価地点  $m$  を流下する濁度の最大値、 $C_{md}$  は評価地点  $m$  での濁度の上限值に使用しうる水質の限界値である。

さて、こうした2目的はその最適化の領域と方向が異なるので、単純に結合、最適化ができず、スカラー最適化手法やベクトル最適化手法の多目的計画法が用いられる。計算の便宜さを考えてスカラー最適化手法を用いると、具体的には、低水、濁質の相対評価を同一とし、濁質目的を逆数で表わし統合化するのである。その結果、全体の制御目的  $J$  は

$$J = \min \left\{ \frac{C_{md}}{C_{m \max}}, \frac{Q_{ml}}{Q_{md}} \right\}_{(m=1, 2, \dots, M)} \longrightarrow \max \dots \dots \dots (14)$$

かつ

$$J \geq 1$$

となる。

### 3.2 確率分布をもつ入力系列に対する多目的操作

水量ならびに濁質の最確値とその残差分布が予測されると、それらより制御すべき入力を設定してダム操作を施さなければならない。平均値方式あるいは超過確率方式では、水量と濁度に関して平均値もしくは超過確率にもとづく入力値を求め、統合化された目的での最適化を行えばよい。もし、得られた入力系列を  $QI_s^*(t)$ 、 $CJ_s^*(t)$  とおくと、DP の定式化は単ダム・単評価地点系では

$$f_t(S(t), CS(t)) = \max_{(0 \leq \alpha)} \left\{ \min \left[ \frac{C_d}{CS(t+1)}, \frac{O(t)}{Q_d}, f_{t-1}(S(t-1), CS(t+1)) \right] \right\} \dots \dots \dots (15)$$

となる。ただし、 $CS(t)$  は時刻  $t$  における貯水池内の濁度分布である。上式は貯水池内の濁度分布も状態量としているが、濁度の時間的変化が小さいため、通常は濁度分布を貯水量の関数とする状態量が1の近似式で表わされている<sup>12)</sup>。

S/C方式の適用に際しては、やはり乱数によって流入量、濁度を発生させて仮想の入力系列を求め式(15)に準ずる最適操作を行うのである。次に、こうした入力系列を多数発生させて多目的操作における制御の評価値  $J$  の頻度分布図を求め、望ましい超過確率を満たす制御値  $J$  と放流量系列、貯水量系列を求めるものである。

一方、SCRC方式においては、ある評価値  $J$ (式(14)の  $J$  に相当する) が達成できる確率を  $\bar{P}^J(S(T))$  とおけば、制御目的はその確率を最大化することになり

$$\bar{P}^J(S(T)) \rightarrow \max \dots\dots\dots (16)$$

とおくことができる。ただし、各時刻の貯水量の推移による経路確率  $P^J(S(t)|S(t-1))$  および放流量と放流濁度は次のようにして算定される。すなわち、時刻  $t+1$  での貯水池内の濁質分布が

$$CS(t+1) = h(CS(t), QI(t+1), CI(t+1), S(t), S(t+1)) \dots\dots\dots (17)$$

で表わされ、流量と濁質入力範囲は制御の達成度

$$\left( \frac{C_d}{C_{max}}, \frac{Q_d}{Q_d} \right) \geq j \dots\dots\dots (18)$$

より、それぞれ  $[QI_{min}(t+1), QI_{max}(t+1)]$ ,  $[CI_{min}(t+1), CI_{max}(t+1)]$  となり、流量および濁度の確率密度関数が独立であるとすれば、確率  $P^J$  は次式より算定される。

$$P^J(S(t+1)|S(t)) = \int_{QI_{min}(t+1)}^{QI_{max}(t+1)} g_{QI}(QI(t+1)) dQI \cdot \int_{CI_{min}(t+1)}^{CI_{max}(t+1)} g_{CI}(CI(t+1)) dCI \dots\dots\dots (19)$$

