

# 長短期両用貯留型流出モデルとその最適同定

永井 明博・角 屋 睦

## STORAGE MODEL FOR ANALYZING FLOOD AND LONG TERM RUNOFF AND ITS OPTIMUM IDENTIFICATION

By *Akihiro* NAGAI and *Mutsumi* KADOYA

### Synopsis

A storage model for analyzing both flood and long term runoff is developed as a clue for estimating the effective rainfall in the flood runoff analysis. The model is examined and improved step by step. The model,  $M_3$ , expected to be the best form is composed of three tanks. The upper tank of the model has three runoff holes, each of which corresponds to surface runoff of the Manning's type, prompt and delayed subsurface runoff of linear type, respectively. Each of the middle and lower tanks has one runoff hole corresponding to short and long term groundwater runoff, respectively. In the upper tank, the infiltration rate of rain water is assumed to be proportional to the effective porosity of subsurface soil. This assumption allows the existence of the Horton's infiltration theory under the some special condition.

The applicability of the model is examined for the data observed at the Kama Valley basin for the period of 1975-1982, the first four years' data of which are used for the identification of the model parameters and the rest for the runoff forecasting. For the identification of the parameters, the SP method which is one of the mathematical optimization techniques is applied under the chi-square criterion of errors. The model shows good agreement with observed hydrographs for both flood and long term runoff in the forecasting period.

### 1. ま え が き

洪水流出解析法として、これまでいくつかのモデルが提唱され実用に供されてきているが、これらのモデルにはほぼ共通した適用上の難点の一つに、有効降雨をいかに合理的に推定するかという問題がある。これは特にオンライン的な洪水予測を考えると、重要な問題点となる可能性がある。

一般に有効降雨は、出水時の流域表層部の土壌水分に大きく左右される。したがって、これは土壌水の不飽和流動理論に基づいて解析するのが本筋とも考えられるが、解析に時間がかかる上、実流域の極度に heterogeneous な表層条件をどの程度考慮できるかの問題もあって、この理論をそのまま流出モデルに組み込むことは容易ではない。

有効降雨についての一つの解決法として、長期流出解析の結果を活用する方法が考えられる。現在、長期流出解析法としてはわが国では菅原の直列4段タンクモデルが代表的と目されているが、このモデルは定数の物理的意義が不明確である上、決定すべき未知パラメータが多いという難点がある。またこのモデルは洪水解析に利用されることもあるが、洪水解析用モデルと長期解析用モデルは別個のものである。両者を一つのモデルに統合しようとするとはほぼ6段のタンクが必要といわれており<sup>1)</sup>、この場合の未知パラメータ数は20個を超え、モデルの同定が非常に困難になることが予想される。したがってタンクモデルの直接的な利用も問題が多い。

そこでわれわれは、流域の土壌水分の状態をよく表現すると思われるタンクモデルの長所を生かしながら、パラメータ数が少なく、かつ物理性をも考慮して、短期（洪水）流出と長期（低水）流出を同時に解析する方法を考えた。ここではその概要を報告する。

2. 長短期両用流出モデルと流出計算法

2.1 流出モデルの構成

Fig. 1 は、代表的な洪水流出モデル（雨水流法・貯留関数法）と長期流出モデル（タンクモデル・補給能モデル）の特徴を念頭におきつつ、われわれが検討してきたいくつかの長短期両用流出モデルを示している。この中でどのモデルが最良かの判断はむづかしいが、現在のところ Model M<sub>3</sub> が最良に近いのではないかと考えている。なお混乱を防ぐため、以下のモデル表記には段数を表わす添字をつけることにする。ここでは Model M<sub>3</sub> を例にとって、長短期両用流出モデルの特徴を述べる。記号はその都度説明するが、Fig. 2 にまとめて示しておく。

このモデルは3段で構成されているが、1段目は上層と下層に分かれている。各タンクの連続式は次式である。

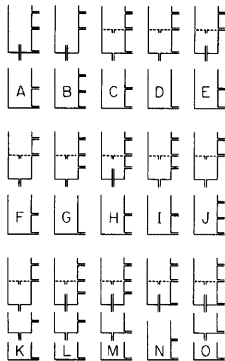


Fig. 1 Various storage models for analyzing flood and long term runoff.

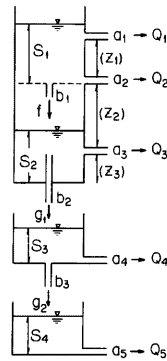


Fig. 2 Model M<sub>3</sub> expected to be the best model.

$$\frac{dS_1}{dt} = r - f - Q_2 - Q_1 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{dS_2}{dt} = f - Q_3 - g_1 \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{dS_3}{dt} = g_1 - Q_4 - g_2 \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{dS_4}{dt} = g_2 - Q_5 \dots\dots\dots (4)$$

ここに、S<sub>1</sub>, ..., S<sub>4</sub>: 貯留量, r: 降雨強度, f: 浸透強度, g<sub>1</sub>, g<sub>2</sub>: 下段タンクへの供給量, Q<sub>1</sub>, ..., Q<sub>5</sub>: 流出成分で、Q<sub>1</sub> は表面流出, Q<sub>2</sub> は速い中間流出, Q<sub>3</sub> は遅い中間流出, Q<sub>4</sub> と Q<sub>5</sub> は地下水流出。

Q, g は貯留量が孔の高さを越える場合にのみ孔から流出するものとして次式から求める。

$$Q_1 = a_1(S_1 - Z_1)^m, \quad m = 5/3 \dots\dots\dots (5)$$

$$Q_2 = a_2 S_1 \dots\dots\dots (6)$$

$$Q_3 = a_3(S_2 - Z_3), \quad g_1 = b_2(S_2 - Z_3) \dots\dots\dots (7)$$

$$Q_4 = a_4 S_3, \quad g_2 = b_3 S_3 \dots\dots\dots (8)$$

$$Q_5 = a_5 S_4 \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $a_1, \dots, a_5$ : 定数,  $Z_1, Z_2, Z_3$ : 流出孔の高さ (Fig. 2).

