

# 水流による Successive Saltation に関する研究

中川 博次・辻本 哲郎・赤尾 恒博

## STUDY ON SUCCESSIVE SALTATION IN A WATER STREAM

By *Hiroji NAKAGAWA, Tetsuro TSUJIMOTO and Tsunehiro AKAO*

### Synopsis

In order to unify the theories of bed load transport and sediment suspension, it is important to investigate saltating motion of sediment particles. In case of sediment transport by flowing water, successive saltation appears and it is composed of irregular individual saltation paths. The irregularity and the succession of individual saltations are caused by repulsion events of saltating particles with a sand bed. Considering these effects, stochastic modelling of successive saltation is tried in this paper, and respective subsystems composing the model are inspected by some fundamental experiments using a film motion analyzing technique. Moreover, a series of numerical simulation of bed load transport process is carried out based on the proposed model, and the stochastic characteristics of individual saltations and successive saltation are inspected. Vertical distribution of existence probability of bed load particles is also investigated by this simulation, which may be important from view point of the objective of this study.

### 1. 序 論

流砂機構の研究は従来掃流砂と浮遊砂に分けて全く独立に進められてきたため両者の厳密な区分や遷移に関する問題が重要となっているにもかかわらず明解かつ力学的に合理的な判断を行うための知見は必ずしも十分に蓄積されていない。著者らは観念的には掃流砂と浮遊砂を床面の直接的な影響の有無、流れの乱れへの応答性への着目によって区分されるものとしているが、浮遊砂といえども河床近傍では掃流砂的挙動を示すだろうし、両者の遷移領域付近の条件では掃流砂といえどもかなりの部分が乱れの影響を受けることになる。こうした境界近傍での流砂の挙動を明らかにし、両者の定義や遷移を明確にすることを最終的な目的とし、掃流状態の中でも比較的浮遊に近い現象と考えられる saltation に着目し、その機構をさぐることにした。

流砂の運動は、確かに運動方程式に支配されているものの不規則性の関与のし方が重要な要件となっている。滑動が主体となる掃流力が比較的小さい場合の掃流運動では、床面突起との衝突の無い間の運動は摩擦が卓越した滑動の運動方程式で決定論的に扱えるが、突起との衝突事象やその間隔は不規則性の強いものである<sup>1)</sup>。同様に、saltation が卓越する場合も、一つ一つの saltation の軌跡は決定論的な運動方程式に支配されるが、床面との反発条件が不規則なため、全体としては確率的事象となっている。すなわち掃流砂の場合、水流の乱れに対してはほとんど鈍感なために、不規則性は床面の砂粒オーダーの凹凸との接触によってもたらされている。一方、浮遊砂の運動はほとんど床面とは独立であるが、それでも水流の乱れに敏感なため運動方程式自体 stochastic なものとなる確率過程を呈す。このように不規則性の関与のし方に着目することは、将来流砂運動を統一的に記述する上でのポイントとなることがわかる。

流砂の運動を saltation として運動方程式をもとに最初に扱った代表例は1963年の Yalin の論文<sup>2)</sup>で、こ

れはすでに飛砂では検討されていたもの<sup>3)</sup>を参考としてできた。我国でもその論文に刺激されてか、岸・福岡<sup>4)</sup>、土屋ら<sup>5),6)</sup>の意欲的な研究が相次いだ。とくに土屋らはすでに successive saltation の考え方に立ち、詳細な理論的・実験的研究を行い、それらは河田<sup>7)</sup>の研究に結実している。saltation の型式を仮定しての解析では粒子の運動方程式を詳細かつ精度良く扱える可能性があり、流砂力学の進展が期待されたものの、流砂運動は複雑な要素が多くしかも本質的に確率過程となっているので、単に流砂量式を得る目的だけでも saltation の運動方程式の詳細さとは斉合性のとれぬ曖昧かつ大胆な仮定と共存するモデルにとどまらざるを得なかったようである。それだけでも、粒子レベルの力学が確立されないと、あるいは少なくともその本質の特徴を具備した流砂モデルが確立されないと解明できないような移動床過程の問題もあるし、また saltation 現象自体の興味深さもあり、最近でも saltation 機構をテーマとした研究が継続している<sup>8)-12)</sup>。

saltation 運動の不規則性については、Yalin ら<sup>13)</sup>が、個々の saltation の生起をランダムな揚力の作用の結果と考え、運動方程式にもつづいた確率的シミュレーションによって saltation 高さの平均、分散を求め、いわゆる掃流層厚を決定しようとしている。saltation の解析を単なる流砂量式のみにも適用するのではなく、より意義を発揮する面に適用した点で評価されるが、モデルの内容についてはすべての saltation が流体力のみによって生起されるとしている点を始め、実現象にそぐわぬ点を含んでいる。

さらに林ら<sup>14)</sup>は saltation の解析からいわゆる流砂の遅れ距離を評価しようとしており興味深い。このモデルでも反発による継続跳躍 (successive saltation) を無視しているため必ずしも適確な遅れ距離の把握はなされていないようである。但し、最近では saltation 理論における反発による継続事象の重要性が認識され、自らその研究の必要性を指摘している<sup>15)</sup>。

以上の研究経過をみると、結局 saltation に関する今日的な研究課題は、saltation の不規則性の要因でもある反発事象をどう取り入れるか (successive saltation のモデリング)、全体としての不規則な saltation 粒子群の挙動をどのように ensemble 的に表現・記述するか (stochastic なモデリング) といった問題と、こうした saltation の研究を移動床水理の中でどう効かすかの問題であると言えるように思う。

本論文は以上の点に鑑み、確率過程としての流砂運動の把握にもつづいてしかも saltation の運動方程式を基盤とするという立場で、不規則性を考慮した successive saltation のモデル化を試みたものである。将来はそれをもとに掃流機構の統一的解明を意図してのモデル化である。

## 2. 個々の Saltation 軌跡

saltation が卓越している状況でも掃流現象は不規則なものであるが、一つ一つの saltation を取り出すと、それらは平均量に支配された比較的規則正しいものである。初期移動や反発事象の不規則性によって各 saltation の初期条件は不規則であるが、支配方程式は勿論、作用力も比較的平均値で代表されるような確定的なものであり、これが掃流砂の一形式としての saltation と浮遊 (suspension) とは異なるところである。浮遊の場合は初期条件の不規則性もさることながら、流れの乱れによる作用力の不規則性が現象に支配的である。

ところで、確定的な意味での saltation の運動方程式も、粒子まわりの流れの変形や粒子の回転などを考えると決して容易なものではなく、土木工学の領域以外の研究者にとってすら理論的研究の興味の対象となっているようである<sup>16)</sup>が、実際の流砂現象の記述という観点からは多少の精粗の差は不規則性を考慮した総合化の中に埋没してしまう<sup>17)</sup>と考えられるので、ここでは現象に支配的な力の釣り合いのみを考える単純なモデルを基礎式とする<sup>17)</sup>。すなわち、saltation 粒子に作用する力を重力と抗力のみとすると、粒子の鉛直方向の運動方程式は、無次元化として次式で表わされる。

$$d\theta/dt = \mp \theta^2 - 1 \quad (\text{複号は上昇時-, 下降時+}) \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$$\theta \equiv \sqrt{C_D A_2 / 2A_3} \cdot v_p \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd} \dots\dots\dots (2)$$

$$f \equiv (\sqrt{C_2 A_2 / 2A_3} / (\sigma/\rho + C_m)) \cdot t \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd} \dots\dots\dots (3)$$

$$\hat{y} \equiv \{(C_D A_2 / 2A_3) / (\sigma / \rho + C_M)\} \cdot (y/d) \dots\dots\dots (4)$$

