

# 掃流砂礫の分散過程に関する研究

澤 井 健 二

## DISPERSION OF BED LOAD PARTICLES

By *Kenji SAWAI*

### Synopsis

The motion of bed load particles is so irregular that they disperse remarkably with time.

In this study, some flume tests using painted tracer particles were carried out, in which the dispersive property of tracers changed variously with sediment feed rate.

In analysing this process, a stochastic simulation model is proposed where it is discussed about the degree of exposure of individual particle near the bed surface and about the variation of its pick up rate. The exponential distribution of step length is assumed. The result fairly conforms to uniform material case but not to nonuniform one for present.

### 1. 緒 言

河道に供給される土砂は、広範な粒度組成をもち、種々の流砂形態をとり得る。流砂形態が異なれば、その流下速度が異なるから、ある時刻にほぼ同一の場所に存在していた砂礫も、時間の経過に伴って広く分散するようになる。また、流砂形態が同じでも、粒径によって流下速度が異なる場合には、やはり分散現象が生じる。これらは、粒度分布をもつことに起因する分散現象で、粒度の篩い分けすなわち分級を伴うのが特徴である。

一方、粒度範囲のきわめて狭い、いわゆる均一砂においても、顕著な分散現象の生じることは、よく経験するところであり、これは砂礫の流送過程の不規則性によるものである。砂礫の流送過程を不規則にする要因としては、水流の乱れや粒子形状の不規則性のほかに、河床面における粒子配列の不規則性などが挙げられる。

さらに、水理条件が場所的あるいは時間的に変化する場合には、たとえそれが規則的であっても分散現象が生じる。

一般にはこれらの要因が重なり合って、複雑な分級・分散現象が生じるのであるが、その機構を明らかにすることは、砂礫の流下過程の予測や、粒度構成の変化をも含めた河床変動の予測、流域における土砂生産のメカニズムの解明などの応用的な面だけでなく、流砂や河床変動の内部機構をより合理的に把握するための手段としても意義のあるものである。しかしながら、現在の段階で上記のすべての要因を取り入れた分級・分散現象を取り扱うことは困難であり、本研究においては、比較的平坦な河床条件のもとでの掃流砂を対象を限定し、特に河床の上昇ならびに低下の影響について考察を加える。

### 2. 平坦河床における掃流砂礫の流下機構

掃流砂礫の運動は間欠的な step の繰り返しで構成され<sup>1)</sup>、平衡状態においては、rest period, moving period および step length の確率分布が与えられれば、砂礫の分散過程を一般的に記述できることが知られている<sup>2)</sup>。このうち moving period は rest period に比べて十分に短いことが多く、平衡状態における掃流砂礫の流下過程を表現するためのパラメータとしては、rest period と step length の2つが特に重要である。

これら2つのパラメータはいずれも広い範囲に分布する確率的な量であるが、その分布関数は河床材料の性質や河床形状ならびに水理条件によって規定されており、これまでにいくつかの式が提案されてきた。そのうち最も単純なもの、rest period と step length が共に指数分布に従うとするもので、場が均質でかつ各 rest period と step length が独立であるならば、理論的に裏づけられるものである。均一砂を用いた実験において、トレーサーをできるだけ均一に配置した場合には、比較的短時間の間はこの分布が適合することが確かめられている<sup>3)</sup>。一方、河床に dune が形成された場合には、step length の分布は、指数分布からかなり外れるようになるが<sup>4)</sup>、これは、step の開始位置によって step length が系統的に異なるからであろう。しかしながら、その場合にも、河床が全体として平衡状態にあれば、rest period は指数分布に従うことが知られている<sup>4)</sup>。

このように、平坦河床と砂礫河床において、rest period がともに指数分布に従うとはいうものの、その内容はかなり異なる。すなわち、平衡平坦河床においては、一旦河床表面に置かれた粒子は、その後も河床表面に露出している可能性が高く、rest period は、粒子が表面に露出した状態のもとで、大きな流体力の作用する機会を待っている期間に相当するのに対し、砂堆河床では、砂堆の前面あるいはその直下流の剝離域に落下した粒子は容易に埋没し、砂堆の前進によってその部分が再び露出するまで移動しないことが多く、rest period はほぼ粒子が埋没している時間に相当する。

ところで、中川・辻本<sup>2)</sup>によれば、平衡平坦河床における rest period は指数分布よりもむしろ shape parameter が1/2程度のガンマ分布によく適合することが指摘されている。彼らは、平衡平坦河床における rest period が指数分布に従わないことの理由として、砂礫の存在高さがまちまちで、その存在高さごとに平均 rest period が異なることを挙げています。しかしながら、存在高さの頻度分布や存在高さごとの平均 rest period を定量的に明らかにするには至らなかった。

さて、各 rest period と step length が独立でそれぞれ一定の確率分布をもつならば、それらの確率分布を与えることによって粒子の分散過程を論じることができ、必ずしも粒子の存在高さにまで立ち入る必要はないが、河床変動がある場合には、時間の経過に伴って着目粒子の存在状態が系統的に変化し、rest period の確率分布が変化してしまうであろう。したがってその場合には、着目粒子の存在状態の時間変化と、存在状態ごとの rest period の分布を明らかにする必要があります。しかしながら、ひとつの rest period 内において着目砂礫の存在状態が変化する場合には、存在状態ごとの rest period というものは実在せず、単位時間当たりの粒子の離脱率 (pick up rate) に着目する必要があります。

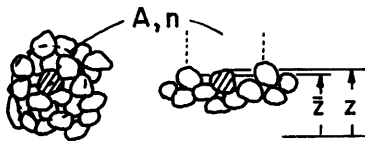


Fig. 1 Concept of the degree of exposure and adjacent region of a tracer particle.