ただし、 $g_{QI}(\cdot)$ ,  $g_{CI}(\cdot)$  は、流量および濁質入力確率密度関数を表わしている。DP の定式化は式(19)と同じようになるが、前時刻の貯水池内の濁度分布によって、同じ貯水量から貯水量への推移であっても、当該時刻の濁質分布は異ってくる。したがって、濁度の上下限値は制御時刻だけでなく、前時刻の濁度の関数でもある。また、放流量および状態量とみなす貯水池内濁質は、それぞれの入力の実行可能範囲での確率密度関数より算定される期待値を用いることになる。

**4. 実流域への適用**

本確率的操作法の適用例として、四国地方吉野川水系の早朝浦ダムを取り上げよう。同ダムは下流の洪水災害を防ぐ治水面はもとより、徳島への水供給はいうまでもなく高知、愛媛、香川分水を含む利水面においても重要な位置をしめ、より効率的な操作方式の確立が望まれている。また、上流に破砕地区や地すべり地区が多く、ダム貯水池による濁質の長期化現象が社会問題になりつつある。そこで、筆者が既に展開した同ダムでの実時間利水操作手順<sup>1)</sup> に対して SCRC 方式を用い、実操作でのダム管理特性を得ようとするものである。

**4.1 入力予測**

オンラインでの実時間操作では入力予測が重要なウエイトを占めており、ここで低水・濁質予測法を概説しよう。

いま、長期間流出モデルの一つである自然てい減曲線を用いると、時刻  $t$  と  $t+\tau$  で流量には

$$Q(t+\tau) = Q(t) e^{-\alpha\tau} \dots\dots\dots (20)$$

の関係がある。ただし、 $\alpha$  はてい減係数である。式(20)の両辺を対数変換すると

$$\alpha\tau = \ln\{Q(t)\} - \ln\{Q(t+\tau)\} \dots\dots\dots (21)$$

となるので、時刻  $t$  での観測値として

$$y(\tau|t) = \ln\{Q(t+\tau)\} - \ln\{Q(t)\} \dots\dots\dots (22)$$

を用い、パラメータ  $\alpha$  を状態量  $x_q(\tau|t)$  とおくと、状態間の遷移構造を表現する状態方程式として

$$x_q(\tau|t) = \phi_{q,t|t-1}^T x_q(\tau|t-1) + u_{q,t}^T \dots\dots\dots (23)$$

状態量と観測値との関係を表現する観測方程式として



$$y_g(\tau|t) = \phi_{g,t}^* x_g(\tau|t) + w_{g,t}^* \dots \dots \dots (24)$$

である動的システムが得られる。ただし、 $\phi_{g,t|t-1}$  は遅れ  $\tau$  の推移係数、 $\phi_{g,t}^*$  は式(21)の  $\tau$  に相当する係数、 $u_{g,t}^*$ 、 $w_{g,t}^*$  はそれぞれ状態誤差、観測誤差である。 $u_{g,t}^*$ 、 $w_{g,t}^*$  を正規・白色雑音とすれば、フィルタリング理論の適用により予測誤差を最小にするてい減係数が時々刻々推定でき、式(21)の逆変換で予測流量が得られる。ハイドログラフの形状を求めるには制御期間 ( $T$ ) 全体に対する  $T$  個のフィルターが必要で、状態量も  $T$  個推定される。ところが、式(24)で明らかのように、各時刻での真のてい減係数は一つとみなせるので、最も多くの観測から得られた遅れ 1 ( $\tau=1$ ) の値を真の推定量とすることができる。その結果、フィルターは 1 次遅れだけを用い、得られた推定状態量に対して  $T$  個の推移係数  $\phi_{g,t+\tau|t}$  ( $t=1, 3, \dots, T$ ) を乗ずることによって、制御期間内の予測状態量、いいかえると、てい減係数と対応する時刻の流量が求められる。