表面流は Manning 則に従うものとして、(5)式で  $m=5/3$  を採用している。この式の貯留量と流量の関係は貯留関数法の慣用表現とは逆になっているが、ここで貯留関数法と表面流モデルの相互関係を利用すると<sup>2)</sup>、結局(5)式の定数  $a_1$  は、貯留関数法・表面流モデルの定数と密接に関係することになる。

速い中間流に相当する(6)式は  $S_1 > Z_1$  にも適用することとし、中間流出最大流量は想定していない。これは、実流域では理想化された中間流出発生層の存在は是認しにくいと考えたためである。

1 段目下層において  $S_2$  が圃場容水量  $Z_3$  を越えると、横方向流れ(遅い中間流)が発生するものとしている。

下層への浸透は、Fig. 2 では破線で表わされているが、浸透強度  $f$  は下層の空容量に比例するものと仮定する。この仮定は補給能モデルの扱い<sup>3)</sup> と同一であって、次式で表わされる (Fig. 3)。

$$f = b_1(Z_2 + Z_3 - S_2) \dots\dots\dots (10)$$

上層に  $f$  に見合うだけの十分な貯留量がある場合、すなわち浸透能  $f$  の時間的変化は次式となり、とくに  $S_2 > Z_3$  の状態になると Horton の浸透能式が得られる。

$$f = f_0 e^{-b_1 t}, \quad S_2 \leq Z_3 \dots\dots\dots (11)$$

$$f = f_c + (f_0 - f_c) e^{-c t}, \quad S_2 > Z_3 \dots\dots\dots (12)$$

$$f_c = \frac{b_1(a_3 + b_2)}{c} Z_2, \quad c = a_3 + b_1 + b_2, \quad f_u = b_1(Z_2 + Z_3) \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $f_0$ : 初期浸透能,  $f_c$ : 最終浸透能,  $f_u$ : 上限浸透能。

また蒸発散に伴う貯留量の減少強度  $E$  には次式を採用する (Fig. 3)。

$$E = \alpha E_{pan} \theta, \quad S_1 > 0 \text{ or } S_2 \geq Z_3 \dots\dots\dots (14-1)$$

$$= \alpha E_{pan} \theta, \quad \theta = S_2 / Z_3, \quad S_2 < Z_3 \dots\dots\dots (14-2)$$

ここに、 $E_{pan}$  は本来蒸発散能であるが、実用上は各月の計器総蒸発量を月の時間数で割って得られる月平均蒸発強度を用いる。 $\alpha$  は係数で、無降雨日は常に  $\alpha=1$  とするが、降雨日の  $r=0$  の時間帯には Model  $M_3$  では  $\alpha=3/4$  を用いている。

降雨日であっても、 $r=0$  の時間帯には  $E$  があるものとしているのは、植物根の吸引などによる土壤水分の減少を想定しており、土壤水分が高いと吸引が行われ易いと考えたためである。

なお後述の Table 1 では、Model  $M_3$  での  $E$  を  $E_{3/4}$  と記している。ここで、下側添字  $3/4$  は雨天日の  $\alpha$  の値、上側添字  $u$  は 1 段目から優先して引かれること、 $\theta$  は(14-2)式で  $E$  を土壤水分の関数とみなしていることを表わしている。

### 2.2 流出計算法

長短期両用流出モデルでは、菅原のタンクモデルがパルス状の雨を想定しているのとは異なり、計算の時間きざみ  $\Delta t$  内で降雨強度は一定として、各タンクの微分方程式(1)~(4)式を数値的に解く。解法には改良 Euler 法を用いる。たとえば、微分方程式の右辺が  $h(S, t)$  で、時刻  $t$  の貯留量  $S_t$  を既知とするとき、 $\Delta t$  後の貯留量  $S_{t+\Delta t}$  は次式より求める。

- ① 微分方程式の右辺  $h(S_t, t)$  を計算する。
- ②  $t + \Delta t/2$  のときの  $S$  を、 $S' = S_t + h(S_t, t) \Delta t/2$  より求める。

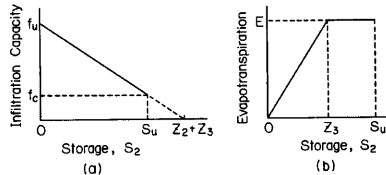


Fig. 3 Relations between storage and (a) infiltration capacity, and (b) evapotranspiration.

