

開水路流れにおける分散係数

岩佐 義朗・綾 史郎・薬師寺 公文

LONGITUDINAL DISPERSION COEFFICIENT OF OPEN CHANNEL FLOW IN RECTANGULAR CROSS SECTION FLUMES

By *Yoshiaki IWASA, Shirou AYA and Kimifumi YAKUSHIJI*

Synopsis

This paper presents a part of the results from 19 dispersion experiments made in open channel flumes of rectangular cross section. The main objectives are to report the details of the experiments, the data processing procedure, and the dispersion coefficients obtained. Two flumes with large length to width ratios are used under the condition of wide aspect ratios and various bottom roughnesses. Concentration to time curves are simultaneously measured at many points in a section. In most experiments, local time-averaged velocities at 40 or more points in a cross section are also measured by either propellers or a hot film velocity meter. The dispersion coefficients are obtained by the moment method, the routing procedure and/or the peak concentration to time method. A relationship between the dispersion coefficient and aspect ratio is obtained using the dimensional analysis. A 2nd relationship estimating the dispersion coefficient for open channel flow of rectangular cross section is derived from the Lagrangian analysis and the calculated dispersion coefficients of flumes and natural streams are contrasted against both experimentally obtained coefficient and those from Fischer's (1968) formula for natural stream. Finally, the influence of the velocity distribution characteristics on Lagrangian-based formula is discussed.

1. はじめに

本研究は、従来より著者らが行ってきた長方形断面を有する開水路流れにおけるトレーサー実験によって得られた分散係数についてまとめたものである。すなわち、開水路流れに瞬間面源としてトレーサー（比重調整された食塩水）を投入し、場所を固定した導電率計により、電気伝導度の時間的変化（濃度—時間曲線）を同時多点計測し、トレーサークラウドの流下に伴なう発達過程について、多くの実験を重ねてきた。本報はその実験の詳細を述べるとともに、得られた分散係数について、水理諸量との関係を検討したものである。

まず、実験的に得られた分散係数と水理諸量との関係について次元解析の手法により検討し、実験公式を得た。さらに、著者らが Lagrange 的な解析とその数値シミュレーションにより得た分散係数の推定式¹⁾について、実験水路、河川における局所平均流速の測定結果を用いて推定された分散係数値と、実験により得られた分散係数値とを比較することによりその適用性について検討した。また、Fischer が自然河川を対象として求めた推定式²⁾との関係についても検討を加えている。

2. 従来の研究と本実験の目的

開水路流れにおける分散係数については、円管路における Taylor の解析法³⁾を対数則で表現した 2 次元流れに適用した Elder の解析結果⁴⁾

$$\frac{D}{du_*} = \frac{0.404}{\kappa^3} \dots \dots \dots (1)$$

および、自然河川を対象として、河川における混合現象は水路幅方向の局所平均流速の非一様性が支配的であると仮定して求めた Fischer の推定式²⁾

$$D = \frac{1}{A} \int_{B_r}^{B_l} \frac{dz}{\varepsilon_z d} \left\{ \int_0^z q'(z) dz \right\}^2 \dots \dots \dots (2)$$

が著名である。ここに、 D ; 分散係数、 d ; 水深、 u_* ; 摩擦速度、 κ ; カルマン定数、 A ; 流積、 B ; 水路幅、 ε_z ; 水路幅方向乱流拡散係数、 $q' = \int_0^d (\bar{u} - U) dy$; \bar{u} ; 局所平均流速、 U ; 断面平均流速、 y, z ; 各々水深方向、水路幅方向座標である。一方、長方形断面の開水路流れにおいて実験的に得られた分散係数は、前述の Elder の実験では $D/du_* = 6.3$ であり、Fischer の長方形断面水路における実験 (Series 0100~2700) では、 $D/du_* = 5.2 \sim 15.7$ の値であり、いずれも(1)式の成立が確認されたとしている。しかしながら、彼等の実験は水路長の比較的短い水路におけるものであり、150mの長水路を用いた道上、村本、伊丹の実験³⁾では、 $D/du_* = 33.9 \sim 80.1$ と一段と大きな値が報告されており、(1)式の成立は困難なようであり、著者らの解析⁴⁾でも、分散係数はアスペクト比 B/d の影響を強く受けることが示された。

従来の実験では、前述のトレーサー実験により分散係数が測定されていることが多いが、このような実験では、Fischer²⁾、著者らの報告⁷⁾に示されているように分散雲の2次中心モーメントの挙動は非線形な成長を示し、分散雲の流下が十分進んだ後に線形な成長となる。従来の実験では、必ずしも十分長い水路が使用されているとはいいがたく、また、実験の直接の目的が分散係数の測定であるためか、断面平均濃度の測定精度も十分でなく、分散雲の挙動を十分に知ることなく、性急に分散係数を求めている例が多いようである。更に、分散係数は、水路の幾何学的特性や水理的諸量、とくに局所平均流速の分布特性と結びつけられることが多いが、測定例も少なくその精度も十分でない。

これらのことより、本実験は、1) トレーサー実験における分散雲の流下に伴う発達過程(1次モーメント、2次、3次の中心モーメントと距離の関係、ピーク濃度の減衰、伝播特性等)と水理諸量との実験的な関係 2) 分散雲の挙動の把握で特に基本的であり重要となる2次中心モーメントに関して、分散係数と水理諸量との関係、及び 3) 分散係数と局所平均流速の分布形との関係、を明らかにすることを目的としている。これらの目的を達成するために本実験が有する特色として、次の諸点をあげることができよう。

1) 用いられた水路は、水路長 10m, 34m の2本であるが、いずれも水路長 L と水路幅 B の比 L/B が非常に大きく ($L/B > 80$)、分散雲の平均流下時間 \bar{t} と、Fischer の水路幅方向の混合時間スケール (T_{F1} ; 後述) の関係は、 $\bar{t} > 6T_{F1}$ となるように設定されていること。

2) 行われたトレーサー実験は全部で19ケースであるが、水路幅、水深をかえ、広範なアスペクト比 (B/d) の実験とするとともに、水路床が滑面および粗面の場合について行っていること。

3) 濃度の測定は、小型の導電率計プローブにより、水路幅方向、水深方向の同時多点計測とし、これより断面平均濃度-時間曲線が求められていること。

4) 局所平均流速の測定が、小型プロベラ式流速計、あるいは、ホットフィルム流速計により、水深方向、水路幅方向に詳細に測定され、1断面で、40~100点程度の多点で計測が行われていること。

本研究は、以上の特色を有するトレーサー実験について、実験法の詳細を述べるとともに得られた結果のうちで、トレーサークラウドの挙動について最も基本的かつ重要な2次中心モーメントに関する分散係数と、その推定式について報告するものである。

3. 実験装置と実験法

3.1 実験装置

1) 水路と基本的水理量の測定 実験水路は京都大学工学部土木工学教室地下水理実験室に設置してある循環式の全長 10m のジュラルミン製長方形断面直線水路 (水路 A)、および全長 34m のアクリル製長方形