ここで、粒子の存在状態を定量的に表すための指標として、露出度  $e$  を定義する。(Fig. 1 参照)

$$e = (z - \bar{z}) / d \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $z$  は着目粒子の礫頂高さ、 $\bar{z}$  は着目粒子の離脱率に影響を及ぼす周辺粒子 (着目粒子も含む) の平均礫頂高さ、 $d$  は着目粒子の粒径である。 $e$  の値は着目粒子自身あるいは周辺の粒子が動くことによって変化するが、着目粒子の移動し易さに支配的な影響をもつ範囲 (面積  $A$ ) 内の表面粒子数を  $n$  とすれば、着目砂礫の静止時

にそれらの  $n$  個の粒子のうちの1個が離脱することによる  $e$  の変化量は、

$$\Delta e_0 \doteq 1/n \dots\dots\dots (2)$$

と表される。一方、着目粒子の静止時に面積  $A$  内に新たに1個の粒子が堆積することによる  $e$  の変化量は、

$$\Delta e_1 \doteq -1/n \dots\dots\dots (3)$$

である。

いま、十分に短い時間素分  $dt$  を考えれば、 $dt$  内に面積  $A$  の中へ2個以上の粒子が堆積したり、そこから2個以上の粒子が離脱したり、堆積と離脱が共に生じたりする確率はきわめて小さいから、着目粒子の

rest period 内の短い時間素分  $\Delta t$  における露出度の変化は、上の2つのいずれかで代表される。 $\Delta t$  内に着目粒子自身が離脱した場合には、step の終了時点で全く新たな露出度をとるであろう。 $\Delta t$  内にそれらのいずれも生起しない場合には、露出度は変化しない。

次に、これらの事象の生起確率を検討する。

いま、着目粒子の周辺での平均的な pick up rate を  $\bar{p}_s$  とすれば、 $\Delta t$  内に面積  $A$  から粒子1個が離脱する確率は、

$$P_o = n\bar{p}_s\Delta t \dots\dots\dots (4)$$

である。一方、 $\Delta t$  内に面積  $A$  に新たな粒子が堆積する確率を  $P_i$  とおけば、面積  $A$  の下に含まれる粒子数  $N$  の時間変化は、平均的には次式で表される。

$$\frac{dN}{dt} = \frac{P_i - P_o}{\Delta t} \dots\dots\dots (5)$$

ここで、河床の空隙率を  $\lambda$ 、粒子1個の体積を  $v$  とすれば、面積  $A$  内の平均河床高  $\bar{z}$  の時間的変化は

$$\frac{d\bar{z}}{dt} = \frac{v}{(1-\lambda)A} \cdot \frac{dN}{dt} \dots\dots\dots (6)$$

と表される。さらに、河床の単位面積あたりの表面露出粒子個数を  $n_o$  とすれば、

$$n = An_o \dots\dots\dots (7)$$

の関係があるから、式(4)~(7)より、堆積率と河床変動の関係として次式を得る。

$$P_i = n \left\{ \bar{p}_s + \frac{(1-\lambda)}{n_o v} \cdot \frac{d\bar{z}}{dt} \right\} \Delta t = n \left\{ \bar{p}_s + \frac{(1-\lambda)}{A_3/A_2'} \frac{d\bar{z}}{dt} / d \right\} \cdot \Delta t \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $A_3$  および  $A_2'$  は粒子の形状および配列に関する係数で次式のように定義している。

$$A_3 = v/a^3 \dots\dots\dots (9)$$

$$A_2' = 1/(n_o d^2) \dots\dots\dots (10)$$

粒子の形状が球に近い場合には、 $A_3 \approx \pi/6$ 、 $\pi/4 \leq A_2' \leq 1$  であり、また、空隙率は0.4程度であると考えられるので、式(8)は近似的に次式ようになる。

$$P_i \approx n \left\{ \bar{p}_s + \frac{d\bar{z}}{dt} / d \right\} \cdot \Delta t \dots\dots\dots (11)$$

先に述べたように、着目粒子の静止時にその周辺で粒子が離脱又は堆積することによる露出度の変化は、式(2)および(3)で表されるから、単位時間あたりの平均的な露出度の変化率は次式で近似されることになる。

$$\left( \frac{de}{dt} \right) = \frac{P_o}{\Delta t} \cdot \Delta e_o + \frac{P_i}{\Delta t} \cdot \Delta e_i = - \frac{d\bar{z}}{dt} / d \dots\dots\dots (12)$$

着目粒子の step の終了時点における露出度の分布については不明の点が多いが、河床変動の有無による差はほとんどないであろう。そこで平衡状態について考えれば、着目粒子の step の終了時点における露出度の確率密度関数  $f_o(e)$  と任意の時刻における露出度の確率密度関数  $f(e)$  との間に、露出度ごとの平均 rest period  $\bar{i}_r(e)$  を介して、次の関係が成り立つであろう。

$$f(e) = \frac{f_o(e) \cdot \bar{i}_r(e)}{\bar{i}_r} \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $\bar{i}_r$  は露出度による条件を解放した平均 rest period である。平衡状態では、露出度ごとの pick up rate  $p_s(e)$  あるいはその条件を解放した平均 pick up rate  $\bar{p}_s$  は、それぞれ  $\bar{i}_r(e)$  あるいは  $\bar{i}_r$  の逆数であるから、式(13)は次のように表すこともできる。

$$f(e)/f_o(e) = \bar{p}_s/p_s(e) \dots\dots\dots (14)$$

$\bar{p}_s$  と水理量の関係については、従来多くの研究がなされており、中川・辻本<sup>5)</sup> により、次式が提案されている。

$$\bar{p}_s \sqrt{d/(\sigma/\rho - 1)g} = \begin{cases} F\sigma\tau_* [1 - (\tau_{*c}/\tau_*)]^3 & [\tau_* > \tau_{*c}] \\ 0 & [\tau_* \leq \tau_{*c}] \end{cases} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 $\sigma/\rho$  は砂礫の比重、 $\tau_*$  は無次元底面せん断応力 ( $\tau_* = u_*^2 / \{(\sigma/\rho - 1)gd\}$ ;  $u_*$ : 摩擦速度) であり、また、 $\tau_{*c}$  は移動限界での無次元底面せん断応力で、ある程度の量の初期移動が見られる状況で定義されるいわゆる「限界掃流力」よりも厳しい限界で、約0.035である。また  $F_*$  は実験定数で、約0.03にとると実験値と良く適合することが見出されている。