③  $S_{i+dt} = S_i + h(S', t + dt/2)dt$  を求める。

$dt$  ごとの流量は③で求まる貯留量に基づいて(5)～(9)式から求める。ただし時間きざみ  $dt$  は常に一定にする必要はなく、状態に応じて適当に変えればよい。ここでは1段目上層の貯留量  $S_1 > 0$  または日雨量  $P > 0$  のときは  $dt = 1$  時間、その他のときは  $dt = 24$  時間としている。

また浸透強度  $f$  の算定では、 $f$  に見合う量が上層に貯留されている場合、すなわち  $(f + Q_1 + Q_2)dt < S_1 + rdt$  のときは前述の式を用いなければならないが、そうでない場合は次式で  $f$  または  $(Q_1 + Q_2)$  を求める。

1)  $(f + Q_1 + Q_2)dt > S_1 + rdt$  かつ  $f dt < S_1 + rdt$  のとき:

$$f = b_1(Z_2 + Z_3 - S_2) \dots\dots\dots (15)$$

を計算した後、

$$Q_1 + Q_2 = \frac{S_1}{dt} + r - f \dots\dots\dots (16)$$

2)  $f dt > S_1 + rdt$  のとき:

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{S_1}{dt} + r \\ Q_1 &= 0, \quad Q_2 = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

3. 対象流域と解析資料

対象は、Fig. 4 に示す京都市西南部小畑川上流域のカマ谷自然丘陵地流域で、流域面積は0.245 km<sup>2</sup> である。地質は古生層に属し、岩盤が各所に露出している。

この流域ではわれわれの手によって昭和50年以來、流量・雨量の観測が続けられてきている。流量は直角三角ゼキで測定されており、セキ公式の適用範囲外となる低水時の流量はマスにより検定している。ここでは昭和50年から昭和57年の8年間にわたる1時間ごとの流量・雨量記録を解析の対象とする。ただしセキの切欠き部に落葉・木枝がひっかかったため水位修正の必要な低水期間が若干あるが、その場合の流量は欠測扱いとする。

雨量は流域周辺の3観測点の値を利用できるが、雨量分布が顕著な場合には流域平均に近いと思われる地点の記録を用いる。蒸発量は、京都大学農学部圃場の計器蒸発量を使用する。

4. 最適同定法とその検討

4.1 最適同定法

最適モデル定数を求めるための目的関数  $J \rightarrow \min.$  に用いるべき評価基準  $J$  には、次の2種類を用意する。ただし、いずれの評価基準を採用する場合にも、両方の誤差を計算することとする。

$$J_{xs} = \frac{1}{\Sigma W} \Sigma W \frac{(Q_0 - Q_c)^2}{Q_0} \dots\dots\dots (18)$$

$$J_{RE} = \frac{100}{\Sigma W} \Sigma W \left| \frac{Q_0 - Q_c}{Q_0} \right| \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 $J_{xs}$ :  $\chi^2$  誤差評価基準、 $J_{RE}$ : 相対誤差評価基準、 $Q_0$ : 実測流量、 $Q_c$ : 計算流量。

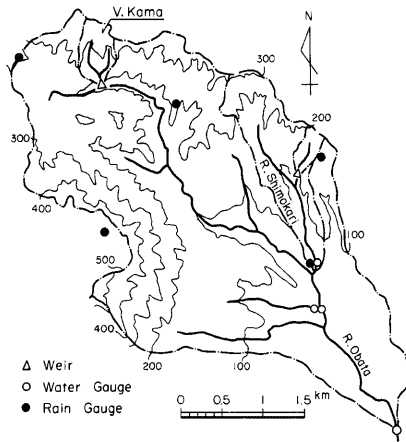


Fig. 4 Outline of the Obata basin.

w は重みで、洪水時と低水時では  $\Delta t$  を変えているため  $w = \Delta t$  とする。ただし欠測期間では誤差評価は行わず、欠測終了直後では w に欠測時間数を与える。

数学的最適化手法には2種類の方法を用いる。一つは Powell の共役方向法に次式の基準化方式を採用した SP 法である<sup>4)</sup>。もう一つは、最初 Gill-Murray が提案し<sup>5)</sup>、その後 Fletcher<sup>6)</sup> によりプログラムの公開されている準 Newton 法である。この場合でも次の基準化方式を採用する。

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= \frac{S_3}{S_2^0}, & x_2 &= \frac{S_3}{S_3^0}, & x_3 &= \frac{S_4}{S_4^0}, & x_4 &= \frac{b_1}{b_1^0}, & x_5 &= \frac{a_3}{a_3^0} \\ x_6 &= \frac{b_2}{b_2^0}, & x_7 &= \frac{Z_2}{Z_2^0}, & x_8 &= \frac{Z_3}{Z_3^0}, & x_9 &= \frac{b_3}{b_3^0}, & x_{10} &= \frac{a_4}{a_4^0} \\ x_{11} &= \frac{a_5}{a_5^0}, & x_{12} &= \frac{a_2}{a_2^0}, & x_{13} &= \frac{a_1}{a_1^0}, & x_{14} &= \frac{Z_1}{Z_1^0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $x_1, \dots, x_{14}$  は最適値探索のための基準化変数で、モデル定数の上側添字 0 は初期値を表わす。最適値の探索は上式の14変数について行うが、同定は無降雨日から始め、その日には中間流は発生していないものとして  $S_1 = 0$ 、表面流は Manning 則に従うものとして  $m = 5/3$  に固定する。