であり、 $y$ : 粒子の河床からの高さ (Fig. 1 参照),  $v_p$ : 粒子の鉛直方向速度,  $\sigma/\rho$ : 比重,  $d$ : 粒径,  $C_D$ : 抗力係数,  $C_M$ : 付加質量係数,  $A_2, A_3$ : 粒子の2次元, 3次元形状係数,  $g$ : 重力加速度である。いま  $C_D$  を一定とする。このとき, 式 (1) の解は,

$$\theta = \begin{cases} (\theta_0 - \tan \hat{i}) / (1 + \theta_0 \tan \hat{i}) & (\hat{i} < \hat{i}_p) \\ -\tanh(\hat{i} - \hat{i}_p) & (\hat{i} \geq \hat{i}_p) \end{cases} \dots\dots\dots (5)$$

$$\hat{y} = \begin{cases} \hat{H}_s + \ln |(\hat{i} - \hat{i}_p)| & (\hat{i} < \hat{i}_p) \\ \hat{H}_s - \ln |\cosh(\hat{i} - \hat{i}_p)| & (\hat{i} \geq \hat{i}_p) \end{cases} \dots\dots\dots (6)$$

であり, 上式中に含まれる種々の saltation 特性量 (Fig. 1 参照) の無次元量は以下のように求められる。

$$\hat{i}_p = \arctan \theta_0 \dots\dots\dots (7)$$

$$\hat{H}_s = -\ln |\cos \hat{i}_p| \dots\dots\dots (8)$$

$$\hat{T}_s = \hat{i}_p + \ln |\sec \hat{i}_p + \tan \hat{i}_p| \dots\dots\dots (9)$$

$$\theta_0 = -\tanh \{ \ln |\sec \hat{i}_p + \tan \hat{i}_p| \} \dots\dots\dots (10)$$

但し  $\theta_0$  は粒子の鉛直方向初速度の無次元量である。

一方, 流下方向の運動方程式は, 作用流体力が粒子の鉛直方向位置の関数となるため, 解析的に解くのが困難である。そこで本研究の目的に照らし合せ, 次のように簡単に扱うことにした。すなわち, 流下方向の粒子速度として知りたいのは詳しい時間的変化や鉛直方向の分布そのものでなくむしろ 1 saltation 間の平均速度  $\bar{u}_x$  と, 次の saltation に関わる床面へ衝突する直前の速度  $u_{x'}$  であり, これらを次の形式のように流速分布と関連づけて変現し, 実験的にパラメータを検討することとする。

$$\bar{u}_x / u_{*k} = (1/\kappa) \ln \{ 15.05(1 + 2p_0 H_s / d) \} \dots\dots\dots (11)$$

$$u_{x'} / u_{*k} = (1/\kappa) \cdot [p_1 \ln 15.05 + p_2 \{ 15.05(1 + 2H_s / d) \}] \dots\dots\dots (12)$$

但し,  $u_{*k}$ : 摩擦速度,  $p_0, p_1, p_2$ : 実験定数 ( $p_1 + p_2 = 1$ ),  $\kappa$ : Kármán 定数である。なお式 (11) で与えられる 1 saltation 中の平均粒子速度を用いて saltation 長  $L_s$  が次のように与えられるものとする。

$$L_s = \bar{u}_x \cdot T_s \dots\dots\dots (13)$$

さて, 以上 saltation の一つを取り出したとき満足すべき基礎方程式を検討した。各 saltation は主として初速度の不規則性のため不規則なものとなっており, 上式がそれらの平均値に対して成立するものでは決していない。むしろ次に示すように saltation 特性量の分布の相互関係を与えるものと認識するのが良い。一つの saltation の不規則性の主因が初速度の分布であるから, これを与えた時各量の分布がどうなるかを検討することに意味がある。いま,  $v_0$  の規準化された確率密度関数を  $g_0(\xi)$  ( $\xi \equiv v_0 / E[v_0]$ ) とすると, saltation の特性量  $\Pi$  ( $\equiv \hat{i}_p, \hat{H}_s, \hat{T}_s, \theta_0$ ) は式 (7)~(10) のように  $\theta_0$  の関数であるから, その規準化された確率密度関数  $h_s(\eta)$  ( $\eta \equiv \Pi / E[\Pi]$ ) は次式で与えられる。

$$h_s(\eta) = g_0(\xi) \cdot \{ E[\Pi] / E[\theta_0] \} / |d\Pi/dv_0| \dots\dots\dots (14)$$

次に, saltation として掃流砂運動を表わすと, いわゆる掃流層の概念が可能となり, 浮遊砂濃度分布との接続などの問題と関連して興味あるところである。転動や滑動形式で表現された掃流砂モデルでは残念ながらこうした興味をつなぎとめることはできない。

さて, 一つの saltation の軌跡 (粒子の存在高さの時間的変化  $y(t)$ ) がわかると, 次のようにその高さの時間占有率を考えることで条件付存在確率密度関数を求めることができる (Fig. 2 参照)。一つの saltation を決

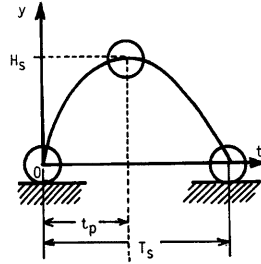


Fig. 1 Definition sketch.

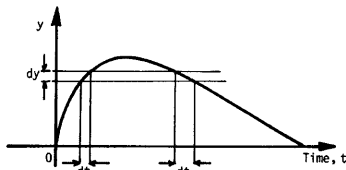


Fig. 2 Saltation path and existence probability.

める代表的な量は  $\hat{\theta}_0$  であるから、 $\hat{\theta}_0$  の条件付での存在確率密度関数を  $f(\hat{y}|\hat{\theta}_0)$  と書くと、

$$f(\hat{y}|\hat{\theta}_0) = (1/\hat{T}_s) \cdot |d\hat{i}/d\hat{y}|; \dots\dots\dots (15)$$

である。式(6)で与えられる  $\hat{y}$  と  $\hat{i}$  の関係及び式(7)、(8)を用いると  $\hat{\theta}_0$  を与えて式(15)が計算でき、Fig. 3を得る。これは、 $\eta \equiv y/H_s$  と規準化すると Fig. 4 に示すように一本の曲線となる。

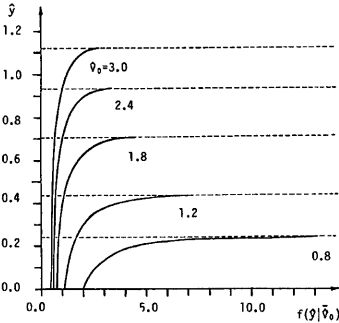


Fig. 3 Some examples of conditional existence probability of saltating particles.

