# 閉塞湛水浸透における砂層境界の効果について

石 原 安 雄・下 島 栄 一

# ANALYSIS ON PONDING INFILTRATION INTO CONFINED COMPOSITE SAND COLUMN

By *Yasuo* ISHIHARA and *Eiichi* SHIMOJIMA

**Synopsis**

In order to clarify the mechanism of confined ponding infiltration into composite sand columns, penetrating phenomena in a 2-layered column where coarse-grained sand lies above fine-grained sand are analyzed theoretically. Results of our previously published experimental research with such a sand column reveal interesting stages of infiltration: (1) the short duration just after the wetting front has reached the junction or boundary between two sand layers, (2) the duration as the wetting front has deeply penetrated into the lower layer. This paper describes the results obtained by analyzing basic equations with respect to the movements of water and air in sand-pores in these two stages of infiltration.

In stage (1), in the case of relatively little difference in grain sizes between the two layers, calculated results of approximations of infiltration rate and pore-air pressure, deriving from basic equations, interestingly change with time in a manner concident to our experimental results.

In stage (2), except in the case of nearly equal grain-size in both layers, the so-called "quasi-saturated zone" developes from junction to some finite depth in a lower layer. The thickness of the "quasi-saturated zone" in the lower layer increases according as permeability and thickness in the upper layer increase, and is greater than in the case of corresponding zone following ponding infiltration into a homogeneous field of the same grain as lower layer. It is, however, found out in comparison between theoretical and experimental results that patterns of moisture profile in columns, the infiltratin rate, the celertiy and the moisture profile of wetting front, and the rate of change of pore-air pressure are same for the homogeneous field and for the 2-loyered field.

## 1. はじめに

雨水の浸透場は，普通錯綜した地層で構成された多層の構成になっている。またその下方には地下水面や岩盤があるために，これらは浸透に対して一つの境界となり，またとくに間隙空気の移動に関しては不透な面となる。雨水浸透はこのように地表面と地下水面や岩盤の上面との間の有限な領域で生起することになる。なお，現象的には浸透水と間隙空気という液体と気体からなる2相流体の多孔質媒体中の移動とみなせることは言及するまでもない。

さて，場の多層の構造には種々のものが考えられるが，ここでは一つの要素となる上層が粗で下層が密という2層系への閉塞湛水浸透において，層境界の存在が雨水浸透に対してどのような効果を及ぼすかを検討する。なお，2層砂層による実験によっていかなる現象が生起するかについては既報[1]で述べたが，本文はそれに続く内容をもつものである。

## 2. 実験結果の概要[1)]

実験方法は既報[1)]で詳述したとおりであるが，その概略はつぎのとおりである。内径 18.5 cm，長さ 170 cm の底部を閉じた円筒に，**Fig. 1** で示した気乾状態の3種類の砂を用いて層境界面と砂層表面がほぼ水平となるような上層が粗砂で下層が細砂の全層厚 ($L$) がほぼ 169 cm の2層砂柱を作り，その表面上に常に湛水深 ($h_w$) がほぼ 1 cm となるようにして実験を行った。砂の組合せは下層がK-7 砂の場合を考え，上層を K-5 砂と K-6 砂の場合の2通りとした。以下での表現の簡略化のために，上層が K-6 砂, K-5 砂の場合をそれぞれ K-6•K-7 系，K-5•K-7 系と記す。なお，砂層内の空気圧の計測は円筒の底部を行った。

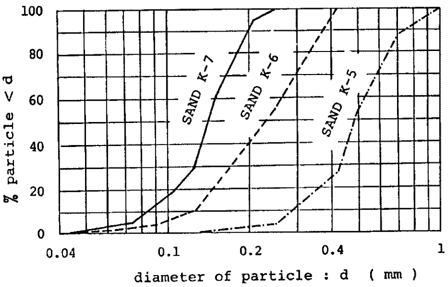
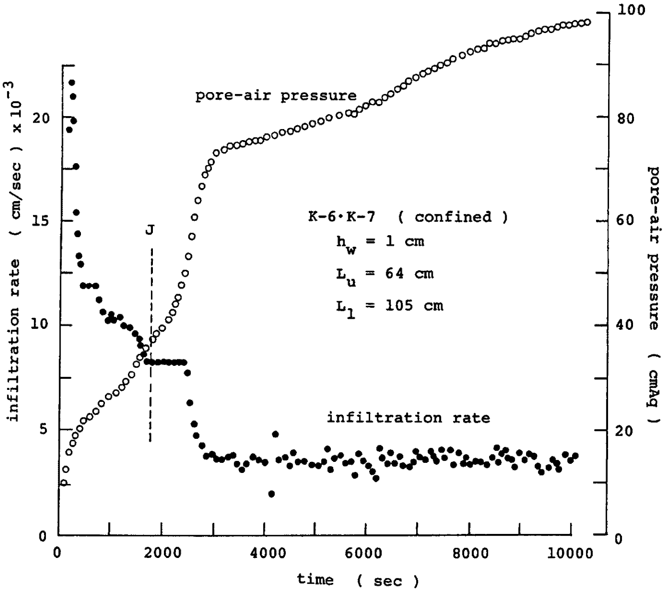
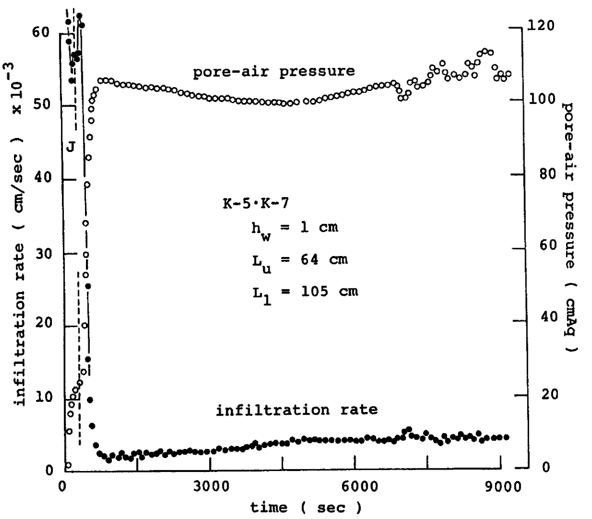



Fig. 1 Particle-size distribution in three types of sand.

このようにして行った実験の具体例を示すと **Fig. 2～Fig. 4** となる。**Fig. 2 (a), (b)** はそれぞれ上層厚 ($L_u$) が 64 cm の K-6•K-7 系および K-5•K-7 系の場合の浸透強度 ($f$) と空気圧の時間変化を示すが，図中の J は wetting front が層境界に到達した時点を表わしている。**Fig. 3** は前図 **(a)** の wetting front が層境界を通過する前後を詳細に示したものであり，**Fig. 4 (a), (b)** は **Fig. 2 (a), (b)** にそれぞれ対応する水分量分布の時間変化を示す。なお，前述のとおり全層厚は $L=169$ cm であるので，$L_u=64$ cm の実験では下層厚 ($L_l$) がほぼ 105 cm と




(a) K-6•K-7




(b) K-5・K-7

Fig. 2 Changes of infiltration rate and pore-air pressure.

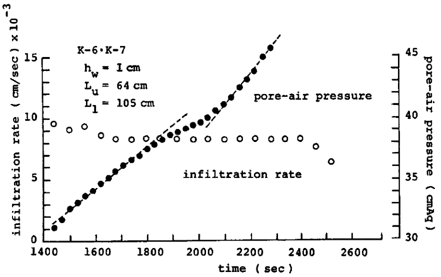



Fig. 3 Detailed figure of Fig. 2 (a).

