

## 角柱振動時の風圧力特性について（その3）

石崎 潑雄・谷池 義人

### ON THE AERODYNAMIC PRESSURES ACTING ON OSCILLATING PRISMS (PART 3)

By *Hatsuo* ISHIZAKI and *Yoshihito* TANIKE

#### Synopsis

The characteristics of the mean and the dynamic pressures acting on the side surfaces for a three dimensional prism with side ratio 2 (short edges normal to the wind direction) oscillating transversely in uniform flow were examined in the previous paper (part 1, 2). The purpose of this paper is to investigate the mechanism of the convective pressures along the flow on the side surfaces of the three dimensional prisms with side ratios 1 and 2. Wind tunnel experiments were performed under the same conditions as the previous studies. The following main results are obtained.

- 1) It seems that the convections of the pressures on side surfaces correspond to the movements of the vortices produced by the separated flow at leading edges.
- 2) The convection velocities of the pressures along the flow are about 40 percents of the approaching flow velocities. The velocity rates nearly keep constant irrespective of the shape and the oscillating amplitude of prismatic structures.

#### 1. ま え が き

角柱が風により風向直角方向に振動するとき、側面全体に作用する非定常空気力の特性については、これまでに土木構造物の研究者等<sup>3)~7)</sup>によって論じられている。著者等も3次元的な拡がりをもつ建築構造物を対象として、非定常空気力に関する研究を行い、その特性について調べている<sup>15),16)</sup>。その結果、渦励振やギャロッピング等の風向直角方向の振動性状は、建物の質量と減衰定数の積からなる質量減衰パラメータの値によって大きく変化することがわかった。しかしながら、非定常空気力は振動角柱の側面全体に作用するものであるため、この空気力の形成過程や伝播機構あるいは側面の各位置に加わる風圧力の大きさ等の詳細な情報は、依然としてわかっていない。これらの情報を得て、渦励振やギャロッピングの発生機構を更に詳しく解明するための有効な手段として、振動角柱の側面各部に加わる風圧力（非定常な風圧力と呼ぶ）を測定する方法が考えられる<sup>8)~11)</sup>。そこで3次元角柱の側面の各位置に圧力の測定点を設け、角柱が乱れの小さい気流中で風向直角方向にロッキング振動するとき、各測定点に加わる風圧力の特性を調べてみることにした。

前報の（その1）<sup>1)</sup>では風向方向に断面の細長い辺長比1:2の角柱を用いて、この風圧力の時間平均的な成分の特性について調べた。（その2）<sup>2)</sup>では時間変動的な成分を取り上げ、各測定点に加わる風圧力の形成成分、風圧力と振動変位の位相差及び風圧力のなす仕事と振動発生との関係等を求めた。本論文（その3）では、新たに辺長比1:1の正方形断面角柱について、この風圧力の時間変動成分の様々な特性を求め、角柱の形状による振動性状の違いを調べている。更に1:2、1:1角柱のそれぞれの側面に加わる風圧力と変位との位相差あるいは2測定点間の風圧力の時間空間相関から、この風圧力の形成過程や流れに沿った伝播機構等も調べている。

## 2. 実験概要

### 2.1 模型

使用した模型は、前報の(その1)<sup>1)</sup>、(その2)<sup>2)</sup>で用いた断面の辺長比1:2の長方形断面角柱(短辺が風に直面)の他に、新たに辺長比1:1の正方形断面角柱を加えた。それらの寸法と形状をFig.1に示す。材料はいずれもアクリル板を用いて、側面と上面を厚さ3mm、底面を厚さ5mmとした。+印で示した圧力測定孔の内径は1mmで、片側面に17個づつとし両側面に設けた。1:1角柱の測定孔の番号付けと名称を前報の1:2角柱に倣ってFig.2に示す。角柱頂部あるいは地板等による3次元的な流れの影響を考慮するために、ここでは側面を上、中、下層に分けて、各層ごとの非定常な風圧力の特性を調べた。

### 2.2 実験方法

風洞及び強制振動装置は前報(その1, その2)<sup>1)2)</sup>と同じものを用いた。風洞気流は前報と同様高さ方向に速度勾配のほとんどない一様流(乱れの強さ0.5%以下)とした。風速の測定はピトー管を用いて測定し、実験風速 $V$ を1.8~8.0m/sの範囲とした。角柱の強制振動数 $f_m$ は、1:1角柱の場合5.8Hz、1:2角柱の場合4~8Hzとした。また、 $V$ を $f_m$ と風に直面する角柱の幅 $b$ で割って無次元風速 $\bar{V}(=V/f_m b)$ を求め、1:1角柱では $\bar{V}$ を4.4~10、1:2角柱では4.5~40の範囲とした。無次元振幅 $\bar{\gamma}(=\gamma_0/L)$ は角柱頂部の水平振幅、 $L$ は回転中心から角柱頂部までの長さ)は両方の角柱に共通で、0.03、0.015、0.0075の3種類とした。

時間的に変動する圧力(変動圧)の測定には、差圧式の拡散型半導体圧力変換器(T社製 DD 102 A-0.3 F)を用いて、側面の両側(同じ番号をもつ2つの測定孔)に作用する圧力の差(差圧)を求めた。この圧力変換器を5台使用して、各層ごとの変動圧を同時に測定した。但し、6章の時間空間相関は、両側面の差圧ではなく片側面に作用する変動圧から求めた。圧力変換器からの出力は直流アンプ(T社製 AA-3000)

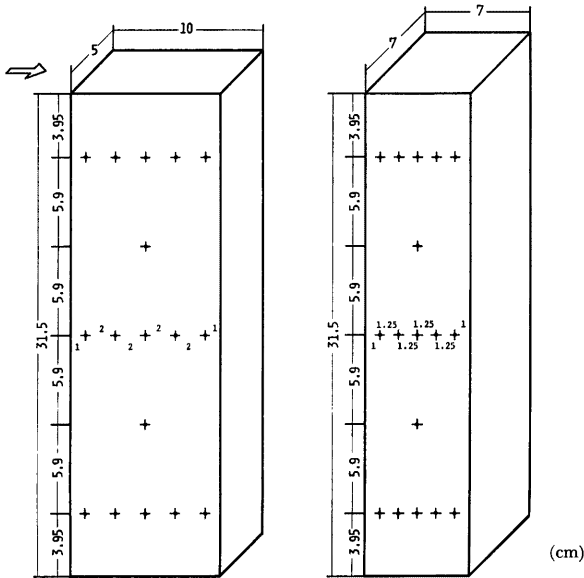


Fig. 1. Models.

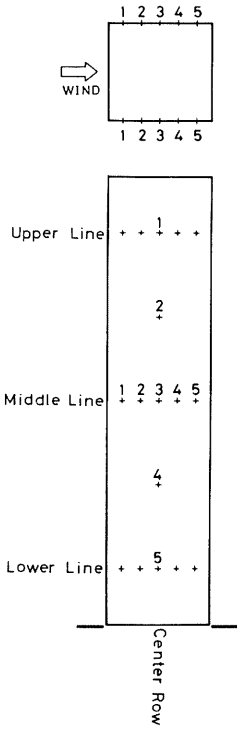


Fig. 2. Numbering of pressure holes.

