

# 流量変化に伴う河床波の応答に関する研究

芦田 和男・中川 一・加藤 均

## DUNES TRANSFORMATION UNDER UNSTEADY CONDITIONS

By Kazuo ASHIDA, Hajime NAKAGAWA and Hitoshi KATO

### Synopsis

In the case that the hydraulic condition has varied before the sand dunes reach the equilibrium state, there may be some phase lag between the variation of discharge and the transformation of the dunes. In the region that dunes develop as discharge increase, the dunes in the rising stage of flood are smaller than that of falling stage for a same discharge. As the result, some loop may be found in a water depth-discharge graph. These phenomena are investigated by the experiment. The authors also present a theory for dune transformation under steady and unsteady conditions. This theory was verified by the authors' experiments.

### 1. 緒 言

河床波の形状特性に関する研究は従来平衡状態を対象としたものが多い。しかし、河川では洪水のように流量が時間的に変化し、河床波が平衡状態に達する前に流量が変化するいわゆる流量変化に対する河床波の応答遅れが生じる場合が多い。その結果、例えば流量の増加とともに河床波の波高が増大するような領域では、洪水の上昇期よりも減衰期の方が波高、したがって抵抗係数が大きく、水位-流量曲線はループを画くことになる。また、ある時点での河床形状は履歴作用の結果、その時点の水理量だけでなく、それ以前の水理量に影響される場合が多い。こうした事は河川の移動床現象を取り扱う上で重要であると考えられるが、定量的に見るとそれがどの程度のものであるのか、また、実際上どのような意味を持っているのか現在明らかでない。これについての基礎的な研究は最近かなり行われるようになってきた<sup>1-7)</sup>。著者らは、河床波の変化過程を平均波長・平均波高平面上で追跡して興味ある特性を明らかにした。さらに変形過程をモデル化して定式化を行った。しかし、モデルに含まれる諸係数を水理量と結びつけ評価するまでには至らなかった。そこで、本論文では、河床波の変形機構についてさらに追究するとともに、水理量を用いて変形過程を追跡できる定式化へと発展させる。また、流量が変化する場合、河床波形状がどのように追隨するかについては、各流量段階ごとに河床波の変形過程の曲線を接続するという、比較的一般的な方法を提案する。さらに、流量の変化速度を種々変えた実験により河床波の応答特性を詳細に調べ、理論結果と比較して上述の方法がかなりの適合性を持っていることを示す。

### 2. 河床波の変形過程の領域区分

河床波の波高  $D$  と粒径  $d$  の比は、 $u_*d/\nu$ 、 $h/d$  および  $\tau_*$  の関数として次のように表わされる。

$$\frac{D}{d} = f\left(\frac{u_*d}{\nu}, \frac{h}{d}, \tau_*\right) \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $h$ ：水深、 $\tau_*$ ：無次元掃流力、 $u_*$ ：摩擦速度、 $u_*d/\nu$  が十分大きい場合には、この値は影響を持たない。勾配  $I$  が一定に保持されるものとすれば、式(1)は、

$$\frac{D}{d} = f(\tau_*) \quad \dots\dots\dots(2)$$

となり、Fig. 1 のような関係で与えられることが知られている。

- $\tau_{*c} < \tau_{*c}$  : 平坦河床, 砂粒移動なし。
- $\tau_{*c} < \tau_* < \tau_{*1}$  : 砂堆領域,  $\tau_*$  とともに波高増大
- $\tau_{*1} < \tau_* < \tau_{*2}$  : 遷移河床,  $\tau_*$  とともに波高減少
- $\tau_* > \tau_{*2}$  : 平坦河床, あるいは反砂堆

河床波の変形過程や、流量変化に対する河床波の応答特性は、上のどの領域にあるかにより非常に異なる。これを大別すると、

- 1) 砂堆の領域 (平坦河床からの発達を含む) と
- 2) 砂堆と遷移領域あるいはさらに平坦河床や反砂堆の領域にまたがる場合

とに分けられる。洪水時、とくに大流量時の河床形態は遷移領域の場合が多いと考えられるので、2)の場合も実際上重要ではあるが、これについては別の機会に議論することにし、ここでは、主として1)の場合を扱うことにする。

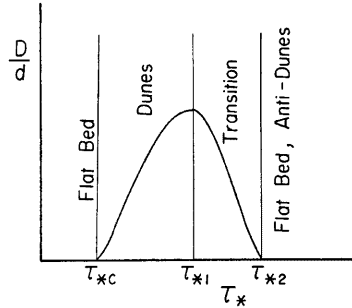


Fig. 1 Schematic regions of bed forms.

### 3. 河床波の変形過程の理論的考察

#### 3.1 河床波変形過程の法則<sup>7)</sup>

河床波の変形過程を平均波長・平均波高平面上で追跡すると、Fig. 2 に示すように、各水理条件ごとに、ひとつのとり易い波高と波長の関係を表す直線がある。この直線は波形勾配がほぼ一定である。この直線から外れた状態にある河床波は、Fig. 2 に示すような経路を経てこの直線に近づいた後、その線に沿って平衡点に近づく。すなわち、ある一定の水理条件のもとで、任意の初期河床波形状からその水理条件に対応する平衡状態へ移行していく過程には、波形勾配を  $\delta$ 、平衡状態のそれを  $\delta_0$  とすると、次のような法則がある。

- 1)  $\delta < \delta_0$  : 波高はあまり変化せず、主として波長が減少し、波形勾配が増加して平衡状態のものに近づく。波長の減少は河床波の分裂によるものであり、分裂が卓越する領域であると考えられる。
- 2)  $\delta = \delta_0$  : 波形勾配をほぼ一定に保ちながら平衡点に近づき、変化速度は平衡点に近づくほど小さくなる。その変化の様子は時間に関して指数関数的に近似することができる。この領域では、河床波の分裂と統合が同時におこっていると考えられ、波高が増大する領域では統合の効果の方が大きく、逆に減少する領域では分裂の効果の方が大きく、平衡状態では両者の効果が等しいものと見なすことができよう。

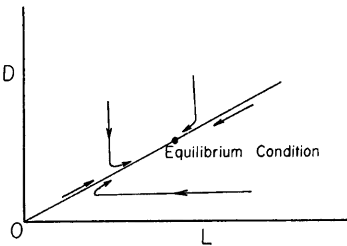


Fig. 2 Process of sand wave transformation to the equilibrium condition on L-D plane.

3)  $\delta > \delta_0$  : 波形勾配が次第に減少して  $\delta_0$  の直線に接近していくが、その経路は河床波高・波長の分布性状によってかなり異なるようである。まず、比較的規則的な河床波の場合には、波長はほとんど変化せず、波高のみ減少することにより波形勾配が減少する。これは河床波の峰部が洗掘されて谷部を埋めるためである。一方、不規則な河床波の場合には、波高が減少するとともに、波長が増加することによって、波形勾配は平衡値に近づいていく。これは、峰部の洗掘、谷部の埋め戻し現象が生じている間に、規模の小さい波が統合によって消失するためではないかと思われる。以下、統合、分裂、埋め戻しのそれぞれの効果について定式化を試み、河床波形状

の時間的変化を追跡する方法を提示しよう。

3.2 変形過程の理論

(1) 統合現象の定式化

河床波はその不規則性から、波長・波高に関してある分布を持ってはいるが、平均的に見て波高の小さいものほど早く移動し、その下流側の波に合体・統合する。それによって波が一つ消失することになり、平均波長はその分だけ増大することになる。Fig. 3 の  $L_{i-1}$  の波が下流側の  $L_i$  の波に合体して  $L_{i-1}$  の波が消失した場合を考えると、波長の伸び  $dL_i$  は、

$$dL_i = L_{i-1} \dots\dots\dots(3)$$

である。合体に要する時間  $dt_i$  は  $L_{i-1}$  と  $L_i$  の波の移動速度の差を  $u_{i-1} - u_i$  とすると、

$$dt_i = L_i / u_{i-1} - u_i \dots\dots\dots(4)$$

流砂量  $q_B$  と移動速度  $u$  との時間は

$$q_B = s(1-\lambda)uD \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 $s$ ：河床波の形状によって定まる定数で、三角形状なら  $s=1/2$ 、 $\lambda$ ：河床砂の空隙率、 $D$ ：波高。各波について  $q_B$  が同じ値を取るものと考え、式(3)~(5)から、

$$\frac{dL_i}{dt_i} = \frac{q_B}{s(1-\lambda)} \cdot \frac{L_{i-1}}{L_i} \left( \frac{1}{D_{i-1}} - \frac{1}{D_i} \right) \dots\dots\dots(6)$$

