

# 水系密度の変化に関する理論的考察

柏谷 健二・奥田 節夫

## INVESTIGATION OF A MATHEMATICAL MODEL ON DRAINAGE DENSITY

By Kenji KASHIWAYA and Setsuo OKUDA

### Synopsis

A theoretical equation which shows the temporal change of drainage density is expressed as follows;

$$D_i(t, T) = \frac{\exp\left\{\int_t^T \beta_i(\tau) d\tau\right\}}{\int_t^T \beta_i(\tau)/\gamma_i(\tau) \exp\left\{\int_t^\tau \beta_i(\xi) d\xi\right\} d\tau + 1/D_i},$$

where  $D_i(t, T)$  is the drainage density at time  $T$  on the  $i$ -th basin or geomorphic surface which was formed at time  $t$ ;  $\beta_i(\tau)$  is the coefficient concerning the process which causes the development of river at time  $\tau$ ;  $\gamma_i(\tau)$  is the maximum drainage density at time  $\tau$  and  $D_i$  is the initial drainage density on the  $i$ -th geomorphic surface or basin. The equation is based on the assumption that drainage density increases with time until it reaches the specific upper limit, the maximum drainage density, which concerns some physical properties of the basin.

It is possible to modify the equations into what shows the temporal change of drainage densities in various basins or on geomorphic surfaces. The equation is;

$$D(t, T) = \frac{\exp\left\{\int_t^T \beta(\tau) d\tau\right\}}{\int_t^T \beta(\tau)/\gamma(\tau) \exp\left\{\int_t^\tau \beta(\xi) d\xi\right\} d\tau + 1/D_0}$$

with  $D_0$  the initial drainage density, where it is assumed that the process is single and the physical properties are not changed in the basins.

By employing this equation, we obtain that the influence of the variation in the process to the change of the drainage density becomes smaller with time as the absolute value of the function concerning the process becomes larger, if we set the function is expressed as the non-negative one where periodic variation and invariable term are combined.

### 1. はじめに

流域の発達過程は他の地形変化と同様に、流域を構成する物質の性質（地形構成材料の物性、いわゆる岩石物性）とその場に作用する地形形成営力によって決定される。従って、水系の変化を解明するためには対象とする地域の地形構成材料の物性とそこに働く地形形成営力の具体的表現が必要となる。ここまでは他の物理科学と共通であるが、水系の変化も含めた地形変化において問題が特に複雑になるのは、地形として表現される対象は微分的な法則性ではなく、その時空的積分形であるということである。すなわち、存在する地形は地形形成営力と構成材料の性質の様々な組合せのもとで、長い時間、広い空間にわたって地形変化を積分した形で包含している。従って、水系の変化等の地形変化を明確にしようとするモデルを考える場合にも、地形形成営力、構成材料の物性の両者の変化を考慮しなければならないのは当然である。

さて、本稿では河川地形の変化のうち水系密度の変化に焦点をあて、上記の観点から議論をすすめよう。谷の発達は一様に次の形式に区別されている<sup>1)</sup>;

- i) 谷頭の伸長
- ii) 側方侵蝕等による新たな谷の形成 (側刻による分枝)
- iii) 谷底の削磨, 掘り下げ (下刻)
- iv) 谷幅の拡張 (拡幅)。

水系密度の変化は主として i) と ii) に関係するものであり、流域の発達とともに増大すると考えられており、相対的な経年時間を示すものとされている (例えば Schumm, 1956<sup>2)</sup>)。また、谷頭の伸長や側方侵蝕は多くの場合、崩壊・土石流等の発生にも関係しており、砂防工学的観点からの研究も進められてきている<sup>3)</sup>。

水系密度も含めた従来の水系網に関する研究は、流域の構造の究明 (高山, 1974<sup>4)</sup> に詳しい) や崩壊等との関係の統計的な法則性の追求<sup>5)</sup> に主眼が置かれることが多く、その経時変化の法則性を明確にしようという研究はそれ程多くはなかったようである (Scheidegger, 1970<sup>6)</sup> は流路数の経時変化に関するモデルを報告し、徳永他<sup>7)</sup> も研究の方向性について問題を提起しているが)。これには、時間を刻んだ資料を集める困難性という絶対的な制約とともにモデルが平衡状態を前提としていることにもその一因があると思われる。時系列モデルを想定する場合にはどの程度の時間スケールを対象とするかによって、その設定条件が異なるのが普通である。従って、時間的にも空間的にも種々のスケールを含んでいる地形現象に対して一般的な時系列モデルを設定することはかなり困難な作業であることは当然であるが、地形変化の予知・予測という観点からは時系列モデルは必須であり、地形変化の一般性を考える場合の出発点であろう。このような考え方から、筆者の一人は先に水系密度の時間的変化を考慮した数理モデルを提案している (KASHIWAYA, 1983<sup>8)</sup>) ので、ここではそのモデルの拡張を検討し、その妥当性・発展性について考察を加えたい。

## 2. 基本的な考え方

ある流域における流路の成長には、次の三つの場合が考えられる;