風圧力の変動成分の大きさと位相差を求め、今回再び使用する1:2角柱では、2つの測定点に加わる変動圧の時間空間相関係数を、新たに求めることにする。変動圧の大きさと位相差は、データレコーダーからの出力を10 Hzのローパスフィルターを通した後、ペンレコーダー(W社製 WR-3001)に同時に描かせてグラフから読み取った。時間空間相関係数は100 Hzのローパスフィルターを通した後、シグナルプロセッサ(S社製 7T 07 A)を用いて解析し、X-Yプロッターに描かせた。A-D 変換の読み取り時間は1/1000秒とし、8秒間のデータを解析した。

### 3. 非定常な風圧力と振動発生

#### 3.1 非定常な風圧力の定式化

Fig. 3 に1:1角柱の側面中層部に加わる変動圧（ここでは非定常な風圧力の変動成分）の記録例を示す。左側の数字は測定点の位置を、 $y$  は振動変位を示す。変動圧はいずれもほぼ正弦的であり、それらの振動数も変位の振動数  $f_m$  に等しい。また、図中の一点鎖線と破線との差が変位と圧力の位相差を示し、破線が一点鎖線より右側にあるとき、圧力は変位に対して位相の遅れをもち、逆に左側にあるとき、圧力は変位に対して位相の進みをもつ。この波形記録から変動圧の振幅（非定常な風圧力の振幅）と変動圧と変位との位相差を読み取った。読み取りは  $\bar{P}=4.4$  以外に  $\bar{P}=6.2, 8, 10$  でも行った。これらの風速域は1:1角柱の渦励振の開始時期に対応し、ここでは非定常な風圧力が渦励振の発生にどのような影響を及ぼすかを検討する。

各測定点での水平変位を  $y_i$ 、変動圧を  $P_i$  とし、これらを(1)、(2)式で表わす。

$$y_i = y_0 \cos 2\pi f_m t \quad \dots\dots\dots(1)$$

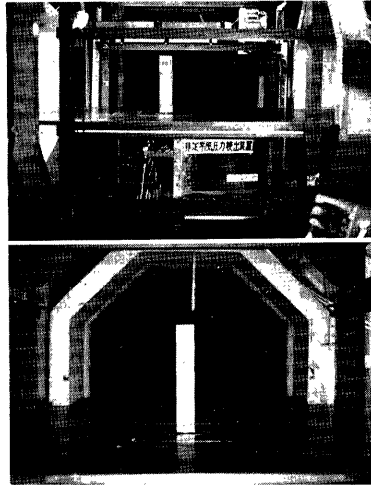


Photo. 1. Experimental set up in wind tunnel.

で増幅し、差動トランスからの角柱の振動変位を示す出力と共にデータレコーダーに記録した。強制振動装置や実験概要の更に詳しい説明については前報<sup>1)</sup>を参照されたい。なお、Photo. 1 に実験時の風景を示す。

#### 2.3 解析方法

1:1角柱では、前報の1:2角柱の場合と同様<sup>1,2)</sup>、非定常な

1:1角柱では、前報の1:2角柱の場合と同様<sup>1,2)</sup>、非定常な

風圧力の変動成分の大きさと位相差を求め、今回再び使用する1:2角柱では、2つの測定点に加わる変動圧の時間空間相関係数を、新たに求めることにする。変動圧の大きさと位相差は、データレコーダーからの出力を10 Hzのローパスフィルターを通した後、ペンレコーダー(W社製 WR-3001)に同時に描かせてグラフから読み取った。時間空間相関係数は100 Hzのローパスフィルターを通した後、シグナルプロセッサ(S社製 7T 07 A)を用いて解析し、X-Yプロッターに描かせた。A-D 変換の読み取り時間は1/1000秒とし、8秒間のデータを解析した。

### 3. 非定常な風圧力と振動発生

#### 3.1 非定常な風圧力の定式化

Fig. 3 に1:1角柱の側面中層部に加わる変動圧（ここでは非定常な風圧力の変動成分）の記録例を示す。左側の数字は測定点の位置を、 $y$  は振動変位を示す。変動圧はいずれもほぼ正弦的であり、それらの振動数も変位の振動数  $f_m$  に等しい。また、図中の一点鎖線と破線との差が変位と圧力の位相差を示し、破線が一点鎖線より右側にあるとき、圧力は変位に対して位相の遅れをもち、逆に左側にあるとき、圧力は変位に対して位相の進みをもつ。この波形記録から変動圧の振幅（非定常な風圧力の振幅）と変動圧と変位との位相差を読み取った。読み取りは  $\bar{P}=4.4$  以外に  $\bar{P}=6.2, 8, 10$  でも行った。これらの風速域は1:1角柱の渦励振の開始時期に対応し、ここでは非定常な風圧力が渦励振の発生にどのような影響を及ぼすかを検討する。

各測定点での水平変位を  $y_i$ 、変動圧を  $P_i$  とし、これらを(1)、(2)式で表わす。

$$y_i = y_0 \cos 2\pi f_m t \quad \dots\dots\dots(1)$$

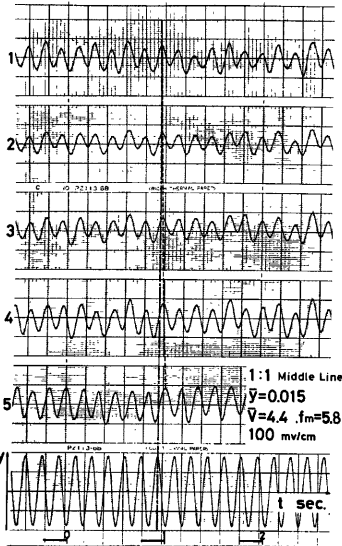


Fig. 3. Time records of pressures on side surfaces and a transverse displacement of model 1:1.

Fig. 4(a~d)に1:1角柱の無次元振幅 $\bar{r}$ の大きさによる $W_i$ と $\beta_i$ の変化を各層ごとに分けて示す。ここで位相差 $\beta_i$ を $-180^\circ < \beta_i \leq 180^\circ$ の範囲で表わした。なお $\beta_i$ が $180^\circ$ より大きくなる場合は、 $\sin \beta_i < 0$ になるので $(180^\circ - \beta_i)$ の値で示し、逆に $\beta_i$ が $-180^\circ$ 以下になる場合は、 $\sin \beta_i \geq 0$ になるので $(360^\circ + \beta_i)$ の値で示した。

$\bar{r} = 4.4$ のときの仕事 $W_i$ は、 $\bar{r}$ の大きさにかかわらず各層ともわずかに負になっており、振動は発生しないものと思われる。位相差 $\beta_i$ を見ると、風下側に向うにつれて位相の遅れが大きくなるが、1:2角柱の $\bar{r} = 4.5$ のとき(前報その2)<sup>2)</sup>と異なり、 $180^\circ$ 以上の遅れにならないために風下側での $W_i$ も正にはならない。なお $\bar{r} = 0.03$ のとき、上、中層の $\beta_i$ は側面全体にわたりほぼ0になる。これについては測定誤差等の原因が考えられるが、現在のところ明らかではない。側面の幅が短くなると、角柱前縁で剥離した流れが後縁付近に達するまでの時間も短くなる。そのため1:1角柱の風下側での位相の遅れは1:2角柱に比べて小さくなる。 $\bar{r}$ が更に低くなると、風下側の $\beta_i$ は $180^\circ$ 以上の位相の遅れをもち、 $W_i$ が正になる可能性も考えられる。1:2角柱では共振風速 $V_{res}(\approx 12.2)$ の約1/2.7の低風速域、すなわち $\bar{r} = 4.5$ で $W_T$ が正になり、限定振動が発生し得る。1:3角柱では著者等の非常空気の測定結果<sup>16)</sup>から $V_{res}(\approx 16.7)$ の約1/2.8の低風速域、すなわち $\bar{r} = 6$ で $C_f$ (非常空気のうちで振動速度と同位相の成分)が正になり振動が発生し得る。このことから1:1角柱でも $V_{res}(\approx 9.1)$ の約1/3前後、すなわち $\bar{r} = 3$ 前後になると $W_T$ が正になり、ピーク応答を示す限定振動が発生するのかもしれない。なお1:1角柱の $V_{res}$ は角柱を静止させた状態で、側面に加わる変動圧をスペクトル解析して求めた。2次元角柱を用いた実験でも、 $V_{res}$ の約1/2~1/3の低風速域で限定振動の発生が考えられるが、3次元角柱の実験結果に比べるとそのときの発生風速は若干高くなる。例えば2次元の1:1、1:2角柱の低風速域での振動は、それぞれ $\bar{r} = 4$ 、 $\bar{r} = 5$ 前後で生じると言われ、本実験結果に比べると多少高くなる。