一方、濁質予測であるが、河川表流水における流量と濁質の関係は複雑であり、その的確な把握は難しい。しかし、一般にダムへの流入濁度  $CI(t)$  と流入流量  $QI(t)$  との関係は式

$$CI(t) = a \{QI(t)\}^b \dots \dots \dots (25)$$

で表現できることが多い。上式のパラメータ  $a$ 、 $b$  は同一流域であっても出水ごとに多少変化するが、低水時には比較的安定した値をとっている<sup>14)</sup>。したがって、ある無降雨期間内の濁度が、その期間内に特有のパラメータ値をもつとすると、濁質予測は次のようになる。式(25)の両辺を対数変換すると、

$$\ln\{CI(t)\} = \ln a + b \ln\{QI(t)\} \\ - [1 \ln\{QI(t)\}] \begin{bmatrix} \ln a \\ b \end{bmatrix} \dots \dots \dots (26)$$

となる。ここで、 $y_g(t) = \ln\{CI(t)\}$  を観測値、観測行列を  $\Psi_{g,t} = [1 \ln\{QI(t)\}]$  とおくと、 $x_g = [\ln a \ b]'$  を状態量とする動的システムが得られる。ただし、' は転置を示す。時刻  $t$  でのパラメータを  $a(t)$ 、 $b(t)$  で表わせば、状態方程式は

$$\begin{bmatrix} \ln\{a(t)\} \\ b(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ln\{a(t-1)\} \\ b(t-1) \end{bmatrix} + u_{g,t} \dots \dots \dots (21)$$

観測方程式は

$$y_g(t) = [1 \ln\{QI(t)\}] \cdot \begin{bmatrix} \ln\{a(t)\} \\ b(t) \end{bmatrix} + w_{g,t} \dots \dots \dots (28)$$

となる。 $u_{g,t}$ 、 $w_{g,t}$  はそれぞれ状態誤差、観測誤差であり、正規・白色分布に従うと仮定すれば、やはり、フィルタリング理論を用いて状態量が推定される。こうして得られたパラメータに対して、予測流入量系列を与えることによって、制御期間内の濁質入力系列が予測される。

4.2 入力確率密度関数

フィルタリングによって予測された流量および濁度系列は、いずれも最確値であり、その回りに式(24)、(28)に示す誤差が加わっていることが予想される。そこで、流量に関して、 $w_{g,t}^*$  が  $N(0, W_{g,t}^*)$  なる正規分布であるとすると予測残差の分散は次のようになる。

$$E\{(y_g(\tau|t) - \hat{y}_g(\tau|t))^2\} = E\{(\phi_{g,t|t-1}^* x_g(\tau|t-1) - \phi_{g,t|t-1}^* \hat{x}_g(\tau|t-1) + w_{g,t}^*)^2\} \\ = \phi_{g,t|t-1}^* P_A(\tau|t-1) \phi_{g,t|t-1}^* + W_{g,t}^* \dots \dots \dots (29)$$

ここに、 $\hat{y}_g(\tau|t)$ 、 $\hat{x}_g(\tau|t-1)$ 、 $P_A(t|t-1)$  はカルマン・フィルターでいう時刻  $t-1$  からみた時刻  $t$  での予測観測値、予測状態量、および状態誤差の予測値であり、 $W_{g,t}^*$  は外乱の分散である。ゆえに、流量  $QI(t+\tau)$  は対数正規分布に従い確率密度関数は

$$g_{qt}(QI(t+\tau)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\zeta_t QI(t+\tau)} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{\{\ln(QI(t+\tau)) - \ln \widehat{QI}(t+\tau)\}^2}{\zeta_t}\right] \dots\dots\dots (30)$$

$$\zeta_t = \phi_{\epsilon,t|t-1} P(t|t-1) \phi_{\epsilon,t|t-1}^T + W_{\epsilon,t}^T \dots\dots\dots (31)$$

$$\widehat{QI}(t+\tau) = QI(t) \exp\{-\beta_{\epsilon}(\tau|t)\} \dots\dots\dots (32)$$

より求められる。また、濁質に関しても上式と同様に、予測値のまわりに対数正規分布に従う確率密度関数が存在する。

4.3 適用条件

ダム操作の実施にあたっては、現在までの降雨、および流出流量、流出濁度観測に従って、制御期間長、計算時の仮想最終貯水量を決めなければならない。しかし、本適用例では制御特性の把握に重点を置くので上記の気象条件に関する逐次修正は行わず、Table 2のような定数を用いる。一方、流量ならびに濁質予測における諸係数は Table 3 に示してある。貯水池内の濁質解析には完全混合モデルを用いているので、式(17)は

Table 2 Information data of the dam reservoir and the estimate point on Sameura dam control system.