したがって、平衡状態における表面(交換層)粒子の露出度の確率分布と各露出度ごとの pick up rate が明らかになれば、式(14)によって、着目粒子の step の終了時点における露出度の分布を推定することができる。

pick up rate や rest period が着目粒子の露出度に依存するのに対し、step length はそれとは無関係に、水理条件と河床面の凹凸の状況とによって規定されるであろう。したがって、河床の上昇や低下があっても顕著な河床波が存在しなければ、step length の分布は平衡平坦河床におけるものと大差ないものと考えられる。先にも述べたように、平衡平坦河床での step length は指数分布に従い、その平均値は粒径の100程度で近似される。すなわち、

$$f(l) = \frac{1}{\bar{l}} \exp\left(-\frac{l}{\bar{l}}\right) \dots\dots\dots (16)$$

$$\bar{l} \approx 100d \dots\dots\dots (17)$$

である。

以上の議論では、河床砂礫の粒径を単に  $d$  として表してきたが、混合砂礫床においては、砂礫の運動特性を粒径階ごとに分けて見ていく必要がある。従来、限界掃流力に及ぼす混合粒径の効果について多くの研究がなされており、Egiazaroff<sup>6)</sup> の式を修正した次式が芦田・道上<sup>7)</sup> によって提案されている。

$$\tau_{ci}/\tau_{cm} = \begin{cases} \{\log_{10} 19 / \log_{10} (19d_i/d_m)\}^2 d_i/d_m & (d_i/d_m \geq 0.4) \\ 0.85 & (d_i/d_m < 0.4) \end{cases} \dots\dots\dots (18)$$

$$\text{ただし、}\tau_{cm} = \tau_{cm} / (\sigma - \rho)gd_m \approx 0.05 \dots\dots\dots (19)$$

辻本<sup>8)</sup> は、式(15)と(18)とを組み合わせることによって、混合粒径の平衡平坦河床における、粒径別の平均 pick up rate が推定できることを確認している。

一方、混合砂礫の粒径別 step length は、均一砂の場合と同様にほぼ指数分布に従うが、その平均値は均一砂の場合と異なり、各粒径の100倍よりもかなり小さくなることが見出されている<sup>9)</sup>。

混合砂礫床における各粒径階の粒子の露出度については、先に展開した議論をどのように拡張すればよいかは明確でなく、現在の段階では、河床変動がある場合の混合砂礫の分散過程を理論的に解析することは、きわめて困難である。

### 3. 掃流砂礫の分級・分散過程に関する実験

#### 3.1 実験方法

実験に用いた水路は、幅20cmならびに50cmの鋼製水路で、前者ではその中央部分10m、後者では16mの区間を移動床とし、その上流端で給砂を行うとともに、水路下流端で採砂を行い、砂礫は循環しないようにした。移動床区間の下流端には床止めを置き、河床高を固定させている。

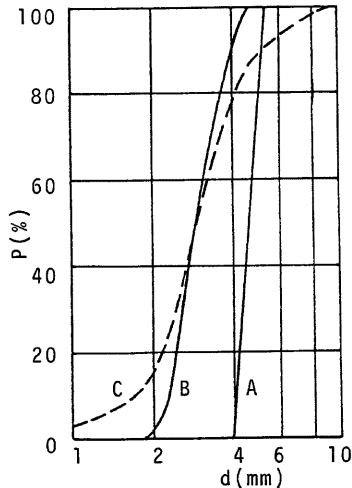


Fig. 2 Grain size distribution of used material.

用いた河床材料は、A ( $d=4.0\sim 5.3$  mm), B ( $d=1.9\sim 4.3$  mm), および C ( $d=0.5\sim 10.0$  mm) の3通りで、A を均一砂、B および C を混合砂とみなしている。Fig. 2 はそれらの粒度分布を示したものである。粒子の分散過程を追跡するトレーサーとしては、塗料を吹き付けた着色砂礫を用い、材料 A に対しては河床材料と同じもの、B に対しては細粒分 ( $d=1.9\sim 3.4$  mm) と粗粒分 ( $d=3.4\sim 4.3$  mm), C に対しては、 $d=1.7\sim 2.0, 2.0\sim 2.8, 2.8\sim 3.4, 3.4\sim 4.8, 4.8\sim 9.5$  mm のものに於て追跡した。

トレーサー実験には、ある限られた範囲に多数のトレーサーを置いておき、ある時刻におけるそれらの分布状況を調べる方法と、単一のトレーサーの追跡を何度も繰り返す方法とがあるが、本実験では、比較的短時間（3分以内）の追跡には後者を、長時間の追跡には前者の方法を用いている。

水理条件は、適度な流砂があつてしかも顕著な河床波が形成されない条件をねらいとして、Table 1 のように設定した。いずれも Transition に近い Upper regime に属している。

Table 1 Experimental conditions.

|        | $d_m$<br>(mm) | $I$   | $B$<br>(cm) | $L$<br>(m) | $Q$<br>(l/s) | $h$<br>(cm) | $Q_{B1}$<br>(g/min) | $Q_{B0}$<br>(g/min) | $Re_*$ | $\tau_*$ | $Fr$ |
|--------|---------------|-------|-------------|------------|--------------|-------------|---------------------|---------------------|--------|----------|------|
| Exp. A | 4.65          | 1/100 | 20          | 10         | 10.0         | 6.4         | 0, 175, 780         | 170                 | 450    | 0.083    | 0.99 |
| Exp. B | 3.10          | 1/100 | 20          | 10         | 4.9          | 4.2         | 0, 170, 1000        | 100                 | 170    | 0.082    | 0.91 |
| Exp. C | 3.20          | 1/125 | 50          | 16         | 15.1         | 4.6         | 0, 920, 4720        | 850                 | 150    | 0.070    | 0.98 |