断面直線水路（水路 B）の 2 種である。水路はいずれも可変勾配であり、路床勾配 (I_0) を、 $I_0=1/150$, $1/300$, $1/500$ に適宜調整して用いている。水路幅 B はペンキで塗装したベニヤ板、角型鋼で調整することにより、 $B=10\sim 25$ cm に調整している。水路側壁、水路床は、いずれの水路も滑面であるが、水路床が粗面の場合もある。すなわち、水路 A においては直径 1mm のガラスビーズを塗布したベニヤ板を用いて (Series RA)、水路 B においては、3.14 mm と 4.76 mm の 2 種のフルイによってふるわれたケイ砂を塗布したアクリル板 (Series RB)、および 1.93 mm と 3.14 mm の 2 種のフルイによってふるわれたケイ砂を塗布したアクリル板 (Series RC) を水路床にはりつけて粗面水路として用いた。粗度高さ k は、Series RA においては $k=1$ mm とし、Series RB, RC については、サンプルとして 20 cm 角のアクリル板を切り出し、塗布した砂粒をはがし、その体積をはかることにより求めた。Series RB では、 $k=2.50$ mm, RC では $k=1.49$ mm であった。

流量調節は、いずれの水路においても水路流入部上流に設けられた流量調整用バルブにより、また、流量計測は検定された三角堰の越流水深を計測する方法、あるいは計量用ポリバケツ、メスシリンダー、ストップウォッチを用いて直接、複数回計量し、その平均値をとることにより行っている。

水深測定は 0.1 mm 読みのポイントゲージを用いて、横断方向に 3 点、流下方向には 50 cm~100 cm 毎に計測し、その平均値を水深 d とした。ただし、粗面水路においては、底面のアクリル板より水表面までの距離を前述のように測定し、平均距離を求め、前述の粗度高 k をそれより差し引いて水深とした。水路下流端は段落ちとなっているため下流部では低下背水、また、上流部も不等流となるが、このような領域は水深測定によりチェックされ、実験領域から除外されており、供用部分はすべて等流とみなし得る領域のところである。

以上のように水路勾配、水路幅、流量、水路床粗度をかえることにより、アスペクト比 B/d 、速度係数 U/u_* をかえた実験を行うことができた。水路 B の詳細を Fig. 1 に示す。

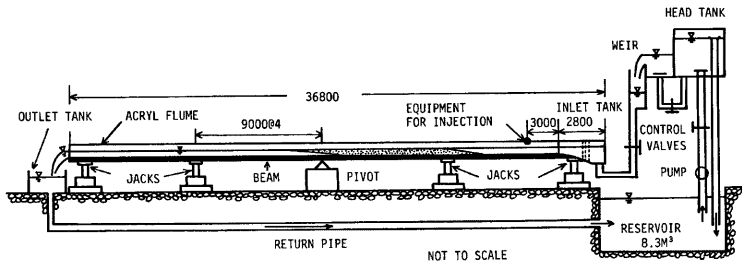


Fig. 1 Schematic illustration of flume B.

2) 濃度測定 トレーサーは、6%の食塩水にメタノールを混合して、流水と同じ挙動をとるように比重 1.0 に調整された液体である。濃度測定装置は、導電率計 (計測技研製 MK106) および直径 4 mm のプローブからなっており、得られた電圧—時間曲線が多ペンサーボ式記録計 (渡辺測器製 マルチコード MC611) により、記録紙に記録された。測定システムは、最大 6 エレメントまで同時使用可能である。プローブのセンサーは 4 極の電極を有しており、その詳細は Fig. 2 に示されているが、電極が水面、側壁などの境界から 5 mm 程度以上隔たっていれば、安定した応答を得られるものである。測定される電圧—時間曲線は、Fig. 3 に例示されるように、乱れ成分を含んだものとなるが、これを目視により滑らかな曲線で結んだ後、一波形につきおおむね 30 点以上となるような読みとり間隔で読みとり、あらかじめ求めておいた校正曲線により濃度—時間曲線に変換した。

3) 流速測定 局所平均流速の測定は、水深をあまり大きくできないので、小型のものを用いることとし、

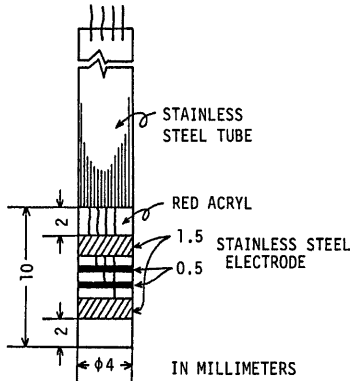


Fig. 2 Conductivity probe.

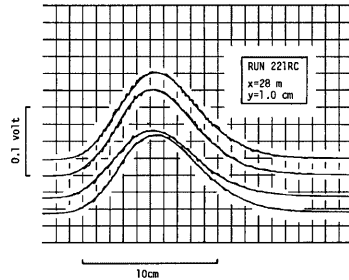


Fig. 3 Examples of obtained concentration to time curves.

直径 5 mm のプロベラ流速計 (計測技研製 VA403) (流速計 P), および, ホットフィルム流速計 (DISA 社製 55M システム) (流速計 H) を用いた。なお, 使用プローブは, 55R42 円錐型プローブおよび 55R14 円筒型プローブである。いずれの流速計も京都大学防災研究所宇治川水理実験所内の流速計検定水槽を用いて, 較正曲線を得ている。

3.2 実験法

トレーサの投入は, 水路 A では水路流入口より下流側 1 m, 水路 B では 3 m の位置に, 水路全幅にわたって設けられた樋を瞬間的に倒すことにより行い, この操作により, トレーサは水路幅全体に, また全水深にわたって瞬間的に投入される。トレーサ量は, 水路流量によって異なるが, 各 Run で同一となるようメスシリンダーで毎回検量して行った。濃度測定は, 3~5 台のプローブをプローブ支持台に取り付け, 断面内の数点で同時多点測定を行った。流下距離の短い間は, 水深方向の濃度偏差の存在が大きいため, 同一断面で, プローブ位置を上下して, 水深方向に 3 点で計測した。すなわち, 最大で一断面当り 15 点の多点測定となっている。トレーサ投入点より十分下流では, 水深方向の濃度偏差が小さいことを確認したうえで水深の 1/2 点でのみ横断方向の同時多点測定を行った。流下方向の測定断面は, 各 Run によって異なるが, 4~15 断面で行った。また, 濃度測定は 1 つのプローブ位置に対して 3 回以上の投入を行い, 得られた電圧一時間曲線より再現性の良好なものを, 大部分のケースで 3 つ抽出し, データ処理した。