- a) 流路長は時間とともに増加を続ける,
- b) 流路長はその流域に特有な上限値まで増大する,

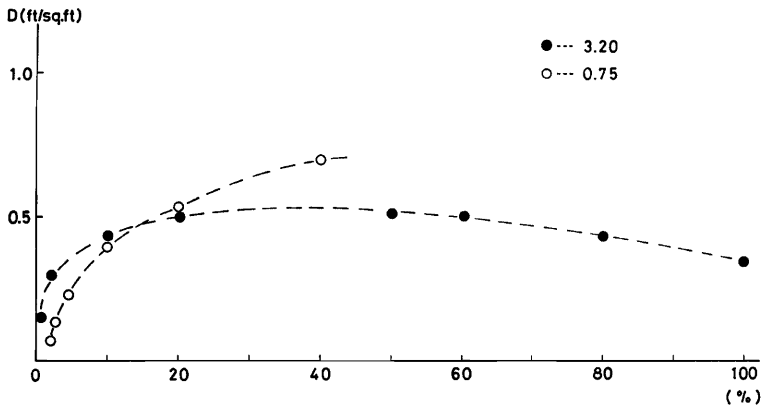


Fig. 1 The temporal change of the drainage density in the experimental basin (after Schumm, 1976).

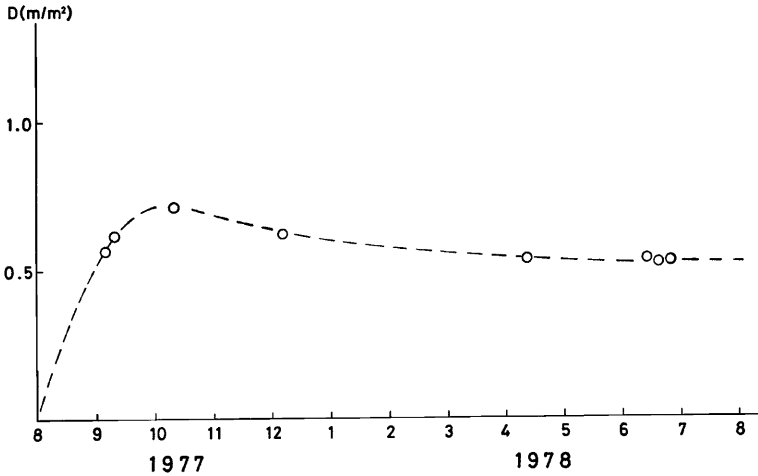


Fig. 2 The temporal change of the drainage density in the experimental slope (cf. Kashiwaya, 1980)

c) 流路長はある値まで増加し、その後減少する。これらのうち a) の考えは理論的には可能だが、流路が有限の大きさであることを考えれば、非現実的である。c) の考えは、DAVIS 流の地形輪廻思想の流れをくむもので定性的にはもっともらしい（例えば、Glock, 1931<sup>9)</sup>）。確かに小実験流域の水系発達に限定すれば c) の考えを支持する傾向が認められ（例えば、Schumm, 1977<sup>10)</sup>, Fig. 1 参照）、筆者の一人が行った実験斜面におけるリル発達についても同様の傾向が認められる<sup>11)</sup> (Fig. 2)。しかしながら、三野 (1940)<sup>12)</sup> や谷津 (1950)<sup>13)</sup> が野外の実測資料に基づいてこの考えに批判を加えているように、流路の分流や合流が頻繁に発生する裸地斜面等の実験流域を除いては、c) の考えが一般的かどうかは明確でない。

これらに対して、b) の考えは、Horton (1945)<sup>14)</sup> のいわゆる no erosion belt という言葉の裡にも含まれており、Schumm (1956)<sup>15)</sup> の提案した水流保持定数（厳密にはこれは定数でないことを Shreve, 1969<sup>16)</sup> は証明しているが）にも含まれている。すなわち、一定の流路を形成するためにはある程度の集水域が必要であるということである。沖村 (1980)<sup>17)</sup> によれば、崩壊数は水系密度の増加とともにある値まで増加するが、その後減少する (Fig. 3 参照)。流路の伸長が谷頭の伸長および側方侵蝕による新たな谷の形成に促されている、すなわち崩壊が関与していると考えれば、水系密度はある特定の上限值を有するとしほうが考えやすい。以上のようなことからここでは、水系密度はその流域において特定の上限值、いわば限界水系密度を有するとして、議論を進めよう。

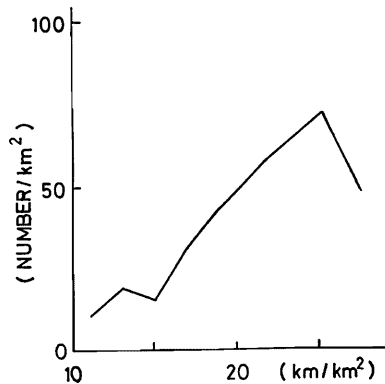


Fig. 3 The relationship between the number of landslides in the ordinate and the drainage density in the abscissa (after Okimura, 1980).