本実験では、砂礫の分級・分散過程に及ぼす河床変動の影響を調べることがねらいであり、給砂量を変化させることによって、洗掘状態、平衡状態および堆積状態を作り出している。

単粒子追跡の実験では、平坦に敷き均らした河床に所定の流量と流砂を供給しながら、移動床区間の上流端付近で水面からトレーサーを投下し、最初に河床面で停止した時点を実測開始時点として、再移動するまでの時間を rest period, 再移動を開始してから再停止するまでの時間を moving period, その間の移動距離を step length として計測するとともに、 $t=0$  から10秒おきのトレーサーの流下距離を計測した。ただし、rest period については、最大の計測時間を3分間とし、それを超えるものは3分以上としてひとまとめにしている。流下距離についても10mを超えるものは、計測区間外への流出としてひとまとめにしている。トレーサーの投入個数は100個であるが、長時間通水を継続すると河床状態が変化するので、数十分ごとに一旦停水して河床を平坦に敷き均らし、再度通水するようにした。

多粒子追跡の実験では、移動床区間上流端付近の20cmの区間の河床表面にトレーサーを200~500個（混合砂の場合には各粒径階のものを100個ずつ）配置し、移動限界付近まで徐々に流量を増加させた後、所定の流量と給砂量を一定時間継続させ、停水後にトレーサーの流下距離の分布を20cmごとの区間に区切って計測した。その際、河床表面に露出している粒子と埋没している粒子とは区別した。

さらに、均一砂の平衡状態の場合に限られるが、停水時に、トレーサーとその直前直後あるいは前後左右の粒子の礫頂高を計測して、露出度の分布ならびに露出度ごとの原点残留確率を求めた。

### 3.2 実験結果

Fig. 3 は、均一砂に対する、洗掘・平衡・堆積の各過程における、河床形状の変化を表したものである。本実験では、平坦河床における砂礫の分散過程を解明することをねらいとして、なるべく河床波の生じない水理条件を設定したが、図に見られるような、若干の河床波（反砂堆）の発生は避けられなかった。しかしながら、この河床波は波高が小さい上に、なだらかな形状を呈しており、砂堆の場合に比べると、粒子の運動特性に及ぼす影響は小さいようである。

Fig. 4 は、step length の分布を表したものであり、いずれも指数分布に近く、平均 step length と平均粒径の比は、材料 A で101, 材料 B の細粒分で115, 粗粒分で95となり、式(16), (17)がほぼ適合する。

Fig. 5 は、rest period の分布を示したものであり、指数分布から大きく逸脱しているだけでなく、ガンマ

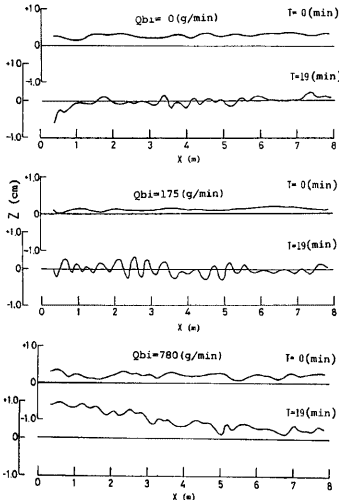


Fig. 3 Bed form along channel center line.

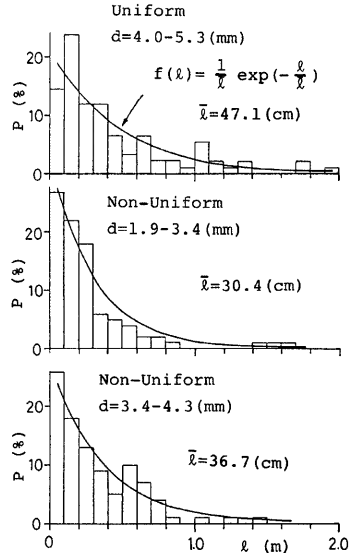


Fig. 4 Distribution of step length.

分布の適合性もかなり低いようである。平均 rest period は、材料 A で 15.8 sec, 材料 B の細粒分で 8.3 sec, 粗粒分で 10.0 sec となっており、式 (15) から推定される値よりもかなり短い、これは、rest period が 3 分以上のデータを除外したためではないかと考えられる。

moving period は rest period に比べてかなり小さく、約 1/5 程度になっている。

Fig. 6 は、トレーサーの流下距離の平均値の時間変化を示したものである。これによると、トレーサーの流下速度は初期に大きく、数十秒経過後にやや減少しているが、これは、水路幅のほぼ中央でトレーサーを投下したために、初期には水路中央部の速い流れの作用を受けるのに対し、ある程度時間が経過すると、横断方向の流速成分によってトレーサーが側方へ移動し、側壁の影響を受けた遅い流れの作用を受けるようになるためではないかと考えられる。河床変動 (給砂量) によるトレーサーの流下速度の差異は、均一砂の場合と混合砂の場合とで傾向が異なっている。すなわち、均一砂の実験においては、平衡状態の場合に最も流下速度が速く、洗掘過程において最も遅くなっている。一方、混合砂の場合には、粗粒分の流下速度は堆積過程で最も大きく、洗掘過程で最も小さいのに対し、細粒分では全く逆の順序となっている。このように給砂量の違いによってトレーサーの流下速度が異なる原因としては、河床勾配が変化することと、トレーサーの露出度が変わることが挙げられるが、それらは互に逆の効果をもつものであり、そのどちらが卓越するかによって結果が異なるのであろう。また、混合砂の実験において、粗粒分と細粒分の流下速度が全く異なり、しかも粗粒分の方が流下速度が大きくなっているのは注目に値する。これは、混合砂の分散過程において顕著な分級が生じることを示すものであるが、実河川において通常見られる分級作用と逆の傾向をもっている。

Fig. 7 は、Exp. B の洗掘過程における、5 分間通水後の河床表面および流出土砂の粒度分布を示したものであるが、上部部では元の粒度分布とほとんど変わらないのに対し、下部部では顕著な粗粒化が生じ、流出土砂では約 85% 以上が原河床の平均粒径以上の粒子で占められている。