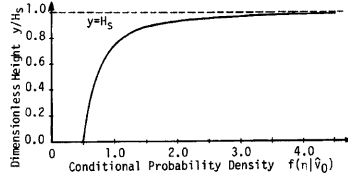


Fig. 4 Normalized expression of conditional existence probability.

式(15)の折件関数は、存在確率が時間占有率で定義されることを考慮して次式で行うことができる。

$$f(\hat{y}) = \int_0^\infty \hat{T}_s \cdot f(\hat{y}|\hat{\theta}_0) \cdot f(\hat{\theta}_0) d\hat{\theta}_0 \int_0^\infty \int_0^\infty \hat{T}_s \cdot f(\hat{y}|\hat{\theta}_0) \cdot f(\hat{\theta}_0) \cdot d\hat{\theta}_0 d\hat{y} \dots\dots\dots (16)$$

すなわち、 $\hat{\theta}$  の分布の密度関数がわかれば、saltation 粒子の鉛直方向の存在確率密度分布  $f(\hat{y})$  が計算されることになり、いわゆる掃流砂の移動砂粒数密度  $\nu_s$  がわかっていると、 $f(\hat{y})$  は次のように掃流砂濃度分布  $C_s(y)$  と関係づけることができる。

$$C_s(y) = \nu_s \cdot A_s d^3 \cdot f(y) \dots\dots\dots (17)$$

ところで  $f(y)$  については、先に吉川・山田<sup>18)</sup> が粒子の運動機構は全く考えず、ただ床面を境界とする不規則過程の一般的性状に着目することから得ている。それを若干変形、規準化すると次のようになる。

$$f_*(\xi) = K_0(\xi) / \int_0^\infty K_0(\xi) d\xi$$

$$K_0(\xi) \equiv \exp\{-\xi^2/2\alpha_s^2\} + \exp\{-\xi^2/2\alpha_s^2\} \dots\dots\dots (18)$$

但し、 $f_*(\xi)$  は規準化された密度関数で、 $\xi \equiv y/E[y]$ 、 $\alpha_s \equiv \sqrt{Var[y]}$ 、 $E[y]$ : saltation 粒子の平均存在高さ、 $Var[y]$ : 存在高さの分散である。この式では  $E[y]$ 、 $Var[y]$  が決定されなければ  $f(y)$  が確定せず、これらは粒子運動そのものを表わしておりそれについての考慮が何らされていないための当然の帰結である。一方、式(16)では分布の関数形が一般的に平易な形に書けないため、式(16)をもとに、次式によって  $E[y]$ 、 $Var[y]$  を計算し、これを用いて式(18)を式(16)の近似と考えるのが便利と考えられる。

$$E[y] = \int_0^\infty y f(y) dy$$

$$Var[y] = \int_0^\infty y^2 f(y) dy - \left\{ \int_0^\infty y f(y) dy \right\}^2 \dots\dots\dots (19)$$

実際  $\hat{\theta}_0$  の分布を Shape parameter が  $r$  の gamma 分布として式(16)を計算した結果 (シミュレーション法で計算) を式(18)と比較したものが Fig. 5 で両者の対応は良好であると言える。

以上相当単純化した saltation の基礎運動方程式にもついた議論を展開したが、これらがどの程度実際現象を記述しているのかを検討する意味で水路実験を行った<sup>19)</sup>。ところで砂を用いた移動床実験ではかなり

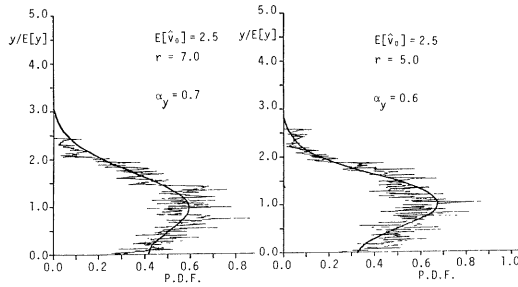


Fig. 5 Comparison between the present model and Kikkawa-Yamada's model.

大きな掃流力の条件でも明確な saltation 軌跡は現れ難い<sup>20)</sup>上、粒子数密度、粒子速度の大きい状況では現在の計測技術では上記モデルを検証するのに十分なデータを得ることが出来ない。そこで粒径  $d=0.395$  cm の石炭粒子 ( $\sigma/\rho=1.29$ ) を用いて実験を行い、16 mm フィルム解析により、典型的な saltation (余りスケールの小さくないもの、乱れの効果等によって軌跡が歪まされていないもの) に限って標本抽出 (1 ケースにつき150個以上) し、各特性量を検討した。実験は長さ 9 m、幅 33 cm の可変勾配水路中に深さ 5 cm、幅 10 cm、長さ 3 m の移動床部を作成、その他は固定床粗面仕上げとして行い、側方からアクリル樹脂板製側壁を通して 16 mm 撮影 (約30コマ/秒) を行った。実験条件は Table 1 に示す。撮影された 16 mm カラーフィルムはダイナミックフレーム、ソニックディジタイザー、パーソナルコンピューターを組合せたシステムで解析された。

Fig. 6 は、saltation 粒子の鉛直方向の速度及び位置の時間的変化の数列を示したもので、図中の太線で

Table 1 Experimental conditions.

| RUN  | $I_e$   | $U$ (cm/s) | $h$ (cm) | $R$ (cm) | $u_*$ (cm/s) | $\tau_*$ | $Re_*$ |
|------|---------|------------|----------|----------|--------------|----------|--------|
| C- 1 | 0.00200 | 22.10      | 2.60     | 2.49     | 2.21         | 0.040    | 87.3   |
| C- 2 | 0.00200 | 30.15      | 4.09     | 3.67     | 2.68         | 0.064    | 105.9  |
| C- 4 | 0.00200 | 50.45      | 6.74     | 5.24     | 3.21         | 0.092    | 126.8  |
| C- 7 | 0.00143 | 42.63      | 6.39     | 6.16     | 2.94         | 0.077    | 116.1  |
| C-10 | 0.00333 | 71.15      | 8.68     | 6.47     | 4.60         | 0.188    | 181.7  |

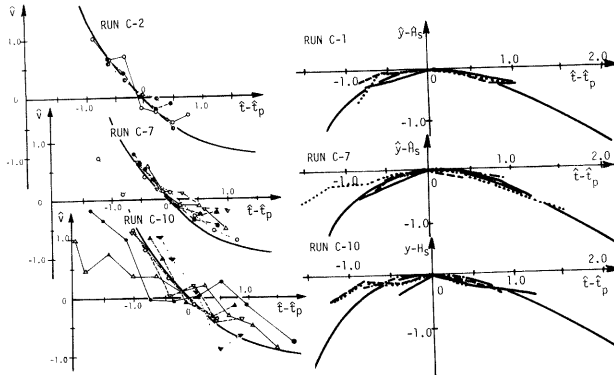


Fig. 6 Individual saltation paths.