モデルの設定にあたっては、谷の発達には先の i) 谷頭の伸長、および、ii) 側方侵蝕等による新たな谷の形成によるものであるということをも基本的な仮定とし、流路間の合併や流路の消滅はないものとした。また、流路の形成を促す営力および流路が形成される流域の地質条件を含めた構成材料の特性は一律であるとした。このような仮定からは、谷頭の数が多ければ多い程、また流路の総延長が長ければ長い程、谷の発達の場合が多いことになる。従って、時刻  $t$  における面積  $A$  の流域における流路の総延長は

$$l(t+\Delta t) = l(t) + \alpha(t)l(t)\Delta t + 0(\Delta t)^2 \dots\dots\dots(1)$$

となる。ここで、 $\alpha(t)$  は比例係数である。この式を変化し、極限移行すれば

$$\frac{dl(t)}{dt} = \alpha(t)l(t) \dots\dots\dots(2)$$

となり、 $l(t)/A = D(t)$  とすれば

$$\frac{dD(t)}{dt} = \alpha(t)D(t), \dots\dots\dots(3)$$

となる。但し、 $D(t)$  は水系密度であり、これが水系密度の時間的変化を示す基本式ということになる (KASHIWAYA, 1983)<sup>18)</sup>。

さて、この微分方程式を解き  $D(t)$  の経時的变化を求めるとするには  $\alpha(t)$  の関数型を決定する必要がある。そこで、先の流路の成長に関する b) の仮定を用いれば

$$\alpha(t) = \beta(t) \left\{ 1 - \frac{D(t)}{\gamma(t)} \right\} \quad \text{但し} \quad 0 < D(t) \leq \gamma \dots\dots\dots(4)$$

で表現される。これは、流路の総延長が増加すれば成長の機会が多くなると同時に、新たに流路の発展する空間が減少することを意味している。式中  $\beta(t)$  は時刻  $t$  における流路を形成する営力の大きさを示す係数で、 $\gamma(t)$  は時刻  $t$  における限界水系密度、すなわちここでは流域の構成材料の物性に支配される係数ということになる。(4)式を(3)式に代入すれば

$$\frac{dD(t)}{dt} = \beta(t) \left\{ 1 - \frac{D(t)}{\gamma(t)} \right\} D(t) \dots\dots\dots(5)$$

となる。この式は  $P = \int_{t_0}^t \beta(\tau) d\tau$ ,  $e^P = D(t)e^{-P}$  と置換することにより比較的簡単に解け、 $t=t_0$  のとき  $D(t) = D_0$  とすれば、 $t > t_0$  に対して

$$D(t) = \frac{\exp \left\{ \int_{t_0}^t \beta(\tau) d\tau \right\}}{\int_{t_0}^t \beta(\tau) / \gamma(\tau) \exp \left\{ \int_{t_0}^{\tau} \beta(\xi) d\xi \right\} d\tau + 1/D_0} \dots\dots\dots(6)$$

となる。そしてこれが水系密度の経時的变化を示す一般式ということになる。特に限界水系密度が一定のとき、すなわち  $\gamma(t) = \gamma = \text{const.}$  のときは

$$D(t) = \frac{\gamma D_0}{D_0 + (\gamma - D) \exp \left\{ - \int_{t_0}^t \beta(\tau) d\tau \right\}} \dots\dots\dots(7)$$

となり、地形形成営力も限界水系密度も一定のとき、すなわち  $\beta(t) = \beta = \text{const.}$ ,  $\gamma(t) = \gamma = \text{const.}$  のときは

$$D(t) = \frac{\gamma D_0}{D_0 + (\gamma - D_0) \exp \{ -\beta(t - t_0) \}} \dots\dots\dots(8)$$

となる。

3. 考 察

(8)式を用いたモデルについては実際の水系に対応させた考察を既に報告している (KASHIWAYA, 1983)<sup>19)</sup>が、ここでは(6), (7)式も含めた理論的な考察を進めよう。一般に(6)~(8)式で示されるモデルを検討するためには一つの流域あるいは地域における時系列資料が必要であることは言うまでもない。しかしながら、実験斜面や変化の著しい小流域を除いてはこのような資料を得ることはきわめて困難である。従って、Tokunaga et al (1980)<sup>20)</sup>のように年代測定が行われているいくつかの地形面を利用し、そこでの水系を一つの流域あるいは地域における水系の発達段階に対するものとして議論を進める必要がある。

今、水系の変化を促す地形形成営力  $\beta(t)$  の変化を模式的に考えると Fig. 4 に示すようになる。すなわち、現在を時刻  $T$  へすれば時刻  $t_0$  に形成を開始した地形は、 $t_0$  から  $T$  まで  $\beta(t)$  を積分したもので、 $\int_{t_0}^T \beta(t) dt$  という形で地形形成営力を積分的に受けた結果ということになる。このことを水系密度の変化に対応させて考えれば Fig. 5 に示すものとなる。すなわち、 $t_1$  に形成された地形面の水系密度の変化は  $D_1(t_1, T)$  で示され、 $t_2$  に形成された地形面における水系密度の変化は  $D_2(t_2, T)$ 、……以下同様に示される考えることができる。以上の議論を数式にすると

$$D_1(t_1, T) = \frac{\exp\left\{\int_{t_1}^T \beta_1(\tau) d\tau\right\}}{\int_{t_1}^T \beta_1(\tau)/\gamma_1(\tau) \exp\left\{\int_{t_1}^{\tau} \beta_1(\xi) d\xi\right\} d\tau + 1/D_1}$$

$$D_2(t_2, T) = \frac{\exp\left\{\int_{t_2}^T \beta_2(\tau) d\tau\right\}}{\int_{t_2}^T \beta_2(\tau)/\gamma_2(\tau) \exp\left\{\int_{t_2}^{\tau} \beta_2(\xi) d\xi\right\} d\tau + 1/D_2}$$

.....

$$D_i(t_i, T) = \frac{\exp\left\{\int_{t_i}^T \beta_i(\tau) d\tau\right\}}{\int_{t_i}^T \beta_i(\tau)/\gamma_i(\tau) \exp\left\{\int_{t_i}^{\tau} \beta_i(\xi) d\xi\right\} d\tau + 1/D_i}$$

.....