Fig. 8 は、均一砂の平衡状態における、数分間通水後のトレーサーの露出度を調べたものである。式 (1)

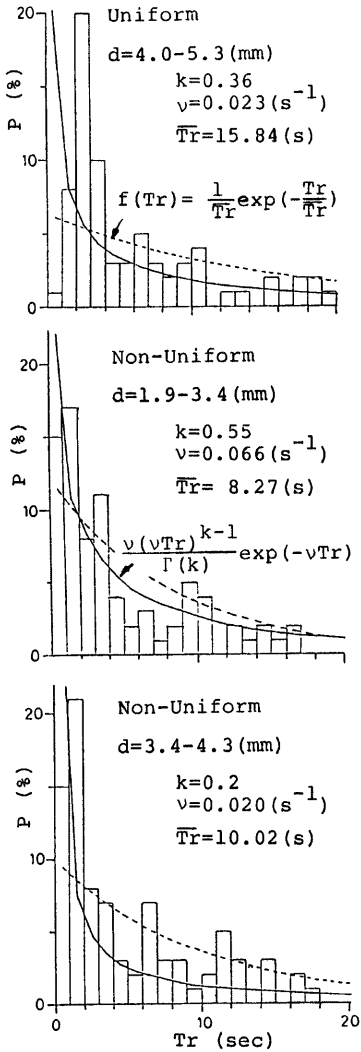


Fig. 5 Distribution of rest period.

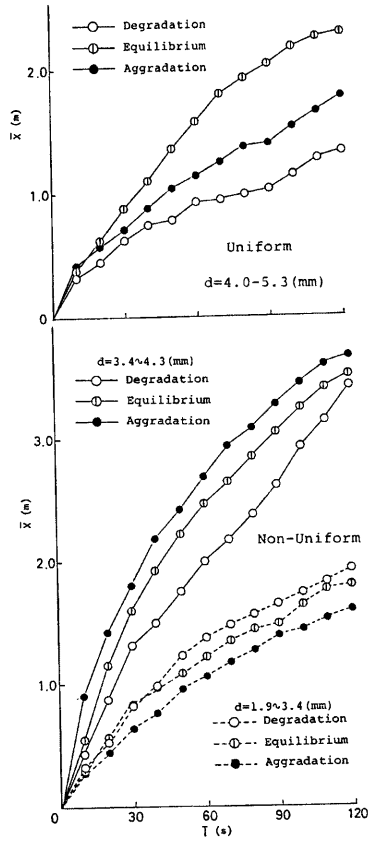


Fig. 6 Average travel distance of tracer particles.

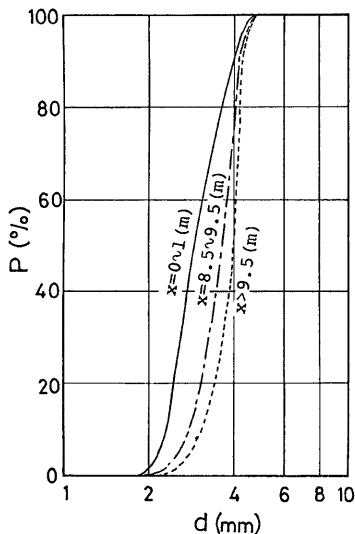


Fig. 7 Grain size distribution of bed surface and bed load.

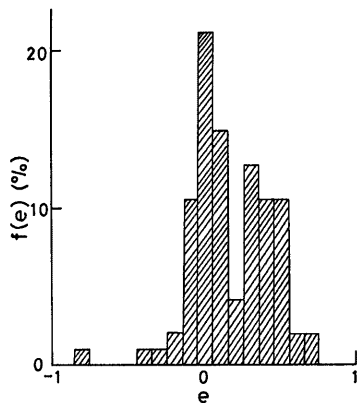


Fig. 8 Distribution of exposure of tracer particles.

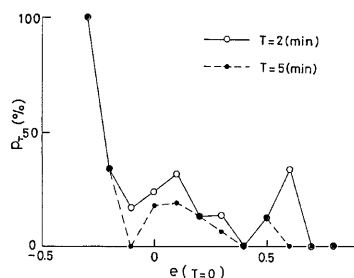


Fig. 9 Percentage of remaining at origin of tracer particles.

で露出度を求めるための周辺粒子としては、トレーサー自身とその直前直後の粒子を選んだ。トレーサー個数が50個と少ないが、 $e$ の値はほぼ $-0.3 \sim +0.7$ の間に分布し、特に $-0.1 \sim +0.5$ の間に集中している。

Fig. 9は、同じく均一砂の平衡状態における実験で、初期の露出度別にトレーサーの原点残留確率を調べたもので、 $e$ の値が大きいかほど残留確率が小さくなる傾向が見られる。

Fig. 10は、トレーサーの分散状況の時間変化を示したものであり、平衡状態の場合に比べて、洗掘過程では粒子の流下速度がやや速く、堆積過程ではやや遅くなっている。なお、時間の経過とトレーサーの流下距離にとりどころ逆転が見られるのは、停水毎にトレーサーを回収し、河床を平坦に敷き均らして再通水を行ったためであり、現象のばらつきが非常に大きいことを物語っている。単粒子追跡の場合に見られた、混合砂の分級の傾向は、この図においても明確に認められ、粗粒分が細粒分よりも速く流下している。これは、粗粒子は露出度が大きく、離脱し易いのに対して、細粒子は露出度が小さく、埋没し易いためであると考えられる。事実、粗粒分の埋没は堆積過程での上流部に限られていたのに対し、細粒分では、洗掘過程においてさえ、かなりのトレーサーが埋没し、堆積過程での埋没区間も、粗粒分のそれよりもはるかに下流にまで及んでいた。