制御期間, $T$	22日
貯水容量, $V$	$2.42 \times 10^8 \text{m}^3$
貯水池初期貯水量, $S(0)$	$2.21 \times 10^8 \text{m}^3$
貯水池初期濁度, $CS(0)$	6.5 ppm
仮想最終貯水量, $S(T)$	$1.94 \times 10^8 \text{m}^3$
許容流量, $Qd$	5.0 m <sup>3</sup> /day
許容濁度, $Cd$	20.0 ppm

Table 3 Information data of coefficients and initial values on Kalman filter.

Quantity

State transition coefficient	$\tau=1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11						
	0.875	0.750	0.750	0.750	0.625	0.625	0.625	0.625	0.500	0.500	0.500						
System noise covariance	$\tau=12$	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22						
	0.500	0.500	0.500	0.500	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375	0.375						
Initial state value	0.777			Measurement noise covariance							1.0						
Turbidity	0.2			Initial covariance of the error							1.0						
State transition matrix	$I (2 \times 2)$			Measurement noise covariance							1.0						
System noise covariance matrix	(1.1)	0.05			Initial covariance matrix of the error							(1.1)	0.3				
	(1.2)	-0.01												(1.2)	-0.1		
	(2.1)	-0.01														(2.1)	-0.1
	(2.2)	0.05															
Initial state value	$\ln a$	0.3															
	$b$	0.6															

$$CS(t+1) = \frac{S(t) \cdot CS(t) + QI(t+1) \cdot CI(t+1)}{S(t) + QI(t+1)} \dots\dots\dots (32)$$

となる。したがって、濁質に関する確率密度関数の積分範囲は  $S(t+1)$  の取り方には無関係に

$$CI(t+1) = \max\left\{ \frac{1}{QI(t+1)} \left( \frac{Cd}{j} (QI(t+1) + S(t)) - S(t) \cdot CS(t) \right), 0 \right\} \dots\dots\dots (33)$$

より求められる。

4.4 適用と考察

制御は1977年の9月24日より、11月2日の40日間で日単位の制御を行い、達成度として  $j=1.5, 1.7, 2.5$  を採用した。制御期間内に多少の降雨があり流入量の増加が認められるが、治水制御の切り換えを必要としない出水であるから、利水操作を続けることにした。Fig. 7 は制御時刻  $t=2, 10, 21$  の時点における予測流量系列である。流量のてい減を前提にしてハイドログラフを予測しているので  $t=10$  では実測値が増して予測形状とはかなり異っているが、 $t=2$  あるいは21のてい減開始時は予測形状の精度が高いのがわかる。

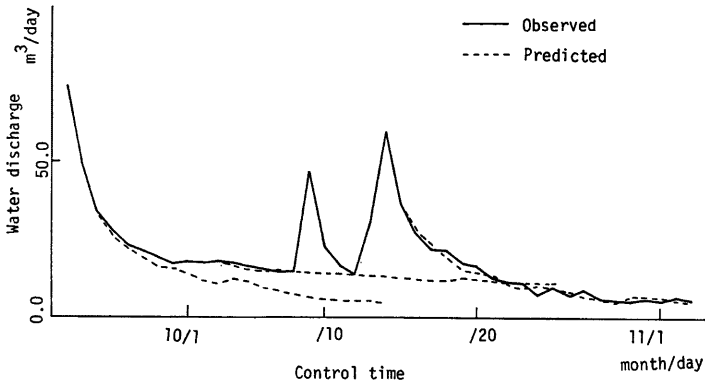


Fig. 7. Comparison of the water discharge between the predicted inflow and the observed inflow.