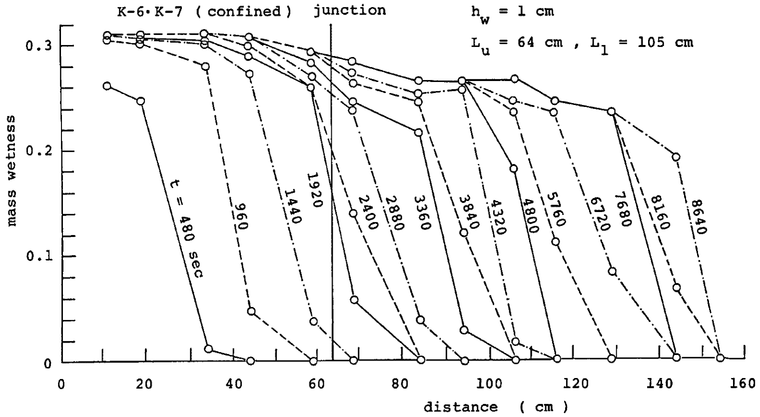
なっている。これらの例および他の実験結果よりつぎのことが分っている。

① wetting front が層境界に到達したときの浸透強度は，K-6•K-7 系の場合それ以前の減少割合が緩和されてある時間ほぼ一定の値をとり，その時間は上層厚が大きなほど長い。一方，K-5•K-7 系の場合は減少割合の緩和よりむしろ増大する傾向を示し，その後減少する。

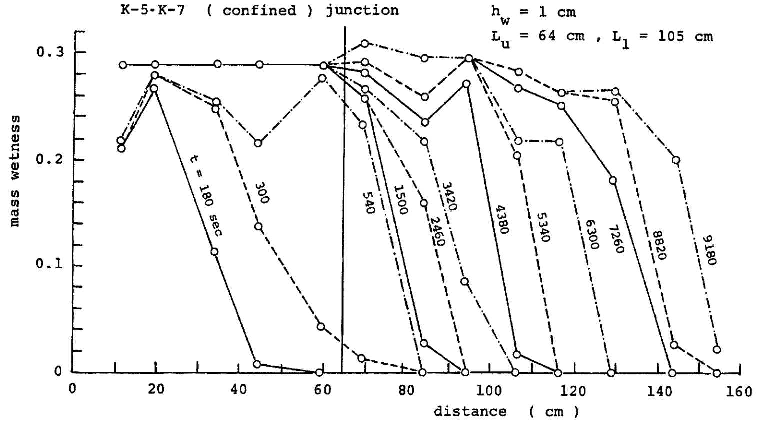
② このような状況下の空気圧は K-6•K-7 系の場合それ以前の増加割合がある時間一旦緩和され，その後急増する。一方，K-5•K-7 系の場合は K-6•K-7 系の場合に現われる緩和区間は測定できず，そのまま急増する。

③ wetting front が下層へある程度進んだ後では，浸透強度および空気圧の変化割合はほぼ一定となる。その際 K-5•K-7 系の場合の移行状況は特徴的であって，浸透強度は増加過程，空気圧は減少過程を経る。

④ wetting front が下層へある程度進んだ以降の上層の水分量分布の状況は，K-6•K-7 系の場合上部の擬似飽和域[2),3)] とその下方の水分量が大きな不飽和域とで構成され，時間とともに擬似飽和域が下方へ発達




(a) in the case of Fig. 2 (a).




(b) in the case of Fig. 2 (b).

Fig. 4 Change of moisture profile.

していく。一方，K-5•K-7 系の場合全域がほぼ擬似飽和域となるが，これは wetting front が層境界に到達した直後にみられる層境界より上方に顕著な擬似飽和域の発達とそれまでの浸透面からの同域の発達がほぼ連結した形で形成される。

⑤ 一方下層での水分量分布は K-6•K-7 系，K-5•K-7 系のいずれの場合も類似であって，層境界直下の擬似飽和域とその下方の不飽和域との 2 段的な構造となるが，時間とともに wetting front の移動に伴う不飽和域の発達が擬似飽和域のものより顕著となる。

⑥ wetting front は下層内へ進むにつれて，ほぼ一定の形状と速度で移動するようになる。

## 3. 実験結果の考察

### 3.1 wetting front が層境界に到達した直後の現象

wetting front が層境界に到達した直後を対象にすると，上層ではそれまで浸透面より下方へと発達してきた擬似飽和域とその下方での不飽和域とで構成され，この不飽和域での水分分布は下方に向って水分量が小さくなるという様子を示すものと考えられる。以下ではこのような状況を対象にしたとき，浸透現象がどのような特性を示すかを水と空気の基礎式を用いて解析し，実験事実①，②を検討する。このような湛水浸透においては，浸透面を通して間隙空気は間歇的に外界へ放出されるために現象は不連続となるが，以下では平均的にみて連続事象として扱うことにする。

（1） 基 礎 式

一様な場における不飽和域での水と空気の運動の式は一般化された Darcy 則で与えることができ[4]，それぞれは次式となる。なお，ここでいう不飽和域とは弧立空気の存在によるものは除外するものとする。

$$v=-D\cdot\frac{\partial\theta}{\partial x}+K\cdot\left(1-\frac{\partial p_a}{\partial x}\right) \quad\cdots\cdots(1)$$

$$v_a=-K_a\cdot\left(\frac{\partial p_a}{\partial x}-\frac{\rho_a}{\rho_w}\right) \quad\cdots\cdots(2)$$

ここに，$v, v_a$; 水と空気の流量流速，$\theta$; 体積含水比，$D(\theta)$; 水の拡散係数，$K(\theta)$; 不飽和透水係数，$K_a(\theta)$; 透気係数，$p_a$; 大気圧 $P_0$ からの増加空気圧，$\rho_w$, $\rho_a$; 水と空気の質量密度，$x$; 浸透面を原点に重力方向を正符号とする位置の座標，である。なお，上式では浸透場は変化せず，またヒステリシスの影響がないものとしている。

また，水と空気の連続の式はそれぞれ次式となる。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+\frac{\partial v}{\partial x}=0 \quad\cdots\cdots(3)$$

$$\frac{\partial\rho_a\cdot(\theta_s-\theta)}{\partial t}+\frac{\partial\rho_a\cdot v_a}{\partial x}=0 \quad\cdots\cdots(4)$$

ここに，$\theta_s$; 飽和体積含水比，$t$; 時間，である。そこで，式(3)，式(4)にそれぞれ式(1)，式(2)を代入するとつぎのようになる。

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left\{D\cdot\frac{\partial\theta}{\partial x}-K\cdot\left(1-\frac{\partial p_a}{\partial x}\right)\right\} \quad\cdots\cdots(5)$$

$$\frac{\partial\rho_a\cdot(\theta_s-\theta)}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left\{\rho_a\cdot K_a\cdot\left(\frac{\partial p_a}{\partial x}-\frac{\rho_a}{\rho_w}\right)\right\} \quad\cdots\cdots(6)$$

さらに，空気は等温変化する理想気体であるとすると，つぎの状態方程式が成立する。

$$\rho_a=C\cdot(P_0+p_a)\equiv C\cdot P_a \quad\cdots\cdots(7)$$

ここに，$C$; 定数，$P_a=P_0+p_a$，である。

以上の式(5)～式(7)が不飽和域での基礎式となるが，ここで対象としているのは2層系であるので，上層と下層での諸量を区別するために例えば $\theta$ をそれぞれ添字 $u$ と $l$ を付けて $\theta_u$, $\theta_l$ のように表わすことがある。

一方，上層に存在する擬似飽和域での水と空気の基礎式は，両相の運動が Darcy 則的な表現に従うとすることによって次式で与えることができる[3]（後述 3.2 (1) 参照）。

$$f=\hat{v}=\alpha_r\cdot\hat{K}\cdot\left(1+\frac{\beta_r/\alpha_r}{x_1}\right) \quad\cdots\cdots(8)$$

$$p_{a1}=(1-\alpha_r)\cdot x_1+\frac{1-\alpha_r}{\alpha_r}\cdot\beta_r+h_w \quad\cdots\cdots(9)$$