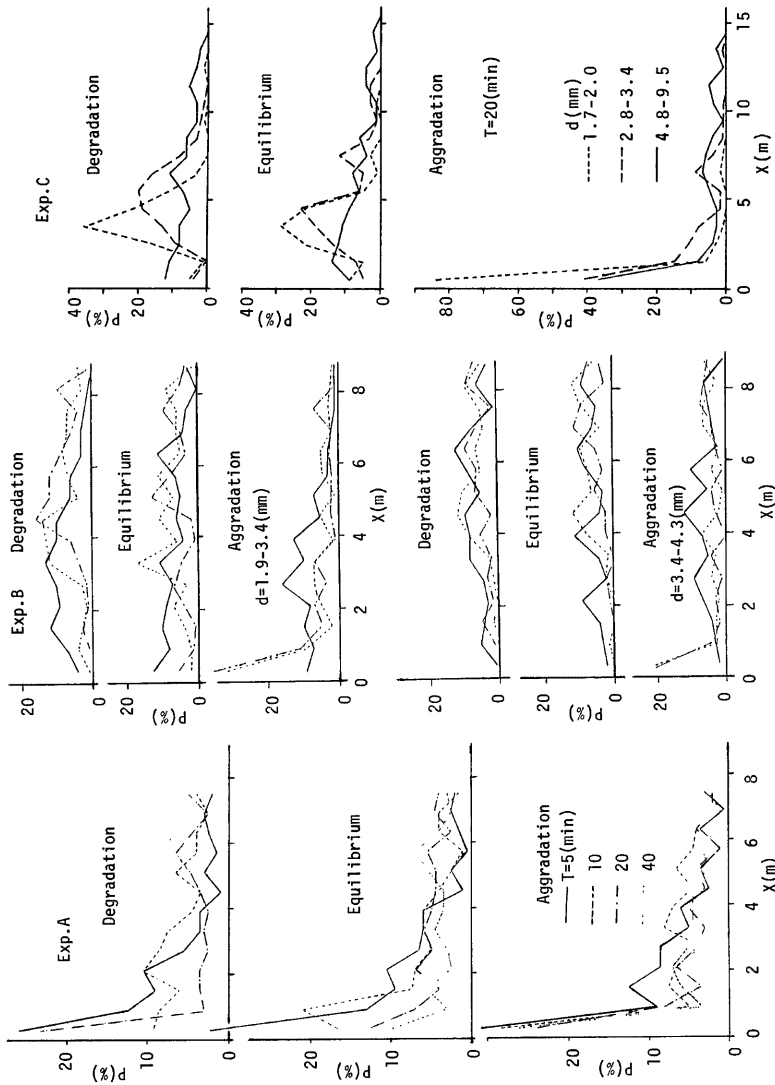


Fig. 10 Distribution of travel distance of tracer particles.

4. 掃流砂の分散過程に関する確率シミュレーション

2.において、掃流砂礫の流下機構について考察を行ったが、ここではさらに実験から得られた知見を加味して、砂礫の分散過程の予測モデルを組み立ててみよう。

砂礫の分散過程の表現法としては、拡散方程式に基づく Euler 的な表現法と、粒子運動を Lagrange 的に追跡して、その存在確率を論じる方法とがあるが、ここでは後者の方法をとることとする。すなわち、流砂

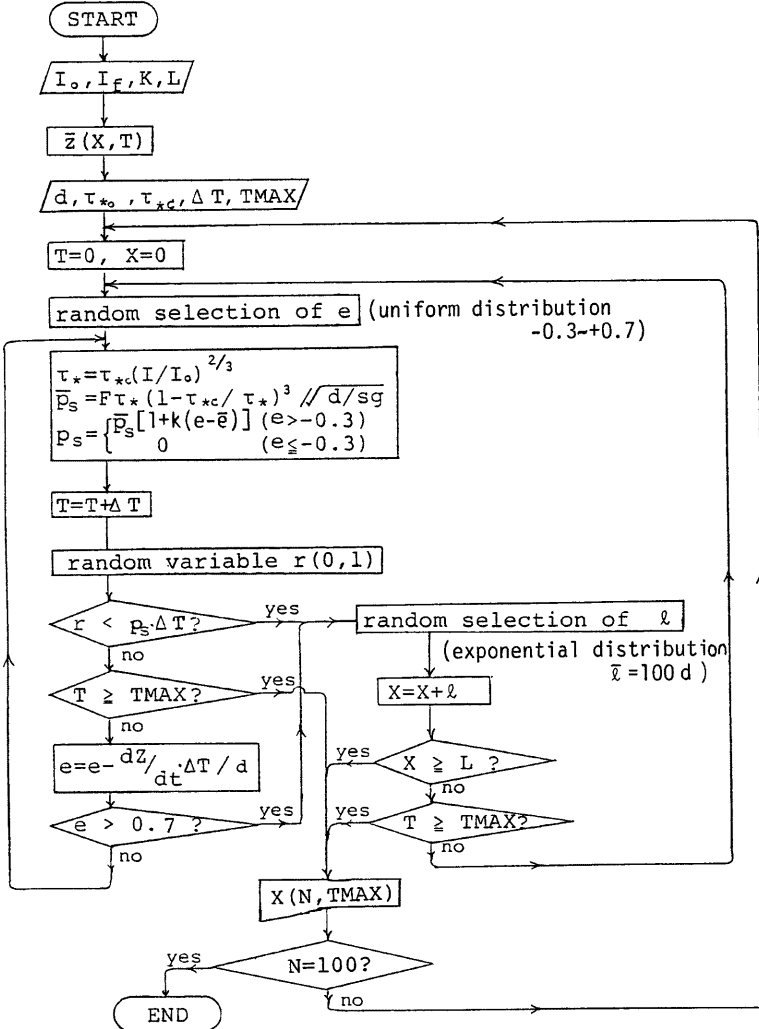


Fig. 11 A stochastic simulation model of bed load dispersion.