Fig. 8 および Fig. 9 は流量と濁度における予測残差の推定値と実測残差との比較である。流量に関しては、全体的に推定値の方が実測値よりも大きな値をとっている。これは、残差の推定に用いる観測誤差の分散がモデルの真値より大きかったのであろう。本予測モデルは1975年～1976年の2年分のデータより諸係数の設定を行っているため Training 期間が短かすぎ、流域に固有の値を算定していないことが考えられる。今後、入力の状態に応じて分散の推定を行う Adaptive なパラメータ予測をはからねばならないであろう。これに対して、濁質流出に関しては、実測残差にバラツキがみられるものの予測した残差の分散の範囲内にとどまっている。ただ、流量の増加があり濁度系列に変化が生じると残差も大きくなる傾向が現われている。両図とも1日遅れの値をプロットしたものであり、2日以上の実測残差は図中の予測値よりも大きな値をとっており、1個のフィルターではなく制御期間長に対応したフィルター数の使用を再考する必要がある。

Fig. 10 は各制御時点における達成度の最終確率である。 $j=2.5$  で制御を続けるなら  $t=12\sim 19$ 、および  $t=31\sim 40$  にかけては確率（信頼度）が急激に低下し、その値をほとんど達成できないことになる。ところが、 $j=1.7$  では  $t=35\sim 40$  だけが低確率であり、 $j=1.5$  では全て確率1で達成できる。ゆえに、信頼性の高い操作を行うなら、 $t=1\sim 11$  までは  $j=2.5$  の制御系列を用い、 $t=12\sim 20$  では  $j=1.7$  とし、 $t=21$

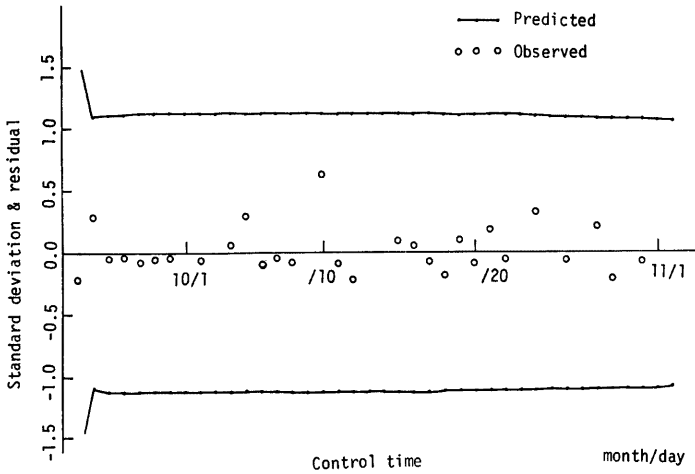


Fig. 8. Standard deviation and residual, quantity.

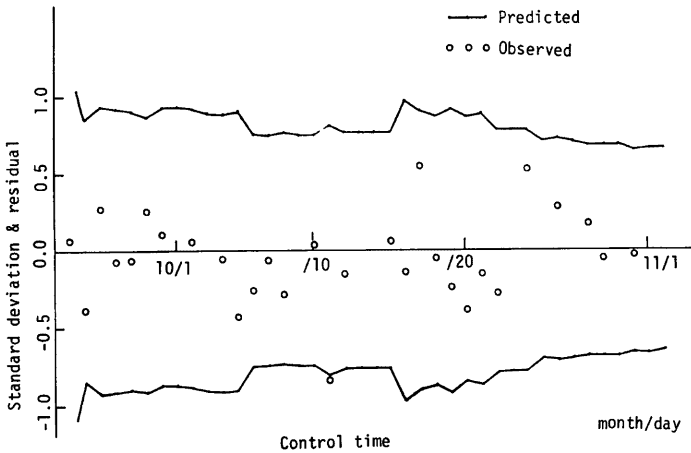


Fig. 9. Standard deviation and residual, turbidity.