ここに，$\hat{v}=-r(t)\cdot\hat{v}$ ……(10)　　$\alpha_r=\dfrac{\hat{K}_a}{\hat{K}_a+r\cdot\hat{K}}$ ……(11)

$$\beta_r = -\alpha_r \cdot (p_{w1} - p_{a1}) \equiv -\alpha_r \cdot \psi_1 \quad \cdots\cdots (12)$$

$\hat{v}, \hat{v}$; 同域での水と空気の流量流速，$\hat{K}, \hat{K}_a$; 透水係数，透気係数に対応するもの，$x_1$; 同域の厚さ，$p_{w1}, p_{a1}$; 同域下端 $(x = x_1)$ での水と空気の圧力ポテンシャル，$\psi_1$; $p_{w1} - p_{a1}$, である。

つぎに，不飽和域での境界条件と層境界での条件および初期条件はつぎのようになる。なお，$p_w$ を水の圧力ポテンシャルとする。

境界条件：

$$x = L \text{ で}, \quad v_l = 0 \quad \cdots\cdots (13), \quad v_{al} = 0 \quad \cdots\cdots (14)$$

$$x = x_1 \text{ で}, \quad v_u = \hat{v} = f \quad \cdots\cdots (15), \quad v_{au} = \hat{v}_a \quad \cdots\cdots (16)$$

$$\theta_u = \theta_{u1} (= \text{const.}) \quad \cdots\cdots (17)$$

$$x = L_u \text{ で}, \quad v_u = v_l \quad \cdots\cdots (18), \quad v_{au} = v_{al} \quad \cdots\cdots (19)$$

$$p_{wu} = p_{wl} \quad \cdots\cdots (20), \quad p_{au} = p_{al} \quad \cdots\cdots (21)$$

なお，式(17)は1つの仮定である。ここで，$p_w$ を同位置，同時間の $p_a$ を用いてつぎのように表わす。

$$p_w = p_w - p_a + p_b \equiv \psi + p_a \quad \cdots\cdots (22)$$

$\psi$ は毛管ポテンシャルを意味する。上式と式(21)を考慮すると，式(20)は次式で置換できることになる。

$$x = L_u \text{ で}, \quad \psi_u(\theta_u) = \psi_l(\theta_l) \quad \cdots\cdots (23)$$

初期条件：

$$t = 0 \text{ で}, \quad \theta_u(x) = \theta_{u0} = \text{const.} \approx 0 \quad \cdots\cdots (24)$$

$$\theta_l(x) = \theta_{l0} = \text{const.} \approx 0 \quad \cdots\cdots (25)$$

$$\text{但し}, \quad \psi_u(\theta_{u0}) = \psi_l(\theta_{l0}) \quad \cdots\cdots (26)$$

なお，$\theta_{u0}$, $\theta_{l0}$ はそれぞれ上層，下層の気乾状態の $\theta$ を意味するが，式(23)の条件に従って式(26)を与えた。

以下では不飽和域の基礎式を上記の初期・境界条件を用いてつぎのように変形しておく[4)]。

まず，式(6)に式(7)を代入すると次式となる。

$$-P_{al}\frac{\partial \theta_i}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\left[P_{ai} \cdot K_{ai} \cdot \left(\frac{\partial p_{ai}}{\partial x} - \frac{\rho_{ai}}{\rho_w}\right)\right] - (\theta_{si} - \theta_i) \cdot \frac{\partial P_{ai}}{\partial t} \quad \cdots\cdots (27)$$

ここに，$i = u$ or $l$ であるが，$P_{ai}(x, t)$ をつぎのように分離できるものとする。

$$P_{ai}(x, t) = \bar{P}_{ai}(t) + \Delta p_{ai}(x, t); \ \bar{P}_{ai} \gg |\Delta p_{ai}| \quad \cdots\cdots (28)$$

これを式(27)の右辺第1項に用い，式(5)を考慮すると次式をうる。

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\bar{P}_{ai} \cdot \left\{D_i \frac{\partial \theta_i}{\partial x} - K_i \cdot \left(1 - \frac{\partial p_{ai}}{\partial x}\right)\right\} + P_{ai} \cdot K_{ai} \cdot \left(\frac{\partial p_{ai}}{\partial x} - \frac{\rho_{ai}}{\rho_w}\right)\right] \approx (\theta_{si} - \theta_i) \cdot \frac{\partial P_{ai}}{\partial t} \quad \cdots\cdots (29)$$

上式を $t$ を固定して $x$ につき区間 $(x, L)$ で積分し，条件式(13)，式(14)を用いて整理すると次式となる。

$$\frac{\partial p_{ai}}{\partial x} = -D_i \cdot \frac{A_i}{K_i} \cdot \frac{\partial \theta_i}{\partial x} + A_i \cdot (1 - \varepsilon_i) + (1 - A_i)\frac{\rho_{ai}}{\rho_w} \quad \cdots\cdots (30)$$

ここに，

$$A_i = \frac{K_i}{K_i + K_{ai}} \quad \cdots\cdots (31)$$

$$\varepsilon_i = \left[\delta_{li}\int_x^L (\theta_{sl} - \theta_l)\frac{\partial P_{al}}{\partial t}\,dx + \delta_{ui} \cdot \left\{\int_{Lu}^L (\theta_{sl} - \theta_l) \cdot \frac{\partial P_{al}}{\partial t} + \int_x^{Lu} (\theta_{su} - \theta_u)\frac{\partial P_{au}}{\partial t}\,dx\right\}\right] \Big/ K_i \bar{P}_{ai} \cdots (32)$$

$\delta_{ji}$ は $\delta_{ji} = 0 (j \neq i)$, $\delta_{ji} = 1 (j = i)$ なる Kronecker のdelta 記号である。なお，式(29)は層底部より上方へ不飽和域が連続する領域に対して成立することは言及するまでもない。

式(30)で，$\varepsilon_i \approx 0$, $\rho_{ai}/\rho_w \approx 0$ が成立する[4),5)]とすれば同式は次式のように簡単となる。

$$\frac{\partial p_{ai}}{\partial x} = -A_i \cdot \frac{D_i}{K_i} \cdot \frac{\partial \theta_i}{\partial x} + K_i \quad \cdots\cdots (33)$$

これを式(5)に代入すると次式をうる。

$$\frac{\partial\theta_l}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left\{D_l\cdot(1-A_l)\cdot\frac{\partial\theta_l}{\partial x}-K_l\cdot(1-A_l)\right\} \quad\cdots\cdots(34)$$

結局，不飽和域の基礎式式(5)～式(7)は $\varepsilon_l\approx 0$, $\rho_{al}/\rho_w\approx 0$ と近似できるとき式(34)，式(33)で代替されえることになるが，以下の演算の都合上にこれらをさらに独立変数 $(x, t)$ を $(\theta, t)$ に置換して示すとつぎのようになる。

$$-\frac{\partial x}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial\theta_l}\left\{D_l\cdot(1-A_l)\Big/\frac{\partial x}{\partial\theta_l}-K_l\cdot(1-A_l)\right\} \quad\cdots\cdots(35)$$

$$\frac{\partial p_{al}}{\partial\theta_l}=-\frac{A_l\cdot D_l}{K_l}+A_l\cdot\frac{\partial x}{\partial\theta_l} \quad\cdots\cdots(36)$$

なお，この場合の水の流量流速は明らかに次式となる。

$$v=-D_l\cdot(1-A_l)\Big/\frac{\partial x}{\partial\theta_l}+K_l\cdot(1-A_l) \quad\cdots\cdots(37)$$