ほとんどの実験で前述した 2 種の流速計のいずれかを用いて, 局所平均流速が濃度測定の後, あるいは, 同一の水理条件のもとで, 濃度測定日の翌日, 水深方向, 水路幅方向に多点測定され, その分布形が求められた。測定断面は, トレーサの投入点より下流側 9~12 m 付近の 1 断面である。測点は, 各 Run によって若干異なるが, 水深方向には水路床から 0.2~0.3 cm, 横断方向には, 側壁より 0.3 cm の位置まで詳細に計測し, 断面全体では, 水深方向に 3~7 点, 横断方向には 13~22 点, 計 42~105 点で測定を行っている。なお, 測定時間は, 1 点につき 1~2 分間であり, 出力電圧を記録紙にとり目視により平均電圧を求めた後, 較正曲線を用いて局所平均流速に変換した。

4. データ処理と解析法

1) 濃度 前述のようにして各プローブより得られた 3 本以上の濃度一時間曲線は, 各々, 循環水濃度を差し引いて, トレーサの投入の影響のみによる応答波形とし, それらの平均より各測点における濃度一時間曲線とした後, 各測点の代表面積により重みつき平均を求め, 各断面における断面平均濃度とした。得られた断面平均濃度一時間曲線は, 後縁部に長く尾をひく歪んだ波形となり, この部分がモーメントの計算値

に影響を与えるが、最大濃度の1%以下の値は切り捨てている。

分散係数の測定は、a) モーメント法、b) ルーチン法、c) ピーク濃度とその生起時刻による方法の3つの方法で求められている。すなわち、分散係数は次式で定義される。

$$D \equiv \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2}{dt} \dots\dots\dots(3)$$

ここに、 σ_x^2 ；断面平均濃度の距離に関する分散（2次中心モーメント）である。距離を固定して、濃度—時間曲線を計測した場合、次式によって、(3)式と同一の分散係数が得られることが Fischer²⁾ によって示されている。

$$D = \frac{1}{2} U^3 \frac{d\sigma_t^2}{dx} \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 σ_t^2 ；固定点での時間に関する統計的分散であり、

$$\sigma_t^2 \equiv \int_0^\infty C(t-\bar{t})^2 dt / \int_0^\infty C dt \dots\dots\dots(5)$$

$$\bar{t} \equiv \int_0^\infty Ct dt / \int_0^\infty C dt \dots\dots\dots(6)$$

である。

本論文では、(4)~(6)式によって定義される分散係数をモーメント法による分散係数 (D_M) と呼ぶ。なお、式中の C は断面平均濃度であり、前述のようにして得られた濃度—時間曲線が用いられているが、モーメントの計算に際しては、読み取りデータ間を直線内挿し、 $\Delta t = 0.2 \sim 1$ 秒程度の時間間隔で時間積分を行っている。

流下方向に流れが等質の場合には、1次元解析法によって得られる移流分散方程式は、

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = D \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \dots\dots\dots(7)$$

と書かれる。ここに、 x ；流下方向距離、 t ；時間である。(7)式を初期条件 $C(0, x) = 0$ 、境界条件 $C(t, x_1) = \varphi(t)$ 、 $x \rightarrow \infty$ で $\partial C / \partial x \rightarrow 0$ のもとで解くと

$$C(t, x - x_1) = \frac{x - x_1}{2\sqrt{\pi D}} \int_0^t \varphi(t-t') \exp \left\{ -\frac{(x - x_1 - Ut')^2}{4Dt'} \right\} \frac{1}{t'^{3/2}} dt' \dots\dots\dots(8)$$

を得る。したがって、断面平均濃度—時間曲線が2地点 x_1, x_2 で知られているとき、(8)式を用いて $\varphi(t)$ の応答波形 $C(t, x_2 - x_1)$ と x_2 地点での観測値とを比較することにより分散係数 (D_R) を定めることができる。この方法を本研究ではルーチン法と呼ぶ。本研究では、まず、観測値と応答波形で、(6)式で計算される1次モーメントが一致するように速度 U を定めた後、ピーク値が一致するように、分散係数 D_R を定めた。

また、(8)式より $t \rightarrow \infty$ で

$$\left\{ \frac{C_p}{\int_0^\infty C dt} \right\}^2 = \frac{1}{4} \frac{U^2}{\pi D} \cdot \frac{1}{t_p} \dots\dots\dots(9)$$

を得る。ここに、 C_p ；ピーク濃度、 t_p ；ピーク濃度の生起時刻である。(9)式より $t_p \sim \left\{ C_p / \int_0^\infty C dt \right\}^{-2}$ の関係を求め、その勾配より分散係数 D_p は、

$$D_p = \left[\frac{d}{dt_p} \left\{ C_p / \int_0^\infty C dt \right\}^{-2} \right] \frac{U^2}{4\pi} \dots\dots\dots(10)$$

として求めることができる。この方法をピーク濃度とその生起時刻による方法と本研究では呼ぶ。

2) 局所平均流速 断面内における局所平均流速の測定結果より次の諸量が計算された。

$$u_1 = \frac{1}{A} \int \bar{u} dA \dots\dots\dots(11)$$

$$\bar{u}^2 = \frac{1}{d} \int_0^d \bar{u} dy \dots\dots\dots(12)$$

ここに, u_i ; 断面平均流速, \bar{u}' ; 水深方向に平均化された流速, \bar{u} ; 局所平均流速である。

局所平均流速の分布の非一様性を示すパラメータとして, 次の諸量が計算されている。

$$J_A = \frac{1}{A\bar{u}_i^2} \int (\bar{u} - u_i) dz \dots\dots\dots (13)$$

$$J_{A1} = \frac{1}{B\bar{u}_i^2} \int_{B_r}^{B1} (\bar{u}' - u_i)^2 dz \dots\dots\dots (14)$$

$$I_A = \frac{1}{B^2\bar{u}_i^2} \int_{B_r}^{B1} \left\{ \int_0^{z'} (\bar{u}' - u_i) dz \right\}^2 dz \dots\dots\dots (15)$$

J_A, J_{A1} は, 後述するように Lagrange 的な解析法によって分散係数と結びつけられる速度分布の非一様性を示すパラメータであり, I_A は, Fischer 公式を用いた場合に分散係数と結びつけられる非一様性のパラメータである。

5. 実験結果

実験における諸量は, Table 1 にまとめられている。Run Number につけられた数字は, 3桁目は西暦年号の1桁目を示し, 実験が行われた年度を示している。2桁目は, 水路幅の10の位の数値を示しており, 1桁目の数字は, 同一年度に同一の水路幅で行われた実験の序数を示している。また, 英字 RA, RB, RC は, 底面が粗面の水路を使用したことを示しており, 粗面の設置法については前述のとおりである。英字がないものは, 滑面水路における実験である。

Table 1 Experimental results.