ある時刻における個々の波の波形勾配を一定と考えると、 $L_{i-1}/L_i = D_{i-1}/D_i$  より上式は次式のようにになる。

$$\frac{dL_i}{dt_i} = \frac{q_B}{s(1-\lambda)} \cdot \frac{D_i - D_{i-1}}{D_i^2} \dots\dots\dots(7)$$

ここで、

$$\eta_{*i} = \frac{D_i - D}{\alpha D} \dots\dots\dots(8)$$

と定義される  $\eta_*$  を考える。ここに、 $\alpha$  は波高分布の変動係数で、 $\alpha = \sigma/D$  ( $\sigma$ ：波高分布の標準偏差、 $D$ ：平均波高)、 $\eta_*$  は確率変数であり、その分布形  $f_D(\eta_*)$  は発達初期から平衡状態まで正規分布で近似しうることが指摘されている<sup>3)</sup>。すなわち、

$$f_D(\eta_*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{\eta_*^2}{2}\right) \dots\dots\dots(9)$$

この分布形を用いて、式(7)を積分して平均波長  $L$  の変化速度を求めよう。積分範囲は、 $\infty > D_i > D_{i-1}$ 、 $\infty > D_{i-1} > 0$  であり、 $\eta_{*i-1}$ 、 $\eta_{*i}$  をそれぞれ  $\eta_*$  および  $\eta_*'$  と表示すれば、平均波長の変化速度は次のように表される。

$$\frac{dL}{dt} = \frac{q_B}{1-\lambda} \frac{1}{D} f \dots\dots\dots(10)$$

ここに、

$$f = \frac{\alpha}{s} \int_{-\frac{1}{\alpha}}^{\infty} \int_{\eta_*}^{\infty} \frac{\eta_*' - \eta_*}{(1 + \alpha\eta_*')^2} f_D(\eta_*') d\eta_*' f_D(\eta_*) d\eta_* \dots\dots\dots(11)$$

変動係数  $\alpha$  は従来の実験結果<sup>3)7)</sup> から  $\alpha=0.4$  とし、河床波を三角形状として  $s=1/2$  とすると、 $f=0.296$  となる。波長の増大に伴う波高の増大については、平均波形勾配が時間的に変化しないことから、 $D/L = (D + dD)/(L + dL)$ 、したがって、

$$\frac{dD}{dL} = \frac{D}{L} \dots\dots\dots(12)$$

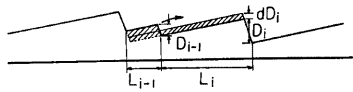


Fig. 3 Definition sketch of eq. (3).

以上より、波の統合による平均波長、平均波高の発達速度は次のように表わすことができる。

$$\frac{dL}{dt} = f \frac{q_B}{1-\lambda} \frac{1}{D} \quad \dots\dots\dots(13)$$

$$\frac{dD}{dt} = f \frac{q_B}{1-\lambda} \frac{1}{L} \quad \dots\dots\dots(14)$$

(2) 分裂現象の定式化

一つの河床波の波長が伸びてくると、波の背面に新しい波が形成されることが多い。これを分裂現象による新しい波の発生と呼ぶことにする。この機構による波の形成は、波の下流側におけるはく離領域においては生じない。この事を考慮して著者らは先の論文<sup>7)</sup>で分裂による単位距離あたりの波数の増加速度を与える式を導いたが、波の発生頻度は、砂粒運動の単位と考えられる Step length にも関係し、単位距離あたりの発生頻度は Step length に逆比例するとした方が合理的であるように思われるので、ここでは、単位距離あたりの波数  $n$  の増加速度を次式で表す。

$$\frac{dn}{dt} = A \frac{L-\beta D}{l} \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 $\beta D$  : はく離距離、 $l$  : 平均 step length、 $A$  : 定数。波長は波数の逆数であるから、式(15)は

$$\frac{dL}{dt} = -A \frac{L^2}{l} \left(1 - \beta \frac{D}{L}\right) \quad \dots\dots\dots(16)$$

次に、新しい波が発生した瞬間、その波の波高は極めて小さく、また、他の波の波高はそのままであるとすると、微小時間  $\delta t$  の前後における波数と平均波高の関係は、

$$(D + \delta D)/D = n/(n + \delta n) \quad \dots\dots\dots(17)$$

で表せる。ここに、 $\delta n$ ,  $\delta D$  はそれぞれ  $\delta t$  内の波数および平均波高の増分である。上式と式(15)より

$$\frac{dD}{dt} = -A \frac{L^2 D}{l} \left(1 - \beta \frac{D}{L}\right) \quad \dots\dots\dots(18)$$

式(16)および(18)から波長および波高の変化速度を求めることができる。

(3) 埋め戻し現象の定式化

初期河床形状が平衡状態の波形勾配よりかなり大きい場合には、通水とともに顕著なクレストの侵食が生じ、その砂は前面のトラフを埋め戻し、波形勾配は急速に減少し、平衡状態のそれに近づいて行く。

いま、Fig. 4 に示すように、 $L_i$  の波の斜線部の三角形がトラフに落ちるものとする、流砂の連続式から、

$$\frac{dD_i}{dt} = -\frac{2q_B}{a(1-\lambda)} f_s \frac{1}{L_i} \quad \dots\dots\dots(19)$$

ここに、 $a = L'_i/L_i$  である。

$D_i$  は分布形を持っているので、統合の場合と同様  $\eta_*$  を導入して式(19)を積分し、平均波高  $D$  の発達速度を求めると、

$$\frac{dD}{dt} = -\frac{q_B}{a(1-\lambda)} f_s \frac{1}{L} \quad \dots\dots\dots(20)$$

ここに、

$$f_s = 2 \int_{-\frac{1}{\alpha}}^{\infty} \frac{f_D(\eta_*)}{1 + \alpha \eta_*} d\eta_* \quad \dots\dots\dots(21)$$

波長に関しては、埋め戻しの初期においては統合は生じず、変化しないと考えられる。すなわち

$$L = L_0 \quad \dots\dots\dots(22)$$

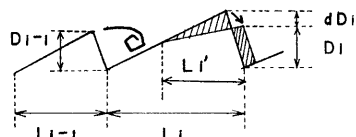


Fig. 4 Definition sketch of eq. (19).