（2） 近似解の誘算

近似化された不飽和域での基礎式式(35)，式(36)と擬似飽和域での基礎式式(8)，式(9)を条件式式(15)～式(26)下で，既報[4]に示した解法（Parlange の方法の拡張）を拡張して解を求めることにするが，誘導過程自体既報のものと本質的な差異はないのでできるだけ簡略に記述する。なお，層境界での諸量を表わすために添字 $j$ を用い，たとえば $x=L_{u-}$ での $\theta_u$ を $\theta_{uj}$ のように記す。

i） 第1次近似

式(35)の左辺を零としたものを，式(15)を考慮して，$t$ を固定し $\theta_u$ につき区間 $(\theta_u, \theta_{u1})$ で，また $\theta_l$ につき区間 $(\theta_l, \theta_{lj})$ と $\theta_u$ につき区間 $(\theta_{uj}, \theta_{u1})$ で積分したものを $\partial x/\partial\theta_l$ で整理する。さらにこれらの式を $t$ を固定し，それぞれ $\theta_{u1}$ につき区間 $(\theta_u, \theta_{u1})$ で，および $\theta_l$ につき区間 $(\theta_l, \theta_{lj})$ で積分するとつぎのようになる。

$$x_u=x_1-\int_{\theta_u}^{\theta_{u1}}\frac{D_u\cdot(1-A_u)}{K_u\cdot(1-A_u)-f}d\theta_u \quad\cdots\cdots(38)$$

$$x_l=L_u-\int_{\theta_l}^{\theta_{lj}}\frac{D_l\cdot(1-A_l)}{K_l\cdot(1-A_l)-f}d\theta_l \quad\cdots\cdots(39)$$

式(38)は $\theta_u\to\theta_{uj}$ で $x_u\to L_u$ となる必要があるので，つぎの関係式をうる。

$$L_u=x_1-\int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}}\frac{D_u\cdot(1-A_u)}{K_u\cdot(1-A_u)-f}d\theta_u \quad\cdots\cdots(40)$$

なお，$x_1$ は式(8)より次式で与えられる。

$$x_1=\frac{\beta_r\cdot\hat{K}}{f-\alpha_r\cdot\hat{K}} \quad\cdots\cdots(41)$$

つぎに式(40)，式(41)を考慮して式(38)，式(39)を $t$ で偏微分すると次式となる。

$$\frac{\partial x_u}{\partial t}=-\left\{Z_u+\int_{\theta_u}^{\theta_{u1}}W_u d\theta_u\right\}\cdot\frac{df}{dt}+R_u \quad\cdots\cdots(42)$$

$$\frac{\partial x_l}{\partial t}=-\frac{df}{dt}\cdot\int_{\theta_l}^{\theta_{lj}}W_l d\theta_l-\frac{d\theta_{lj}}{dt}\cdot\left\{\frac{D_l(1-A_l)}{K_l\cdot(1-A_l)-f}\right\}_j \quad\cdots\cdots(43)$$

ここに，

$$Z_u=\frac{\beta_r\cdot\hat{K}}{(f-\alpha_r\cdot\hat{K})^2} \quad\cdots\cdots(44),\qquad R_u=\hat{K}\cdot\frac{(f-\alpha_r\cdot\hat{K})\cdot\frac{d\beta_r}{dt}+\beta_r\hat{K}\frac{d\alpha_r}{dt}}{(f-\alpha_r\hat{K})^2} \quad\cdots\cdots(45)$$

$$W_u=\frac{D_u\cdot(1-A_u)}{\{K_u\cdot(1-A_u)-f\}^2} \quad\cdots\cdots(46),\qquad W_l=\frac{D_l\cdot(1-A_l)}{\{K_l\cdot(1-A_l)-f\}^2} \quad\cdots\cdots(47)$$

式(23)より，$\theta_{lj}$ は $\theta_{uj}$ の関数とみなせるので，式(43)中の $d\theta_{lj}/dt$ は次式で与えることができる。

$$\frac{d\theta_{lj}}{dt}=\left(\frac{\partial\theta_l}{\partial\theta_u}\right)_j\frac{d\theta_{uj}}{dt} \quad\cdots\cdots(48)$$

また $d\theta_{uj}/dt$ は，式(41)を考慮しても式(40)を $t$ で微分することにより次式となる。

$$\frac{d\theta_{uj}}{dt}=\left\{\frac{K_u\cdot(1-A_u)-f}{D_u\cdot(1-A_u)}\right\}_j\cdot\left\{(Z_u+\int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}}W_u d\theta_u)\cdot\frac{df}{dt}-R_u\right\}\quad\cdots\cdots(49)$$

ここで，式(38)，式(39)が水分の連続条件を満たすように次式の条件を付加する。

$$f-q_0=\int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}}\frac{\partial x_u}{\partial t}d\theta_u+\int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}}\frac{\partial x_l}{\partial t}d\theta_l\quad\cdots\cdots(50)$$

ここに，$q_0=\{K_l\cdot(1-A_l)\}_{\theta_{l0}}\approx 0$，である。上式に式(48)，式(49)を考慮して式(42)，式(43)を代入し整理するとつぎのようになる。

$$-\frac{df}{dt}=\frac{f-q_0-R_u\cdot\left\{\theta_{u1}-\theta_u+(\theta_l-\theta_{l0})\cdot\frac{K_l\cdot(1-A_l)}{K_l\cdot(1-A_l)-f}\cdot\frac{K_u\cdot(1-A_u)-f}{K_u\cdot(1-A_u)}\right\}_j}{\int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}}d\theta_u\int_{\theta_u}^{\theta_{n1}}W_n d\theta_u+\int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}}d\theta_l\int_{\theta_l}^{\theta_{lj}}W_l d\theta_l+(\theta_{u1}-\theta_{uj})\cdot Z_u+(\theta_{lj}-\theta_{l0})\cdot\left\{\frac{K_l(1-A_l)}{K_l\cdot(1-A_l)-f}\cdot\frac{K_u\cdot(1-A_u)-f}{K_u\cdot(1-A_u)}\right\}_j\cdot\left(Z_u+\int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}}W_u d\theta_u\right)}\quad\cdots\cdots(51)$$

結局，水分に関する第1次近似解は式(51)の条件下で式(38)，式(39)となる。なお，空気圧に関する第1次近似の表示は以下では用いないので，省略する。

ii)　第2次近似

第2次近似は第1次近似で決る $\partial x_u/\partial t$（式(42)），$\partial x_l/\partial t$（式(43)）を条件式式(48)，式(49)，式(51)を考慮しつつ式(35)の左辺に代入することにより決る。以下では第1次近似の $\partial x_u/\partial t$, $\partial x_l/\partial t$, $df/dt$ を添字 $o$ を付けてわす。

このようにした式(25)を，条件式式(25)，式(18)を考慮し，まず $t$ を固定して $\theta_l$ につき区間 $(\theta_{l0}, \theta_{lj})$ と $\theta_u$ につき区間 $(\theta_{uj}, \theta_u)$ で，および $\theta_l$ につき区間 $(\theta_{l0}, \theta_l)$ で積分してそれぞれ $\partial x/\partial\theta_u$, $\partial x/\partial\theta_l$ につき整理する。つぎに式(17)を考慮し，これらを $t$ を固定し $\theta_u$ につき区間 $(\theta_u, \theta_{u1})$ で，および $\theta_l$ につき区間 $(\theta_l, \theta_{lj})$ で積分すると，それぞれはつぎのようになる。

$$x_u=x_1-\int_{\theta_u}^{\theta_{u1}}\frac{D_u\cdot(1-A_n)}{K_u\cdot(1-A_u)-q_0-\int_{\theta_{uj}}^{\theta_u}\left(\frac{\partial x_u}{\partial t}\right)_0 d\theta_u-\int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}}\left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l}d\theta_u\quad\cdots\cdots(52)$$

$$x_l=L_u-\int_{\theta_l}^{\theta_{lj}}\frac{D_l\cdot(1-A_l)}{K_l\cdot(1-A_l)-q_0-\int_{\theta_{l0}}^{\theta_l}\left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l}d\theta_l\quad\cdots\cdots(53)$$