~28では再び2.5とし、 $t=29\sim33$ では $j=1.7$ 、 $t=34\sim40$ では $j=1.5$ の制御系列でもって制御を行うことができるなら、全期間にわたって信頼度が1となる。このように、本方式を用いることによって、望ましい信頼性の保持した達成度の決定、すなわち、貯水量操作に関する意志決定を下すことができる。さらに、いかなる確率においても達成度が1より低くなる場合は、濁水あるいは濁質被害の発生とみなし別の操作ルールへの移行をはからなければならない。Fig. 11は $j=2.5$ のときの実貯水量系列と放出濁度系列である。貯水量が多いので完全混合モデルでは濁度はほとんど変化しない結果になっており、より正確な制御を行う

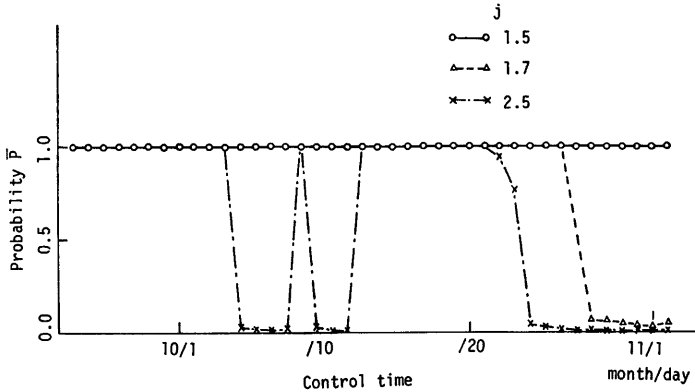


Fig. 10. Comparison of the controlled probability between three different control criteria  $j$  values.

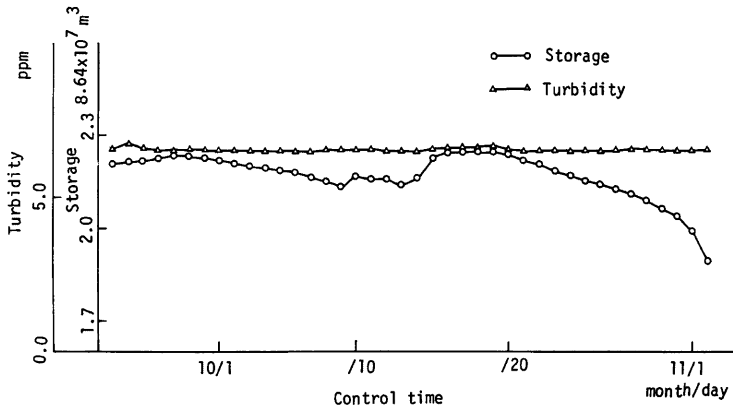


Fig. 11. The controlled sequences of turbidity and storage volume.

には一次モデル、二次モデルの適用が必要であろう。貯水量系列は、時間とともにゆるやかに低下し、流入量が増加した時にのみ増加している。これは、現行のように常に同じ貯水位を保つ方式では、制御の信頼性が次第に低下していくことを意味し、入力の予測レベルに応じて放流量を増加することの重要性を表わしている。

## 5. 結 語

本研究はダム貯水池の実時間操作方式を確立すべく、現在の入力予測のもとでの予測残差の分布形を考慮した各種方式を提案し、その制御特性を比較したものである。それに加えて、実流域での適用をはかり実際のダム貯水池での問題点と逐次予測が繰り返される場合の制御結果について考察を加えたものである。ここ