(1) Run	(2) Flume	(3) No. of measurement in section		(4) No. of sections	(5) Dimensionless distance $x' = x/UT_{F1}$	(6) Discharge Q (cm ³ /s)
		Max.	Min.			
911	A	1×5	1×5	8	2.23 -17.8	1000
912	A	4×5	4×5	5	2.98 -20.9	2210
913	A	1×5	1×5	10	1.50 -10.5	562
111	B	3×3	1×3	13	1.66 -43.2	643
112	B	1×3	1×3	4	16.7 -26.3	294
921	B	4×5	1×5	15	.304- 8.83	2450
121	B	3×5	3×5	14	.247- 7.17	805
122	B	1×5	1×5	14	.429- 6.22	530
123	B	1×5	1×5	6	2.32 - 8.42	933
124	B	1×5	1×5	6	2.90 -10.5	1500
125	B	1×3	1×3	6	1.41 - 6.83	1470
221	B	3×5	1×5	12	.888-12.9	1760
222	B	3×4	1×4	8	7.75 -18.7	3960
111RA	A	1×3	1×3	4	12.5 -15.7	513
112RA	A	1×3	1×3	4	10.3 -12.9	169
121RB	B	3×5	1×5	7	3.18 -22.3	667
122RB	B	3×5	1×5	8	1.64 -19.7	1140
221RC	B	3×4	1×4	10	1.60 -22.3	1080
222RC	B	3×4	1×4	10	1.41 -19.8	699

(3) (No. in vertical direction) × (No. in lateral direction)

(10) $U = Q/A$

(11) $u_* = \sqrt{gRI_0}$

(12) $T_{F1} = B^2 / (4 \cdot 14.8 \cdot \theta_2 \cdot du_*)$

第2列は使用した水路を、第3列は1濃度測定断面における最大濃度測点数と最小濃度測点数を示しており、第5列は、トレーサー投入点から濃度測定断面までの距離 x を、断面平均流速 U および Fischerの横方向の混合時間スケール T_{FI} を用いて無次元化した値 x' ((18)式) を示している。なお、 T_{FI} は、代表長として、水路幅 B の半幅を用いるものとして、次式

$$T_{FI} = \frac{1}{14.8} \left(\frac{B}{2} \right)^2 / \varepsilon_z \dots\dots\dots (16)$$

$$\varepsilon_z = 0.2du_* \dots\dots\dots (17)$$

を用いて計算しており、この値は、第12列に示されている。また、モーメント法により得られた分散係数を第13列に示している。

5.1 濃度分布特性と分散係数

Fig. 4 は、濃度分布の測定結果の一例として、Run 121 における3断面の濃度-時間曲線を示したものである。 $x=400\text{cm}$ の断面では、水深方向には濃度は、ほぼ一様とみられるのに対し、横断方向には著しい濃度の非一様性が存在していることがみられる。横断方向の濃度の混合は緩慢であり $x=2400\text{cm}$ に至ってもかなりの濃度偏差が存在し、断面平均濃度の挙動の把握には、濃度の横断方向の多点測定が必要ながこれらの図からもわかる。一方、Fig. 5 は、得られた統計的分散と距離の関係を示したものであり、断面平均濃度の分散と水路中央付近 ($z=0.5\text{cm}$) で測定された水深平均濃度の分散があわせて示されている。なお、横軸には、参考のために(16)、(17)式で計算される T_{FI} および断面平均流速 U で無次元化された距離

$$x' = x/UT_{FI} \dots\dots\dots (18)$$

もあわせて示している。この図からも知られるように、統計的分散が線形的成長となるにはかなりの距離を

(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
Width B (cm)	Depth d (cm)	Slope I_0	Velocity U (cm/s)	Shear velocity u_* (cm/s)	Time scale T_{FI} (s)	Dispersion coefficient D_M (cm ² /s)
10.0	3.12	1/500	32.2	1.94	1.40	175
10.0	5.02	1/500	44.1	2.21	.761	106
10.0	2.05	1/500	27.4	1.69	2.44	165
10.0	2.27	1/500	28.3	1.75	2.13	114
10.0	1.37	1/500	21.5	1.45	4.25	137
25.0	2.69	1/456	36.5	2.18	9.00	270
20.0	1.46	1/500	27.6	1.58	14.6	214
20.0	1.19	1/500	22.3	1.44	20.9	194
20.0	1.49	1/300	31.3	2.06	11.0	307
20.0	1.99	1/300	37.6	2.33	7.28	316
20.0	1.43	1/150	51.4	2.86	8.26	585
20.0	2.57	1/514	34.3	1.97	6.57	266
20.0	4.23	1/514	46.8	2.38	3.31	328
10.0	2.23	1/500	23.0	1.74	2.08	86.6
10.0	1.31	1/500	12.9	1.43	4.51	170
20.7	2.13	1/500	15.1	1.86	8.33	144
20.7	2.67	1/500	20.6	2.04	5.92	194
20.3	2.68	1/514	19.8	2.01	6.33	129
20.3	2.13	1/504	16.2	1.85	8.74	122

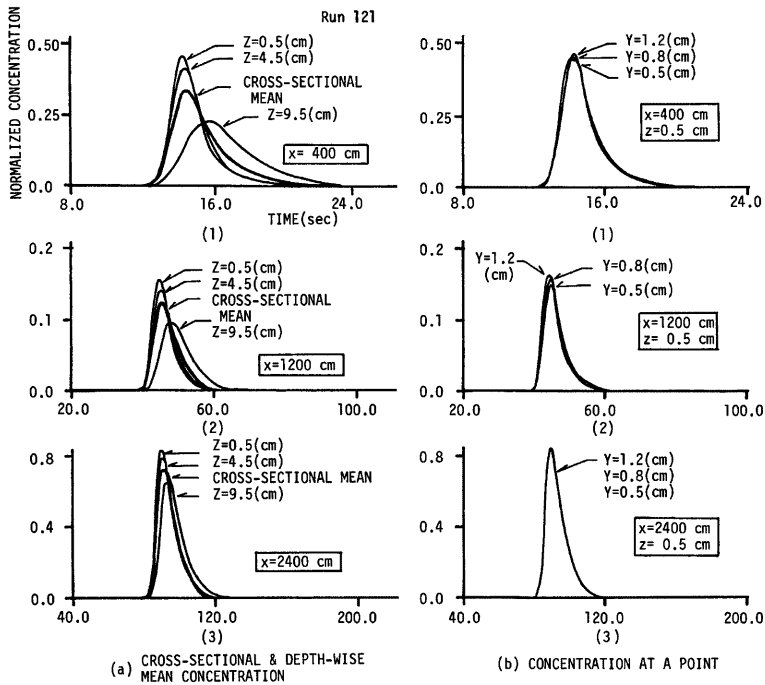


Fig. 4 Concentration to time curves in a section.

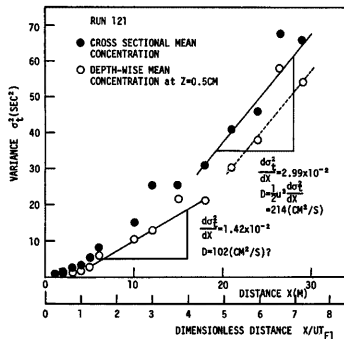


Fig. 5 Statistical variance to distance.