なお，式(52)で $\theta_u\rightarrow\theta_{uj}$ とすると $x_u\rightarrow L_u$ となる（式(40)に対応)。

$$L_u=x_1-\int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}}\frac{D_u\cdot(1-A_u)}{K_u\cdot(1-A_u)-q_0-\int_{\theta_{uj}}^{\theta_u}\left(\frac{\partial x_u}{\partial t}\right)_0 d\theta_u-\int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}}\left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l}d\theta_u\quad\cdots\cdots(54)$$

また，$x_1$ は式(41)で与えられている。

つぎに，式(52)，式(53)が水分の連続条件を満たすように次式を設定する。

$$\int_0^t(f-q_0)dt=\int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}}x_u d\theta_u+\int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}}(x_l-L_u)d\theta_l+L_u\cdot(\theta_{uj}-\theta_{u0})\quad\cdots\cdots(55)$$

これに式(52)，式(53)を代入すると次式をうる。

$$\int_0^t(f-q_0)dt=(\theta_{u1}-\theta_{uj})\frac{\beta_r\cdot\hat{K}}{f-\alpha_r\cdot\hat{K}}-\int_{\theta_{uj}}^{\theta_{u1}}d\theta_u\int_{\theta_u}^{\theta_{u1}}\frac{D_u\cdot(1-A_u)}{K_u\cdot(1-A_u)-q_0-\int_{\theta_{uj}}^{\theta_u}\left(\frac{\partial x_u}{\partial t}\right)_0 d\theta_u-\int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}}\left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l}d\theta_u$$

$$-\int_{\theta_{l0}}^{\theta_{lj}}d\theta_l\int_{\theta_l}^{\theta_{lj}}\frac{D_l\cdot(1-A_l)}{K_l\cdot(1-A_l)-q_0-\int_{\theta_{l0}}^{\theta_l}\left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l}d\theta_l+L_u\cdot(\theta_{uj}-\theta_{u0})\quad\cdots\cdots(56)$$

一方，空気圧についてはつぎのようになる。式(36)の右辺の $\partial x/\partial\theta_l$ に式(52)，式(53)の関係を代入した

ものを，$t$ を固定して，$i=u$ の場合 $\theta_u$ につき区間 $(\theta_u, \theta_{u1})$ で，$i=l$ の場合 $\theta_l$ につき区間 $(\theta_l, \theta_{lj})$ で積分するとそれぞれはつぎのようになる。

$$p_{au}=p_{a1}+\int_{\theta_u}^{\theta_{u1}}\frac{A_u\cdot D_u}{K_u}d\theta_u-\int_{\theta_u}^{\theta_{u1}}\frac{A_u\cdot D_u\cdot(1-A_u)}{K_u\cdot(1-A_u)-q_0-\int_{\theta_{uj}}^{\theta_u}\left(\frac{\partial x_u}{\partial t}\right)_0 d\theta_u-\int_{\theta_{lj}}^{\theta_{l1}}\left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l}d\theta_u \qquad \cdots\cdots(57)$$

$$p_{al}=p_{aj}+\int_{\theta_l}^{\theta_{lj}}\frac{A_l\cdot D_l}{K_l}d\theta_l-\int_{\theta_l}^{\theta_{lj}}\frac{A_l\cdot D_l\cdot(1-A_l)}{K_l\cdot(1-A_l)-q_0-\int_{\theta_{l0}}^{\theta_l}\left(\frac{\partial x_l}{\partial t}\right)_0 d\theta_l}d\theta_l \qquad \cdots\cdots(58)$$

ここに，$p_{a1}$ は式(9)で与えられ，また $p_{aj}$ は式(57)で $\theta_u\rightarrow\theta_{uj}$ とすることにより決る。

以上の結果より，$\alpha_r(t)$, $\beta_r(t)$ が与えられると，式 (54) はある時間に対する $f$ と $\theta_{uj}$ あるいは $f$ と $\theta_{lj}$ の関係を与えるので，式(56)より $f$ の時間変化が決ることになる。したがって，これらの関係を式(52)，式(53)に用いると，水分量分布が，また式(57)，式(58)に用いると空気圧分布が決ることになる。

（3） 数値解による実験結果の検討

**Fig. 5 (a), (b)** はそれぞれ $L_u=10$ cm と 30 cm の K-6・K-7 系の場合を想定して，wetting front が層境界に到達する直前と直後での浸透強度と $\theta_l\rightarrow\theta_{l0}+\Delta$ ($\Delta$; 小さな正値) とした wetting front 前面での空気圧の第 2 次近似による計算値を示したものであり，それぞれ黒丸と白丸で印されている。なおこの空気圧は砂層底部のものとほぼ等しくなっていると考えてよい。計算に必要な $\alpha_r$, $\beta_r$, $\bar{K}$, $\theta_{u1}$ の値は既報[3] に従ってつぎのようなもので与えた。なお，湛水深は形式的に $h_w=0$ とおいた。

$\alpha_r(t)=\alpha_c+(\alpha_0-\alpha_c)e^{-\lambda\sqrt{t}}$; $\alpha_c=0.3$, $\alpha_0=1$, $\lambda=0.21\ \mathrm{sec}^{-1/2}$

$\beta_r(t)=-\alpha_c\psi_e/(1-\alpha_c)$; $\psi_e=-12$ cmAq

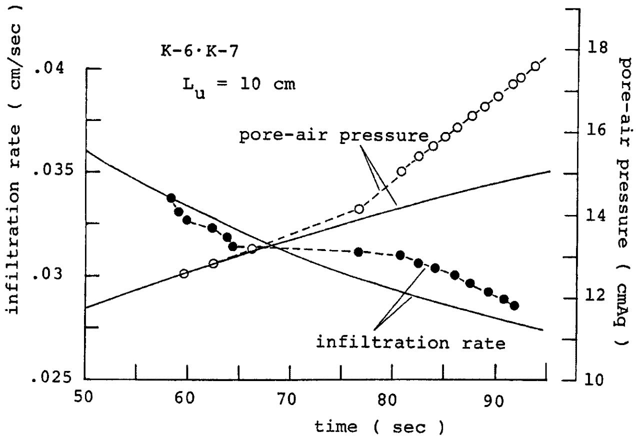
$\bar{K}=1.6\times10^{-2}$cm/sec, $\theta_{u1}=0.41$

さらに，図中には比較のために上層の砂 (K-6砂) の単層の場合の同様な計算値を既報[3] に従って実線で示した。なお，wetting front が層境界に到達する時間は図中の最初の黒丸，白丸の点に対応する。

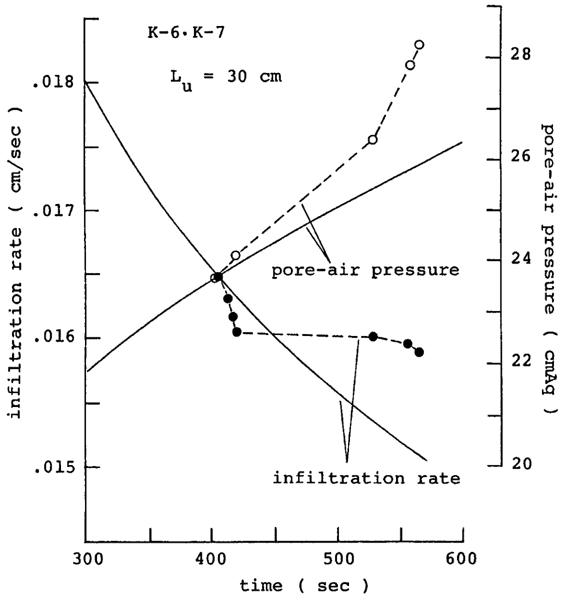
単層の場合とを比較しつつ 2 層の場合の計算値を詳細に調べると，wetting front が層境界に到達した直後，浸透強度はわずかではあるが急激に低下してある時間ほぼ一定の値をとり，その後明確な減少を始めること，またほぼ一定の値となる時間は上層厚が大きなほど長くなること，が分る。一方，空気圧は，浸透強度がほぼ一定の値より明確な減少を始めるまでの間では単層の場合と余り差がないこと，またその後の浸透強度の減少とともに急激な増加を示すこと，が分る。また，これらの計算結果を実験結果と対比させると，計算では実験事実②に示した空気圧の増加割合の一時的な緩和が，実験では計算で認められた層境界へ wetting front が到達した時点近傍での浸透強度の減少は認めることができないが，それ以外の浸透強度と空気圧の変化の様子は両者とも同様であることが分る。なお，後者の差異は，wetting front が下層へ侵入する直前 $(\theta_{uj}=\theta_{u0})$ と直後 $(\theta_{uj}\neq\theta_{u0}, \theta_{uj}\approx\theta_{u0})$ での計算上の matching がうまく行えなかったためであろう。