運動の間欠性に着目して、rest period と step length の時系列を、トレーサーの露出度と水理量を媒介として確率的に模擬発生させ、その統計的性質を把握することを試みる。

既に 2. において、step length の分布や、表面粒子の平均 pick up rate ならびに、トレーサーの露出度の時間変化については論じたが、露出度の分布や、露出度ごとの pick up rate については未知のままとなっていた。そこで、Fig. 8 に示した露出度の分布（これは  $f(e)$  に対応する）を参考にして、 $f_0(e)$  の分布範囲を  $-0.3 \sim +0.7$  と仮定する。その範囲内での分布形については現在のところ有力な手がかりがないので、一様に分布するものとしておく。また、露出度が大いほど pick up rate が大きいことが予想されるので、最も単純な関数形として 1 次関数を考えて、次式を仮定する。

$$p_s = \bar{p}_s [1 + k(e - \bar{e})] \quad \dots \dots \dots (20)$$

ここに、 $\bar{e}$  は  $p_s = \bar{p}_s$  となる露出度で、

$$\bar{e} = (e_{max} + e_{min})/2 \quad \dots \dots \dots (21)$$

で与えられるものとする。 $e_{max}$ ,  $e_{min}$  はそれぞれ交換層の粒子の露出度の最大値と最小値で、ここでは 0.7 および  $-0.3$  である。トレーサーあるいは周辺粒子の移動によって露出度に変化し、 $e_{max}$  を超えれば、ただちに step が生じ、 $e_{min}$  を下回れば、埋没状態となって pick up rate が 0 になるものとする。

式 (11) における  $d\bar{z}/dt$  や式 (15) における  $\tau_*$  を求めるには、河床変動を同時に考えなければならず、本来それは流砂の分級・分散過程と互に関連し合うものであるが、ここでは、拡散型の方程式を用いた道上<sup>10)</sup>の方法を用いることにする。すなわち、

$$\frac{\partial \bar{z}}{\partial t} = K \frac{\partial^2 \bar{z}}{\partial x^2} \quad \dots \dots \dots (22)$$

$$K = \frac{17.8}{1 - \lambda} \cdot \frac{q A_1^3}{(\sigma/\rho - 1) A} \cdot \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \cdot \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*}\right) \quad \dots \dots \dots (23)$$

である。ここに、 $q$  は単位幅流量、 $A = U/u_*$ ,  $A_1 = u_{*c}/u_*$ ,  $u_{*c}$ : 有効摩擦速度である。

Uniform  $d = 4.0 - 5.3$  (mm) Equilibrium

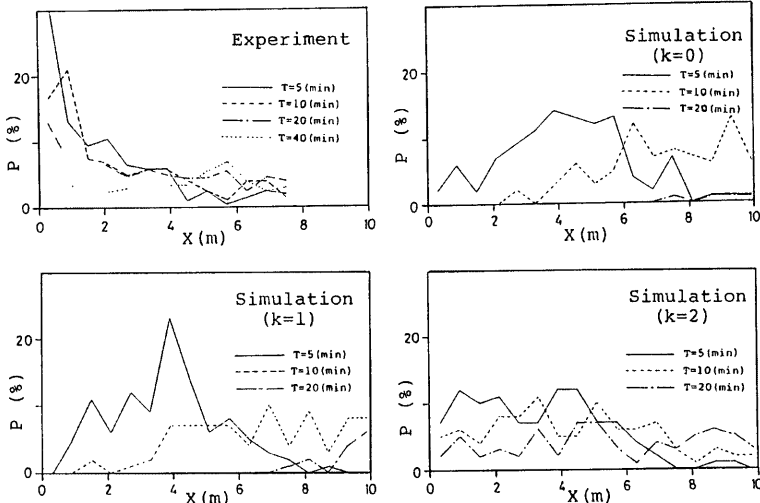


Fig. 12 Comparison of the distribution of travel distance obtained from experiment and simulation.