ここに、 $L_0$ ：初期平均波長。

次に、時間の経過につれ、埋め戻しは次第に完了し、波高の小さい波ほど早く消滅して波長は増加する。式(19)において、埋め戻しが完了するまでは、 $L_i$  は時間に関係なく一定で  $L_{i0}$  であるから、式(19)を積分して

$$D_i = -\frac{2q_B}{a(1-\lambda)} \frac{t}{L_{i0}} + D_{i0} \quad \dots\dots\dots(23)$$

ここに、 $D_{i0}$ ： $D_i$  の初期の値。

埋め戻しが完了するまでの時間  $dt_i$  は式(23)において  $D_i=0$  とおいて、

$$dt_{i+1} = \frac{a(1-\lambda)}{2q_B} D_{i0} L_{i0} \quad \dots\dots\dots(24)$$

$i$  番目の波が埋め戻しにより消失すると、 $i+1$  番目の波の波長が、 $L_{i0}$  の波長だけ増加したと考えられるので、

$$dL_{i+1} = L_{i0} \quad \dots\dots\dots(25)$$

式(24)および(25)より、

$$\frac{dL_{i+1}}{dt_{i+1}} = \frac{2q_B}{a(1-\lambda)} \frac{1}{D_{i0}} \quad \dots\dots\dots(26)$$

$D_{i0}$  に分布を考え、前述の統合のとときと同様  $\eta_*$  を導入し、分布に関して積分することによって平均波長の変化速度は次式で表される。

$$\frac{dL}{dt} = \frac{q_B}{a(1-\lambda)} f_s \frac{1}{D} \quad \dots\dots\dots(27)$$

以上より、平均波高は式(20)、平均波長は初期には式(22)それ以降は式(27)で表される。

(4) 河床形状の時間的変化

河床波の時間的変化を追跡するモデルを作る際に、河床波の波形勾配と平衡状態のそれとの大小関係により、三つの領域に区分する必要性を述べ、それぞれの支配的な機構について定式化を行った。以下にこれらを整理して示す。

1)  $\delta < \delta_c$  の場合：分裂が卓越する領域であるから、式(16)および(18)が適用される。

$$\frac{dL}{dt} = -A \frac{L^3}{l} \left(1 - \beta \frac{D}{L}\right) \quad \dots\dots\dots(16)$$

$$\frac{dD}{dt} = -A \frac{L^2 D}{l} \left(1 - \beta \frac{D}{L}\right) \quad \dots\dots\dots(17)$$

ただし、定数  $A$  の値は後に述べる式(30)で与えられる。式(16)および(17)から波形勾配は時間的に変化しないことになる。しかし、実際には、前にも述べたように、分裂により波長は減少して行くが、波高はあまり変化せず、したがって、波形勾配は増加している。これは分裂により新しく発生した波の波高が比較的急速に発達することによるものであろう。したがって、個々の波の発達も同時に考慮してモデルの改良をはかることが今後必要である。

2)  $\delta = \delta_c$  の場合：分裂と統合の両方が卓越する領域であるから、波長および波高の時間的変化は両方の効果を表す式(16)と(13)、また式(17)と(14)を加えて次のように表される。

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dL}{dt} &= f \frac{q_B}{1-\lambda} \frac{1}{D} - A \frac{L^3}{l} \left(1 - \beta \frac{D}{L}\right) \quad \dots\dots\dots(28) \\ \frac{dD}{dt} &= f \frac{q_B}{1-\lambda} \frac{1}{L} - A \frac{L^2 D}{l} \left(1 - \beta \frac{D}{L}\right) \quad \dots\dots\dots(29) \end{aligned} \right.$$

$A$  の値は平衡状態において  $dL/dt=0$ ,  $dD/dt=0$  より次のように求められる。

$$A = f \frac{q_B}{1-\lambda} \frac{l}{D_e L_e^3 \left(1 - \beta \frac{D_e}{L_e}\right)} \dots\dots\dots(30)$$

3)  $\delta > \delta_e$  の場合：埋め戻しが卓越する領域であるから波長に対しては式(22)および(27)、波高に対しては式(20)が適用される。

$$\begin{cases} L = L_0 \text{ (初期の段階)} & \dots\dots\dots(22) \\ \frac{dL}{dt} = \frac{q_B}{a(1-\lambda)} f_s \frac{1}{D} & \dots\dots\dots(27) \\ \frac{dD}{dt} = -\frac{q_B}{a(1-\lambda)} f_s \frac{1}{L} & \dots\dots\dots(20) \end{cases}$$

次に、上の諸式により河床波形状を追跡する上で必要な諸量について説明しておこう。平衡状態における波長  $L_e$  および波形勾配  $D_e/L_e$  は Yalin<sup>9)</sup> によれば、

$$L_e = 2\pi H_e \dots\dots\dots(31)$$

$$D_e/L_e = 0.0127(\tau_* / \tau_{*c} - 1) \exp\{- (\tau_* / \tau_{*c} - 1) / 12.84\} \dots\dots\dots(32)$$

次に、流砂量  $q_B$  に関して河床波の発達、減衰過程における値は平衡状態のものと同若干異なるとも考えられるが、ここでは中川・辻本<sup>3)</sup> による流砂量式を用いることにする。

$$q_B / \sqrt{\sigma / \rho - 1} g d^3 = 10 \tau_*^{2.5} \dots\dots\dots(33)$$

また、 $f = 0.296$ ,  $l = 100d$ ,  $\lambda = 0.35$ ,  $\beta = 5$  とし、 $f_s$  は式(21)、式中の  $\alpha$  には  $\alpha = 0.4$  を用いる。

(5) 河床波が平衡状態に達するまでの時間

式(28)および(29)を用いて平坦河床から河床波が発生して平衡状態に達するまでの時間を算定することができる。いま、波長の初期値として Step length 程度の長さと考え  $L_0 = 100d$  とし、式(28)および(29)を用いて逐次計算し、平均波長が平衡値の99%となった時点で平衡状態に達したものとする。計算結果を Yalin<sup>9)</sup> らの実験値と比較したものが Fig. 5 である。計算値は実験値に比して若干小さめではあるが、 $\tau_* / \tau_{*c}$  の増加とともに発達時間が減少する傾向をかなり良く表している。

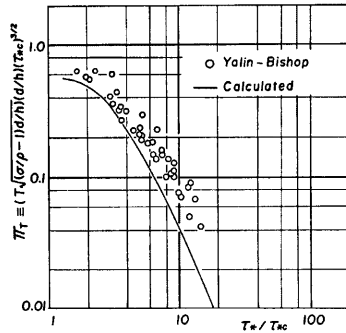


Fig. 5 Time required for sand waves reaching equilibrium condition.

4. 河床波の変形過程に関する理論の実験的検証

著者らは、一定の水理条件(勾配、流量一定)のもとで、初期に与えた河床波形状(平坦河床を含む)からその水理条件に対応する平衡状態の形状へ変形する過程に関して詳細な実験を行い、前報<sup>7)</sup> で発表している。ここではその結果を用いて上の理論を検証することにしよう。実験の詳細については前報に述べている

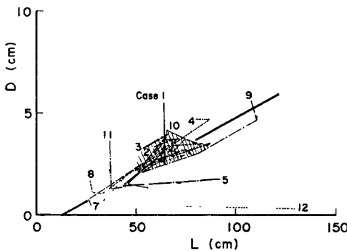


Fig. 6 Traces of sand wave transformation on L-D plane.

ので省略することにし、実験条件と波長一波高平面上における変形過程をそれぞれ Table 1 および Fig. 6 に示しておく。水理量に対応する一つの平衡点が存在し、この平衡点を通る一本の直線(波形勾配はほぼ一定)からはずれた河床波は、まず急速にその直線に近づいた後、その直線に沿って減速しながら平衡点に近づく。これらの変形過程をそれぞれ第一過程および第二過程と呼ぶことにすると、第一過程は比較的早く終了し、変形のかなりの部分は第二過程についてやされる。ただし、平衡点というのは必ずしも一点でなく、ある範囲に分布する。本実験の場合のその範囲を斜線部で示した。本実験での平

Table 1 Experimental conditions.