となり、ここで、 $D_i(t_i, T)$ 、 $\beta_i(t)$ 、 $\gamma_i(t)$ 、 $D_i$  はそれぞれ地形面  $i$  における水系密度、地形形成営力、限界水

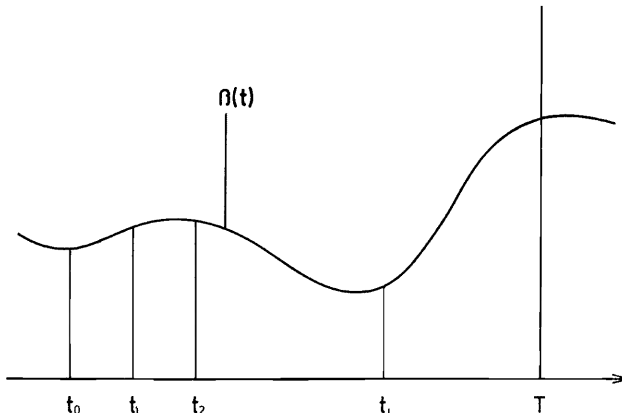


Fig. 4 The ideal variation of the function which concerns the processes with time  $t$ ,  $T$  means the present.

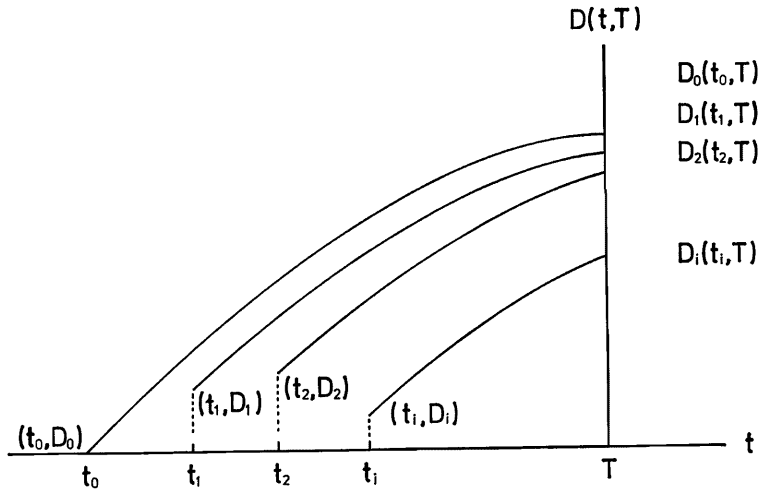


Fig. 5 The temporal change of the drainage densities in various drainage basins or geomorphic surfaces.  $D_i(t_i, T)$  is the drainage basin at time  $T$ .  $D_i$  is the initial drainage density of the  $i$ -the basin. The abscissa means the absolute time.

系密度および初期水系密度を示す。今、地形形成営力が同様の影響を及ぼす地形面を対象とすると考えれば

$$\beta_1(t) = \beta_2(t) = \dots = \beta_i(t) = \dots = \beta(t)$$

とすることができる。また、地形面を構成する材料の物性が同様なものとすれば

$$\gamma_1(t) = \gamma_2(t) = \dots = \gamma_i(t) = \dots = \gamma(t)$$

とすることができ、また

$$D_1 = D_2 = \dots = D_i = \dots = D_0$$

と考えることも可能である。従って、上記の一連の式は

$$D_1(t_1, T) = \frac{\exp\left\{\int_{t_1}^T \beta(\tau) d\tau\right\}}{\int_{t_1}^T \beta(\tau) / \gamma(\tau) \exp\left\{\int_{t_1}^{\tau} \beta(\xi) d\xi\right\} d\tau + 1/D_0}$$

$$D_2(t_2, T) = \frac{\exp\left\{\int_{t_2}^T \beta(\tau) d\tau\right\}}{\int_{t_2}^T \beta(\tau) / \gamma(\tau) \exp\left\{\int_{t_2}^{\tau} \beta(\xi) d\xi\right\} d\tau + 1/D_0}$$

.....

$$D_i(t_i, T) = \frac{\exp\left\{\int_{t_i}^T \beta(\tau) d\tau\right\}}{\int_{t_i}^T \beta(\tau) / \gamma(\tau) \exp\left\{\int_{t_i}^{\tau} \beta(\xi) d\xi\right\} d\tau + 1/D_0}$$

.....