要し、断面平均濃度のそれに対しては、(18)式で定義される無次元化距離で、 $x^* > 3$ であることがわかる。また、水路中央付近で測定された水深平均濃度について言えば、必要な流下距離はさらに大きくなるが、成長が線形となつてからは、その勾配は断面平均濃度の勾配と等しいとしてよいことがわかる。

この図からモーメント法((4)式)によって得られる分散係数は $x = 1800 \sim 3000$ cm 付近の勾配を用いて $D = 92.8 du_*$ (Run 121 においては、 U のかわりに移流速度 u_c が用いられている) と算定され、水深平均濃度から得られるものも同一の値とみなせられた。また、前述の統計的分散の挙動の説明からもわかるように、流下距離が短い場合や、点測定の場合は、誤って過小な分散係数を算定する可能性があること(水深平均濃度の $x = 600 \sim 1800$ cm における勾配からは $D/du_* = 44.2$ を得る) も理解できよう。本研究では、これを避けるため、Table 1 (3)~(5)欄に示されるように、すべての実験において、横断方向の多点測定とするとともに、最大流下距離を $x^* > 6$ となるように条件を定めて行っている。

Table 2 Dimensionless hydraulic variables and dispersion coefficient.

(1) Run	(2) Aspect Ratio B/d	(3) Velocity Factor U/u_*	(4) Reynolds Number $Re.$	(5) Froude Number $Fr.$	(6) Dispersion Coefficient		
					D_M/du_*	D_R/du_*	D_P/du_*
					911	3.21	16.5
912	1.99	20.0	19400	.630	9.56	3.60	8.5
913	4.88	16.2	4700	.710	47.6	14.4	26.4
111	4.41	16.2	4420	.600	28.6	25.0	26.6
112	7.30	14.8	2320	.586	69.0	45.3	53.4
921	9.29	16.7	8380	.710	46.0	27.2	36.6
121	13.7	17.4	3090	.642	92.8	43.4	62.0
122	16.8	15.5	2360	.652	113.	69.9	92.0
123	13.4	15.2	4070	.819	100.	52.1	75.9
124	10.1	16.2	6270	.856	68.1	51.7	61.6
125	14.0	18.0	6430	1.37	126.	45.2	201.
221	7.78	17.4	8820	.683	52.5	—	—
222	4.73	19.7	19800	.727	32.6	—	—
111RA	4.48	14.1	3540	.492	22.3	12.8	18.6
112RA	7.63	11.3	1340	.360	90.7	34.7	56.0
121RB	9.71	8.12	3220	.331	36.3	—	—
122RB	7.75	10.5	5500	.403	35.6	—	—
221RC	7.56	9.85	5310	.382	23.9	—	—
222RC	9.50	8.75	3450	.355	31.0	—	—

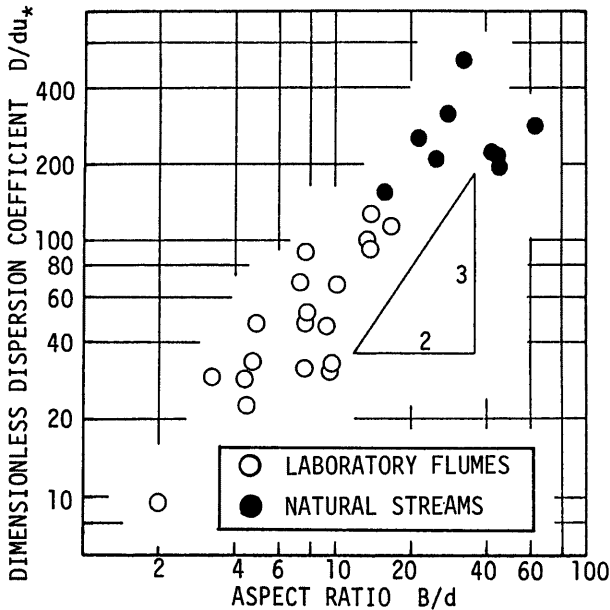


Fig. 6 Dispersion coefficient to aspect ratio.

得られた分散係数は、Table 2 に、水理特性量とともに無次元化して示している。なお、分散係数は、前述の3つの方法によって求められており、それらもあわせて示している。この3つの値を比較すると、 D_M と D_p は比較的よい一致を示すのに対し、 D_R は、やや小さめの値を与えることが多い。この理由として、このようなトレーサー実験に(7)式を適用するにあたって、必ずしも分散雲の流下距離が十分でないこと、および、 D_R の決定にあたって、分散雲の全体ではなく、ピーク値の一致により D_R を定めたことなどが考えられる。しかし、いずれの方法によっても分散係数の値は Elder や、Fischer の得た値よりも大きく、しかも、水理条件によってその値は大きくかわることがわかる。

Fig. 6 は、無次元分散係数と水量量との関係をみたものの1つであり、 D_M/du_* とアスペクト比 B/d の関係が両対数紙上で示されている。なお、同図には、より広い範囲でアスペクト比との関係をみるため、Godfrey・Frederick⁶⁾ の河川における測定値もあわせて示しているが、著者らの実験値からは

$$\frac{D}{du_*} \propto \left(\frac{B}{d}\right)^{1.5} \dots\dots\dots (19)$$

の関係が得られ、自然河川における観測値も、ほぼ同一の直線上に存在しており、(19)式が長方形断面水路のみならず、広く自然河川においても成立することが示される。なお、(19)式の関係は、先に著者らが従来の実験結果を再整理して得たもの⁶⁾ と一致し、今回の実験結果は、これを再確認するものである。

5.2 流速分布測定結果とその特性

測定された局所平均流速より得られた流速分布の一例 (Run 121, アスペクト比13.7) を等流速線図として、Fig. 7 に示す。等流速線は、水路中央付近で横断方向に平行に走り、2次元領域の存在することがわかるが、側壁近傍では側壁の影響を受け、等流速線は水深方向に平行となり、水路全域においては、Elder が対象としたような2次元流れは成立しないことは明らかである。

また、Table 3 は、各実験により得られた断面平均流速 $U=Q/A$ 、測定された局所平均流速より各測点の代表面積により重みつき平均して得られる平均流速 u_i 、および、(6)式を用いて分散雲の重心の移動速度として得られる移流流速 $u_c=(\bar{di}/dx)^{-1}$ を示したものである。断面平均流速と移流速度は良い一致を示しているが、 u_i の精度はそれよりやや劣り、両者とは最大10%程度の差が生じている例もあるが、用いられた水理条件および流速計の大きさによる測点の制限によるものであり、やむを得ないものと考えられる。

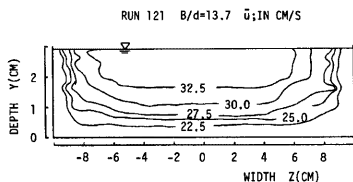


Fig. 7 Iso-vels.

Table 3. Average velocity.