Case No.	L(cm)	D(cm)	setting method
1	64	5.5	scraper (intended to be triangular)
2	56	3.4	water flow ( $I=1/500, q=787\text{cm}^2/\text{s}, T=3\text{hr}$ )
3	56	3.3	water flow ( $I=1/700, q=900\text{cm}^2/\text{s}, T=5\text{hr}$ )
4	88	4.7	water flow ( $I=1/1000, q=900\text{cm}^2/\text{s}, T=5\text{hr}$ )
5	93	1.8	scraper (intended to be triangular)
6	56	1.2	scraper (intended to be triangular)
7	27	0.7	scraper (intended to be triangular)
8	27	1.6	scraper (intended to be triangular)
9	108	5.6	scraper (intended to be triangular)
10	64	2.9	scraper (intended to be triangular)
11	37	3.6	scraper (intended to be triangular)
12	129	0.4	scraper (intended to be flat)

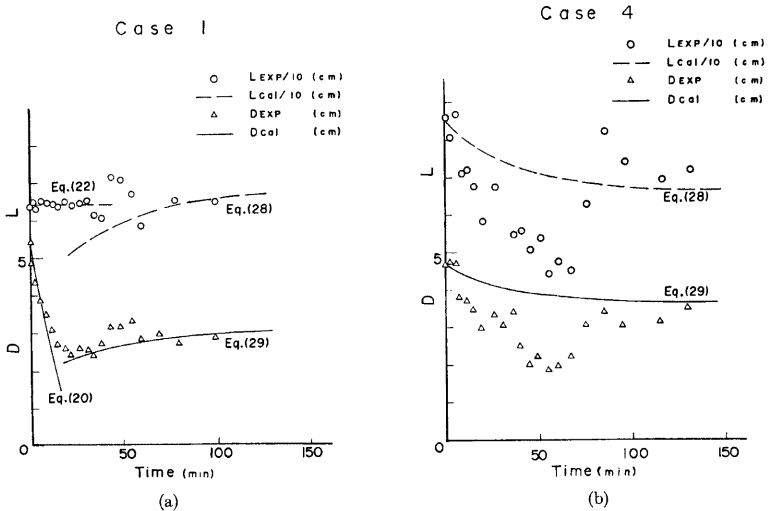
衡点として、斜線の中央値を用い  $L_e=68\text{ cm}$ ,  $D_e=3.1\text{ cm}$  とした。

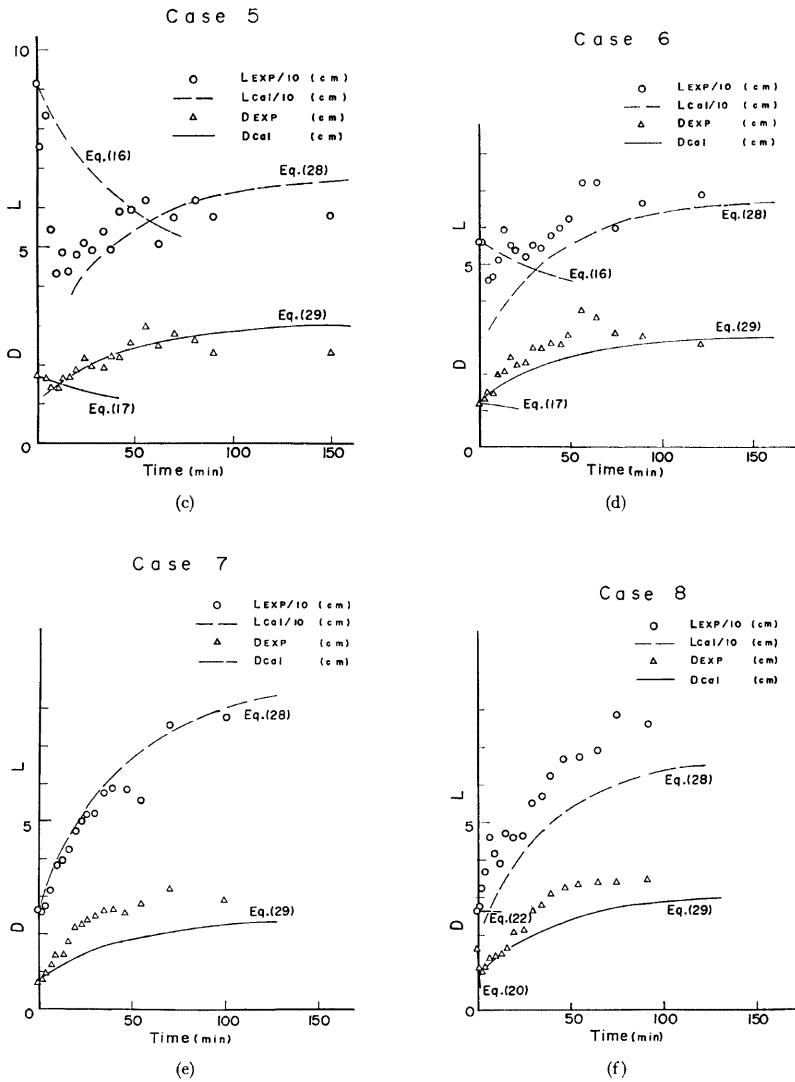
各 Case の実験値と理論値を比較するに先だて、各 Case の変形過程の特性を分類しておく。

Case 1, 8, 11: 初期においては、 $\delta > \delta_e$ 、この領域については式(22)および(20)を適用、 $\delta = \delta_e$  となつて以降は式(28), (29)を適用。

Case 5, 6: 初期においては  $\delta < \delta_e$ 、この領域では式(16)および(17)を適用、 $\delta = \delta_e$  となつて以降は式(28), (29)を適用、以上の式(28), (29)の適用は、 $\delta = \delta_e$  となつた時点での波高が式(29)によるものと一致するように時間軸をずらす。

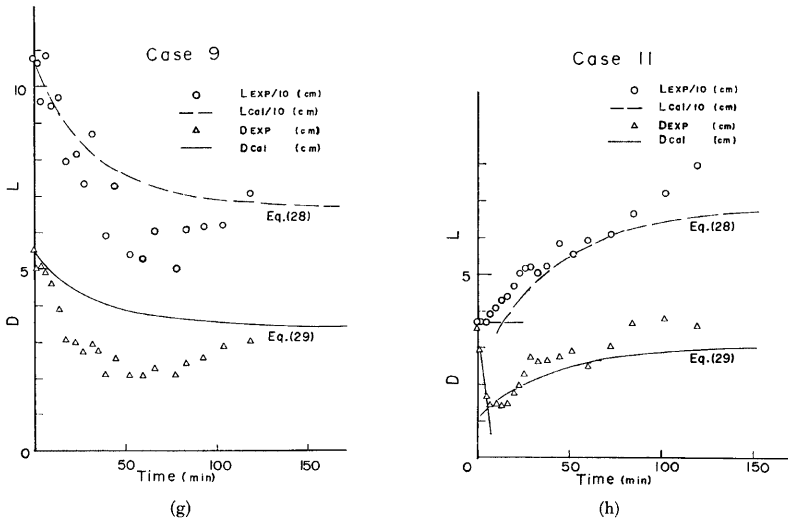
Case 4, 7, 9, 12: 変形の全過程が  $\delta = \delta_e$ 、したがって式(28), (29)を適用する。この中 Case 4 および Case 9 は波高が減衰する過程であり、Case 7 および Case 12 は発達過程である。





理論値と実験値との比較は Fig. 7 (a)~(i) に示すとおりである。Case 1, 8, 11 については理論値は実験値と比較的良く一致する。Case 5, 6 については、 $\delta < \delta_c$  の領域における実験値は理論値とかなり異なり、分裂が急激に生じているが波高は時間的に変化していない。この領域については理論の修正が必要であるが、しかし、この領域の時間は短かく、実際上は  $\delta = \delta_c$  の変形過程が重要である。これについては理論値と実験値とはかなり良く一致する。





Case 4 および Case 9 の実験値と理論値との適合性はあまり良くない。これは、実験においては、波長、波高とも初期条件では平衡状態のそれより大きいのが、一旦、平衡状態のものより小さくなった後、再び増大して平衡状態のものに近づいて行く現象が生じているのに対して理論では、初期の値から平衡状態のものに斬変していくためである。この点についてはさらに検討しなければならない。Case 7 および Case 12 については理論値と実験値とはかなり良く一致し、式(28)および(29)を用いて平坦河床から平衡状態への発達過程を十分追跡することができる。

### 5. 流量の時間的変化に対する河床波の応答に関する理論的考察

流量の時間的変化に対する河床波の応答に関する研究は過去いくつか見られる。Jensen<sup>11)</sup> は洪水を想定した流量変化を与えた実験により、河床波高は水深とある遅れを持って追隨すること、波長は流量の下降期も含んで増加傾向を示すこと、および洪水の継続時間が波高、波長の最大値に影響することなどを指摘した。また、中川・辻本<sup>10)</sup> は流量を急増したものと、漸増したものの二種類の実験を行い、前者では平坦からの発達と同様に、波高、波長が時間の平方根に比例して増加すること、後者では、流量変化時間スケールと河床波の発達時間スケールとが同じオーダーのとき、流量変化に対する河床波の応答遅れが顕著であることを明らかにした。一方、理論的研究では、Fredsoe<sup>11)</sup>、中川・辻本<sup>5)</sup> のものがある。彼らは流量変化を波状変動で与え、流量変化を微小変動として impulse response function を与え線型解析を行い、流量変化に対する河床波の

Fig. 7 Comparison of the variations with time of  $L$  and  $D$ .