さて，これらの結果を現象論的にみるとつぎのようであろう。すなわち，wetting front が層境界に到達すると，上層に比べて下層の粒径は小さいので，この粒径差に起因する毛管力の増大によって wetting front は一時的に加速されることになる。その結果，上層内で wetting front の移動（不飽和域の発達）と浸透面付近での水分量の増大（擬似飽和域と遷移域の発達）に費やされていた砂層表面からの浸透量は，下層による大きな吸引力によって層境界面直上と下層の水分量の増大にあてられることになり，上層上部での水分状態は大略変化しないことになるものと考えられる。このことは，式(8)に注目すると，浸透強度がほぼ一定の値をとっていたことより $x_1$ はほぼ一定値となり，また擬似飽和域の発達がほぼ停止していたことからも理解できる。なお，$\alpha_r$ の変化[3] は浸透開始直後に急減してその後ほぼ一定の値をとるが，いま対象としているような時間帯ではほぼ一定値となっていると考えてよい（前述の $\alpha_r(t)$ の関数形を参照)。

一方，空気圧の挙動はつぎのように理解できる。浸透強度がほぼ一定となっている区間では，上層上部の水分量の大きな部分での水分量分布はほぼ固定されているので，式(57)あるいは式(58)より空気圧の増加は




(a) $L_u$=10 cm




(b) $L_u$=30 cm

Fig. 5 Calculated infiltration rate and pore-air pressure.

主として層境界近傍の水分量の増大によってもたらされることになるが，この部分での空気の移動に対する抵抗はさほど大きなものになっていないことが分る。そして，浸透強度の低下が始まると，擬似飽和域の発達と同域直下の水分量の大きな遷移域の発達および層境界直下の水分量がかなり大きくなることによって，これらの部分での空気抵抗の増大により空気圧は急増するものと考えられる。

最後に，**Fig. 2 (b)** で示した K-5•K-7 系の場合の実験事実③，すなわち空気圧が一旦急増して極大値 $(t=t_{max})$ をとりその後減少して極小値 $(t=t_{min})$ をとり再び増大するという変化を定性的に説明しておく。$t_{max}>t>t_j$ ($t_j$; wetting front が層境界に達した時間) では，上層内の水分量の急増（実験事実④）および下層への上層からの浸透水の急激な流入によって下層内の空気は著しい閉塞を強いられて過圧縮の状態になり $(v+v_a)_j>0$ なる状況となる。$t_{max}<t<_{min}$ では，過圧縮された空気が $(v+v_a)_j<0$ の状況で上方へ放出され，結果的に空気圧は減少を示す。さらに $t>t_{min}$ では，一方的な過圧縮状態がなくなり，繰返される内部空気の圧縮一放出過程が現われ，$(v+v_a)_j\approx 0$ なる状況となる。なお，$(v+v_a)_j\approx 0$ の状況は，(2) で行った $\varepsilon_l\approx 0$ に対応する[3]。

### 3.2 wetting front が下層深く進んだ段階での現象

（1） 擬似飽和域の存在範囲

wetting front が下層深く進むにつれて浸透強度 $f$ はほぼ一定の値 $f_\infty$ となる（実験事実③）が，このような状況における上層での水分量分布は，この層がとくに厚くはないので **Fig. 4** よりも分るとおりほぼ定常状態になっていると考えられる。この水分量分布は，i) 浸透面より発達した擬似飽和域とその下方での不飽和域，あるいは ii) 全域が擬似飽和域，で構成されていよう。以下では，i), ii) の水分状態になっているときどのような浸透状況にならねばならないのか，また本実験の場合いずれが生起していたかについて検討する。

i) 上層内に不飽和域が存在する場合

ここで対象としている浸透では $\partial\theta_l/\partial x\leq 0$ が成立すると考えられ，また wetting front は下層へ十分深く侵入しているので，下層における不飽和域ではある水内量 $\theta_l=\theta_{l*}(\doteqdot\theta_{l0})$ で $\partial\theta_l/\partial x\approx 0$ となっているはずであり，またこの $\theta_{l*}$ 近傍で transmission zone が形成されることになる。いま下層での水分量の最大値を $\theta_{lmax}$ とすると，$\theta_{lmax-}\geq\theta_l\gtrsim\theta_{l*}$ の区間における水分量分布はほぼ固定されることになるので，式 (3) に式 (37) を代入すると，次式が成立することになる。

$$-D_l\cdot(1-A_l)\cdot\frac{\partial\theta_l}{\partial x}+K_l\cdot(1-A_l)\approx f_\infty \quad\cdots\cdots(59)$$

なお，層境界面より下方に擬似飽和域が形成されている場合は，この発達はほぼ停止していると考えている。$1>A_l>0$, $\partial\theta_l/\partial x\leq 0$ であるので，上式よりつぎの関係が成立することになる。

$$f_\infty\lesssim f_c\equiv\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c \quad\cdots\cdots(60)$$

ここに，$\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c$ は $K_l\cdot(1-A_l)$ の最大値を意味し，最大値となる $\theta_l$ を $\theta_{lc}$ と記す。上式で～の場合は，下層の上部に $\theta_l>\theta_{lc}$ となる領域が存在する場合に対応し，擬似飽和域が存在する場合も含まれる。一方，不等号の場合は，$\theta_l<\theta_{lc}$ となる水分状態のみが存在する場合である。

上層の擬似飽和域での水の流量流速 $\hat{v}(=f)$ は式 (8) で与えられたが，同式に含まれる $\alpha_r(t)$, $\beta_r(t)$ はいまの場合それぞれ一定値の $\alpha_c$, $-\alpha_c\psi_e/(1-\alpha_c)$ にほぼなっている[3] (3.1 (3) 参照) ので，式 (8) は次式となる。

$$f_\infty=\alpha_{uc}\cdot\hat{K}_u\cdot\left\{1-\frac{\psi_u}{(1-\alpha_{uc})\cdot x_{u1}}\right\} \quad\cdots\cdots(61)$$

なお，上式は上層での式であるので添字 $u$ を付けた。これを式 (60) の左辺へ代入するとつぎの関係式が求まる。

$$\xi\equiv\frac{\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c}{\alpha_{uc}\cdot\hat{K}_{ul}}\geq 1-\frac{\psi_{ue}}{(1-\alpha_{uc})_lx_{ul}} \quad 但し\ x_{u1}<L_u \quad\cdots\cdots(62)$$

これは不飽和域が上層に存在するための必要条件である。

さて，本実験では，単層の場合の結果より K-6•K-7 系の場合，$\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c\approx 3.5\times 10^{-3}$ cm/sec, $\hat{K}_u\approx 1.6\times 10^{-2}$ cm/sec, $\alpha_{uc}\approx 0.3$ となる[3] ので，上式の左辺を計算すると $\xi\approx 0.7$ になり上式の関係は満たされ

ないことになる。なお $\psi_{ue}<0$ である。また，K-5・K-7 系の場合，K-5 砂を用いた単層の場合の実験では $\alpha_{uc}$ に対応する値を決定していないが，$K$-6 砂，K-7 砂を用いた単層の場合の $\alpha_c$ の値（ほぼ0.3）を採用しても大過はないと考えられる。そこで $\alpha_{uc}\approx 0.3$ とすると，K-5 砂の $\hat{K}_u$ は K-6 砂のものより 1 order 程度大きな値をとるので，この場合も明らかに式(62)の条件が成立しないことになる。結局，本実験においては上層内に不飽和域が存在しなかったことになる。