また次の制約条件を満たす解を得るためにペナルティ関数を用いる。

$$\left. \begin{aligned} x_i &\geq 0; \quad i=1, \dots, 14 \\ S_2 &\leq S_u \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 $S_u$  は  $S_2$  の上限値で、 $S_u = (f_u - f_c)/b_1$ 。

4.2 評価基準の検討

評価基準  $J$  として、 $\chi^2$  誤差基準  $J_{\chi^2}$  または相対誤差基準  $J_{RE}$  を採用して最適同定を行った結果を対比すると、次のことがわかった。

- 1)  $J = J_{RE}$  では、ハイドログラフの減水部の再現性はよいが、モデル定数  $a_1$  が不安定になりやすく、とくに洪水ピーク流量が過大に計算されやすい。
- 2)  $J = J_{\chi^2}$  では、減水部の再現性は  $J = J_{RE}$  とした場合よりも若干劣るものの、洪水ピーク付近の再現性は良好であって、一般的に安定した解が得られやすい。

これより、評価基準  $J$  には相対誤差基準よりも  $\chi^2$  誤差基準  $J_{\chi^2}$  を用いる方が良いと判断された。以下では、 $J = J_{\chi^2}$  とする。

4.3 最適化手法の検討

SP 法によりいくつかの両用モデルの最適同定を行っている際に、初期値の選び方、あるいは(20)式の変

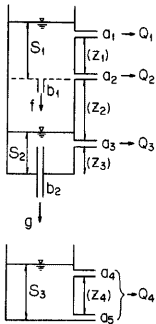


Fig. 5 Model H<sub>2</sub> considered to be one of the practical models.

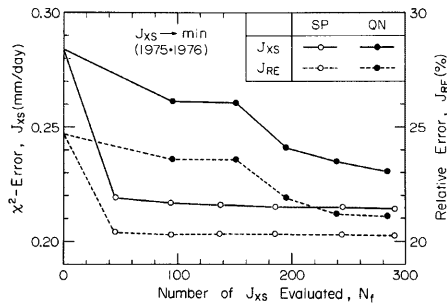


Fig. 6 Identification processes of the parameters of Model H<sub>2</sub>. SP: SP method, QN: Quasi-Newton method.

数順序づけが最適解に大きく影響しているのではないかと懸念された。そこで、順序づけの關係しない準 Newton 法の効率を調べ、SP 法と対比することにした。

昭和50・51年の2年間のデータで Model H<sub>2</sub> (Fig. 5) を同定した際の収束状況を Fig. 6 に例示する。同図は流出計算回数  $N_f$  の増加に伴う再現誤差  $J_{xx} \cdot J_{RE}$  の変化を示しているが、準 Newton 法よりも SP 法の方が収束が速いことがわかる。

SP 法では順序づけを変えると Fig. 6 の結果よりも効率も向上することもあり得るが、以下では(20)式の順序づけを用いた SP 法により最適同定を行う。

#### 4.4 豊水年または渇水年のデータを交互に用いた反復同定法

カマ谷流域では豊水年(昭和50・51年)とそれに続く渇水年(昭和52・53年)のデータを利用できるが、豊水年2年間で同定したモデルと渇水年2年間で得たモデルとは構造がかなり異なること、豊水年で得たモデルで渇水年の流量を予測すると9~12月では  $Q_0 < Q_c$  となって、この間の予測精度が特に悪くなる結果となった。

そこで豊水年のデータで1段目の定数を決定し、渇水年のデータで2段目・3段目の定数を求める同定法を検討した。これは、SP 法の変数順序づけや初期値の選択の影響を少なくする目的も兼ねている。同定手順を Model H<sub>2</sub> (Fig. 5) について以下に例示する。

- ① ある初期値を与えて、豊水年のデータでモデルを同定する。
- ② 定数  $[a_1, Z_1]$  のみを①の結果に固定し、渇水年のデータで他の定数の最適値を求める。以下では簡単のためこの手順を次のように略記する。

$$[a_1, Z_1]^{w1}: fix, J_{xx} (\text{渇水年}) \rightarrow \min.$$

- ③  $[a_3, Z_4]^{p2}: fix, J_{xx} (\text{豊水年}) \rightarrow \min.$

- ④  $[a_1, Z_1, a_2]^{w3}: fix, J_{xx} (\text{渇水年}) \rightarrow \min.$

- ⑤  $[a_3, Z_4, a_4]^{p4}: fix, J_{xx} (\text{豊水年}) \rightarrow \min.$

- ⑥  $[a_1, Z_1, a_2, Z_2, a_3]^{w5}: fix, J_{xx} (\text{渇水年}) \rightarrow \min.$

- ⑦  $[a_3, Z_4, a_4, b_2]^{p6}: fix, J_{xx} (\text{豊水年}) \rightarrow \min.$

- ⑧  $[a_1, Z_1, a_2, Z_2, a_3, b_1, b_2]^{w7}: fix, J_{xx} (\text{渇水年}) \rightarrow \min.$

ただし②~⑧ステップの初期値には前のステップで得た値を用いる。

最終ステップ⑧で得た最適定数を、豊水年・渇水年を含む4年間のデータを一組にして別途同定した結果と対比すると、両者の間に大差はみられなかった。このことは4年間のデータで直接同定してもよいことを裏付けているが、逆にいえば、カマ谷の場合は好都合にも豊水年と渇水年が連続しているが、そのようなデータが得られない場合には、上述の同定方式が有用なことも示唆している。