となる。これらの式より、時刻  $t$  に形成された地形面の水系密度は時刻  $T$  (現在) においては

$$D(t, T) = \frac{\exp\left\{\int_t^T \beta(\tau) d\tau\right\}}{\int_t^T \beta(\tau) / \gamma(\tau) \exp\left\{\int_t^{\tau} \beta(\xi) d\xi\right\} d\tau + 1/D_0} \dots\dots\dots(9)$$

と表現される。そして、これが  $\beta(\tau)$  と  $\gamma(\tau)$  の関数型が決定されれば、現在 ( $T$ ) の地形面の水系密度の測定と形成年代 ( $t$ ) の測定より、(6)~(8)式で示される理論式の検証を可能とさせる方程式ということになる。特に限界水系密度が一定のとき ( $\gamma(t) = \gamma$ ) は

$$D(t, T) = \frac{\gamma D_0}{D_0 + (\gamma - D_0) \exp\left\{-\int_t^T \beta(\tau) d\tau\right\}} \dots\dots\dots(10)$$

となり、さらに限界水系密度も地形形成営力も一定のとき ( $\beta(t) = \beta$ ,  $\gamma(t) = \gamma$ ) は

$$D(t, T) = \frac{\gamma D_0}{D_0 + (\gamma - D_0) \exp\{-\beta(T-t)\}} \dots\dots\dots(11)$$

となる。このとき、 $\tau$  年前に形成された地形面の水系密度を  $D(\tau)$  とすれば、 $D(\tau)$  は

$$D(\tau) = \frac{\gamma D_0}{D_0 + (\gamma - D_0) \exp(-\beta\tau)} \dots\dots\dots(12)$$

で示される。

さて、(9)~(12)式で示される水系密度方程式において、厳密には(9)式を用いることが望ましいが、 $\beta(t)$  おとび  $\gamma(t)$  の関数型を決定することは実際には困難である。また、地形形成営力は一般に経時の変化を伴うはずであるから(11)、(12)式で表現することは地形形成営力の変動を認識できないという点で問題が残る。また、限界水系密度  $\gamma(t)$  については、風化等による限界値の変動ということも考えられるが、水系密度の限界値という意味から、それを一定値と考えることはそれなりに合理的であろう。このように考えれば、地形形成営力の効果を調べるためには(10)式の検討が望ましいということなる。

地形形成営力  $\beta(t)$  の関数型の決定はそれ自体極めて重要な課題であり、種々の複雑な問題が含まれているので、ここでは単に数値実験の意味の考察にとどめたい。今、地形形成営力を、周期的に変動する営力と変動しない営力を考慮して、

$$\beta(t) = \lambda \left\{ A \sin \frac{2\pi(t-B)}{\omega} + C \right\} \dots\dots\dots(13)$$

とすれば、(10)式は

$$D(t, T) = \frac{\gamma D_0}{D_0 + (\gamma - D_0) \exp\left\{-\lambda C(T-t) + \frac{\lambda A \omega}{2\pi} \left(\cos \frac{2\pi(T-B)}{\omega} - \cos \frac{2\pi(t-B)}{\omega}\right)\right\}} \dots\dots\dots(14)$$

となり、 $T-t = \tau$  とすれば

$$D(\tau) = \frac{\gamma D_0}{D_0 + (\gamma - D_0) \exp\left\{-\lambda C\tau + \frac{\lambda A \omega}{2\pi} \left(\cos \frac{2\pi(T-B)}{\omega} - \cos \frac{2\pi(T-B-\tau)}{\omega}\right)\right\}} \dots\dots\dots(15)$$

となる。ここで、 $\lambda$  は営力作用の“効率”を示す係数で、 $A$  は振幅、 $B$  は位相、 $\omega$  は周期、 $C$  は非周期的な営力に関係する係数である。Fig. 6, Fig. 7 はこれらの係数を適当に変化させ、 $\gamma, D_0$  に任意の値を(15)式に代入して計算した結果である。

Fig. 6 は地形形成営力が負とならない場合、すなわち(A);  $\beta(t) \geq 0$  のみを考えたものであり、Fig. 7 はそれが正である場合、すなわち(B);  $\beta(t) > 0$  も想定したものである。(B)の場合は地形形成営力の周期的変動の

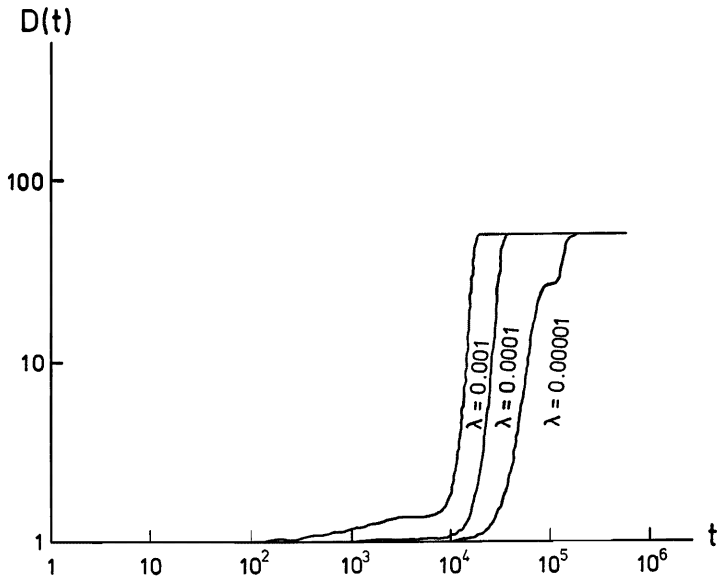


Fig.6 (a)