なお，ここで上・下層の粒径と式(62)の関係について概略的な検討を行ってみる。K-7 砂，K-6 砂を用いた単層の場合の結果によると，$K_S$ を飽和透水係数としてほぼ $\hat{K}\approx 0.75K_S$, $\{K\cdot(1-A)\}_c\approx 0.5K_S$, $\alpha_c\approx 0.3$ となる。この関係が本実験で使用した砂以外に対しても同様に成立すると考え，また $K_S$ が代表的な平均粒径 $d$ を用いて近似的に $K_S=c'\cdot d^2$（$c'$; 不変定数）のように表わせるものとする[6]。これらを用いて $\xi$ を表わすと $\xi\approx 2(d_l/d_u)^2$ となるので，式(62)の関係は大略 $d_u\lesssim 1.4d_l/\sqrt{1-\psi_{ue}/(1-\alpha_{uc})x_{u1}}$ となる。これは上・下層の砂がかなり近い場合にのみ満足されよう。

ii)　上層全域が擬似飽和域になる場合

層境界直上が少なくとも擬似飽和域になっていることは，上層の砂が下層に比べ粒径が大きいため例えば water entry value は下層の方が小さいこと，および層境界での水と空気の圧力ポテンシャルが連続していることを考慮すると，層境界直下には少なくとも擬似飽和域が存在せねばならないことになる。

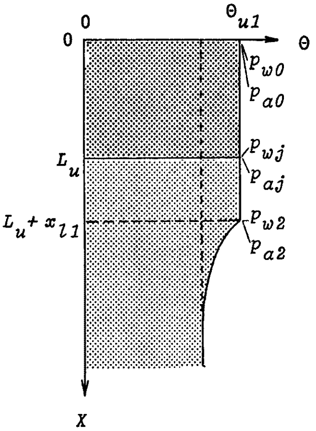


Fig. 6　Schematic moisture profile.

そこで，**Fig. 6** の水分量分布の模式図に示したように擬似飽和域が浸透面 ($x=0$) から下層のある深さ ($x=L_u+x_{l1}$) まで発達している状況を考える。上層および下層の擬似飽和域での水と空気の運動が Darcy 則的な表現に従う[3]とすると，各相の流量流速は $x=L_u$ で連続するので，それぞれはつぎのように表わすことができる。

$$\hat{v}=\hat{K}_u\cdot\left(1-\frac{p_{wj}-p_{w0}}{x_{u1}}\right)=\hat{K}_l\cdot\left(1-\frac{p_{w2}-p_{wj}}{x_{l1}}\right) \qquad \cdots\cdots(63)$$

$$\hat{v}_a=-\hat{K}_{au}\cdot\frac{p_{aj}-p_{a0}}{x_{u1}}=-\hat{K}_{al}\cdot\frac{p_{a2}-p_{aj}}{x_{l1}} \qquad \cdots\cdots(64)$$

ここに，$p_w, p_a$; 前述のとおり水と空気の圧力ポテンシャル，添字 0, $j$, 2; $x=0$, $x=L_u(=x_{u1})$, $x=L_u+x_{l1}$ の点を意味する，である (**Fig. 6** 参照)。なお，$\hat{K}$ は上層での $\hat{K}_u$ を意味し，他も同様である。式(63)，式(64)よりそれぞれ $p_{wj}$, $p_{aj}$ を消去すると次式になる。

$$\hat{v}=\frac{x_{u1}+x_{l1}+p_{w0}-p_{w2}}{x_{u1}/\hat{K}_u+x_{l1}/\hat{K}_l} \qquad \cdots\cdots(65)$$

$$\hat{v}_a=-\frac{p_{a2}-p_{a0}}{x_{u1}/\hat{K}_{au}+x_{l1}/\hat{K}_{al}} \qquad \cdots\cdots(66)$$

ここで，$\hat{v}$ と $\hat{v}_a$ を関数 $r(t)$ を用いてつぎのように結びつける。なお次式は式(10)と同じ表示である。

$$\hat{v}_a=-r(t)\cdot\hat{v} \qquad \cdots\cdots(67)$$

上式の $\hat{v}_a$, $\hat{v}$ にそれぞれ式(65)，式(66)を代入して $p_{a2}$ について整理するが，その際 $p_{w2}$ を同時間の $p_{a2}$ を用いてつぎのように分解する。

$$p_{w2}=p_{w2}-p_{a2}+p_{a2}\equiv\psi_{l2}+p_{a2} \qquad \cdots\cdots(68)$$

結局次式がえられる。

$$p_{a2}=(1-\alpha_r^*)\cdot(x_{u1}+x_{l1})-(1-\alpha_r^*)\cdot\psi_{l2}+\alpha_r^*\cdot p_{a0}+(1-\alpha_r^*)\cdot p_{w0} \qquad \cdots\cdots(69)$$

ここに，

$$\frac{1}{\alpha_r^*}=1+r\cdot\frac{\hat{K}_l}{\hat{K}_{al}}\cdot\frac{x_{l1}+\frac{\hat{K}_{al}}{\hat{K}_{au}}\cdot x_{u1}}{x_{l1}+\frac{\hat{K}_l}{\hat{K}_u}x_{u1}} \quad\cdots\cdots(70)$$

ところで，単層の場合の考察[3] によると，つぎの関係が成立する。

$$p_{w0}\approx h_w,\quad p_{a0}\approx h_w \quad\cdots\cdots(71)$$

これを式(69)に用いると $p_{a2}$ は次式で与えられることになる。

$$p_{a2}=(1-\alpha_r^*)\cdot(x_{u1}+x_{l1})-(1-\alpha_r^*)\cdot\psi_{12}+h_w \quad\cdots\cdots(72)$$

ここで，$\alpha_r^*$ の検討を行うことにし，式(70)の右辺に含まれる $\hat{K}_l/\hat{K}_u$, $\hat{K}_{al}/\hat{K}_{au}$ を評価してみるが，その際単層の場合の結果[3] が重要な手がかりとなる。

$\hat{K}_l/\hat{K}_u$ について：

単層の場合によると，擬似飽和域の体積含水比 $\theta_1$ はほぼ90%飽和に対応する値を用いることができ，また同域の透水係数に対応する $\hat{K}$ は $\theta_1$ に対する不飽和透水係数 $K(\theta_1)$ でほぼ代替できる。そこで，上・下層の飽和体積含水比 $\theta_s$ がほぼ等しいと考え，つぎの関係がほぼ成立するものとする。なお，**Fig. 1** の砂はいずれも $\theta_s\approx0.46$。

$$\frac{\hat{K}_l}{\hat{K}_u}\approx\frac{K_l(\theta_{l1})}{K_u(\theta_{u1})}\approx\frac{K_{sl}}{K_{su}} \quad\cdots\cdots(73)$$

なお，$K_{sl}$; 下層での $K_s$, $\theta_{l1}$; 下層での $\theta_1$，であり他も同様である。

$\hat{K}_{al}/\hat{K}_{lu}$ について：

透気係数 $K_a$ は次式の関係で与えることができる。

$$K_{al}(\theta_l)=K_{sl}\cdot\frac{\mu_w}{\mu_a}\cdot\Phi_i(\theta_i),\quad i=u,\ l \quad\cdots\cdots(74)$$