示される式(5), (6)の検証としている。この図より, 初速度の不規則性は当然あるものの軌跡そのものはほぼその条件に見合った確定的なものであると判断することができる。また, これが浮遊砂の挙動と本質的に異なる点である。

Fig. 7はそれぞれの saltation について  $\bar{v}_0$  と他の特性量の無次元量との関係を調べたもので, 図中の曲線は式(7)~(10)を示す。フィルム解析上の精度や現象そのものの複雑さのためデータのばらつきが大きいが,

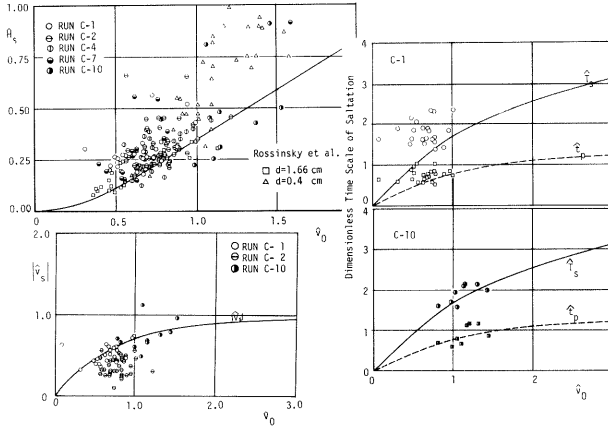


Fig. 7 Characteristic quantities of individual saltation.

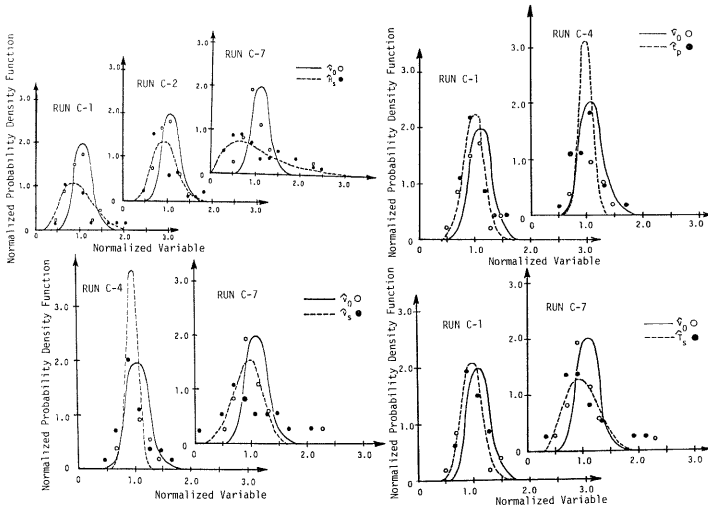


Fig. 8 Relations among statistical distributions of characteristic quantities of individual saltations.

いずれ確率モデルとしてまとめあげられるものの素過程としては十分な適合性があると判断して良いだろう。

また Fig. 8 には、 $\hat{\theta}_0$  の分布とともに測られた saltation 特性量の分布が規準化された確率密度表示で示されている。実験データは典型的な saltation に限って抽出された約150個の標本から求められており、したがって分布形そのものの普遍性は無いが、同じデータから各特性量の分布が測られており、本章で議論した分布間の関係 (式 (14)) の検証には充分使える。なお、Fig. 8 中、実線は測定された  $\hat{\theta}_0$  の分布に適合する gamma 分布を表わし、破線はそれを用いて式 (14) によって計算された特性量の分布の密度関数である。

さらに、Fig. 9 に実験結果にほぼ適合する gamma 分布を  $\hat{\theta}_0$  の分布として与え式 (16) を計算した結果と、

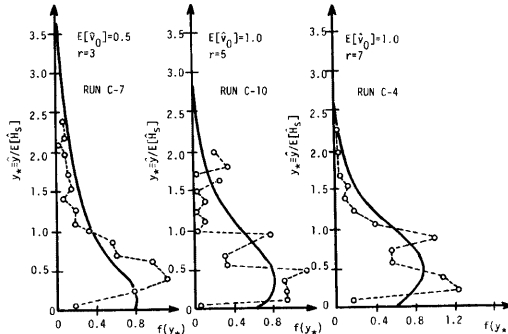


Fig. 9 Vertical distribution of existence probability of saltation particles.

16 mm フィルム解析によって得られた粒子の存在確率密度分布とを比較した。両者の適合性は概ね良好と言える。

また、Fig. 10 はフィルム解析によって得られた saltation 粒子の流下方向速度の鉛直方向分布を流速分布と比較したものである。図によると、Sumer ら<sup>21), 22)</sup>の実験結果のように上昇時砂粒と下降時砂粒との粒子速度が必ずしも明確なループを描いてはいないものの、ほぼ式 (11), (12) の形式で流下方向の粒子運動を表現できるものと考えられる。

以上の結果、データ、標本数の不足は否定できないが、ほぼ本章の取り扱いの妥当性が実験によって検証できたものと判断される。

### 3. 床面での saltation 粒子の反発事象について

掃流砂運動としての saltation において、すなわち successive saltation において重要なのは床面との衝突・反発によって saltation を繰り返すことである。つまり saltation 運動中に流下方向の運動量を得、床面との不規則衝突によってそれを上向き運動量に変換することで掃流砂がいわゆる掃流層を適度な密度 (濃度) に保っているのである。

河床の表面は loose な粒子で構成され、しかも 3 次元的であるので saltation 粒子が落下してきてそこで衝突・反発する機構を詳細かつ精確に明らかにすることは至難である。かといって何らかの事実を考慮しな

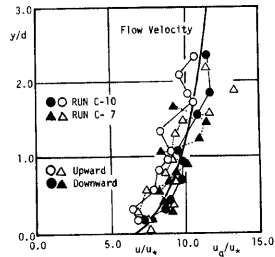


Fig. 10 Vertical distribution of particle speed in flow direction.

いと掃流過程の本質を無視した流砂モデルを偽装することになりかねない。そこで以下では単純化したモデルではあるがこうした事象の適切な表現を検討する。

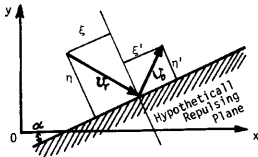


Fig. 11 Hypothetical Repulsing plane.