## 5. モデル構造の検討

### 5.1 浸透能孔

いくつかのモデル (Fig. 1) による日平均流出高の再現誤差を Table 1 に示す。いずれの場合も同定期間は昭和50~53年の4年間で、残りは予測期間である。

浸透能孔を考慮することは、モデルの物理性を議論する場合に重要であるが、この効果が実際にどの程度あるかを検討した。

Model A<sub>2</sub> に浸透能孔を考慮した Model N<sub>2</sub> では、同定期間・予測期間とも Model A<sub>2</sub> よりも再現性が向上している。また、未知パラメータ数を同一にした Model A<sub>2</sub> と C<sub>2</sub> 間で対比しても、Model C<sub>2</sub> の方が誤差が小さくなっている。これから、浸透能孔を考慮することの効果は大きいといえる。

### 5.2 段 数

長期流出と洪水流出を同時に解析する場合、表面流出・中間流出の表わす第1段と地下水流出を表わす第

Table 1 Simulation errors for daily runoff depth  
[upper row:  $J_{XS}$ : mm/d, lower brackets row: ( $J_{RE}$ : %)].

Model	$E_a$	$n$	Identification Period					Forecasting Period				
			1975	1976	1977	1978	Mean	1979	1980	1981	1982	Mean
A <sub>2</sub>	$E_1^*$	12	0.358 (27.6)	0.239 (22.1)	0.256 (37.3)	0.313 (37.6)	0.293 (30.5)	0.300 (36.8)	0.299 (29.6)	0.286 (34.7)	0.240 (35.0)	0.281 (34.0)
	$E_{3/4}^*$	"	0.378 (31.5)	0.244 (24.4)	0.229 (33.0)	0.321 (39.7)	0.295 (31.7)	0.275 (36.5)	0.324 (30.5)	0.297 (36.1)	0.226 (32.1)	0.281 (33.8)
C <sub>2</sub>	$E_1^*$	12	0.312 (23.1)	0.193 (18.5)	0.223 (31.2)	0.247 (34.1)	0.246 (26.1)	0.279 (34.1)	0.260 (21.5)	0.272 (32.5)	0.188 (28.6)	0.250 (29.2)
	$E_{3/4}^*$	"	0.326 (23.5)	0.196 (19.4)	0.236 (32.8)	0.297 (39.8)	0.264 (28.1)	0.317 (39.8)	0.285 (24.2)	0.291 (35.2)	0.204 (31.0)	0.274 (32.6)
H <sub>2</sub>	$E_{3/4}^{\theta}$	13	0.322 (27.7)	0.183 (18.4)	0.161 (23.0)	0.171 (26.8)	0.215 (23.9)	0.227 (29.3)	0.305 (27.2)	0.184 (25.1)	0.185 (28.9)	0.225 (27.6)
H <sub>2\beta</sub>	"	14	0.258 (22.8)	0.183 (19.1)	0.170 (26.3)	0.207 (33.7)	0.206 (24.9)	0.253 (32.0)	0.271 (24.4)	0.177 (27.2)	0.194 (30.2)	0.223 (28.4)
M <sub>3</sub>	$E_{3/4}^{\theta}$	14	0.242 (20.7)	0.181 (18.6)	0.169 (26.2)	0.208 (33.4)	0.201 (24.1)	0.240 (30.8)	0.247 (21.9)	0.182 (27.4)	0.175 (28.0)	0.211 (27.0)
N <sub>2</sub>	$E_1^*$	13	0.296 (23.1)	0.217 (20.7)	0.212 (31.2)	0.195 (31.7)	0.234 (26.2)	0.257 (32.1)	0.269 (23.9)	0.263 (34.1)	0.196 (30.2)	0.246 (30.0)
	$E_{3/4}^*$	"	0.326 (24.0)	0.226 (22.8)	0.204 (31.3)	0.187 (32.4)	0.242 (27.2)	0.277 (36.2)	0.281 (25.3)	0.258 (34.4)	0.203 (31.8)	0.255 (31.9)
O <sub>3</sub>	$E_1^*$	14	0.242 (20.9)	0.196 (18.6)	0.154 (25.5)	0.183 (31.2)	0.196 (23.5)	0.208 (25.0)	0.240 (19.8)	0.188 (27.0)	0.175 (26.8)	0.203 (24.7)
	$E_{3/4}^*$	"	0.268 (21.8)	0.200 (20.1)	0.152 (25.4)	0.188 (31.7)	0.206 (24.3)	0.239 (30.7)	0.258 (22.4)	0.191 (28.2)	0.177 (28.3)	0.216 (27.4)
Suga- wara's tanks model	$E_{3/4}^*$	16	0.454 (27.8)	0.469 (26.4)	0.321 (33.9)	0.257 (27.9)	0.385 (28.9)	0.398 (30.1)	0.703 (27.6)	0.292 (31.0)	0.382 (33.4)	0.444 (30.5)

Note:  $n$  means number of unknown parameters.

$E_a^{\theta}$  means that evapotranspiration is subtracted from the upper tank as a function of the soil moisture content  $\theta$  defined by Eq. (14-2) in which  $\alpha$  is a constant.