追随性あるいは応答遅れを論じている。Fredsoe の解析では流量-波形勾配のループが掃流砂のみを考慮した場合と浮遊砂も考慮した場合とでは逆に回転することを述べている。

以上のようにこれまでに行われている解析は流量の微小変化を与えた線形解析であり、かつ流量変化を周期関数として与えているが、これらは実際問題への適用上大きな制約条件となるものである。そこで著者らは、流量変化が微小であるという制約をはずし、かつ任意の流量ハイドログラフを対象として、河床波の変形過程を追跡

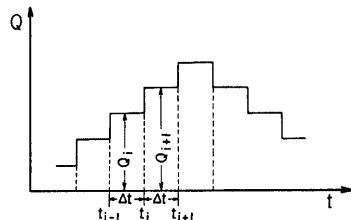


Fig. 8 Definition sketch of the hydrograph.

する方法を考案し、流量変化に対する河床波の追随性あるいは応答遅れを明らかにしよう。河床波の変形過程は砂堆領域の場合と砂堆領域から遷移領域あるいは upper regime にまたがる場合とではその特性を異にする。そこで、本論では砂堆領域（初期平坦河床を含む）の場合を対象とし、かつ浮遊砂の影響を考慮しない。

河床波の追跡に関する著者らの基本的な考え方と手法は次のとおりである。

一定の水力条件（流量、勾配、粒径）のもとでの河床波が任意の初期波長および波高からその水力条件に対応する平衡状態の値へ変化していく過程は 3. において述べた理論を用いて追跡することが可能となった。そこで流量が時間的に変化する場合には、これを  $\Delta t$  時間ごとのステップ状で近似し、 $\Delta t$  時間ごとに上の方法を用い、これを接続していくことによって河床波形状を追跡することができる。すなわち、Fig. 8 において、時刻  $t_{i-1}$  の河床波の波長、波高をそれぞれ  $L_{i-1}$  および  $D_{i-1}$  とすれば、これを初期条件として、流量  $Q_i$  のもとでの河床波の変形過程を  $\Delta t$  時間追跡し、 $t_i$  時刻での河床波長  $L_i$  および波高  $D_i$  を求める。これを次のステップの初期条件として  $Q_{i+1}$  の流量で、 $t_{i+1}$  時刻での河床波長、波高を求める。この操作を続けていくことにより流量が時間的に変化する場合の河床波形状を追跡することができる。

6. 流量の時間的変化に対する河床波の応答に関する実験

幅 50 cm, 長さ 20 cm の水路を用い、粒径 1 mm の均一砂を用い、勾配を 1/500 と一定にし、流量を時間的に変化させた場合の河床波の応答を実験的に調べた。実験に用いた流量波形は Fig. 9 に示すとおりで、単位幅流量  $q_0 = 500 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $q_1 = 800 \text{ cm}^2/\text{s}$  であり、河床波の変形過程が流量の変化速度によってどのように変わるかを調べるために、 $T_0$  を Table 2 に示すとおり 7 通り変化させた。いずれの Case も初期に  $q_0$  で 2

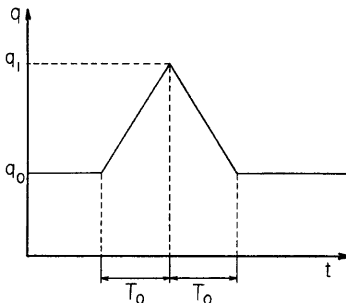
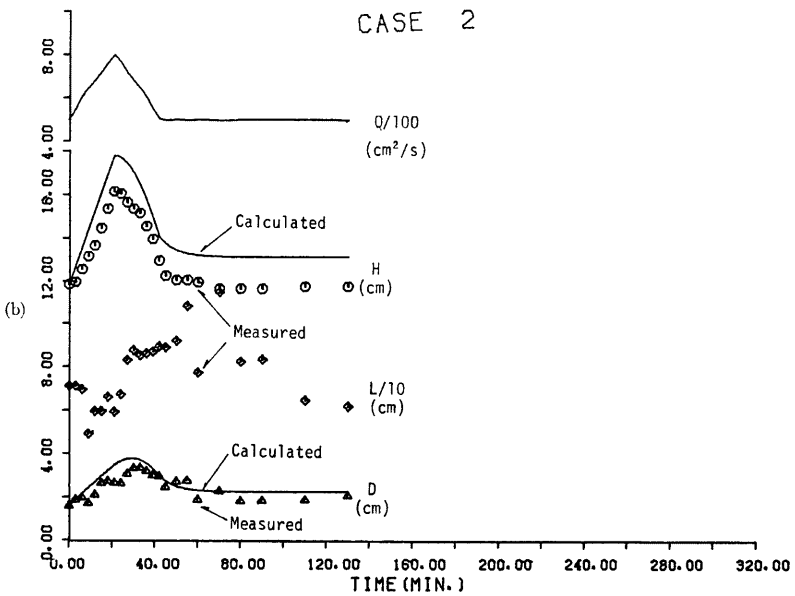
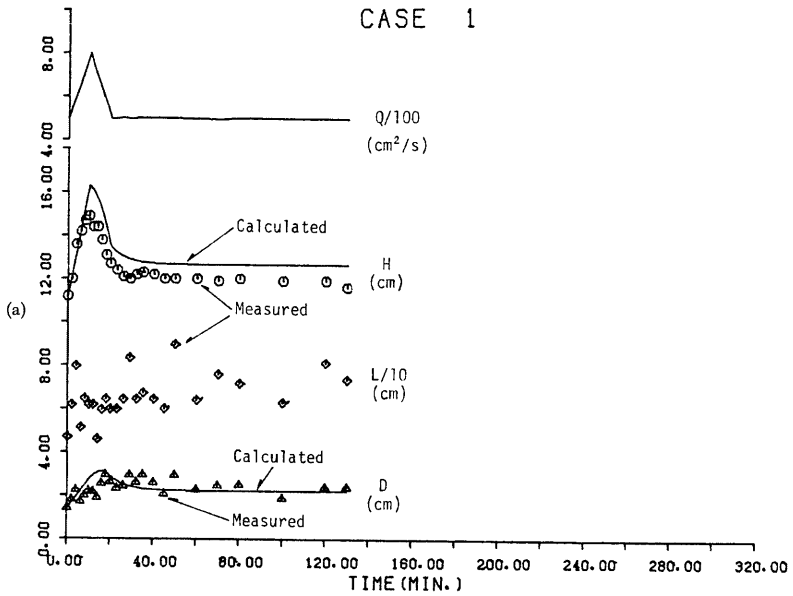
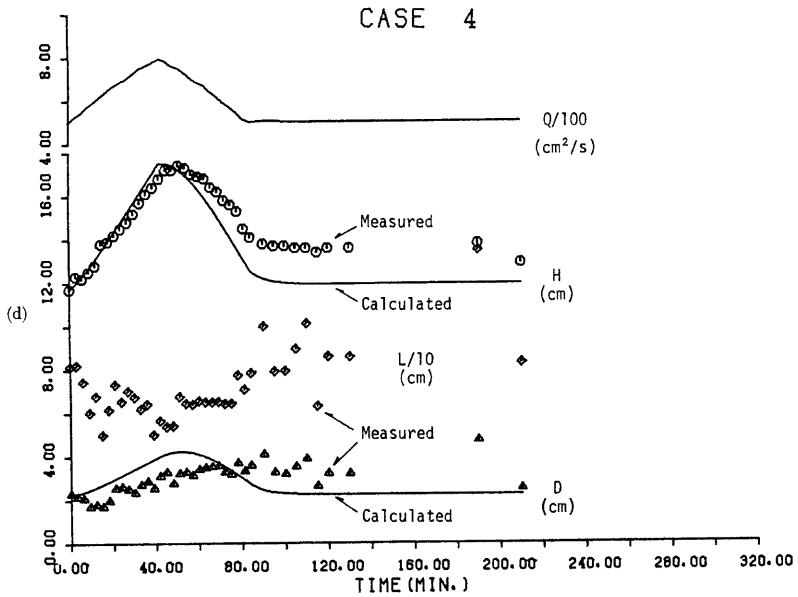
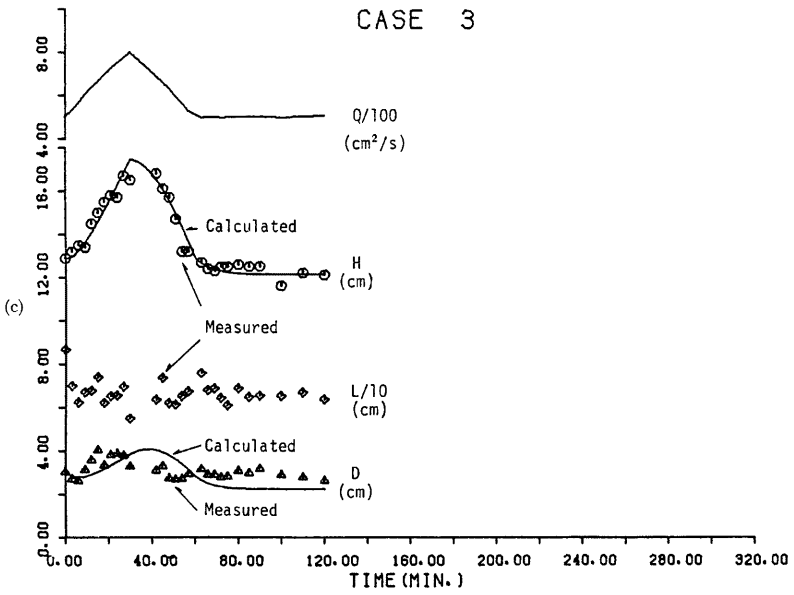