$\bar{r} = 6.2$ のときの $W_i$ は、 $\bar{r} = 0.03$ の場合を除きわずかに負になっており、 $\bar{r} = 4.4$ のときとよく似ている。 $\bar{r} = 0.03$ の場合は上、中層で $W_i$ の負値が $\bar{r} = 0.015, 0.0075$ のものに比べて大きくなる。従ってこの風

$$P_i = P_{0i} \cos(2\pi f_m t + \beta_i) \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここで $y_{0i}$ 、 $P_{0i}$ は*i*点の変位と変動圧の振幅を示す。 $\beta_i$ は圧力と変位との位相差を示し、この値が正のとき圧力は変位に対して位相の進みをもつ。また、各測定点に加わる風圧力のなす1サイクルあたりの仕事 $W_i$ は(3)式で表わされる。

$$W_i = \int_0^{1/f_m} P_i dy_i = \int_0^{1/f_m} P_i y_i dt \\ = \pi P_{0i} y_{0i} \sin \beta_i \quad \dots\dots\dots(3)$$

$P_{0i}$ 、 $y_{0i}$ は正であるから $0 < \sin \beta_i < 1$ のとき、つまり $2n\pi < \beta_i < (2n+1)\pi$ のとき(但し $n$ は整数)、 $W_i$ は正になり*i*点に加わる非定常な風圧力は、角柱の振動を増大させる働きをする。また、角柱の側面全体に加わる非定常な風圧力のなす仕事 $W_T$ を(4)式で表わす。

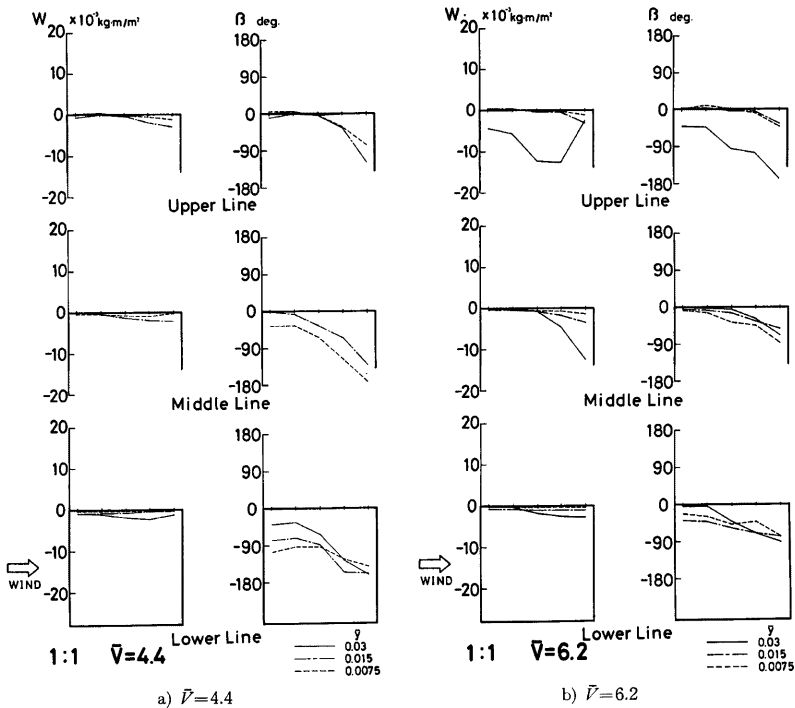
$$W_T = \sum_i^{U, M, L} a_i W_i \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここで $a_i$ は側面の面積を比例配分したときに*i*点の分担する面積を示し、U, M, Lは上, 中, 下層の測定点の合計を意味する。 $W_T$ が正になるとき、風向直角方向の振動、すなわち渦励振の発生が考えられる。

### 3.2 非定常な風圧力のなす仕事と位相差

速域で振動は発生しないものと思われる。このことは著者等の非定常空気力の実験結果<sup>15)</sup>において  $C_T$  が負になることから、あるいは自由振動実験において振動の発生が見られないことから確認される。また、風下側での位相の遅れは、 $\bar{V}$  の増加につれて回復するようである。風上側と風下側の測定点間の  $\beta_i$  の差は  $\bar{V}$  の大きにかかわらずほぼ一定になる。このことは、圧力の伝播速度は振幅の大きさに影響されずほぼ一定になることを示している。同様の傾向が他の風速域においてもうかがわれる。 $\beta_i$  が平坦となる領域、つまり風上側と風下側の測定点間での  $\beta_i$  の差がほとんどなくなる領域は、 $\bar{V}$  が高くなるにつれて広がる傾向にある。例えば  $\bar{V}=4.4$  のとき、測定点(1)と(2)を結ぶ  $\beta_i$  の直線がほぼ平坦になる。風速が少し高くなり  $\bar{V}=6.3$  になると、(1)と(2)あるいは(1)と(3)を結ぶ直線がほぼ平坦となり、 $\beta_i$  の差がなくなる領域は風下側へと広がる。更に風速が高くなり  $\bar{V}=10$  になると、場合によっては(4)の測定点にまでその領域が広がる。このことは、風速が高くなると風上側の側面では、圧力がほとんど同時に伝播されることを意味する。前報の 1:2 角柱の  $\beta_i$  においても同様の傾向が見られる<sup>2)</sup>。

$\bar{V}=8.0$  のとき、 $\beta_i$  は上層に向うにつれてあるいは  $\bar{V}$  が小さくなるにつれて大きくなり、正の値をとる。したがって  $W_i$  も上層の順あるいは  $\bar{V}$  の小さい順に正となり、振動を生じさせる力が側面に作用する。前報<sup>2)</sup> の 1:2 角柱においても、 $\bar{V}$  が 16 付近の風速域では、 $\bar{V}$  の小さい順に位相の進みを生じる。 $\bar{V}$  の小さい順に  $\beta_i$  が正になることから、これらの風速域では、不安定なリミットサイクルは存在しないものと思われる。側面全体の  $W_T$  は、 $\bar{V}=0.0075$  のとき  $W_T=0.7 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}$ 、 $\bar{V}=0.015$  のとき  $W_T=0.43 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}$ 、 $\bar{V}=0.03$  のとき  $W_T=-6.2 \times 10^{-5} \text{ kg}\cdot\text{m}$  となり、 $\bar{V}$  の増加につれて小さくなり最後には負になる。このとき発生する振動は、 $\bar{V}$  が 0.03 以上の大振幅のものにはならず、角柱の質量あるいは減衰が小さいときで高々



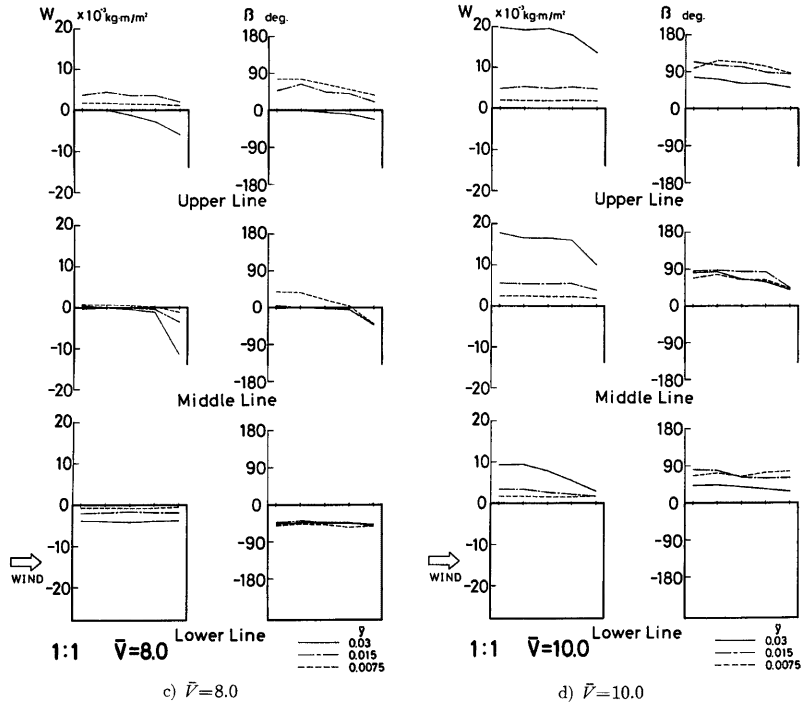


Fig. 4. Works done by pressures on side surfaces and phase angles relative to transverse displacements of model 1 : 1 with various reduced wind velocities.