で、得られた成果ならびに今後の課題を要約すると以下ようになる。

- i) 計算の実行の容易な方法として1つのハイドログラフの形状で与える平均値方式および制御の安全性を確保する超過確率方式を提案し、任意流況での適用を通じて制御特性を明らかにした。
- ii) 予測残差の統計的特性を利用する方法として、乱数を用いて誤差量をシミュレートし多数の仮想ハイドログラフを与え、得られた制御解の頻度分布より任意の超過確率に対応する放流量を実放流量とするSC方式を提案した。
- iii) SC方式は仮想ハイドログラフの発生回数を増やすと計算時間が大幅に増加する、超過確率の取り方に一定基準がない、などの問題点を有するが、統計資料の少ない流域、または台風性降雨のようにその進路をシミュレートするにも適用可能であるなど応用範囲も広い。
- iv) 上述の方式が制御目的を満足するように操作の最適化を行っていくのに対し、ある制御値を満たす操作のなかで確率的に最も高いものを求める方式として提案したのがSCRC方式である。すなわち、予測残差の確率密度関数をそのままの形で用いようとする方法である。確率的に高い制御を行うには、治水では、なるべく初期に貯水量を空けておき、高い信頼性が得られない制御では初期から貯留されている。また、利水では反対の結果になっている。制御の達成度とその確率が得られているので、確率に応じて達成度を変化すれば、より信頼性の高いダム操作となるであろう。
- v) さらに、こうした方式を単一目的だけでなく、スカラー最適化手法で統合化された多目的操作へ拡張し、治水から利水までの貯水池操作を可能にした。
- vi) 実流域の適用例に用いた利水時の予測方法では、小出水を十分に予測できておらず、制御の確率が低く評価される場合がある。今後、長期気象予報、流出解析法の結合をはかり、予測方法の改善をはかりたい。
- vii) なお、多年の観測データによる適用より、制御結果からみた貯水量系列や放流量系列のパターン化、すなわち、簡略化した操作ルールが抽出されれば、制御の達成度に対してある信頼性をもった実際的な操作方針が確立できよう。

#### 参 考 文 献

- 1) Hall, W. A. : Optimum Design of a Multiple-Purpose Reservoir, Jour. of Hydraulic Division, Vol. 90, 1964, pp. 141-149.
- 2) 高棹琢馬, 瀬能邦雄; ダム群による洪水調節に関する研究(I)- DP の利用とその問題点一, 京都大学防災研究所年報, 第13号B, 1970, pp. 83-103.
- 3) Heidari, M., Chow, V. T., Kototovic P. V. and Merdith, D. D. : Discrete Differential Dynamic Programming for Approach to Water Resources Systems Optimization, Water Resources Research, Vol. 7, No. 2, 1971, pp. 273-282.
- 4) 竹内邦良: 貯水量の累加損失係数を用いた貯水池群の最適操作手法, 土木学会論文報告集, No. 222, pp. 93-103.
- 5) 高棹琢馬, 池淵周一, 小尻利治: ダム群制御システムにおける分割化基準と河道流下の非線形性, 京都大学防災研究所年報, 第20号B-2, 1977, pp. 169-183.
- 6) Takasao, T., Ikebuchi, S. and Kojiri, T. : An Approach to the Adaptive Flood Control by Multi-Reservoir Systems, The Memoirs of the Faculty of Eng., Kyoto Univ., Vol. XXXVIII, Part 3, 1976, pp. 103-116.
- 7) 高棹琢馬, 小尻利治, 阿佐美一郎: 利水時におけるダム貯水池の実時間操作に関する考察, 土木学会第35回年次学術講演会講演概要集, 1980, pp. 262-263.
- 8) 竹内邦良, 吉川秀夫: 湯水持続曲線法とマスカーブ法, 土木学会論文報告集, 第303号, 1980, pp. 53-63.
- 9) 日野幹雄: 水文流出系予測へのカルマン・フィルター理論の適用, 土木学会論文報告集, 第221号, 1974, pp. 39-47.

- 10) 高棹琢馬, 椎葉充晴: 状態空間法による流出予測—kinematic wave 法を中心として—, 京都大学防災研究所年報, 第23号B-2, 1980, pp. 211-216.
- 11) 辻本善博, 萩原良巳, 中川芳一: 確率分布をもった型紙による洪水期貯水池操作, 土木学会第23回水理講演会論文集, 1979, pp. 263-268.
- 12) 高棹琢馬, 池淵周一, 小尻利治: 濁質水を考慮したダム制御に関する一考察, 京都大学防災研究所年報, 第23号 B-2, 1979.
- 13) たとえば, 有本 卓: カルマン・フィルター, システムサイエンスシリーズ, 産業図書, 1977.
- 14) 安芸周一, 白砂孝夫: 貯水池の流動形態のシミュレーション解析—その一発電専用貯水池の流動形態—, 発電水力, No. 134, 1975.