(1)	(2)	(3)	(4)
Run	Discharge velocity $U=Q/A$	Accumulated velocity $u_i = \sum \bar{u} dA/A$	Convective velocity $u_c = dx/d\bar{i}$
911	32.2	27.6	33.5
912	44.1	37.8	44.1
913	27.4	22.2	26.6
111	28.3	30.3	28.7
112	21.5	23.6	22.2
921	36.5	31.1	36.8
121	27.6	26.2	24.3
122	22.3	25.9	22.5
123	31.3	—	30.9
124	37.8	—	37.6
125	51.4	—	48.0
221	34.3	38.6	34.4
222	46.8	47.9	46.4
111RA	23.0	—	24.5
112RA	12.9	—	16.2
121RB	15.1	14.7	14.6
122RB	20.6	20.1	18.6
221RC	19.8	19.2	19.1
222RC	16.2	16.5	15.9

得られた局所平均流速より、(13)、(14)、(15)式によって計算された流速分布特性をTable 4 に示す。(13)式からわかるように J_A は、流速分布の2次中心モーメントの無次元量 (= (変動係数)²) であり、慣用の運動量係数 β と

Table 4 Characteristics of velocity distribution and Lagrangian velocity fluctuation.

(1)	(2)	(3)		(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
Run	Velocity meter	No. of velocity measurement in section		J_A	$J_{A1} \times 10^{-1}$	$I_A \times 10^{-3}$	$\frac{[v_x'^2]}{u_*^2}$	$\frac{[v_y'^2]}{u_*^2}$	$\frac{[v_z'^2]}{u_*^2}$	$\frac{[v_t'^2]}{u_*^2}$
		vertical	horizontal							
911	P	5	13	.172	.586	.621	30.5	1.39	19.2	9.91
912	P	6	13	.097	.600	.673	22.3	1.67	7.85	12.8
913	P	3	19	.227	.560	.465	32.2	1.35	23.4	7.41
111	H	5	13	.119	.445	.537	36.5	2.07	21.6	12.9
112	H	4	13	.127	.458	.569	33.6	1.87	20.3	11.5
921	P	5	17	.136	.246	.255	23.5	1.28	18.2	4.04
121	H	4	22	.125	.291	.373	35.8	1.92	26.0	7.88
122	H	4	22	.133	.234	.210	38.8	1.68	30.5	6.52
123	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
124	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
125	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
221	H	6	15	.067	.239	.357	21.6	1.19	13.2	7.24
222	H	7	15	.055	.251	.403	24.5	2.65	12.1	10.0
111RA	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
112RA	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
121RB	H	6	15	.212	.285	.352	11.9	.957	9.45	1.47
122RB	H	6	15	.141	.223	.205	12.0	1.36	10.9	2.05
221RC	H	6	15	.134	.215	.207	13.5	1.32	10.2	1.96
222RC	H	6	15	.150	.217	.275	13.1	1.20	10.2	1.72

(2) P: Propellers velocity meter, H: Hot film velocity meter

$$J_A = \beta - 1 \dots\dots\dots (20)$$

で結びつけられるものである。

Fig. 8 は、 J_A とアスペクト比の関係を示したものであるが実験範囲内では、その関係は明確ではない。

一方、 J_{A1} は、同様に水深平均流速 \bar{u}' に対して、その水路幅方向の分布の非一様性を表示するパラメータであるが、Table 4 (5)欄にみられるように、 J_A より 1 オーダ小さい値となっている。 J_{A1} とアスペクト比との関係を見ると、Fig. 9 のようであり、

$$J_{A1} \propto \left(\frac{B}{d}\right)^{-0.5} \dots\dots\dots (21)$$

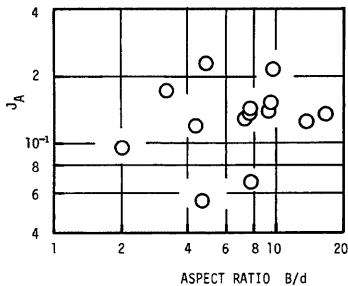


Fig. 8 Characteristics of velocity distribution (J_A to B/d).

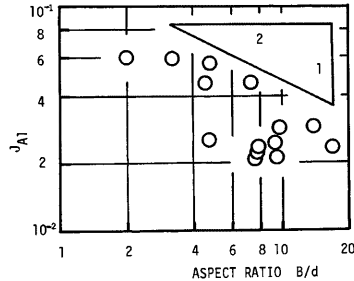


Fig. 9 Characteristics of lateral velocity distribution (J_{A1} to B/d).

の関係を得ることができる。

J_A と J_{A1} のアスペクト比に対する関係の相違は次のように説明される。すなわち、

$$\bar{u}(y, z) = \bar{u}^v(z) + u_{y,z}^v(y, z) \dots\dots\dots (22)$$

と、局所平均流速を水深平均流速とそれからの偏差 $u_{y,z}^v$ ($u_{y,z}^v$ の定義式は(22)式である) の和として示すとき、 J_A は、(22)式を用いて、

$$J_A = J_{A1} + J_{A0} \dots\dots\dots (23)$$

$$J_{A0} = \frac{1}{A\bar{u}^2} \int_{B_r}^{B_l} dz \int_0^d u_{y,z}^v{}^2 dy \dots\dots\dots (24)$$

と示される。Table 4 の結果からもわかるように、 J_A の主成分は J_{A0} であるが、アスペクト比が大きくなるにつれて、2次元領域の存在する割合が大きくなり、 J_{A1} は減少する(完全に2次元の場合は $J_{A1} = 0$ である)が、水深方向の速度分布は存在する(対数則が成立するときは、 $J_{A0} = 1/\kappa^2(\bar{u}^v/u_\kappa)^{-2}$ となる)ためである。

Fig. 10 は、 I_A とアスペクト比の関係を示したものであるが、Fig. 9 と同様に

$$I_A \propto \left(\frac{B}{d}\right)^{-0.5} \dots\dots\dots (25)$$

の関係を得ることができる。 I_A も明らかに、横断方向の速度が一樣なときはゼロとなる。

これらの分散係数、および流速分布特性量とその次元解析結果の関係は、次節で示される分散係数の推定公式を通じて明らかにされる。

6. 分散係数の推定式の適用性

長方形断面水路における分散係数として、Table 2 のような値を得、次元解析により、(19)式の関係を得たが、本節では、次の2種の分散係数の推定公式による推定値と実験値とを比較検討し、その適用性について検討する。すなわち、1つは、著者らが長方形断面の流れを対象として、Lagrange 的解析法の観点から解析し、数値シミュレーション結果より、Lagrange の積分時間スケールの推定式を求めた結果¹⁾ であり、今1つは、Fischer が河川の流れを対象として、水深平均流速の水路幅方向の非一様性に注目して得た式である。いずれの推定式においても、いくつかの前提条件が仮定されており、厳密には長方形断面の開水路流れとは異なる流れである。