仮に河床が平坦であっても砂粒の凹凸程度の不規則性のために Fig. 11 のような仮想反発面（水平からの傾斜角  $\alpha$  が確率変数）を想定するのが良い。いま Fig. 11 のように仮想反発面に入射してくる粒子の速度  $v_r(u_r, v_r)$  の反発面に対する接線方向成分、法線方向成分をそれぞれ  $\xi, \eta$ 、反発後の粒子速度  $v_0(u_{r0}, v_0)$  のこれら成分をそれぞれ  $\xi', \eta'$  とするとき、衝突・反発事象（の力学）が次のように簡単な式で記述されるものとする。

$$\eta' = e \cdot \eta; \quad \xi' = f \cdot \xi \quad \dots \dots \dots (20)$$

ここで、 $e, f$  はいわゆる反発係数に相当するものであるが、但し河床の loose な性状、摩擦の効果等も含めた実験定数とする。なお幾何学的関係として次の関係が成り立つ。

$$\theta_r = \arctan(\eta/\xi) - \alpha = \arctan(v_r/u_{r,r}) \quad \dots \dots \dots (21)$$

$$\theta_0 = \arctan(\eta'/\xi') + \alpha = \arctan(v_0/u_{r,0}) \quad \dots \dots \dots (22)$$

$$\xi = \sqrt{v_s^2 + u_{r,r}^2} \cos(\theta_r + \alpha); \quad \eta = \sqrt{v_s^2 + u_{r,r}^2} \sin(\theta_r + \alpha) \quad \dots \dots \dots (23)$$

$$\xi' = \sqrt{v_0^2 + u_{r,0}^2} \cos(\theta_0 - \alpha); \quad \eta' = \sqrt{v_0^2 + u_{r,0}^2} \sin(\theta_0 - \alpha) \quad \dots \dots \dots (24)$$

ここに、 $\theta_0$ : saltation 粒子の床面からの飛び出し角（反発時の反射角）、 $\theta_r$ : saltation 粒子の床面への入射角で、これらの角は粒径程度の凹凸を無視した平均河床面に対する角度とする。

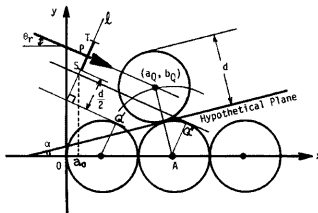


Fig. 12 Definition sketch.

さて、仮想反発面の傾斜角 ( $\alpha$ ) については次のように考える。いま Fig. 12 のように規則正しく配列された球によって構成される理想的な床面を考え、しかも 2 次元的な考え方を進めることとする。 $\theta_r$  で入射してくる球状粒子が床面構成球の一つである球 A に衝突する条件をまず考える。その限界状況は Fig. 12 の点  $Q'$  で上流側粒子をかすめる場合と、点  $Q''$  で球 A をかすめて下流側粒子に衝突する場合であり、そのかすめる時の接点  $Q, Q''$  の座標を Fig. 12 に示す座標系でそれぞれ  $(a_1, b_1), (a_2, b_2)$  とすると、これらは次のように求められる。

$$a_1 = \frac{d}{2} \left( 1 + \frac{\tan \theta_r}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_r}} \right); \quad b_1 = \frac{d/2}{\sqrt{1 + \tan^2 \theta_r}} \quad \dots \dots \dots (25)$$

$$a_2 = a_1 + d; \quad b_2 = b_1 \quad \dots \dots \dots (26)$$

いま、衝突直前における入射軌跡に垂直な直線  $l$  上で、saltation 粒子の中心が通る点を  $P$  とし (Fig. 12 参照)、その座標を  $(a_p, b_p)$  とすると、粒子の衝突直前の軌跡は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} y &= c_0 x + c_1 \\ c_0 &= (d - 2a_1)/2b_1 \\ c_1 &= a_p d^2 / \{2b_1(2a_1 - d)\} + (a_1 d / 2b_1) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

saltation 粒子が球 A と衝突するときの粒子中心の座標  $(a_0, b_0)$  は式 (27) で与えられる直線と点 A を中心とする半径  $d$  の円との交点の座標として求められ、

$$\left. \begin{aligned} a_0 &= \frac{3d - 2c_0 c_1 - \sqrt{4d^2 - (5c_0 d + 2c_1)(c_0)(c_0 d + c_1)}}{2(1 + c_0^2)} \\ b_0 &= c_0 a_0 + c_1 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (28)$$



である。このとき仮想反発面の反射角  $\alpha$  はその定義より結局次式で与えられる。

$$\alpha = \arctan \{ (3d - 2a_0) / b_0 \} \dots\dots\dots (29)$$

すなわち、入射角  $\theta_r$  と、衝突直前の粒子位置 P が与えられると仮想反発面が決定される。ところで点 P は Fig. 12 の線分 T-S 間に分布しており、結局  $\theta_r$  の条件付で  $\alpha$  の分布を次のように求めることができる (T, S はそれぞれ Q', Q'' を接点とする円 A の接線と直線 l との交点を l に沿って d/2 だけ上方に移動させた点で、球 A に衝突する限界状況で粒子が通る点である)。いま、点 P が線分 T-S 間で一様分布していると考え、 $\xi$  を [0, 1] の間の一様乱数とすると、点 P の座標は、

$$\left. \begin{aligned} a_p &= a_0 \xi + d \sin \theta_r, \\ b_p &= \frac{b_1}{a_1 - (d/2)} \cdot a_p + \frac{a_1}{b_1} \left( \frac{d}{2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

と表わされ、ここに  $a_0$  は直線 l を点 Q' を通る傾き  $\theta_r$  の直線と y 軸との交点を通るように選んだとき、点 Q'' を通る傾き  $\theta_r$  の直線と直線 l の交点の x 座標として求められ、

$$a_0 = (2a_1 - d)^2 / d \dots\dots\dots (31)$$

である。

上述の方法で入射角  $\theta_r$  を条件とする仮想反発面の傾斜角  $\alpha$  の分布を計算したものが Fig. 13 である。先にも述べたように実際にはここで扱ったような理想的な状況ではないので、次のようなかなり条件を制約した基礎実験を行い本章に展開したモデルで床面との反発による粒子運動の不規則性の変化がどの程度表現できるものかの確認を行うこととした。

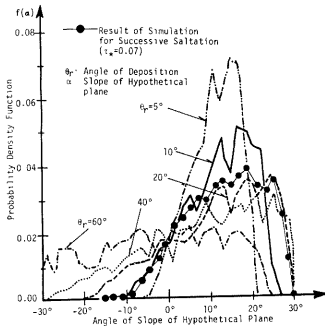


Fig. 13 Conditional distribution of angle of hypothetical repulsing plane for given  $\theta_r$ .

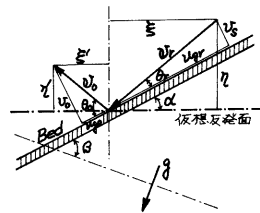


Fig. 14 Definition sketch.

実験は、水路横断方向に軸を持つガラス円柱 (直径 1.2 cm) を密に並べて作成された勾配可変の固定床斜面上を転動落下する (実際は小跳躍の繰り返し) ガラス球 (直径 1.25 cm) の運動を 16 mm 撮影するもので、水中にて行った。撮影された 16 mm フィルムは前章で説明したものと同じシステムで解析され、入射角  $\theta_r$ 、反射角  $\theta_r$ 、仮想反発面の傾斜角 ( $e=f$  として測定)、粒子速度の各成分 ( $v_x, u_{gr}; v_0, u_{g0}; \xi, \eta; \xi', \eta'$ ) 及び反発係数 ( $e=f$ ) を測定 (Fig. 14 参照)、それらを統計処理した。

Fig. 15 は  $\xi \sim \xi', \eta \sim \eta'$  の関係を調べたものでほぼ線型の相関が認められ (式 (20) の形式の検証)、その回帰直線より  $e=f$  の値を求めた。本実験のような固定床ではその値は約 0.8 であるが、移動床では摩擦や loose さの効果のため半分程度の値となるものと思われる。

Fig. 16 は入射角  $\theta_r$  の分布であり、Fig. 17 にはフィルム解析により読みとられた仮想反発面の傾斜角  $\alpha$  の分布が実線で示されている。Fig. 16 のように  $\theta_r$  の分布がわかると、先述のモデルで  $\theta_r$  の条件付での

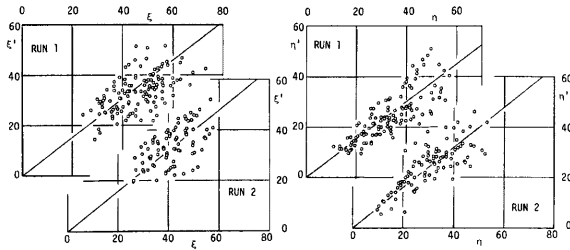


Fig. 15  $\xi \sim \xi'$  and  $\eta \sim \eta'$ .