$\bar{r}=0.015$  程度のものであり、質量あるいは減衰が大きくなると  $\bar{r}=0.0075$  前後の微小振幅のものになるだろう<sup>8)</sup>。この振動の発生には、上層部に加わる非定常な風圧力が寄与する。 $\bar{r}$  の大ききにかかわらず  $\bar{V}=8.0$  のときは、同期領域内に入るが位相の急激な変化は見あたらない。風速の増加につれ、位相が徐々に進み、 $\bar{V}=8.0, \bar{r}=0.0075$  のとき  $\beta_i$  が正になり、振動の発生が考えられるが、このときの風速がたまた同期領域内にあったに過ぎない。1 : 2 角柱の場合にも同じ傾向がうかがわれ、この同期現象は位相の進退に何ら影響を及ぼさないことが分る。

$\bar{V}=10$  になると、さらに位相が進み、 $\beta_i$  は上、中、下層とも正になる。風上側と風下側の測定点間の  $\beta_i$  の差は、 $\bar{r}$  の大ききにかかわらずほぼ一定になる。これらの測定点に対応した  $W_i$  は、もし非定常な風圧力(ここでは  $P_{0i}$  を意味する)が側面全体にわたりはほぼ一定であるとすると、 $\sin \beta_i$  の変化に比例した大ききとなる。下層部の風上側と風下側の  $W_i$  と  $\beta_i$  を見ると、 $\bar{r}=0.03$  のときの  $W_i$  の減少の割合は、 $\sin \beta_i$  の減少の割合に比べてかなり大ききなる。このことは、 $\bar{r}$  が大ききになると下層部に加わる非定常な風圧力  $P_{0i}$  は、風下に向うにつれて小さきなることを意味する。1 : 2 角柱の下層部においても、 $P_{0i}$  が風下に向うにつれて減少する現象が見られ、この現象は  $\bar{V}$  と  $\bar{r}$  の増加につれて顕著になる。 $\beta_i$  を側面全体にわたって平均すると、 $\bar{r}=0.015, 0.0075$  のときはほぼ  $90^\circ, \bar{r}=0.03$  のとき  $90^\circ$  より若干小さい程度になり、著者等が以前求めた非定常空気力と変位との位相差  $\beta_Q$  の値ともよく一致する<sup>15)</sup>。 $90^\circ$  の位相の進みは、空力負減衰効果を最も高め、振動の発達を助長させる働きをする。各層の  $W_i$  はいずれも正となり、 $\bar{r}$  の増加につれて飛躍的に大ききなる。

したがって振動は発達し、質量や減衰の大きさによっては $\bar{v}=0.03$ 以上の大振幅のものになることが予想される。 $\bar{v}$ が10以上になると、 $\beta_i$ は更に進み、 $90^\circ$ より大きくなり、空力負減衰効果は $\bar{v}=10$ のときに比べて、若干小さくなると思われる。このためこの風速域で発生する振動は、風速と伴に発達し続けるのではなく、角柱の質量や減衰の大きさによっては $\bar{v}=10$ 前後をピークとして減少することも考えられる。このピーク応答を示す限定振動は、1:1角柱の場合 $V_{res}$ 付近に生じ、一般的に渦励振と呼ばれている。

#### 4. 2次元角柱の風圧力と変位との位相差

非定常な風圧力と変位との位相差 $\beta_i$ について、本実験結果（前報の1:2角柱を含む）と2次元結果との比較をFig.5に示す。ここで示した本実験結果は、側面中層部の $\beta_i$ である。図中の $a/d$ は前報（その1）<sup>11</sup>で示したように、2次元の無次元振幅を意味する。1:1角柱の $\bar{v}=0.03, 0.015, 0.0075$ を2次元の $a/d$ に換算すると、それぞれ $a/d \doteq 0.11, 0.056, 0.028$ になる。これらの値と一致する2次元結果は見あたらなかったため、ここでは $a/d \doteq 0.11$ に比較的近い $a/d=0.2$ のときの2次元結果を示す<sup>9-11</sup>。1:2角柱の $\bar{v}$ を $a/d$ に換算すると、それぞれ $a/d=0.16, 0.08, 0.04$ になる。ここではこれらの値と一致するものを含め、 $a/d=0.1, 0.08, 0.04$ のときの2次元結果を示す<sup>9-11</sup>。また、( )内に示した2次元の無次元風速と3次元の無次元風速とをできるだけ一致させた。

1:1角柱の場合、 $a/d$ の値が2次元と3次元で2倍程度異なるためか、両者の $\beta_i$ の性状には多少の差がある。例えば3次元の $\beta_i$ は $\bar{v}$ が8から10にかけて正に移行するのに対し、2次元の $\beta_i$ は依然として負のま

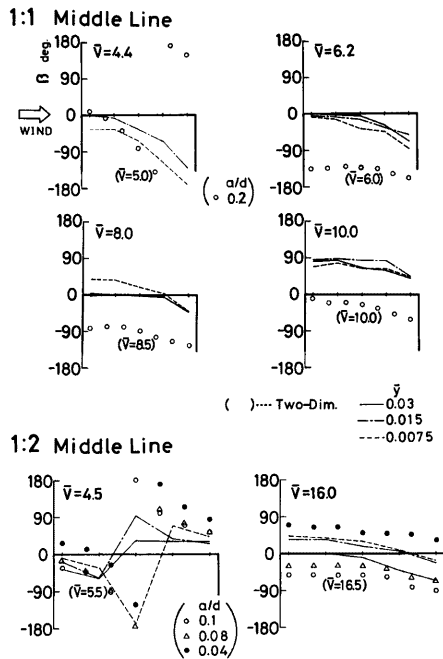


Fig. 5. Phase angles of pressures at middle heights on side surfaces relative to transverse displacements and their comparisons with two dimensional experiments.

までである。 $\bar{V}$  が4~5前後の低風速域で、3次元の $\beta_i$ は風下側の測定点付近で負になるのに対し、2次元の $\beta_i$ は180°以上の位相遅れを生じるために正になる。この後縁付近で生じる180°以上の位相遅れは、2次元角柱の低風速域( $\frac{1}{2}V_{res}$ 付近)での限定振動と深く関連している<sup>3)</sup>。 $\bar{V}$ の増加につれ位相の遅れが徐々に回復する点や、各風速での風上側から風下側にかけての $\beta_i$ の形状等に関して、両者はよく似ている。特に $\bar{V}$ が6から10までの風速域では、2次元の $\beta_i$ を約90°進ませる(図面上では上方に90°平行移動させる)とほぼ3次元の $\beta_i$ に重なるものと思われる。このことから角柱側面に沿って風上から風下へと伝わる圧力の伝播速度は、無次元振幅や振動モードが異なるにもかかわらず、2次元と3次元中層部ではほとんど差がないものと思われる。

1:2角柱の場合、 $a/d$ の値が2次元と3次元中層部ではほぼ等しくなるために、 $\beta_i$ の性状も1:1角柱の場合に比べて互いによく似たものになる。 $\bar{V}$ が5前後で $\beta_i$ は両者とも風下側で正に移行し、 $\bar{V}$ が16前後で $\beta_i$ は両者とも $a/d$ の小さい順に正に移行する。このことから $\bar{V}$ が5前後の低風速域で生じる限定振動あるいは $\bar{V}$ が16前後から発振するギャロッピング振動の発生機構に関して、2次元の場合と3次元の場合ではほぼ等しくなるものと思われる。