2段の最小限2段のタンクが必要と思われるが、地下水流出を何段のタンクで表わすかは議論のあるところである。

2段の Model H<sub>2</sub> とそれを3段にした Model M<sub>3</sub> あるいは Model N<sub>2</sub> とそれを3段にした Model O<sub>3</sub> を対比すると、いずれの場合も3段型モデルの方が再現誤差が小さくなっており (Table 1), 2段型モデルよりも3段型モデルの方がよいといえる。これは、たとえば Fig. 5 のような2段型モデルでは、常に  $S_0 > Z_4$  であればさほど問題はないが、 $S_3 < Z_4$  となって  $a_4$  からの流出のない期間があると、その後の降雨時のハイドログラフ減水部の再現性が悪くなるためではないかとも思われる。なお Table 1 をみる限りでは Model M<sub>3</sub> より O<sub>3</sub> の方がよいようにみえるが、同定結果では  $a_3 = 0$  となり、ハイドログラフの形状は Model M<sub>3</sub> の方がすぐれているように思われた。

ただし、Model H<sub>2</sub> と M<sub>3</sub> の再現誤差に大差はないこと、2段型モデルの方が未知パラメータも少なく、かつ初期水深の推定も容易であることを考えると、再現性は3段型モデルに比べて多少劣るとはいえ、2段型モデルでも実用上差支えないのではないかと思考している。

なお、段数を3段よりも多くすることは、渇水年の低水時の良好な再現性からみて不必要と判断された。

### 5.3 浸透能の季節変化

再現結果をみると、冬期では  $Q_0 > Q_c$  となる出水例がいくつか見られた。Horton は浸透能の季節変化を調べ、最終浸透能は夏期に大きく冬期には小さいことを報告している<sup>7)</sup>。現象的にも、温度差のため冬期には土中の水分が表層に向かって集まる傾向がみられるという報告もある<sup>8)</sup>。

そこで一応、地表と地表下 30, 60 cm の地温の年変動を参考に<sup>9)</sup>、冬期では定数  $b_2$  が小さくなるよう、次式のように  $b_2$ ,  $\beta$  を未知定数とする Model H<sub>2B</sub> の最適同定を行ってみた。

$$\left. \begin{aligned} b_2 &= 0.1 \beta b_2' && \text{January, February} \\ &= 0.5 \beta b_2' && \text{March, December} \\ &= b_2' && \text{April} \sim \text{November} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

この結果  $\beta = 2.03$  を得たが、これは12月・3月は補正せず、1月・2月のみ  $b_2$  を小さくしたことになっている。ところがこのときの誤差を  $b_2 = \text{const.}$  とみなす場合と対比すると、ほぼ同程度の再現誤差となっており (Table 1)、再現性を向上したことはなっていない。 $b_2$  の季節変化を想定することは物理的には意味があると思われるが、必ずしもこれを積極的に考慮する必要はないと判断される。

### 5.4 蒸発散の取扱い

蒸発散の問題は、現段階では不明点が多い。たとえば低水流量は表層部の土壌水分よりも下層の貯留量に左右されること、植物根はかなり深い所まで伸びており、それからの吸引が下層の貯水量に影響するであろうこと、降水日でも植物根による吸引があり、土壌水分の減少と蒸発散量を短絡的に結びつけられないことなど、流出解析上配慮されるべき問題が少なからず残されている。

そこで  $E$  の扱いについて多くの方式を吟味したが、ハイドログラフの再現性の点から判断すると、次のことがいえそうである。

- 1)  $E$  を2段目から優先して引くよりも、1段目から優先して引いた方がハイドログラフの減水部の再現性がよい。
- 2)  $E$  は1段目のみに限定した方がよい。むろんこのようにすると、第1段下層は深くなる。
- 3)  $\alpha$  の値は雨天日でも  $\alpha = 1$  とした方が誤差は小さくなる (Table 1)。

また  $E$  は1段目のみに限定した上で、(14)式のように  $E$  を貯留量  $S_2$  の関数にする方式  $E_2^0$  と、 $E$  は  $S_2$  に無関係とする方式  $E_2^1$  の当否を調べてみると、必ずしもモデル構造に無関係に結論を出せないようである。これは一つには計器蒸発量の現象的なあいまいさも多分に影響しているためと思われるが、 $E$  の取扱いは今後の重要な課題となろう。

## 6. 長短期両用流出モデルの適応性

### 6.1 再現性

現在のところ結論に近いと目される Model M<sub>3</sub> の再現誤差は Table 1 に示されているが、得られた定数を Fig. 7 に、このモデルによる8年間の月別流出高の再現結果を Fig. 8 に示す。Fig. 9 は4年後の予測結果を示したもので、毎日0時の瞬間流量を対比している。10~12月では  $Q_0 < Q_c$  となって再現性に若干問題があるものの、予測結果の再現性は全般に良好とみてよい。10~12月の再現性の悪い理由として、秋期には強度の弱い雨が多く、樹木による降雨遮断のウエイトがかなり大きいと思われるにもかかわらず、計算上それを考慮していないことの影響と考えられる。

Figs. 10, 11 に洪水時の再現例を示す。Fig. 10 は結果の良好な例である。Fig. 11 はピーク流量の再現性に問題のある例を示しているが、同図はカマ谷のような小流域のピーク流量を詳細に議論するには、データの単位時間をもっと小さくする必要のあることを示唆している。

いずれにしても、このモデルは洪水流出・長期流出ハイドログラフとも良好に再現しており、実用には十分使えよう。



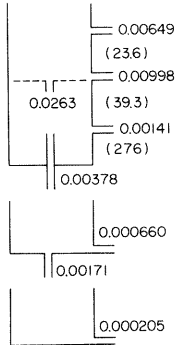


Fig. 7 Identified parameters of Model  $M_3$  (mm-h unit).