$\alpha$  の分布が与えられているのでこれより次式で  $\theta_r$  の分布を  $\alpha$  の分布に変換できる。

$$g(\alpha) = \int_0^\infty h(\alpha|\theta_r) \cdot f(\theta_r) d\theta_r \dots\dots\dots (32)$$

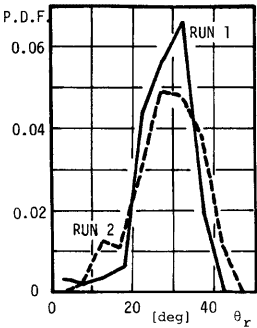


Fig. 16 Distribution of  $\theta_r$ .

ここに、 $g(\alpha)$ :  $\alpha$  の確率密度関数、 $f(\theta_r)$ :  $\theta_r$  の確率密度関数 (Fig. 16)、 $h(\alpha|\theta_r)$ :  $\theta_r$  の条件付での  $\alpha$  の確率密度関数 (Fig. 13) である。この変換を用いた計算結果が Fig. 17 に実線で示され、破線で示される実験結果と良く一致している。

また、Fig. 18 は実測された衝突 (反発) 直前の粒子速度を示しており、本章で議論されたモデルによりこれから反発直後の粒子速度の分布が求められる。こうして変換された反発直後の粒子速度の分布をその実験結果と比較したものが Fig. 19 である。図中—○—が実験結果であり、—●—は  $u_{gr}$ ,  $v_s$ 、とも shape parameter が13の gamma 分布に従う、—▲—は  $u_s$  は shape parameter が13の gamma 分布に従うが  $u_{gr}$  は一定値として本モデルにもとづいて計算推定された  $v_s$ ,  $u_{s0}$  の分布である。実験結果では  $v_s$  の分布は shape parameter が13,  $u_{gr}$  の分布は25程度とする gamma 分布と比較的良好に適合しているようなので、ここに示した計算結果はほぼ現象に即したも

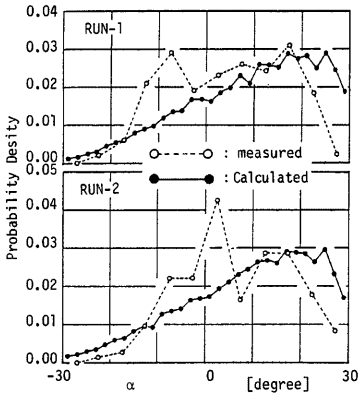


Fig. 17 Distribution of  $\alpha$ .

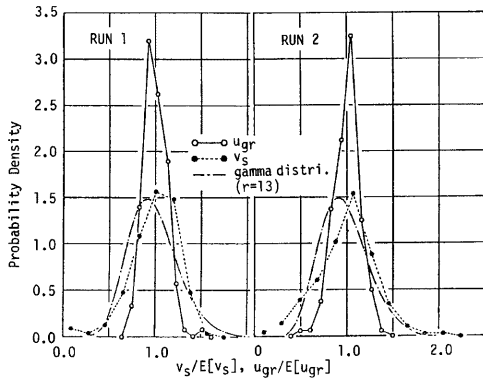


Fig. 18 Distributions of particle speeds just before repulsion.

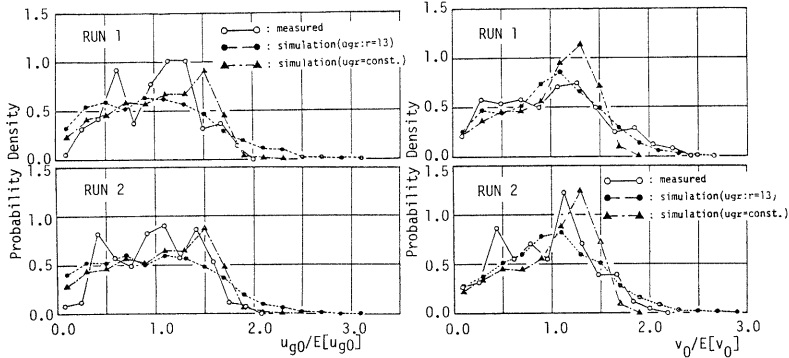


Fig. 19 Distributions of particle speeds just after repulsion

のと期待され、その結果は実験結果と良く一致している。

#### 4. Successive Saltation のシミュレーション

successive saltation のサブシステムである個々の saltation を表わすモデルと、saltation の継続及び不規則性を支配する反発事象に関するモデルとが前章までに提案され、その適用性が基礎実験によって確認された。したがってこれらのモデルを組み合わせることによって successive saltation のシミュレーションが実行でき、またそれによって successive saltation モデルにもとづく掃流過程の性質の検討を行うことができる。但し、厳密なシミュレーションを行うためには saltation の継続の停止機構などさらに検討すべき問題が残されており、本章ではそうした点については深く検討せず簡単な仮定のもとに実施されたシミュレーションの結果を示すにとどめる。シミュレーションを実行するに当たって仮定されたものは次の通りである。まず、saltation の継続条件としては新しく saltation が発生するためには反発後の鉛直上向き速度  $v_0$  が次の条件を満たす  $v_c$  よりも大きいとした。

$$\rho(\sigma/\rho + C_M)\rho A_3 d^3 v_c^2 / 2 = \rho(\sigma/\rho - 1) g A_3 d^2 \Delta_b \dots\dots\dots (33)$$

ここで  $\Delta_b$  は河床の砂粒の凹凸によって形成される平均的な障害高さである。さらに  $C_b = 0.4$ ,  $C_M = 0.5$ ,  $\sigma/\rho = 2.65$ , また  $e = f = 0.6$ ,  $\Delta_s \equiv \Delta_b/d = 0.1$  を仮定して計算を行った。

まず個々の saltation に着目してその統計的性質を調べた。Fig. 20 は確率密度表示された各特性量の分布で、とくに反発前後の諸量 ( $v_s$  と  $v_0$ ,  $\theta_s$  と  $\theta_0$ ,  $u_{gr}$  と  $u_{g0}$ ) の分布の対応が興味深い結果として現れている。すなわち、反発によって鉛直方向成分は平均値、分布の広がりとも大きくなるのに対し、流下方向成分は平均値が相当小さくなって分布はかえって広がることになる。このように反発が掃流砂れき層を保持するとともに不規則性の生成を担っていることが良く理解される。これら特性量の平均値、標準偏差 ( $\sigma[\cdot]$ ) の無次元掃流力  $\tau_* (\equiv u_*^2 / \{(\sigma/\rho - 1)gd\})$  に対する変化をまとめて示したものが Fig. 21 である。