### 5. 位相差から求めた圧力の伝播速度

3.2節、4章及び前報(その2)<sup>2)</sup>3.5節に示した $\beta_i$ から、側面上を流れに沿って風上から風下へと伝わる圧力の伝播速度を求めることができる。流れに沿った圧力の伝播は、剥離流により形成される渦の流下に対応していると思われる。3.2節及び前報(その2)<sup>2)</sup>3.5節に示した風速域では、振動に伴って発生する $f_m$ 成分の渦が支配的となるので、この渦の流下について考えてみる。側面の前縁付近で $\beta_i$ は平坦になっており、圧力の伝播速度を求めることはできない。この平坦な領域は $\bar{V}$ の増加に伴って風下側へ広がる傾向にある。前縁で剥離した直後の流れは、かなり速く、非常に細かい渦を含むが、この渦は側面の圧力変動を形成するほど十分なものではない。従って前縁付近での圧力変動は渦によるものではなく、剥離流が側面に接近したり離れたることにより、あるいは剥離流の速度が増減することにより生じるものであろう。このためこの付近で $\beta_i$ の差はなくなり、平坦になるのであろう。細かい渦が発達し側面の圧力変動を形成するに足る大きさになるのは、前縁からある距離風下側に寄った位置である。この渦が剥離流の流下過程で、側面の圧力変動が生じるのであろう。 $\bar{V}$ が高くなると、 $\beta_i$ の平坦となる領域は風下側へ広がる。これは、風速の増加につれて渦の流下速度も高くなり、風上側と風下側の測定点間の $\beta_i$ の差が小さくなるためか、あるいは側面の圧力変動に関係する渦の形成位置が風速の増加につれてより風下側に移行するためかもしれない。

側面の流れに沿った圧力の伝播速度( $f_m$ 成分の渦の流下速度) $V_P$ は、2測定点間の距離 $l_{ij}$ を渦が通過する時間 $t$ で割って導かれる。 $t$ は圧力変動の周期 $T(=1/f_m)$ と2点間の位相の差 $\beta_{ij}$ を用いて、 $t=T \cdot \frac{\beta_{ij}}{360}$ で表わされる。よって $V_P$ は次式になる。

$$V_P = \frac{l_{ij}}{t} = \frac{l_{ij}}{T \cdot \frac{\beta_{ij}}{360}} = \frac{360 f_m l_{ij}}{\beta_{ij}} \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここで $f_m$ は圧力変動の振動数で角柱の振動数に等しい。 $l_{ij}$ 、 $\beta_{ij}$ はそれぞれ風上側( $i$ 点)と風下側( $j$ 点)の測定点間の距離と、 $i$ 点、 $j$ 点の位相の差( $\beta_i - \beta_j$ )を示す。但し $j$ 点は最も後縁に近い測定点(5)とし、 $i$ 点は $\beta_i$ の平坦な領域を除いてできるだけ前縁に近い測定点をとる。

Fig. 4, 5及び前報(その2)<sup>2)</sup>のFig. 6を参照して、 $V_P$ を基準風速 $V$ で割って無次元化した値 $V_P/V$ について調べてみる。1:2角柱の $V_P/V$ は、 $\bar{V}$ が4.5から22の範囲では $\bar{V}$ の高低及び振幅の大小にかかわらず、ほぼ一定となる。測定点の高さにより $V_P/V$ には多少の差があり、上、下層の $V_P/V$ で約0.4~0.45、中層の $V_P/V$ で約0.35~0.4となる。これは剥離流の接する境界条件の違いによるものかもしれない。同じ1:2の辺長比をもつ2次元角柱の $V_P/V$ は $\bar{V}$ の高低により若干の差はあるが振幅の大きさによ



る差はほとんど見られない。その値は  $\bar{V}=5.5$  のとき約 0.35,  $\bar{V}=16.5$  のとき約 0.45 になり 3 次元結果とほぼ一致する<sup>10,11)</sup>。1:1 角柱の  $V_p/V$  も  $\bar{V}$  が 4.4 から 10 の範囲で、 $\bar{V}$  の高低及び振幅の大小にかかわらずほぼ一定になる。 $V_p/V$  は上, 下層で約 0.4~0.45, 中層で約 0.35~0.4 となり, 1:2 角柱の各層の値とも一致する。1:1 の辺長比をもつ 2 次元角柱の  $V_p/V$  は、 $\bar{V}=5.0$  のときを除き  $\bar{V}$  が 6 から 10 の範囲ではほぼ一定となり 0.4 前後となる。この値は 3 次元の各層の  $V_p/V$  を平均した値に等しくなる。 $\bar{V}$  の最も低い  $\bar{V}=5.0$  のとき、 $V_p/V \div 0.25$  となり他の風速域のものに比べて多少小さくなるが、これは振幅も一種類しかないことから一般的な現象とはいえず実験誤差によるものであろう。

以上のことから、角柱の風向直角方向の振動時に側面上を風上から風下にかけて伝わる圧力の伝播速度、つまり振動に伴って発生する渦の流下速度は、基準風速にほぼ比例し、その比例定数は約 0.4 になる。なお 3 次元角柱の場合、側面上, 下層部の流下速度は中層部のものに比べて 1 割程度大きくなるが、側面全体にわたって平均すると、基準風速の約 0.4 倍になる。この比例定数は断面の辺長比（ここでは 1:1 と 1:2）、アスペクト比（ここでは 2 次元と 3 次元）及び振動振幅の大小による影響とほとんど受けない。

## 6. 圧力の伝播機構と伝播速度

5 章において非定常な風圧力と変位との位相差から側面を伝わる圧力の伝播速度を求めた。しかし、ストローハル数成分の渦発生が卓越する  $\bar{V}=40$  前後の高風速域や角柱静止時の圧力の伝播速度に関して、5 章の解析方法は適用できない。そこで前の解析結果を補足するために、側面上の各測定点に加わる変動圧の時間空間相関から、圧力の伝播速度を求めてみる。なお解析は 1:2 角柱の片側面に加わる変動圧について行った。

### 6.1 側面の時間空間相関

2 つの測定点の圧力変動  $P_i(t), P_j(t)$  の相互相関係数  $R_{ij, \tau}$  は次式で定義される。

$$R_{ij, \tau} = \overline{P_i(t) P_j(t+\tau)} / \sqrt{\overline{P_i(t)^2} \overline{P_j(t)^2}} \quad \dots\dots\dots(6)$$

ここで  $t$  は時間、 $\tau$  は隔り時間、 $\overline{\quad}$  は時間平均を示す。(6) 式で示す  $R_{ij, \tau}$  を用いて、各々の測定点に加わる変動圧の時間空間的相関関係を調べる。**Fig. 6-a, b** に  $R_{ij, \tau}$  の一例を示す。**Fig. 6-a** は 1:2 角柱の側面中央、高さ方向 (Center Row) の  $R_{ij, \tau}$  が、 $\bar{y}$  を一定 ( $\bar{y}=0.015$ ) にし、 $\bar{V}$  を増加させるとどのように変化するかを示したものである。**Fig. 6-b** は同じ角柱の側面の流れに沿った方向の  $R_{ij, \tau}$  を各層に分けて示したものである。上, 中, 下層とも  $\bar{y}(=0.015)$  と  $\bar{V}(=40)$  を一定にしたときのものである。両図とも横軸に隔り時間  $\tau$  (秒)、縦軸に  $R_{ij, \tau}$  の値をとる。図中 (3-1), (3-2), …… とあるのは (3) の測定点を基準位置とし、もう一方の位置を (1), (2), …… の測定点にしたときの相互相関係数  $R_{ij, \tau}$  を表わす (測定点の位置については **Fig. 2** を参照)。ここで  $\tau=0$  のとき、つまり  $R_{ij, \tau}$  と縦軸との交点の値が前報 (その 2) で示した相関係数  $R_{ij}$  を意味する。