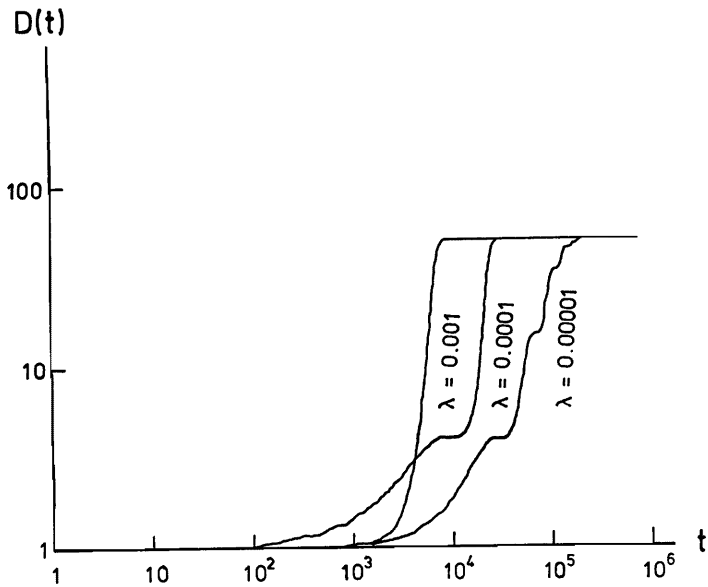


Fig.6 (b)



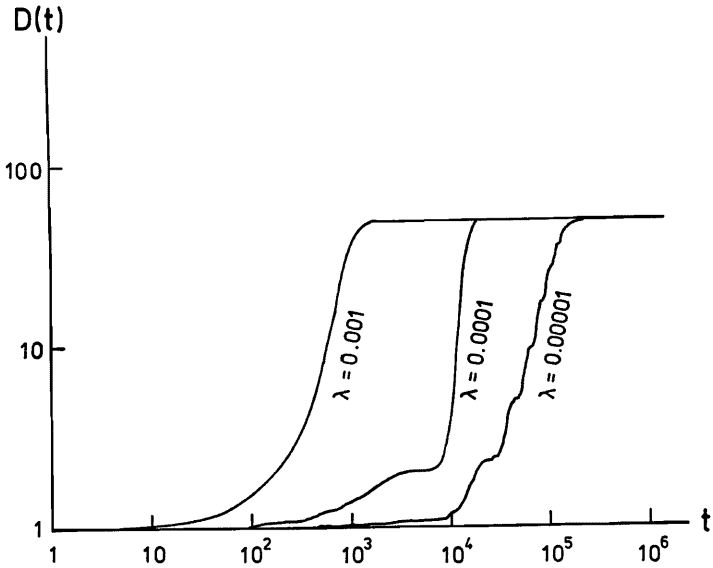


Fig. 6 (c)

Fig. 6 The time variation of drainage density in the case that the function which concerns the processes is expressed as one where periodic variation and invariable term are combined; eq.(13).

- (a)  $A=4, B=20000, C=4, \omega=100000$
- (b)  $A=4, B=20000, C=4, \omega=40000$
- (c)  $A=4, B=20000, C=4, \omega=20000$

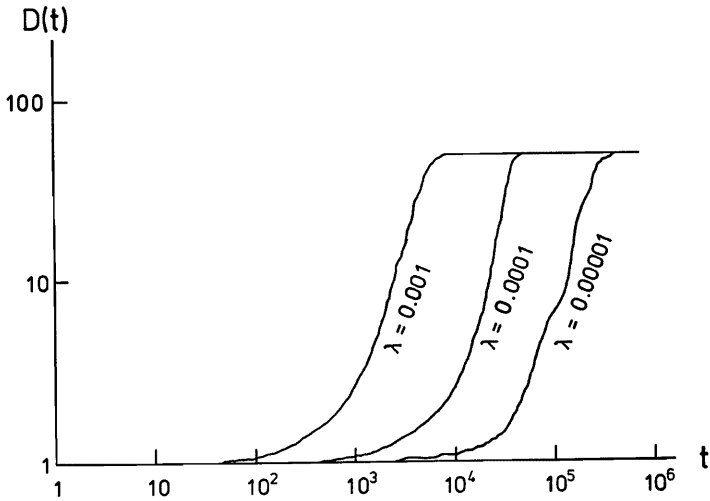


Fig. 7 (a)