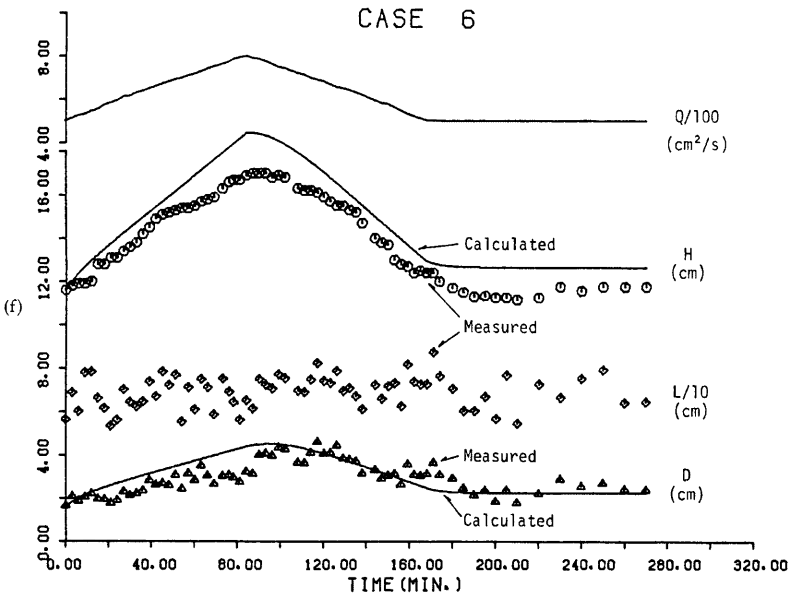
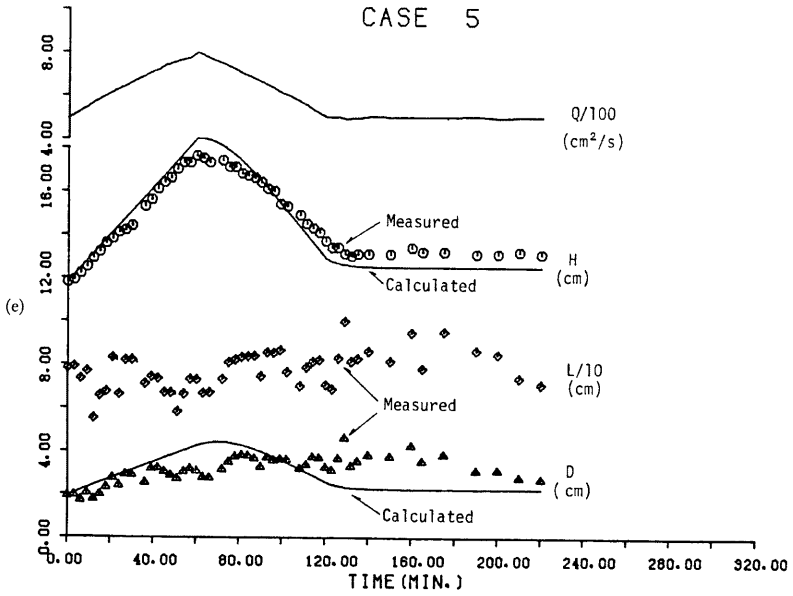
Fig. 9 Schematic hydrograph used in experiment.

Table 2 Experimental conditions concerning to  $T_0$ .