i) **Fig. 6-a** を見ると、 $\bar{V}$  の増加につれて  $R_{ij, \tau}$  の極値は小さくなり、周期性も若干悪くなる。 $R_{ij, \tau}$  の周期性は、各々の測定点に加わる変動圧が周期的であることを意味し、渦の発生が周期的であることに対応する。したがって  $V_{res}$  を越えた高風速域での渦発生は、 $V_{res}$  付近での渦発生に比べてわずかではあるが周期性に欠ける。前報 (その 2)<sup>9)</sup> で示した変動圧のスペクトル解析によると、 $\bar{V}=10$  のときは振動数成分の渦発生が卓越し、 $\bar{V}=22$  になるとストローハル数成分の渦発生も多少ではあるが見られ、更に  $\bar{V}=40$  になるとストローハル数成分の渦発生が卓越する。この現象は  $R_{ij, \tau}$  の周期性からも確めることができる。 $R_{ij, \tau}$  の山から山あるいは谷から谷までの時間  $\tau_0$  が変動圧の周期に相当し、その逆数である  $1/\tau_0$  が振動数に相当する。例えば  $\bar{V}=10$  のとき、 $\tau_0 \div 0.16$  (sec),  $1/\tau_0 = 6.25$  (Hz) となる。このときの振動数は角柱の振動数  $f_m = 6$  にほぼ等しくなり、前のスペクトル解析の結果とも対応する。 $\bar{V}=40$  のときは、 $\tau_0 \div 0.08$  (sec),  $1/\tau_0 \div 12.5$  (Hz) となり、 $f_m$  ( $\bar{V}=40$  のときのみ  $f_m = 4$  とした) より大きくなる。この角柱のストローハル数は前に述べたように  $S_L = 0.082$  である。これから計算した  $\bar{V}=40$  ( $V=8$  m/s) のときの渦の発生数は  $f_s = 13$  となり、 $R_{ij, \tau}$  から求めた振動数  $1/\tau_0 \div 12.5$  にほぼ等しくなる。したがってこの風速域では、ストローハル数成分

の渦発生が側面の変動圧に影響を及ぼしている。また、 $\bar{V}=22$  のときは大きな谷と山の間小さな山(例えば3-4の  $R_{ij,\tau}$  で  $\tau=-0.1$  付近)が見られ、2つの振動数成分が存在することを示す。大きな谷と谷(あるいは大きな山と山)から求めた振動数はほぼ  $f_m$  に等しいが、小さい山と大きい山とから求めた振動数は  $f_s$  に近くなる。2つの成分の定量的な評価は出来ないが、定性的には  $f_m$  成分のパワーが  $f_s$  成分のパワーを上回ることが分る。このことは定量的な評価をしたスペクトル解析の結果からも確かめられる。

$R_{ij,\tau}$  の振幅は、 $\bar{V}=10$  のときには  $|\tau|$  の大きさにかかわらずほぼ一定になるが、 $\bar{V}=22, 40$  のときには

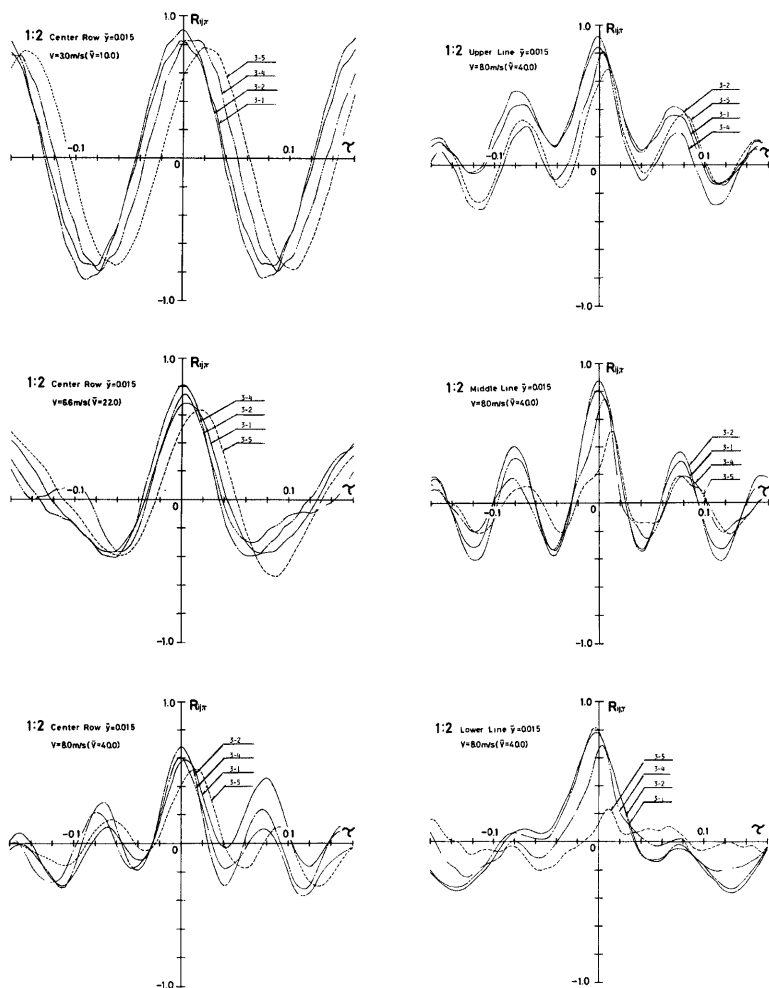


Fig. 6-a. Cross correlation coefficients of pressures on side surfaces along height with various wind velocities.

Fig. 6-b. Cross correlation coefficients of pressures at various heights of side surfaces.

$|\tau|$  の増加につれて小さくなる。 $R_{ij, \tau}$  が  $|\tau|$  の増加につれて減衰する要因として、1) どちらか一方あるいは両方の測定点に加わる変動圧が時間と共に小さくなる。あるいは2) 変動圧の周期的な主要成分に不規則性の強い高周波成分が加わってくることの2点が考えられる。1) の変動圧が時間と共に小さくなる現象は、風速が時間と共に減少でもしないかぎり物理的には起り得ないものと思われる。従って2) の要因が  $R_{ij, \tau}$  の減衰を引き起すと考えて差し支えない。また、 $\bar{V}=22$  のときと  $\bar{V}=40$  のときを比べると、 $R_{ij, \tau}$  の減衰は後者の方が大きくなる。これは  $\bar{V}$  の増加につれて各測定点に働く変動圧の主要成分が振動数成分からストローハル数成分に変化し、この変化に伴って圧力は小さいが不規則性の強い高周波成分も加わってくるためであろう。

いずれの風速域においても(3-2)、(3-4)から(3-1)、(3-5)へと測定点間の距離が増すと、 $R_{ij, \tau}$  の極大値は小さくなる。また、(3-5)の極値、つまり(3)の基準点と地面板に最も近い(5)の測定点との時間空間相関の極値は、他の組合せのものに比べて縦軸( $\tau=0$ )からのずれが大きくなる。このことは前縁で剝離した流れによる圧力の伝播が、(3)と(5)の測定点で同時に起らないことを意味する。(5)の測定点では(3)の基準点に比べて、地面板の影響で剝離流の渦化がより早くおきるために、圧力の伝播にずれを生じるのであろう。このずれ時間と風速の関係を調べると、 $\bar{V}$  の高低にかかわらず、ずれ時間は一定となる。このことは  $\bar{V}$  が高くなる程、剝離した流れが高さ方向に一樣とならずに振れてくることを意味する。最初に述べた風速の増加による  $R_{ij, \tau}$  の極値にも関連し、低風速域で発生する  $f_m$  成分の渦は、高風速域で発生する  $f_s$  成分の渦に比べて高さ方向により一樣な出方をするものと思われる。

ii) **Fig. 6-b** を見ると、下層に向うにつれて  $R_{ij, \tau}$  の極値は小さくなり、周期性も悪くなる。この傾向は前報(その2)<sup>2)</sup>で(1)の測定点を基準とした相関係数  $R_{ij}$  においても見られる。これは下層付近の流れは地面板の影響でわずかではあるが乱流化が進み、剝離流がより早く乱されるためと思われる。上、中層の  $R_{ij, \tau}$  の周期性から変動圧の振動数を求めると、 $f_s$  に近くなりストローハル数成分の渦発生が卓越していることがわかる。各層とも基準点(3)より風上側の(3-1)、(3-2)の極値は、風下側の(3-4)、(3-5)の極値より大きくなる。風下側では測定点間の距離の増加に伴い、極値の減少する割合も大きくなる。これは前縁で剝離した流れが、後縁に向うにつれて高周波成分の乱れを含むためと思われる。