著者らの Lagrange 的解析¹⁾ では、分散係数は次式で与えられる。

$$\frac{D_L}{du_*} = \frac{[v_v'^2]}{u_*^2} \frac{T_{SL}}{d/u_*} \dots\dots\dots (26)$$

$$\frac{[v_v'^2]}{u_*^2} = \frac{[v_v'^2]}{u_*^2} + \frac{[v_v'^2]}{u_*^2} + \frac{[v_v'^2]}{u_*^2} \dots\dots\dots (27)$$

$$\frac{T_{SL}}{d/u_*} = \frac{[v_v'^2]}{[v_v'^2]} \frac{T_i}{d/u_*} + \frac{[v_v'^2]}{[v_v'^2]} \frac{T_v}{d/u_*} + \frac{[v_v'^2]}{[v_v'^2]} \frac{T_i}{d/u_*} \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 v_v' ：せん断流中における Lagrange 的乱れ速度、 T_{SL} ：せん断流中の Lagrangian Integral Time Scale であり、 $[\]$ はアンサンブル平均を示している。(27)、(28)式右辺の各成分は Euler 的量和次式で関係づけられる。

$$\frac{[v_v'^2]}{u_*^2} = \frac{1}{A} \int \frac{u_x'^2}{u_*^2} dA \dots\dots\dots (29)$$

$$\frac{[v_v'^2]}{u_*^2} = \frac{1}{A} \int \frac{u_y'^2}{u_*^2} dA = (J_A - J_{A1}) \frac{U^2}{u_*^2} \dots\dots\dots (30)$$

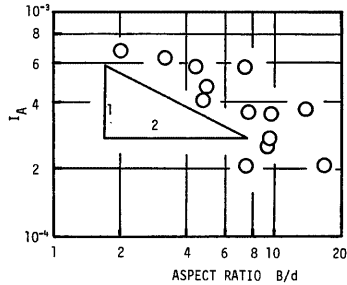


Fig. 10 Characteristics of lateral velocity distribution (I_A to B/d).

$$\frac{[\sigma_i'^2]}{u_*'^2} = \frac{1}{B} \int_{-B/2}^{B/2} \frac{(\bar{u}' - U)^2}{u_*'^2} dA = J_{A1} \frac{U^2}{u_*'^2} \dots\dots\dots (31)$$

$$T_v = \frac{1}{14.8} \frac{d^2}{\theta_y du_*} \dots\dots\dots (32)$$

$$T_i = \frac{1}{14.8} \frac{(B/2)^2}{\theta_x du_*} \dots\dots\dots (33)$$

ここに、 u_*' ; Euler 的乱れ、 θ_y ; 水深方向無次元乱流拡散係数、 θ_x ; 水路幅方向無次元乱流拡散係数であり、また、 T_v, T_i は各々 Fischer の水深、水路幅方向の混合時間スケールと一致し、 T_i としては、浅野の推定式⁹⁾ を水深方向に平均して得られる

$$T_i = 0.72d/u_* \dots\dots\dots (34)$$

を用いるものである。

u_*' としては、浅野の普遍関数表示⁹⁾ を用いて、また (30)、(31) 式の計算にあたっては実測の局所平均流速を用いて (29)~(31) 式より計算した値を Table 4 (7)~(10) 欄に示している。ただし、前述のように U と u_1 とは必ずしも一致しないので、統計論により、誤差を求めたのち、それを比例配分した。これらの値、および $\theta_y = \pi/6$ ($\kappa = 0.4$)、 $\theta_x = 0.2$ を用いて、(26) 式によって推定された分散係数値、およびモーメント法によって求められた実験値を示したものが Table 5 である。

また、Table 5 第(4)欄には、(2)式において、 ε_y, d を一定とした Fischer の式

$$\frac{D_{F1}}{du_*} = \left(\frac{U}{u_*}\right)^2 \left(\frac{B}{d}\right)^2 \frac{I_A}{\theta_x} \dots\dots\dots (35)$$

を用いて、 $\theta_x = 0.2$ 、 I_A として (25) 式による Table 4 (6) 欄の値を用いた推定値を示した。

Fig. 11 は実験値 D_M/du_* と推定値 D_L/du_* の関係を両対数紙上で示したものであり、著者らの長方形断面水路におけるものとともに、Godfrey・Frederick らによる河川における観測値もあわせて示している

(河川における推定には、 $\theta_x = 0.23$ を用いている)。この図より、(26) 式による分散係数の推定が長方形断面水路、河川を通じてかなり良好に行えることが確認されるが、河川における推定の精度は、実験水路におけるものに比較してやや落ちるようである。

一方、Fig. 12 は同様に D_M/du_* と D_{F1}/du_* を示したものである。実験水路における値では、(35) 式による推定値は、実測値に比較するとやや小さめの値を与えるが、河川における値では、(26) 式とほぼ同じ程度の精度と考えられる。

Fig. 13 は (26) 式と (35) 式とによる値を比較したものである。この図では、河川における推定値としては、流速分布の測定が行われたすべての断面における 2 公式による推定値がプロットされているが、1 例を除いて両者はほぼ同程度の推定値を与えることがわかる。一方、実験水路における値は、前述のことからもわかるように、Fischer の式は、著者らの式と比較して、小さめの値を与える。この原因として、その誘導過程からもわかるように、Fischer の式では、乱れの効果および、水深方向の速度分布の非一様性の効果が含まれていないことが推測されるが、実験値との適合性の良否については、(26)、(35) 式にみられるように、水路幅方向乱流拡散係数の見積りの精度 (岩佐・細田・野口の実験結果¹⁰⁾ からは、 $\theta_x = 0.14 \sim 0.22$ 程度の値で

Table 5 Observed and predicted dispersion coefficient.

(1) Run	(2) D_M/du_*	(3) D_L/du_*	(4) D_{F1}/du_*
911	28.9	29.0	8.83
912	9.56	13.4	5.34
913	47.6	39.6	14.6
111	28.6	44.5	13.7
112	69.0	73.2	33.2
921	46.0	48.8	30.8
121	92.8	153.	72.7
122	113.	187.	71.2
123	100.	—	—
124	68.1	—	—
125	126.	—	—
221	52.5	51.1	32.0
222	32.6	32.8	16.9
111RA	22.3	—	—
112RA	90.7	—	—
121RB	36.3	21.9	9.10
122RB	35.6	18.8	4.95
221RC	23.9	20.5	5.61
222RC	31.0	24.2	9.42

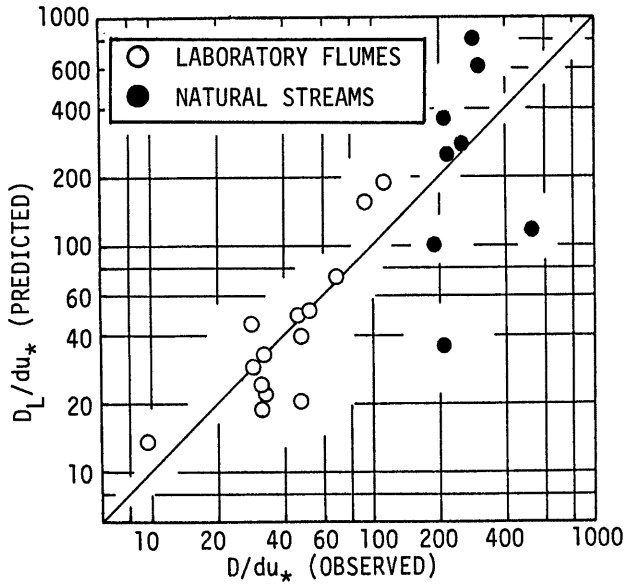


Fig. 11 Observed and predicted dispersion coefficient (by authors' formula).