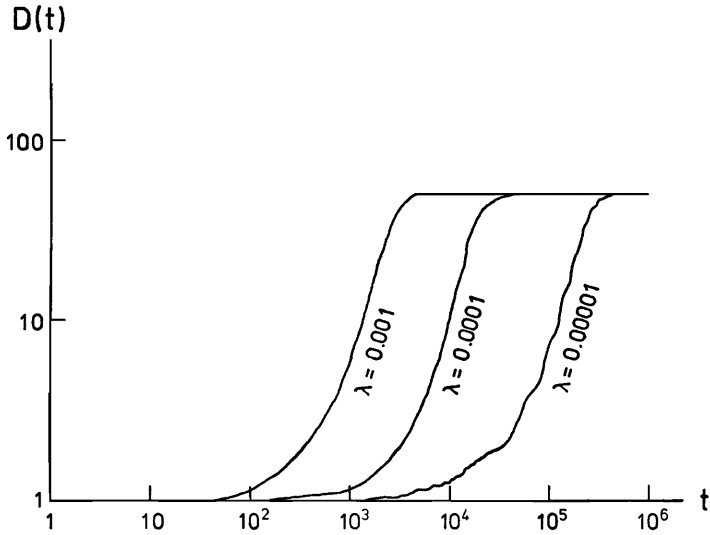


Fig.7 (b)

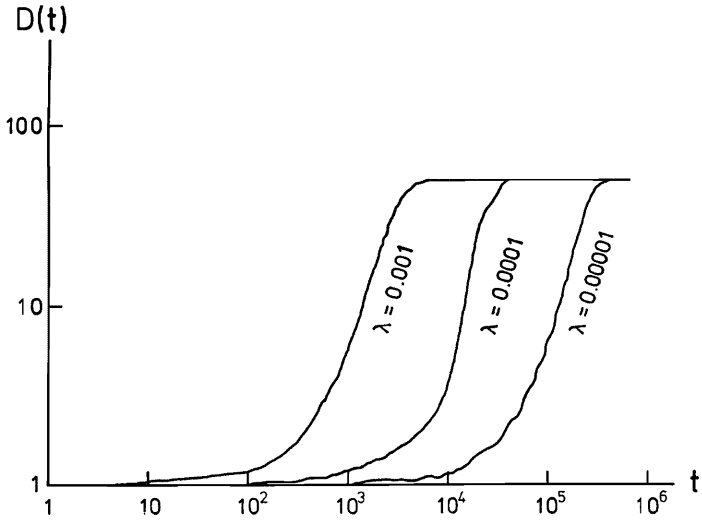


Fig.7 (c)

Fig. 7 The time variation of drainage density in the case where the function concerning the processes is expressed as eq.(13)

- (a)  $A=1, B=20000, C=2, \omega=100000$
- (b)  $A=1, B=20000, C=2, \omega=40000$
- (c)  $A=1, B=20000, C=2, \omega=20000$

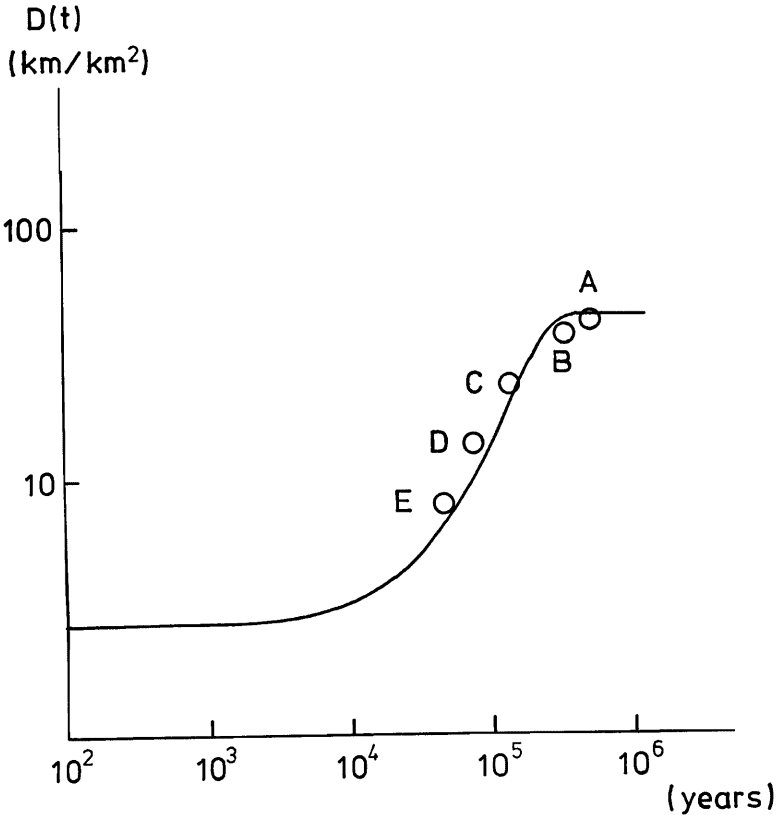


Fig. 8 The temporal change of the drainage density in the south Kanto district. curve; theoretical drainage density, open circles; drainage density obtained in the field by Tokunaga et al (1980)<sup>20)</sup>. A: Konan terrace (400000 yr B. P.), B: Oshinuma terrace (300000 yr B. P.), C: Shimosueyoshi terrace (130000 yr B. P.), D; Obaradai terrace (80000 yr B. P.), E: Misaki terrace (60000 yr B. P.), (cf. Kashiwaya, 1983).