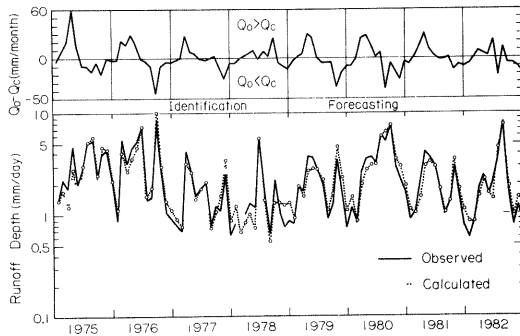


Fig. 8 Comparison between observed and calculated monthly runoff (Model  $M_3$ ).

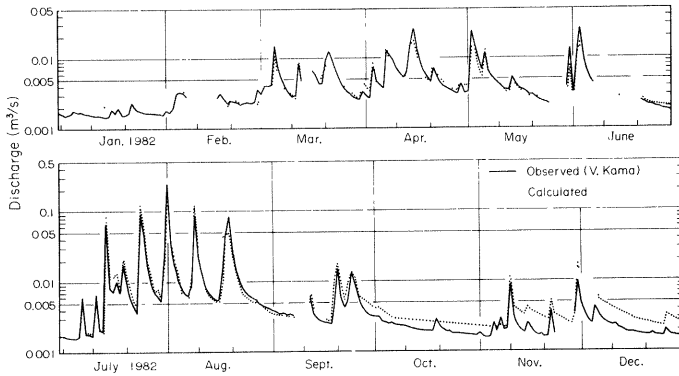


Fig. 9 An example of runoff hydrograph forecasted by Model  $M_3$  shown in Fig. 7.

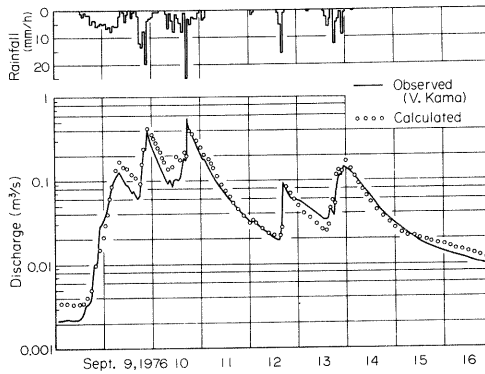


Fig. 10 An example of simulated hydrograph for flood runoff (Model  $M_3$ ).

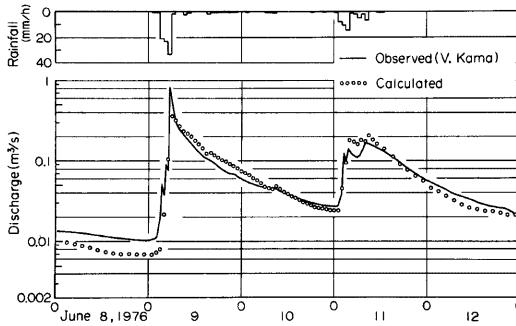


Fig. 11 The worst example of simulated hydrograph for flood runoff (Model  $M_3$ ).

6.2 浸透能曲線

Model  $M_3$  の浸透能曲線を Fig. 12 に示すが、これは次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} f &= f_u e^{-0.026t}, & S_1 \leq Z_3 \\ f &= f_c + (f_u - f_c) e^{-0.031t}, & S_1 > Z_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 $t$ : 時間 (h)。

他流域<sup>10)</sup>での検討結果と対比すると、exp の右肩の  $t$  の係数はかなり小さいが、上限浸透能  $f_u$ 、最終浸透能  $f_c$  はともに奇異な値とも思われない。

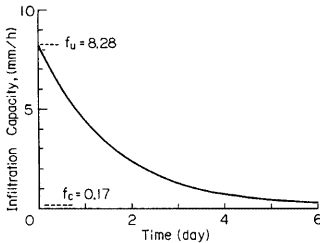


Fig. 12 The infiltration capacity curve in the identified Model  $M_3$ .

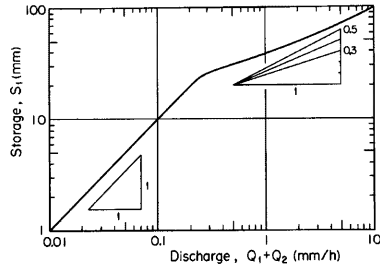


Fig. 13 Relation between  $S_1$  and  $(Q_1+Q_2)$  obtained by the identified Model  $M_3$ .