一方、successive saltation の特性量としては個々の saltation の継続回数、いわゆる step length (初期移動から河床に確実に停止するまでの移動距離で1つの successive saltation の間の個々の saltation 長の和)、step length の間の運動時間 (moving period と呼ぶ) が挙げられる。step length は非平衡砂流過程において重要な役割を果たす<sup>23)</sup> ことが知られているし、また moving period は pick-up rate とともに砂粒子の存在確率密度を掃流砂濃度に換算する際 (式 (17)) に必要な流砂数密度  $\nu_s$  の決定に不可欠な量である。Fig. 22 はこれらの分布を確率密度表示した例で、いずれも指数分布に良く適合しているようである。step length が平坦河床で指数分布していることは確率過程論的及び実験的には指摘されている<sup>24)</sup> が、ここでは saltation の運動方程式に基づいてそれが説明されたことになる。なお、Fig. 23 には平均 step length と無次元掃

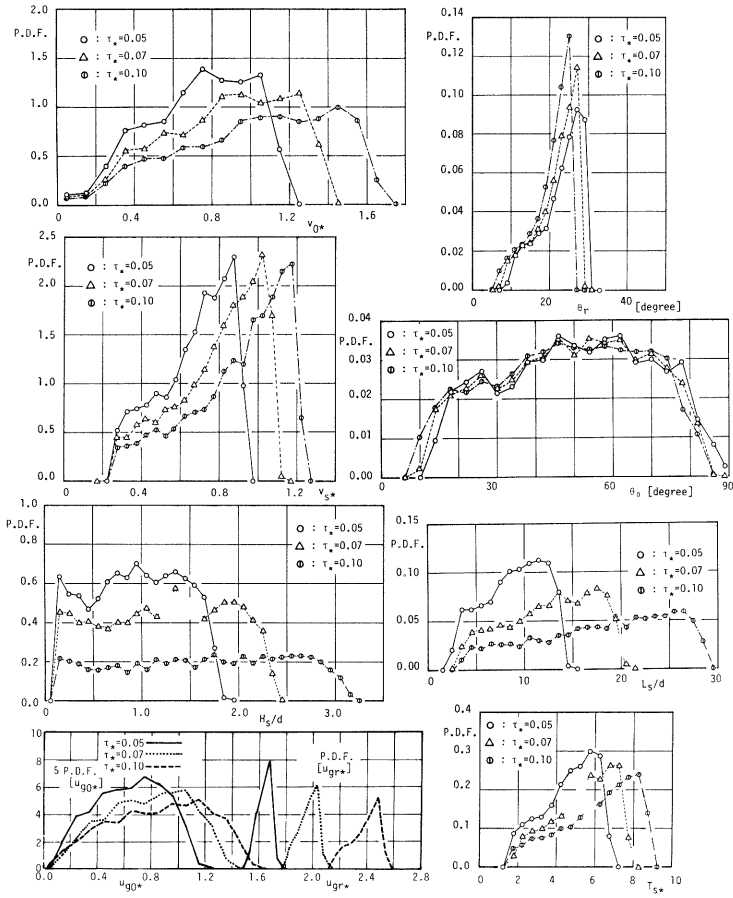


Fig. 20 Distributions of characteristic quantities of individual saltations.

流力の関係を示した (図中太実線)。ここでは、 $e, f, A_*$  を若干変化させてそのパラメータの効果を検討しようとしたが明確な判断はできなかった。また図中には著者らが蒐集した<sup>20)</sup> 流砂の stochastic model に関連して実測された平均 step length の従来の実験値を併示した。本論文に示したシミュレーション結果が掃流力の大きいところで過大評価となっているのは、床面への衝突の際河床表面のいくつかの砂粒がずれ動き運動中の砂粒の運動量を奪うためと考えられ今後検討を加えるべきである。

さらに Fig. 24 には saltation 粒子の存在高さの期待値及び変動係数を示した。また Fig. 25 には存在確率密度分布の例を示した。これらの結果ではいわゆる掃流量 (bed load layer) の上限 (ceiling<sup>13)</sup>) は  $\tau_* = 0.1 \sim 0.3$  程度に対して粒径の 4 ~ 8 倍と変化している。こうした知見は今後浮遊砂の規定濃度の問題等に関連して効かされるものと期待される。

本章で述べたシミュレーションの結果は概ね実際の掃流現象と良好に合致しており興味深い特性の数々を説明することができるが、モデルの内部機構に関連したパラメータの決定などにさらに関検されるべき問題点

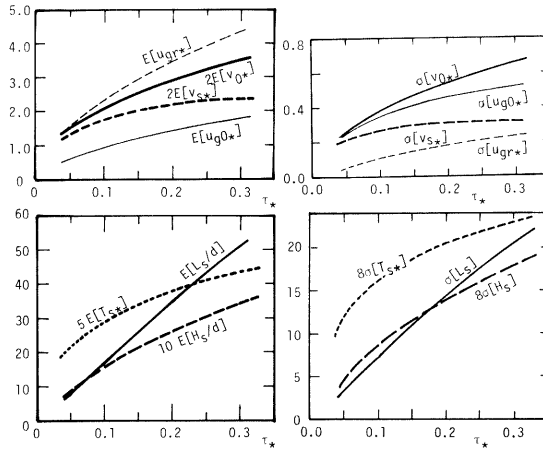


Fig. 21 Expected values and standard deviations of characteristic quantities of individual saltations.

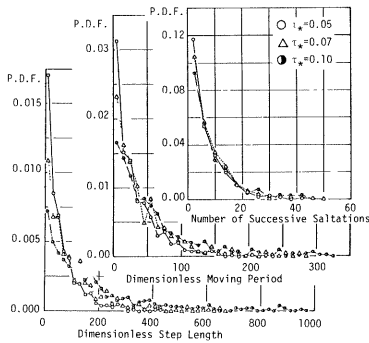


Fig. 22 Distributions of characteristic quantities of successive saltation.

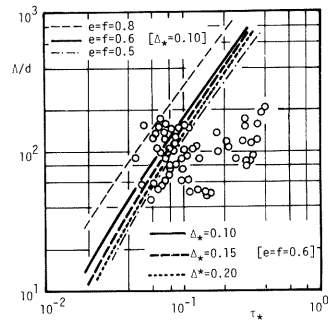


Fig. 23 Mean step length.

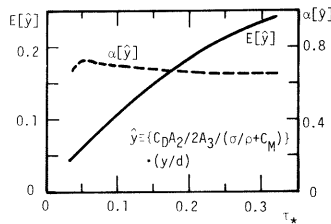


Fig. 24 Expected value and variation coefficient of existence height of saltating particles.