影響は比較的早く失われるが、(A)の場合は多少遅くまで残るようである。いずれにせよこれらの図からも認められることであるが、 $\lambda$ が大きくなる、すなわち地形形成営力の“効率”が良くなればなる程、その周期的変動の影響は薄れるということが一般的傾向として存在するようである。このことは種々の条件の変化に伴う地形形成営力の変動の痕跡は、変動周期にも関わることであるが、その最大値が大きくなるにつれて地形面に残りにくくなることを示唆している。従って、前報 (KASHIWAYA, 1983)<sup>21)</sup>で報告した南関東のいくつかの地形面における水系密度の測定値と地形形成営力を一定として計算した結果が相対的な一致を示している (Fig. 8 参照、この図での理論曲線は(2)式を用い、また対応を良くするために、KASHIWAYA, 1983 の図とは係数も多少変更しているが、本質的には変わらない) ことはそれなりに理解できよう。

#### 4. ま と め

以上、水系密度の変化に関するモデルを種々の観点から検討してきたが、以下のことが導かれた。すなわち、

- i) 地形形成営力の経時的变化と流域・地域の岩石物性に対応すると考えられる限界水系密度の経時的变化を考慮した水系密度の時間的变化に関する微分方程式が導入され、その解、いわば水系密度発達関数が得られた。
- ii) 一つの流域・地域を対象とした上述の水系密度発達関数から、適当な仮定を置くことにより、形成年代の知られている地形面の現在の水系密度を用いて理論の検証を可能とする式を導いた。
- iii) 限界水系密度を一定とし、地形形成営力に適当な非負の正弦関数を仮定して数値的に検討した結果、地形形成営力の最大値が大きくなるに従い、周期的変動の影響は少くなり、過去の変動の痕跡が残され易いのはその最大値が小さい場合であることがわかった。

モデルの第一近似的な有効性については前報でも報告しているし、本文中でも触れているが、水系密度の変化の予知・予測という観点からは、精度の向上をも考慮した理論の一般化を計る必要がある。従って、今後の主な課題としては、

- i) 水系を発達させる地形形成営力の経時的变化を示す関数型を得る、
- ii) 流域・地域の構成材料の物性と限界水系密度の対応関係を得る、ことであろう。

最後に、本論文に対する御検討をいただいた大阪市立大学の平野昌繁助教授、また有益な御助言をいただいた京都大学防災研究所地形土壌災害研究部門の諸氏に謝意を表したい。

#### 参 考 文 献

- 1) 塚本良則：侵食谷の発達様式に関する研究（I）一豪雨型山崩れと谷の成長の関係についての一つの考え方一、新砂防, 87, 1973, pp. 4-17.
- 2) Schumm, S. A.: The evolution of drainage systems and slopes in badland at Perth Amboy, New Jersey, Bull. Geol. Soc. Amer., 67, 1956, pp. 597-646.
- 3) 例えば前掲1)や沖村 孝：水系網分布と崩壊発生の研究一崩壊地形立地解析I一、建設工学研究所報告, 21, 1979, pp. 37-60.
- 4) 高山茂美：河川地形, 共立出版, 1974, 304 p.
- 5) 例えば前掲1), 3)や柏谷健二・平野昌繁・横山康二・奥田節夫：山腹崩壊と地形特性に関して一昭和50年5号台風による高知県下の山腹崩壊を対象として一、京都大学防災研究所年報第19号B-1, 1976, pp. 371-383.
- 6) Scheidegger A. E.: On the theory of evolution of river nets, Bull. I. A. S. H., 15, 1970, pp. 109-114.
- 7) 徳永英二・柏谷健二・高山茂美：水系網の時系列的变化について, 地形, 2, 1981, pp. 101-106.
- 8) Kashiwaya, K.: A mathematical model for the temporal change of drainage density, 地形, 4, 1983, pp. 25-31.
- 9) Glock, W. S.: The development of drainage system: a synoptic view, Geog. Rev., 21, 1931, pp. 475-482.
- 10) Schumm, S. A.: The fluvial system, John Wiley & Sons, 1977, pp. 64-70.
- 11) 柏谷健二：野外実験によるリルの発達過程の考察, 地理学評論, 53, 1980, pp. 419-434. に実験内容が述べられている。
- 12) 三野与吉：地形輪廻と谷密度, 地理学評論, 16, 1940, pp. 46-47.
- 13) 谷津栄寿：秩父山地の起伏量について, 田中先生記念論文集, 1950, pp. 323-331.

- 14) Horton, R. E.: Erosional development of streams and their drainage basins: Hydrophysical approach to quantitative morphology, Geol. Soc. Amer. Bull., 50 1945, pp. 275-370.
- 15) 前掲 2)
- 16) Shreve, R. L.: Stream lengths and basin areas in topologically random channel networks, Jour. Geol., 77, 1969, pp. 397-414.
- 17) 沖村 孝: 谷密度と崩壊特性の研究—崩壊地形立地解析 II 一, 建設工学研究所報告, 22, 1980, pp. 283-295.
- 18) 前掲 8)
- 19) 前掲 8)
- 20) Tokunaga, E., Tamura, T. and Machida, H.: A morphometric study on dissection of the dated coastal terraces in south Kanto, central Japan, 24th I. G. C. Abstracts vol. 1, 1980, pp. 128-129.
- 21) 前掲 8)