Case	$T_0(\text{min})$
1	10
2	21
3	30
4	42
5	60
6	84
7	108







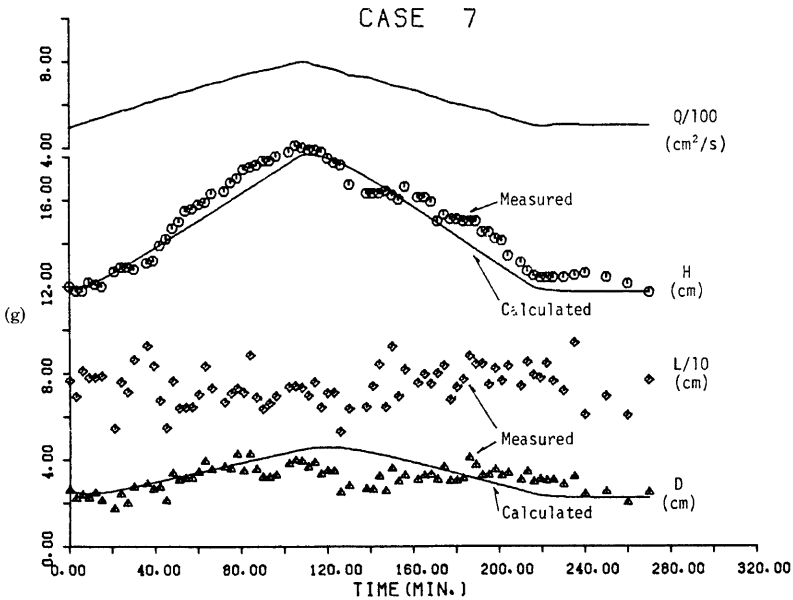


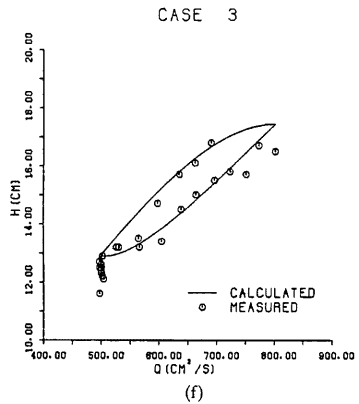
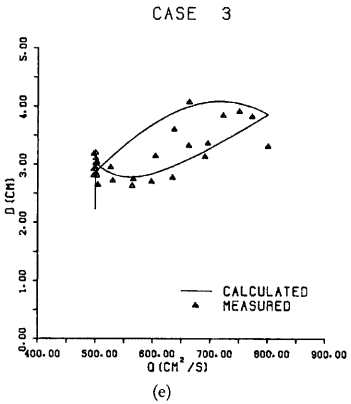
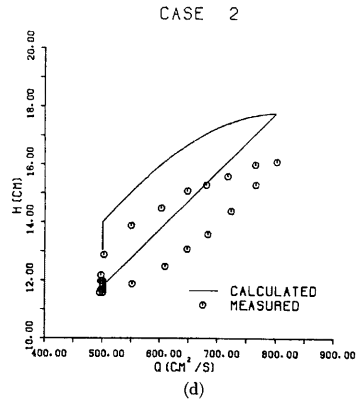
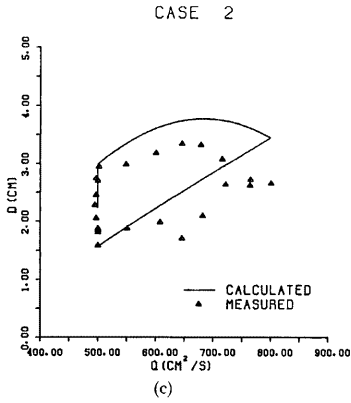
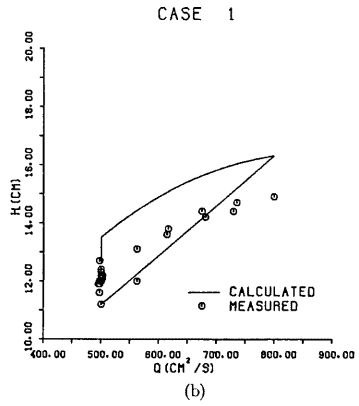
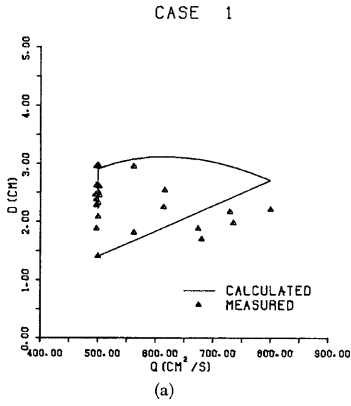
Fig. 10 Experimental results concerning to the time changing of  $q$ ,  $H$ ,  $L$  and  $D$ . These values of  $H$  and  $D$  are compared with theoretical ones.

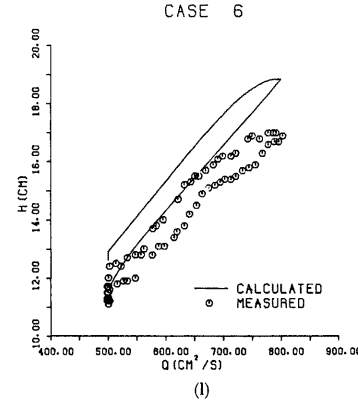
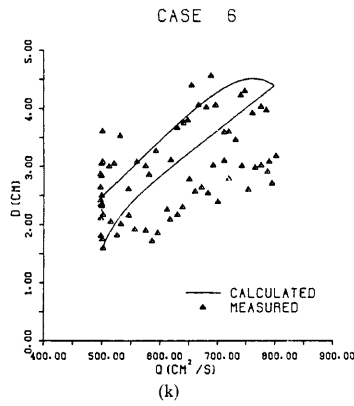
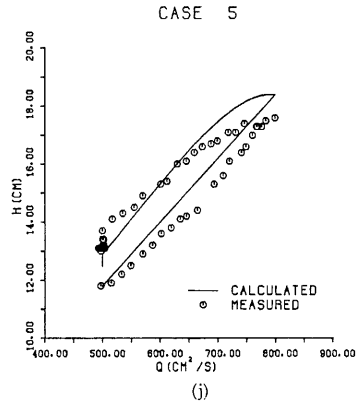
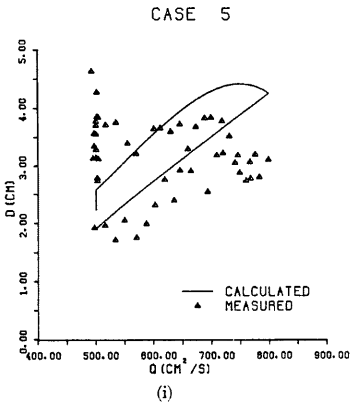
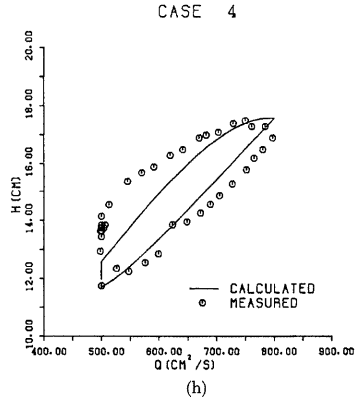
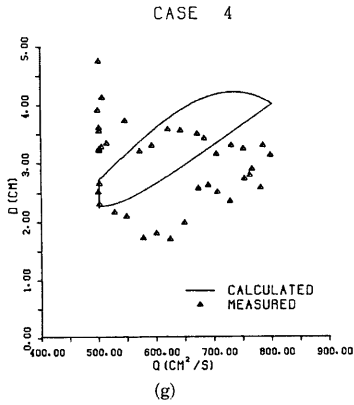
～4時間通水して平均波長、波高が十分に平衡状態になるようにしてから、 $q_1$ へ増加させ、再び $q_0$ に減少させ、河床波が $q_0$ に対する平衡状態に復するまで通水した。実験中水面勾配が変化しないよう下流端水位を絶えず調節した。測定区間は水路中央9m、水路中心線に沿って3分ごとに水面形ならびに河床形状を測定した。

Fig. 10 (a)～(g)は各実験 Case における単位幅流量  $q$ 、水深  $H$ 、平均波長  $L$  ならびに平均波高  $D$  の時間的変化である。また、Fig. 11(a)～(n)は上の結果を  $q \sim D$  平面上および  $q \sim H$  平面上にプロットしたものである。なお同図には前章で述べた理論結果との比較も行っているが、その説明は次章に譲ることにし、ここでは実験結果について述べる。まず、流量変化に対して河床波の応答遅れがかなり顕著である。これをピーク流量とピーク波高の生じる時間差で見ると Case 1, 2 が10分程度、Case 4 が60分、Case 5 が90分、Case 6 が30分、Case 7 が20分程度であり、中川・辻本<sup>9)</sup>らが指摘しているように、河床波の発達速度と流量の変化速度が近くなると、応答遅れが顕著となることを示している。これより早く流量を変化させると、河床波が十分に発達する前に、流量の下降期に入ること、また、ゆっくり変化させた場合には流量変化に追従して河床波が変化することによる。このことより、河床波高や水深のピーク値は流量をゆっくり変化させた場合の方が大きい。また、流量変化に対して河床波高は応答遅れを持って追従するため、同一の流量に対する河床波高および水深は流量上昇期よりも下降期の方が大きく、流量-波高、流量-水深曲線はループを画く。このループの幅は上述の理由により流量の変化速度と河床波の変化速度が近いとき大きくなる。

## 7. 流量の時間的変化に対する河床波の応答に関する理論と実験との比較

5. において述べた方法により流量変化に対する河床波の応答を追跡することができる。その結果あるいは実験的事実から、河床波高は時間に関して指数関数的に平衡状態の値に接近していくことが知られている







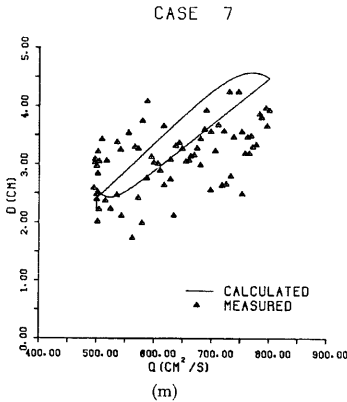


Fig. 11 (a)(c)(e)(g)(i)(k)(m) Comparison between calculated results of dune height and experimental ones on  $q$ - $D$  plane.