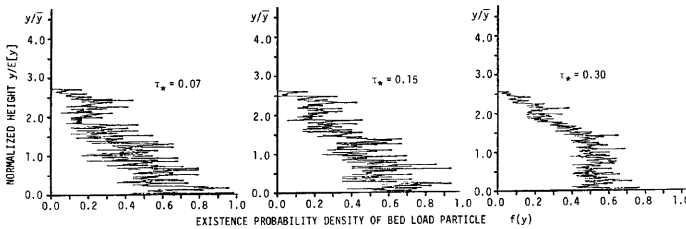


Fig. 25 Some examples of vertical distribution of existence probability density of bed load particles.

も残しており今後研究を継続してゆく予定である。

## 5. 結 論

本研究で得られた結果は次の通りである。

1) saltation 現象は掃・浮流の中間形式と考えられ、将来これらの機構を統一的に解明する上でその検討の意義がある。とくに掃流砂から浮遊砂への遷移や、浮遊砂についても底面付近の挙動を明らかにし絶対濃度を推定する上で重要な知見となる。

2) saltation は一つ一つが独立に出現するものでなく、河床との衝突・反発によって繰り返されいわゆる successive saltation を形成して出現している。したがって一つ一つの saltation は流体力による初期移動というよりもむしろ床面との反発によって生起されている。しかもその反発事象により掃流過程の不規則性が生起されている。

3) saltation によって流砂運動をモデル化する場合、個々の saltation の軌跡を方程式によって記述する部分と、不規則な反発事象を記述する部分の両方に適切なモデルが必要である。

4) 個々の saltation 軌跡を記述する運動方程式はむしろ saltation 特性量の分布の関係を与えるものと理解され、それらの変換式を導いた。さらに一つの saltation に着目した場合の条件付存在確率密度関数を誘導し、これを初速度の分布によって条件を開放することにより、掃流砂の鉛直方向存在確率密度分布、さらには掃流砂濃度分布を導くことができることを示した。

5) 石炭粒子を用いた水路実験により、saltation の運動方程式に基づき理論展開の実験的検証を行い、saltation 粒子の存在確率密度分布など理論と実測結果の適合性の良いことを確認した。

6) 床面に存在する砂粒子によって反発面が不規則になることを考慮して反発事象のモデル化を行い、先行する saltation の特性量から次の saltation の初速度を導くモデルを得た。

7) 反発モデルについても、静水中で密に円柱を敷きつめた斜面を転動落下する粒子の軌跡を 16 mm フィルム解析することにより検証を行った。すなわち入射角、入射速度の実測結果と反発モデルから推定される反発面の傾斜角、反射速度の分布が実測結果と一致することを確認した。

8) 本論文で提案されたモデルを組み合せ、シミュレーションによって流砂運動の性質を調べた。すなわち個々の saltation の特性量、入・反射角、successive saltation の特性量の分布ならびに saltation 粒子の鉛直方向存在確率密度分布が掃流力によってどのように変化するかを調べた。

以上の結果は今後流砂機構の研究に大いに効かされるものと期待され、そうした方向の研究を継続してゆきたいと考える。

なお、本研究の遂行に当っては当時の京都大学大学院学生・加賀田健司君(現在読大成建設勤務)、工学部学生・旗持和洋君の協力を得た。記して謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) 中川博次・辻本哲郎・細川泰廣：移動床における掃流砂れきの不規則運動性状について，京都大学防災研究所年報，第22号 B-2, 1979, pp. 553~573.
- 2) Yalin, M. S.: An Expression for Bed Load Transportation. Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 89, HY 3, 1963, pp. 221-250.
- 3) Bagnold, R. A.: The Physics of Blown Sand and Desert Dunes. Mathuen & Co., 1954, (「飛砂と砂丘の理論」金崎 肇訳，創造社)
- 4) 岸 力・福岡捷二：河床粒子の saltation の構造と掃流砂量，第10回水理講演会講演集，1966, pp. 59~64.
- 5) 土屋義人・渡戸健介・青山俊樹：水流による砂れきの saltation の機構(1)，京都大学防災研究所年報，第12号 B, 1969, pp. 475~490.
- 6) 土屋義人・青山俊樹：水流による砂れきの saltation の機構(2)，京都大学防災研究所年報，第13号 B, 1970, pp. 191-216.
- 7) 河田恵昭：飛砂・流砂における砂粒の流送機構に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1976.
- 8) Bagnold, R. A.: The Nature of Saltation and 'Bed-Load' Transport. Proc. Royal Society of London, Vol. 332 A, 1973, pp. 473-504.
- 9) White, B. R. and J. C. Schulz: Magnus Effect in Saltation. Journal of Fluid Mechanics, Vol. 81, Part 3, 1977, pp. 497-512.
- 10) Abbott, J. E. and J. R. D. Francis: Saltation and Suspension Trajectories of Solid Grains in a Water Stream. Philosophical Transactions of Royal Society of London, A-284, 1977, pp. 225-254.
- 11) Reizes, J. A.: Numerical Study of Continuous Saltation. Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 104, HY 9, 1978, pp. 1305-1321.
- 12) Murphy, P. J. and H. Hooshiari: Saltation in Water Dynamics. Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division, Vol. 108, HY 11, 1982, pp. 1251-1267.
- 13) Yalin, M. S. and B. G. Krishnappan: Stochastic Aspects of Saltation Paths of Cohesionless Sediment. Proc. 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokyo, Japan, 1980, pp. 325-336.
- 14) Hayashi, T. and S. Ozaki: On the Unit Step Length of Saltation of Sediment Particles in the Bed Load Layer. Proc. 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokyo, Japan, 1980, pp. 337-346.
- 15) Hayashi, T.: Dynamics of Saltation in Water. White Paper of Seminar on Research Needs in River Hydraulics, IAHR, Lisboa, Portugal, 1982.
- 16) Sumer, B. M. and A. Müller ed.: Euromech 156-The Mechanics of Sediment Transport. Istanbul, Turkey, 1982.
- 17) 中川博次・辻本哲郎・赤尾恒博：Saltation 運動の確率的性質，第27回水理講演会論文集，1983, pp. 291~298.
- 18) Kikkawa, H. and T. Yamada: Transport Rate of Bed Load Based on "the Existence Probability" of a Sand Particle. Proc. 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokyo, Japan, 1980, pp. 277-288.
- 19) 中川博次・辻本哲郎・加賀田健司：流砂の運動形態に関する実験的考察，昭和57年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，II-21, 1982.
- 20) 村上正吾・中川博次・辻本哲郎：掃流力の増加に伴う砂れきの不規則運動性状の変化，第36回土木学会年次学術講演会講演概要集，第2部，II-277, 1981, pp. 551~552.
- 21) Sumer, B. M. and B. Oğuz: Particle Motions near the Bottom in Turbulent Flow in an Open

- Channel. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 86, Part 1, 1978, pp. 109-127.
- 22) Sumer, B. M. and R. Deigaard: Particle Motions near the Bottom in Turbulent Flow in an Open Channel, Part 2. *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 109, 1981, pp. 311-337.
- 23) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto: Sand Bed Instability Due to Bed Load Motion. *Proc. ASCE, Journal of the Hydraulics Division*, Vol. 106, HY 12, 1980, pp. 2029-2051.
- 24) 中川博次・辻本哲郎：掃流過程の確率モデルとその一般化，土木学会論文報告集，第291号，1979，pp. 73～83.