$R_{ij, \tau}$  の極値と縦軸とのずれ時間は、(3)の基準点より風上側では負、風下側では正となる。風下側では(3-4)、(3-5)の順にずれ時間が大きくなり、ある有限な速度で風下側に圧力が伝播されていくが、風上側では(3-1)と(3-2)のずれ時間はほとんど等しくなる。このことは(1)の測定点から(2)を経て(3)の基準点に至る圧力の伝播時間と(2)から(3)の基準点に至る圧力の伝播時間とが等しくなることを意味し、(1)と(2)の間の伝播時間がゼロになる。つまり(1)と(2)の測定点では圧力は同時に伝播され、5章で示した位相差  $\beta_i$  が平坦となる領域に対応する。5章でも述べたように、(1)、(2)の前縁付近では剝離流の渦化はまだ十分に進んでおらず、この付近の圧力変動は剝離流の側面への離合あるいは剝離流の速度の増減によってもたらされるものであろう。

## 6.2 時間空間相関から求めた圧力の伝播速度

**Fig. 6-b** に示した側面各層の流れに沿った方向の  $R_{ij, \tau}$  を用いて、圧力の伝播速度を求めることができる<sup>12)-14)</sup>。基準点(3)と測定点(i)との距離を  $l_{3i}$ 、ずれ時間を  $\tau_{3i}$  とすると、(3-i)間の圧力の伝播速度  $V_{P, (3-i)}$  は次式となる。

$$V_{P, (3-i)} = l_{3i} / \tau_{3i} \quad \dots\dots\dots(7)$$

**Fig. 6-b** で示した  $V=8\text{ m/s}$  ( $\bar{V}=40$ )、 $\bar{y}=0.015$  のとき以外にも風速と振幅(静止時を含む)を変化させて  $R_{ij, \tau}$  を求め、(7)式を使って  $V_P$  を計算した。**Fig. 7-a, b** に  $V_P$  を基準風速  $V$  で割って無次元化した値を各層ごとに分けて示す。**Fig. 7-a** は  $V=6.6\text{ m/s}$  ( $\bar{V}=22$ ) のとき、**Fig. 7-b** は  $V=8\text{ m/s}$  ( $\bar{V}=40$ ) のときのものである。両図とも横軸は無次元振幅  $\bar{y}$ 、縦軸に  $V_P/V$  をとる。 $\bar{y}=0$  のときの値は角柱静止時の  $V_P/V$  である。図中の(3-1)、(3-2)、……は基準点(3)と測定点(1)、(2)、……間の無次元化した圧力の伝播速度を意味する。

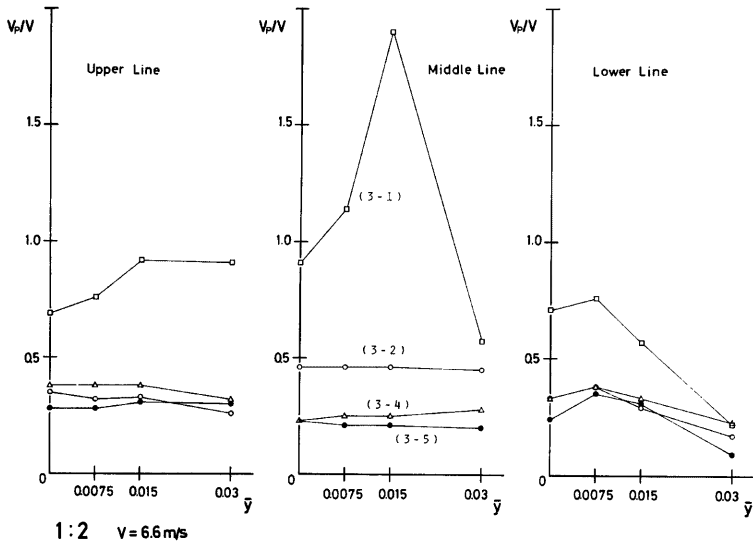


Fig. 7-a. Convection velocities of pressures on side surfaces along flow ( $V=6.6$  m/s,  $\bar{V}=22$ ).

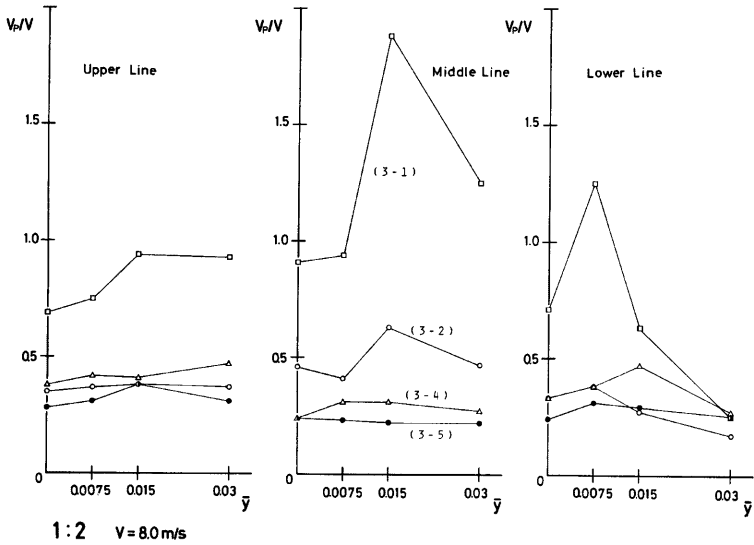


Fig. 7-b. Convection velocities of pressures on side surfaces along flow ( $V=8.0$  m/s,  $\bar{V}=40$ ).

a, b 両図を比較すると、 $\bar{P}$  が22から40に増加しても  $V_p/V$  の性状にはほとんど変化がないことがわかる。各図とも(3-1)の値は  $\bar{P}=0.03$  のときの下層部を除き、他の組合せのものに比べて2~3倍程度大きくなる。これは前に述べたように測定点(1)と(2)の圧力伝播がほぼ同時であるために起る現象で、剥離流により生じる渦の流下を意味しない。但し、振幅の最も大きい  $\bar{P}=0.03$  のとき、下層部では地面板の影響で剥離流の渦化が促進され、渦の形成位置が(1)付近にくるために、(1)の測定点から(2)を経て(3)に至る圧力の伝播速度(渦の流下速度)も他の組合せのものとはほとんど変わらない。上、下層部では(3-2), (3-4), (3-5)の値はいずれもほぼ等しくなり、(2)の測定点から(5)にかけての圧力の伝播速度がほぼ一定になっていることを示す。中層部では(3-2)の値が他の(3-4), (3-5)のものに比べて大きくなる。中層部の圧力の伝播速度は側面にわたり一定ではなく、風上側で速く、風下側で遅くなる傾向をもつ。これは剥離流の渦化が上、下層部に比べて遅れ、(2)の測定点より風下側にくるためと思われる。