6.3 1 段目上層の貯留量と流出量の関係

貯留量  $S_1$  と流出量  $(Q_1+Q_2)$  の関係を Fig. 13 に示すが、両対数紙上において 2本の直線で区間近似されることがわかる。同図は、貯留関数法を洪水解析に適用する際にみられる貯留量と流出量の関係を、定性的にはあるがうまく表現している。ここでは Manning 型表面流を想定したにもかかわらず流量の大きい領域では  $S_1 \propto (Q_1+Q_2)^{0.3 \sim 0.5}$  であって、見かけ上、層流則に近い領域が表われているが、これは中間流出の上限値を認めていないためである。

またこのときの表面流発生流量は  $a_2 Z_1 = 0.24 \text{ mm/h}$  であり、当初の予想値  $2 \sim 3 \text{ mm/h}$  よりもかなり小さい値となっている。最適同定を行うにあたっては、実測ハイドログラフより推定される値と同程度の値が得られるように、物理的な制約条件をもっと積極的に組み込んだ方がよかったのかもしれない。

7. 長短期両用流出モデルと長期流出タンクモデルの比較

タンクモデルでは日単位のデータを対象としたが、無降雨日にもみ蒸発があるとする従来の扱いでは水収支が合わないことがわかった。そこで、無降雨日の蒸発量は従来の方式通り  $24E_{ps}$  があるとするが、降雨日でも時間雨量が0ならば  $(3/4)E_{ps}$  があるものとして日蒸発量を求め、これに日雨量を加えた量を降雨日の入力に用いた。

またタンクモデルでは次の水収支条件を制約条件に採用して最適同定を行った。この条件を入れないと最適解が得られないことがすでに明らかにされている<sup>11)</sup> ためである。

$$\left| \frac{\sum Q_0 - \sum Q_c}{\sum Q_0} \right| < \epsilon, \quad \epsilon = 0.05 \dots\dots\dots (24)$$

得られたタンクモデル定数を Fig. 14 に示すが、このときの再現誤差を長短期両用流出モデルの値と共に Table 1 に併示している。

タンクモデルと長短期両用流出モデルとはデータの単位時間が異なること、あるいは長短期両用流出モデルの方が未知パラメータが少ないことのために両者の厳密な対比はむつかしいが、Table 1 の結果を単純に対比すれば、浸透能孔を考慮した長短期両用流出モデルの方が再現性が良いといえる。

また、長短期両用流出モデルの定数  $a_2 \sim a_5, b_1 \sim b_3$  を24倍して日単位の値に換算すると、定数  $a_2, a_3, a_4, a_5$  は、タンクモデルではそれぞれ第1, 2, 3, 4段の流出孔の係数にほぼ対応していることがわかる。また  $b_2, b_3$  は、それぞれタンクモデルの第1, 2段の浸透孔の係数に相当しており、長短期両用流出モデルの方が短期間で下段に水が供給される構造となっている。

8. む す び

ここでは、物理性を考慮した簡単な長短期両用貯留型流出モデルを示した。このモデルには Manning 型表面流、速い中間流、遅い中間流、地下水流の各流出成分の他に、Horton の浸透能式も組み込まれている。このモデルを実流域に適用したところ、洪水流出・長期流出とも再現性は良好であった。とくに長期流出についてはタンクモデルよりも再現性は相当すぐれており、実用的には十分満足できるモデルであることがわかった。

この長短期両用貯留型流出モデルは、洪水流出と長期流出を同時に解析できるため、流域土壌水分の消長をうまく表現することができ、従来一般的議論のしにくかった有効降雨が自動的に推定され、洪水のオンライン予測にも十分利用できるものと考えられる。

しかし、本文に述べた問題点の他にも、不浸透域の考慮など今後検討すべき問題点もいくつか残されている。

今後はこれらの問題点を解決してモデルの改善を計るとともに、他流域にも適用したいと考えている。

末尾ながら、貴重な計器蒸発量の記録を快く提供して頂いた京都大学農学部丸山利輔教授に謝意を表す。なお本研究は昭和57年度文部省科学研究費による研究成果の一部であること、計算には京都大学大型計算機センターを利用したことを付記する。

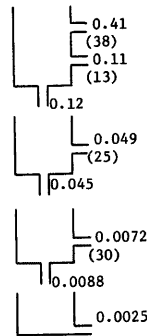


Fig. 14 Identified parameters of the series tanks model (mm-d unit).

## 参 考 文 献

- 1) 菅原正巳：流出解析法，共立出版，1972.
- 2) 永井明博・角屋 睦・杉山博信・鈴木克英：貯留関数法の総合化，京都大学防災研究所年報，第25号 B2，1982，pp. 207-220.
- 3) 角屋 睦・豊国永次・丈達俊夫：山地小流域河川の低水解析(2)，京都大学防災研究所年報，第10号 B，1967，pp. 147-154.
- 4) 永井明博・角屋 睦：流出モデル定数の最適化手法，京都大学防災研究所年報，第22号 B 2，1979，pp. 209-224.
- 5) たとえば，今野 浩，山下 浩：非線形計画法，日科技連，1978，pp. 211-213.
- 6) Fletcher, R.: FORTRAN Subroutines for Minimization by Quasi-Newton Methods, AERER 7125, 1972.
- 7) Linsley, R. K., Kohler, M. A. and Paulhus, J. L.: Applied Hydrology, McGraw-Hill, 1949, p. 315.
- 8) 八幡敏雄：土壌の物理，東京大学出版会，1975，p. 116.
- 9) 農林省振興局研究部監修：農業気象ハンドブック，養賢堂，1961，pp. 120-121.
- 10) 角屋 睦：都市化と流出，土木学会水理委員会，水工学シリーズ 74-A-2，1974.
- 11) 永井明博・角屋 睦・中嶋章雅・鈴木克英：長期流出タンクモデルの実用的同定法とその考察，京都大学防災研究所年報，第23号 B2，1980，pp. 249-261.