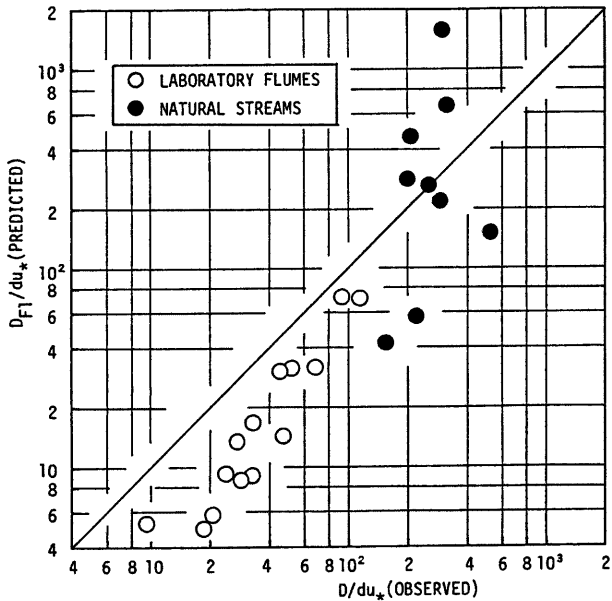


Fig. 12 Observed and predicted dispersion coefficient (by Fischer's formula).

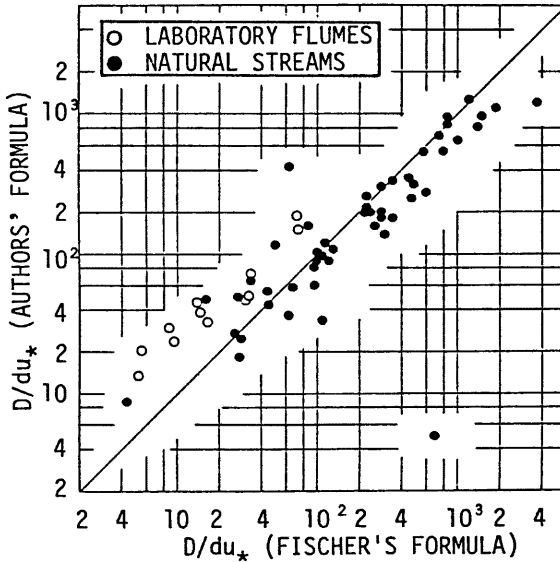


Fig. 13 Dispersion coefficients by authors' and Fischer's formula.

ある)とも関係するものであるから、一概に断定することはできない。

次に、5章で述べた次元解析結果との関係について検討しておく、以下のものである。まず著者らの(26)式についてであるが、(28)式右辺第1項、および第2項は、アスペクト比にあまり依存せず、定数としてみてよく、しかも、その値は第3項に比較して大きいものではない。しかし、第3項はFig. 9の次元解析結果および T_1 の推定式(33)式にみられるように θ_2 を定数とすると、アスペクト比の関数であり、そのべきは1.5となり、これは、(19)式と一致する。

一方、Fischerの(35)式においてはFig. 10、(25)式からわかるように I_4 はアスペクト比の関数であり、(25)式を(35)式に代入すれば明らかなように、(35)式におけるアスペクト比のべきは、やはり1.5であり、これは(19)式に一致するものとなる。

7. 結 論

長方形断面を有する開水路流れにおけるトレーサー実験の詳細を報告するとともに、得られた分散係数について、水量との関係を考察した。また、得られた分散係数および河川において観測された分散係数を用いて、分散係数の2つの推定式について比較検討をすすめた。本研究で得られた主要な結論は次のとおりである。

(1) 長方形断面を有する開水路流れの分散実験においては、統計的分散と距離の関係はFischerの水路幅方向混合時間スケール T_{F1} を用いた無次元流下距離 $x/UT_{F1} > 3$ でおおむね線形となる。

(2) (1)のような領域で求められる分散係数 D/du_* は、Elder, Fischerの実験結果と異なりアスペクト比 B/d の関数となる。また、この関係は、長方形断面の開水路流れのみでなく、自然河川においても成立する。

(3) 分散係数の推定式として、著者らがLagrange的解析法にしたがって提案した(26)式、およびFischerの(35)式が適用可能であり、両者は、ほぼ同一の推定値を与える。

(4) (1)~(3)にみられるように長方形断面の開水路流れにおいても、局所平均流速の横断方向の非一様性が分散に卓越した影響を有することが推定される。

最後に、本研究を遂行するにあたって便宜をはかっていただいた京都大学防災研究所宇治川水理実験所今本博健教授、ならびに御協力を頂いた京都大学大学院生戸田圭一（現在米国アイオワ大学大学院生）、牛島省、三石真也の各氏に深く感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) 三石真也, 岩佐義朗, 薬師寺公文; 開水路流れにおける混合過程と自己相関関数, 第38回土木学会年次学術講演会, 講演概要集(投稿中), 1983.
- 2) Fischer, H. B.; Longitudinal Dispersion in Laboratory and Natural Streams, Report No. KH-R-12, California Institute of Technology, 1966.
- 3) Taylor, G. I.; The Dispersion of Matter in Turbulent Flow through a Pipe, Proc. Royal Society of London, A223, No. 155, 1954, pp. 446~468.
- 4) Elder, J. W.; The Dispersion of Marked Fluid in Turbulent Shear Flow, Journal of Fluid Mechanics, vol. 5, 1959, pp. 544-560.
- 5) 道上正規, 村本嘉雄, 伊丹正紀; 縦分散における移流域の特性, 第22回水理講演会論文集, 1978, pp. 125~130.
- 6) Iwasa, Y. and Aya, S.; Dispersion Coefficient of Natural Streams, Proc. 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, 1980, pp. 527~538.
- 7) 綾 史郎, 岩佐義朗, 戸田圭一; 河川における移流分散実験データの解析, 第25回水理講演会論文集, 1981, pp. 423~432.
- 8) Godfrey, R. G. and Frederick, B. J.; Stream Dispersion of Selected Sights, Professional paper 433-K, U. S. Geological Survey, 1970.
- 9) 浅野富夫; 開水路流れにおける乱れの時空間構造に関する研究, 京都大学博士論文, 1980.
- 10) 岩佐義朗・細田 尚・野口好夫; 粗・滑面水路における水路幅方向の乱流拡散係数, 京都大学 防災研究所年報第25号 B-2, 1982, pp. 557~572.