各層の  $V_p/V$  の値は  $\bar{P}$  の大きさにかかわらずほぼ一定となる。つまり各層の側面を伝わる圧力の伝播速度は静止時、振動時をとわずほぼ一定になる。このことは剥離流により形成される渦の種類( $\bar{P}$  が0から0.03へと大きくなるにつれ、ストローハル数成分の渦から振動数成分の渦へと変わる)は異なっても、渦の流下速度にはほとんど差がないことを示す。 $\bar{P}$  が22と40のいずれの場合も  $V_p/V$  は上、下層で約0.35となり、中層では風上側と風下側で異なるが、それらを平均すると約0.32となる。5章で調べた  $\bar{P}$  が22以下のものと比較すると、 $V_p/V$  の値は1~2割程度小さくなるが、解析方法の違いを考慮すると両者はよく一致しているといえる。

今回の結果及び前章の結果から、角柱側面の流れに沿った方向の圧力の伝播速度を求めると、上、下層部で基準風速の約0.4倍、中層部で約0.35倍となる。これらの値は基準風速(無次元風速でもよい)の高低及び角柱の振動、静止にかかわらずほぼ一定となる。

## 7. む す び

正方形断面角柱(1:1角柱)が乱れの小さい風により、風向直角方向にロッキング振動するとき、側面各部に加わる非定常な風圧力の特性を共振風速付近で調べた。更にこの1:1角柱及び風向方向に断面の細長い1:2角柱の側面に加わる風圧力と振動変位との位相差、あるいは2測定点間の風圧力の時間空間相関から、この風圧力の形成過程や流れに沿った伝播機構等を調べた。得られた主な結果を以下に示す。

1) 1:1角柱の側面各部に加わる非定常な風圧力の波形は、同期領域内において角柱と同じ振動数  $f_m$  をもつ正弦波に近くなる。この風圧力が変位に対して位相の進み ( $0^\circ \leq \beta_i \leq 180^\circ$ ) をもつとき、角柱に対して正の仕事 ( $W_i > 0$ ) をなし、振動を助長させる働きをする。 $\beta_i$  の正負は無次元風速  $\bar{P}$  によって異なり、一般的に  $\bar{P}$  が低いと位相は遅れ ( $-180^\circ < \beta_i < 0^\circ$ )、 $\bar{P}$  の増加につれて風上側の側面から位相の遅れは回復する。

2) 1:1角柱では共振風速付近 ( $\bar{P} = 8$ ) において、風上側の側面(特に上、中層部)から  $W_i$  の正の領域が現われる。この領域は  $\bar{P}$  が更に高くなる ( $\bar{P} = 10$ ) と、振動振幅の増加につれて側面全体に広がる。したがってこれらの風速域では振動は発達し、渦励振になる。また、渦励振の発生には下層部の側面より、上、中層部の側面に加わる非定常な風圧力のなす仕事が寄与する。

3) 1:2角柱の側面中央部に加わる非定常な風圧力の高さ方向の時間空間相関  $R_{ij,\tau}$  を調べた結果、 $\bar{P}$  の増加につれて  $R_{ij,\tau}$  の極値は小さくなり、周期性も悪くなる。また、側面の流れに沿った方向の  $R_{ij,\tau}$  は風下側に向うにつれて、あるいは下層部に向うにつれて小さくなる。これらの現象は、剥離流により形成される渦の種類や剥離流の接する境界条件等が、 $\bar{P}$  の高低あるいは測定点の位置によって異なるために生じるものであろう。

4) 角柱側面の流れに沿った方向の圧力伝播は、前縁で剥離した流れにより形成される渦の流下に対応していると思われる。各測定点に加わる圧力と変位との位相差  $\beta_i$ 、あるいは各測定点間の時間空間相関  $R_{ij,\tau}$  から、この圧力の伝播速度を計算すると、上、下層部で基準風速の約0.4倍、中層部で約0.35倍になる。これらの値は基準風速の高低、断面の辺長比(ここでは1:1と1:2)及び静止時を含めた振動振幅の大小にかか

わらずほぼ一定となる。

5) 前縁で剝離した直後の流れは、かなり速く、非常に細かい渦を含むが、この渦は側面の圧力変動を形成するほど十分ではない。従って前縁付近の圧力変動は渦によるものではなく、剝離流が側面に接近したり離れたりにすることにより、あるいは剝離流の速度が増減することにより生じるものであろう。そのためこの付近では圧力の伝播はほぼ同時に起り、伝播速度を求めることは出来なくなる。

## あ と が き

本研究を遂行するにあたり、剝離渦の概念について助言を得た京都大学防災研究所桂順治助教授、実験装置を製作した羽野淳技官、風洞実験に協力を得た杉政和光技官並びに実験及び解析に協力を得た鹿島建設の近藤宏二君(当時大学院生)に感謝の意を表する。なお本研究の一部は昭和56年度の文部省科学研究費(課題番号56460141)によって行った。

## 参 考 文 献

- 1) 石崎激雄・谷池義人・近藤宏二：角柱振動時の風圧力特性について(その1)，京都大学防災研究所年報，第24号 B-1, 1981, pp. 297-305.
- 2) 石崎激雄・谷池義人・近藤宏二：角柱振動時の風圧力特性について(その2)，京都大学防災研究所年報，第24号 B-1, 1981, pp. 307-318.
- 3) Nakamura, Y. and T. Mizota: Unsteady lifts and wakes of oscillating rectangular prisms, Proc. ASCE, Vol. 101, EM6, 1975, pp. 855-871.
- 4) Otsuki, Y., K. Washizu, H. Tomizawa and A. Ohya: A note on the aeroelastic instability of a prismatic bar with square section, Jour. Sound and Vibration, Vol. 34, 1974, pp. 233-248.
- 5) Washizu, K., A. Ohya, Y. Otsuki and K. Fujii: Aeroelastic instability of rectangular cylinders in a heaving mode, Jour. Sound and Vibration, Vol. 52(2), 1978, pp. 195-210.
- 6) 森光康夫・伊藤 学・宮田利雄：空気力の非線形性を考慮した構造物の空力弾性振動，土木学会論文報告集，第219号，1973, pp. 27-36.
- 7) 久保喜延・伊藤 学・宮田利雄：風による吊橋の多自由度非線形応答に関する研究，土木学会論文報告集，第252号，1976, pp. 35-46.
- 8) 小松定夫・小林紘士：調和振動中の長方形断面角柱に作用する動的圧力に関する実験的研究，土木学会論文報告集，第278号，1978, pp. 15-23.
- 9) Miyata, T. and M. Miyazaki: Turbulence effects on aerodynamic response of rectangular bluff cylinders, Proc. 5th International Conference on Wind Engineering, Vol. 1, 1979, pp. 631-642.
- 10) 宮崎正男・宮田利雄・伊藤 学：乱流中の角柱周りの定常・非定常圧力分布特性，第6回風工学シンポジウム，1980, pp. 317-324.
- 11) 山田 均・宮田利雄・伊藤 学：たわみ振動する角柱の周辺圧力分布に関する一考察，第6回風工学シンポジウム，1980, pp. 185-192.
- 12) Mori, T.: On the dynamic wind forces on a flat roof, Trans. Architectural Institute of Japan, No. 206, 1973, pp. 9-16.
- 13) Mori, T.: On dynamic response of a flat long-span roof to action of wind, Trans. Architectural Institute of Japan, No. 241, 1976, pp. 91-100.
- 14) 石崎激雄・桂 順治：細長い長方形断面をもつ2次元模型の側面における風圧変動の相関分布について，日本建築学会論文報告集，第220号，1974, pp. 29-34.
- 15) 石崎激雄・谷池義人：風向直角方向に振動する角柱の空力不安定性について，日本建築学会論文報告集，第306号，1981, pp. 11-20.
- 16) 石崎激雄・谷池義人：風向直角方向に振動する角柱の空力不安定性について(続報)，日本建築学会論文報告集，第307号，1981, pp. 24-34.