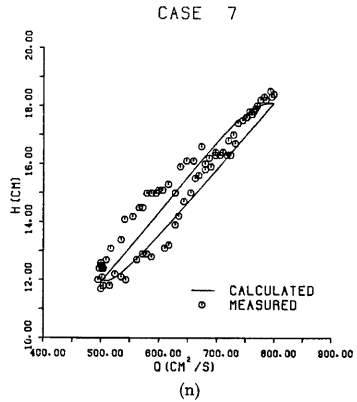


Fig. 11 (b)(d)(f)(h)(j)(l)(n) Comparison between calculated results of water depth and experimental ones on  $q$ - $H$  plane.

ので 5. の理論の近似的な方法として次のような簡単な方法を考え、それによる結果と実験値とを比較することにする。

いま、単位幅流量  $q_n$  のもとで河床波が平坦河床から平衡状態へ発達する過程を考える。時刻  $T_n$  での河床波の波高を  $D_n$ 、平衡状態のそれを  $D_{ne}$ 、河床波の発達に関する時間スケールを  $T_{nE}$  とすると、

$$D_n = D_{ne}[1 - \exp(-T_n/T_{nE})] \quad \dots\dots\dots(34)$$

で与えられる。時刻  $T_n$  から  $\Delta t$  経過後、流量が  $q_{n+1}$  に変化したとすると、その時点での波高  $D_{n+1}$  は、

$$D_{n+1} = D_{ne}[1 - \exp\{-(T_n + \Delta t)/T_{nE}\}] \quad \dots\dots\dots(35)$$

となる。これは  $q_{n+1}$ 、時刻  $T_{n+1}$  の波高であるから、式(34)の  $n$  の値を  $n+1$  に書き換えて、

$$D_{n+1} = D_{(n+1)e}[1 - \exp(-T_{n+1}/T_{(n+1)E})] \quad \dots\dots\dots(36)$$

この操作を  $\Delta t$  間隔で繰り返して、 $D_n < D_{ne}$  の場合の流量変化に伴う河床波の応答を追跡することができる。

また、 $D_n > D_{ne}$  に対しては、波高の変化速度の絶対値が、発達の場合と減衰の場合と同じと仮定して、式(34)、(35)に対応して便宜的に次式を用いる。

$$D_n = D_{ne}[1 + \exp(-T_n/T_{nE})] \quad \dots\dots\dots(37)$$

$$D_{n+1} = D_{ne}[1 + \exp\{-(t_n + \Delta t)/T_{nE}\}] \quad \dots\dots\dots(38)$$

つぎに、単位幅当りの流量  $q$  が  $\Delta q$  だけ、河床波高  $D$  が  $\Delta D$  だけ変化することによる水深  $H$  の変化量を  $\Delta H$  とすると、

$$\Delta H = \left(\frac{\partial H}{\partial q}\right)\Delta q + \left(\frac{\partial H}{\partial D}\right)\Delta D \quad \dots\dots\dots(39)$$

で表される。中川・辻本らは、右辺第一項に Chézy 則を用い、右辺第二項を形状抵抗の変化による分と考え、河床波が波形勾配一定のもとで変化するものと仮定して式(39)を次のように表した。

$$\Delta H = \frac{2}{3} \frac{H}{q} \Delta q + \frac{1}{2} \delta \varphi^2 \Delta D \quad \dots\dots\dots(40)$$

ここに、 $\delta$ 、 $\varphi$  はそれぞれ単位幅流量  $q$  のときの平衡状態の波形勾配および流速係数。

以上の諸式における  $D_{ne}$ ,  $T_{nE}$ ,  $\delta$ ,  $\varphi$  の値は実験値を用いて, 6. に示した実験条件のもとでの河床波高および水深の時間的変化を算定した。Fig. 10 および Fig. 11 に計算値と実験値との比較が示されているが, この計算法は著者らの理論をさらに簡略化しているものであるにもかかわらず, 流量変化に伴う河床波の応答の様子や水位-流量曲線のループなどの現象をかなり良く説明している。

しかし, 流量低減期の計算結果は実験結果とかなりのくいちがいを見せている。これはこの領域に対する簡略化, すなわち式(37)および(38)が適切でないことによるものであって, 5. で述べた理論的方法どおりの追跡を行えばさらに良い結果が得られるものと思われる。

## 8. 結 語

以上, 砂堆領域を対象として流量変化に伴う河床波の応答を実験的に詳細に検討し, 応答遅れやそれに基づく水位-流量曲線のループの特性を明らかにするとともに, 河床波の応答を追跡する理論を提案し, 実験値によりその妥当性を実証した。それらの結果を要約して結語とする。

1° 流量や勾配の水利条件が一定のもので, 任意の初期形状を持つ河床波がその水利条件に対応する平衡状態へ移行する過程を追跡する理論を開発した。この理論は, 波の統合, 分裂, 埋め戻しの現象をモデル化して定式化したものであるが, 平坦河床から平衡状態への移行過程についてはかなりよく適合する。しかし, 初期の波長・波高が平衡状態のそれより大きい場合については適合のよくない所もあり, 今後の改良が必要である。

2° 流量が時間的に変化する場合の河床波の応答を追跡する方法として流量変化を短かい時間ごとのステップ状で代表させ, それぞれの流量について1° で述べた方法で河床波の変形過程を求め, それを連続させて追跡していく方法を提案した。この方法は一般的で広い適用性を持っていると考えられる。

3° 流量変化速度を種々変えたハイドログラフを与え, 形成される河床波の流量変化への応答, その遅れに基づく水位-流量曲線のループなどを実験的に詳細に検討し, 流量変化速度が河床波の発達速度と同程度の場合にループ幅が最も大きくなるなどの特性が明らかにされた。これらの実験結果と 2° に述べた河床波の追跡法を用いた計算結果は比較的良好に一致し, 追跡法の妥当性が実証された。

## 参 考 文 献

- 1) Jensen, P. D.: Dunes Formation under Non-Steady Conditions, Proc. the XVth Congress, IAHR, Istanbul, Turkey, Vol. I A-23, 1973, pp. 173-179.
- 2) Yalin, M. S.: On the Development of Sand Waves in Time, Proc. the XVth Congress, IAHR, Sao Paulo, Brasil, Vol. II, 1975, pp. 212-219.
- 3) 中川博次・辻本哲郎: 河床波の発達性状に関する実験的考察, 京大防災研年報, 第19号 B-2, 1976, pp. 289-309.
- 4) 中川博次・辻本哲郎・矢田 篤: 河床形状と流砂の相互関係と河床波の変形過程について, 京大防災研年報, 第21号 B-2, 1978, pp. 385-405.
- 5) 中川博次・辻本哲郎: Lower Regime における非定常移動床流れの抵抗の遅れ性状, 第25回水理講演会論文集, 1981, pp. 1-7.
- 6) 芦田和男・澤井健二: 河床波の変形過程に関する実験的研究, 京大防災研年報, 第23号 B-2, 1980, pp. 457-473.
- 7) 芦田和男・澤井健二・加藤 均: 河床波の変形過程に関する実験的研究(2), 京大防災研年報, 第24号 B-2, 1981, pp. 283-295.
- 8) Yalin, M. S. and E. Karahan: Steepness of Sedimentary Dunes, Proc. ASCE, Vol. 105, HY4, 1979, 381-392.

- 9) Yalin, M. S. and C. T. Bishop: On the Physical Modeling of Dunes, Proc. XVIIth Congress, IAHR, Baden-Baden, Federal German Republic, Vol. 1, Paper A-4, 1977.
- 10) 中川博次・辻本哲郎・松田潤一郎・竹束正孝：流量変化に対する河床波のスケールの応答性状，関西支部年次学術講演会講演概要集 II-17, 1981.
- 11) Fredsøe, J.: Unsteady Flow in Straight Alluvial Streams. Part 2. Transition from Dunes to Plane Bed, Jour. of Fluid Mech., Vol. 102, 1981, pp. 431-453.