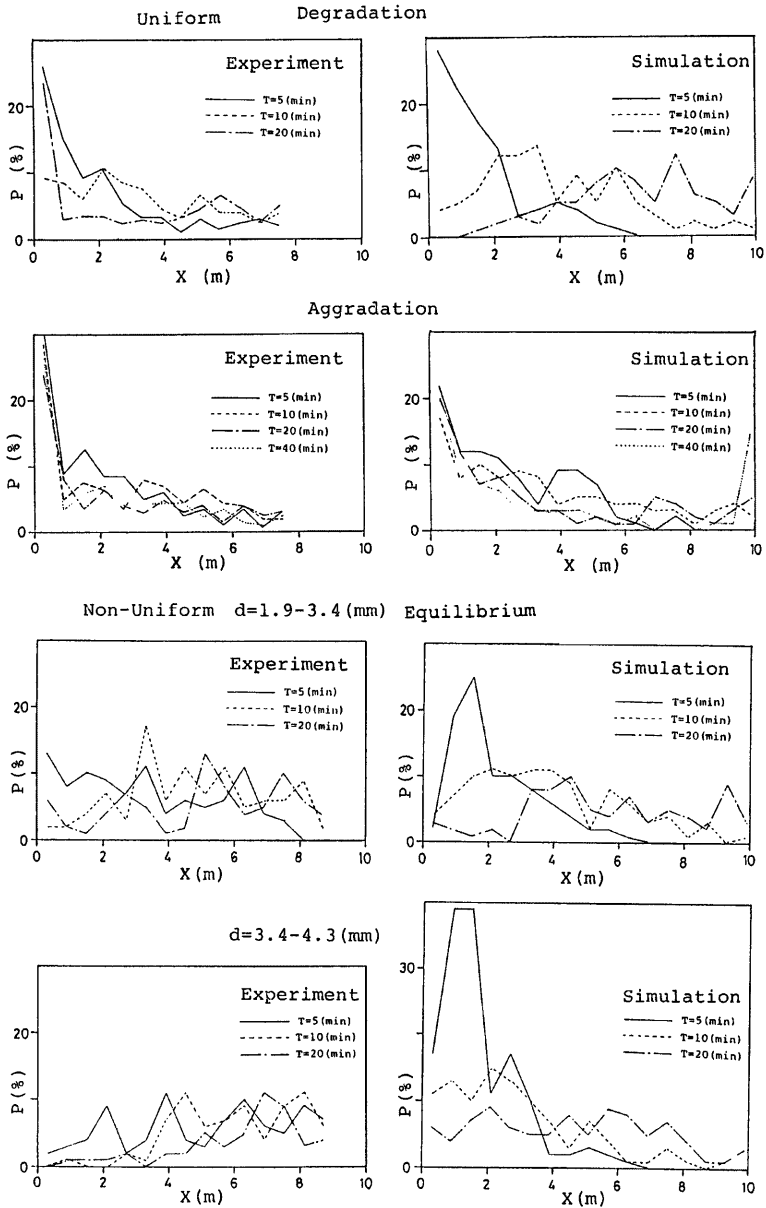


Fig. 13 Comparison of the distribution of travel distance obtained from experiment and simulation.

以上の考え方にに基づき、先に示した実験条件に対する砂礫の分散過程をシミュレートするが、そのフローチャートを示すと、Fig. 11 のようになる。

なお、式(22)の初期条件および境界条件は、

$$\left. \begin{array}{l} t=0 \text{ において } \bar{z}=0 \\ x=0 \text{ において } \partial \bar{z} / \partial x = i_0 - i_f \text{ (const.)} \\ x=L \text{ において } \bar{z}=0 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

とした。ここに、 $\bar{z}$  は初期河床面を基準とする河床高、 $i_0$  は初期勾配、 $i_f$  は給砂量に応じた平衡勾配、 $L$  は移動床区間長である。また、トレーサーの離脱の有無や露出度の変化を計算するための時間間隔  $\Delta t$  は 1 sec とした。ただし、rest period 内の露出度の変化については、式(12)を用いている。

Fig. 12 は、均一砂の平衡状態に対するシミュレーション結果を示したものである。式(20)におけるパラメータ  $k$  の値を 0, 1, 2 の 3 通りに変化させたところ、 $k=0$  では実験結果に全く適合せず、 $k$  の値が大きくなるほど適合性がよくなっている。 $k=2$  における適合度も充分なものとはいえないが、 $k$  を 2 よりも大きくすると、負の pick up rate が算出される不合理が生じるので、ここでは  $k=2$  を最適値として選ぶことにする。

Fig. 13 は、 $k=2$  として、各実験条件に対するシミュレーションを行ったものである。均一砂の堆積過程に対しては、実験結果にかなり近い結果が得られており、分散過程に及ぼす河床変動の影響が、このような方法でかなり模擬できることがわかる。しかしながら、混合砂の分散過程に関しては、平衡状態においてさえ、適合性がきわめて低く、特に、実験で見出された、粗粒分が細粒分よりも速く流下する現象は、全く模擬できていない。

### 5. 結 語

以上、掃流砂礫の分散過程について、若干の実験を行うとともに、その機構をモデル化したシミュレーション法に関する検討を行った。

実験においては、上流からの給砂量を変化させることによって河床の洗掘・平衡・堆積状態を作り出し、砂礫の分散現象に及ぼす河床変動の影響を調べた。その結果、洗掘過程では時間の経過に伴って着目粒子の露出度が増加して粒子の移動が生じ易くなり、堆積過程では時間の経過に伴って露出度が減少して粒子が移動し難くなる作用があるとともに、河床変動による掃流力の変化に伴って粒子の pick up rate が変化し、そのどちらの効果が卓越するかによって、トレーサーの流下速度は様々に変化することがわかった。また、材料の粒度構成が比較的狭く、全粒径範囲が活発に移動するような条件下では、細粒分よりも粗粒分の方が速く流下するという興味ある現象が見出された。しかしながら、そのような現象の生じる条件を明確に把握するまでには至らなかった。

トレーサーの露出度の分布とその時間変化ならびに各露出度ごとの pick up rate に着目した分散過程の確率シミュレーションの結果は、均一砂に対しては実験結果にかなり適合するが、混合砂に対しては、平衡状態においてさえ、実験結果とかなり異なっており、特に、分級効果が実験と逆の傾向になっている。今後、河床の粒度構成の変化に着目したより詳細な検討が必要である。

なお、本研究は、文部省科学研究費（課題番号 56460131、代表者 芦田和男教授）の補助を得て行ったものである。また、実験の遂行に際しては、京都大学大学院学生 小久保鉄也氏ならびに工学部学生 三宅正敏氏の協力を得た。記して謝意を表す。

### 参 考 文 献

- 1) Einstein, H. A.: Der Geschiebetrieb als Wahrscheinlichkeitsproblem, Mitteilung der Versuchsanstalt für Wasserbau an der Eidgenössische Technische Hochschule in Zurich Verlag Rascher & Co., 1937, 110 p.

- 2) 中川博次・辻本哲郎：掃流過程の確率モデルとその一般化，土木学会論文報告集，第291号，1979，pp. 73-83.
- 3) 矢野勝正・土屋義人・道上正規：砂礫の流送機構の確率過程としての特性について，京都大学防災研究所年報，第11号 B, 1968, pp. 61-73.
- 4) Grigg, N. S.: Motion of Single Particles in Alluvial Channels, Proc. ASCE, Jour. of the Hydraulics Division, Vol. 96, HY 12, 1970, pp. 2501-2518.
- 5) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，1972，pp. 59-69.
- 6) Egiazaroff, I. V.: Calculation of Nonuniform Sediment Concentration, Proc. ASCE, HY 4, 1965, pp. 225-246.
- 7) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第206号，1972，pp. 59-69.
- 8) 辻本哲郎：掃流過程の確率モデルの移動床問題への応用，京都大学学位論文，1978.
- 9) Nakagawa, H., T. Tsujimoto and S. Nakano: Characteristics of Sediment Motion for Respective Grain Sizes of Sand Mixtures, Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ., Vol. 32, Part 1, No. 286, 1982, pp. 1-32.
- 10) 道上正規：流砂と河床変動に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1972.