ここに，$\mu_w, \mu_a$; 水と空気の粘性係数。単層の場合によると，擬似飽和域の透気係数に対応する $\hat{K}_a$ は $\theta=\theta_1$ での透気係数 $K_a(\theta_1)$ のほぼ1/3に等しくなる。そこで，$\Phi_u(\theta_{u1})\approx\Phi_l(\theta_{l1})$ と仮定すると，つぎの関係をうる。なお，K-6 砂，K-7 砂の場合の $\Phi(\theta_1)$ はほぼ等しい。

$$\frac{\hat{K}_{al}}{\hat{K}_{au}}\approx\frac{K_{al}(\theta_{l1})}{K_{au}(\theta_{u1})}\approx\frac{K_{sl}}{K_{su}} \quad\cdots\cdots(75)$$

以上えられた関係式式(73)，式(75)を式(70)の右辺へ代入すると，$\alpha_r^*$ はつぎに示すように簡単化される。

$$\alpha_r^*\approx\frac{\hat{K}_{al}}{\hat{K}_{al}+r\cdot\hat{K}_l} \quad\cdots\cdots(76)$$

この $\alpha_r^*$ を式(72)に代入した $p_{a2}$ の関係式は式(9)との対応が可能であって，$p_{a2}\to p_{a1}$, $x_{u1}+x_{l1}\to x_1$, $\alpha_r^*\to\alpha_r$, $\psi_{12}\to\psi_1$ となる。また，上層の下層に対する効果は，$(1-\alpha_r^*)\cdot L_u$ なる量が $h_w$ に加わった形となり，$\alpha_r^*\approx$ *const.* のときには $(1-\alpha_r^*)\ L_n+h_w$ なる一定の湛水深を考えればよいことになる。

ここでは，十分に浸透が進んだ状況を対象にしているので，$r(t)$ は次式でほぼ近似[3),5)] できる。

$$r(t)\approx1 \quad\cdots\cdots(77)$$

上式を式(76)に用いると，本来式(70)で定義され複雑な関数形となっていた $\alpha_r^*$ はつぎのように下層の定数値 $\hat{K}_l$, $\hat{K}_{al}$ のみで表わせることになる。

$$\alpha_r^*\longrightarrow\alpha_c^*=\frac{\hat{K}_{al}}{\hat{K}_{al}+\hat{K}} \quad\cdots\cdots(78)$$

式(72)中の $(1-\alpha_r^*)\psi_{12}$ は上式より $(1-\alpha_c^*)\psi_{12}$ となるが，これは単層の場合[3]の類推より下層の砂のwater entry value $\psi_{le}$ にほぼ一致すると考えることができる。

$$(1-\alpha_r^*)\cdot\psi_{12}\approx(1-\alpha_c^*)\cdot\psi_{12}\approx\psi_{le} \quad\cdots\cdots(79)$$

この関係と式(78)を式(72)に用いると，下層の擬似飽和域下端の空気圧はほぼ次式で与えられることになる。

$$p_{a2}=(1-\alpha_c^*)\cdot X_1-\psi_{le}+h_w \quad\cdots\cdots(80)$$

ここに，$X_1=x_{l1}+x_{ul}$ である。

さて，浸透強度 $f$ は式(63)の $\hat{v}$ に一致するので，同式に式(71)，式(80)を代入すると次式をうる。

$$f=\frac{\alpha_c^*\cdot X_1}{L_u/\hat{K}_u+(X_1-L_u)/\hat{K}_l}\cdot\left\{1-\frac{\psi_{le}/(1-\alpha_c^*)}{X_1}\right\} \quad\cdots\cdots(81)$$

いまの場合，$\theta_{l1}$ は $\theta_{l1}>\theta_{lc}$ の関係を満すので浸透強度の下限値 $f_\infty$ は式(60)より次式となる。

$$f_\infty\approx K_l\{\cdot(1-A_l)\}_c \quad\cdots\cdots(82)$$

この際の下層の擬似飽和域の厚さ $(x_{l1})_\infty$ は式(81)へ上式を代入することにより決る。

$$(x_{l1})_\infty=\frac{-L_u\cdot[\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c/\alpha_c^*\hat{K}_u-1]-\psi_{le}/(1-\alpha_c^*)}{\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c/\alpha_c^*\hat{K}_l-1} \quad\cdots\cdots(83)$$

$(x_{l1})_\infty>0$ であるので，つぎの条件が符号同順で成立することになる。

$$\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c\gtrless\alpha_c^*\hat{K}_l \text{ のとき，}\quad \xi_*\equiv\frac{\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c}{\alpha_c^*\cdot\hat{K}_u}\lesseqgtr 1-\frac{\psi_{le}}{(1-\alpha_c^*)\cdot L_u} \quad\cdots\cdots(84)$$

$\alpha_c^*$ は i) で示した $\alpha_{uc}$ と同じ性質をもつものであるので $\alpha_c^*\to\alpha_{uc}$ とみなせる。このことより上式中の $\xi_*$ は式(62)の $\xi$ と同じものとなる。単層の場合[2] には擬似飽和域は有限のある深さ（後述式(88)）までしか発達しないこと，また浸透強度の下限値は $\{K\cdot(1-A)\}_c$ であることを考慮して式(8)を調べると $\beta_r>0$ であるので，$\{K\cdot(1-A)\}_c>\alpha_c\hat{K}$ となり式(84)では上方の不等号の場合のみを対象にすればよい。結局，$\xi_*$ の値は i) で述べたように $\xi_*<1$ であるので，式(84)の条件は満足されることになる。このことは，上層内に不飽和域が存在しなかったことを意味する。なお，**Fig. 4 (a)** に示した K-6•K-7 系の場合，層境界直上はそれより上部（擬似飽和域）と比べ若干水分量が小さくなっているが，以上の議論に従うとこれは不飽和域ではなく，wetting front が層境界に到達した後に形成され始める層境界より上方へ発達する擬似飽和域と浸透面より下方へ発達する擬似飽和域とによりとり残された孤立空気の存在によるものであると考えられる。

以下では $(x_{l1})_\infty$ が砂の組合せや上層厚によってどのように変るかを調べることにする。

まず，式(83)を $\hat{K}_u$ で偏微分すると次式をうる。

$$\frac{\partial(x_{l1})_\infty}{\partial\hat{K}_u}=\frac{L_u\cdot\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c}{\alpha_c^*\cdot\hat{K}_u^2\cdot[\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c/\alpha_c^*\hat{K}_l-1]} \quad\cdots\cdots(85)$$

前述のとおり $\{K_l\cdot(1-A)\}_c>\alpha_c^*\cdot\hat{K}_l$ であるので，上式は正符号をとる。このことは，下層の砂および上層厚を固定したとき，上層の砂の $\hat{K}_u$ が大きなほど，すなわち粒径が大きなほど下層での擬似飽和域はよく発達することを意味する。

また，式(83)を $L_u$ で偏微分すると次式となる。

$$\frac{\partial(x_{l1})_\infty}{\partial L_u}=-\frac{\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c/\alpha_c^*\hat{K}_u-1}{\{K_l(1-A_l)\}_c/\alpha_c^*\hat{K}_l-1} \quad\cdots\cdots(86)$$

$\hat{K}_u>\hat{K}_l$ の関係を考慮すると，上式より次式をうる。

$$\alpha_c^*\cdot\hat{K}_u>\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c>\alpha_c^*\hat{K}_l \text{ のとき，}\quad \frac{\partial(x_{l1})_\infty}{\partial L_u}>0 \quad\cdots\cdots(87)_1$$

$$\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c>\alpha_c^*\hat{K}_u \text{ のとき，}\quad \frac{\partial(x_{l1})_\infty}{\partial L_u}<0 \quad\cdots\cdots(87)_2$$

$$\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c<\alpha_c^*\hat{K}_l \text{ のとき，}\quad \frac{\partial(x_{l1})_\infty}{\partial L_u}<0 \quad\cdots\cdots(87)_3$$

本実験の場合，前述のとおり $\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c$ は式 $(87)_2$, 式 $(87)_3$ で示した不等号を満たさないので，式 $(87)_1$ のみを対象とすればよい。式 $(87)_1$ は式 (84) の上方の場合の条件式を満しており，これより上層と下層の構成砂を固定したとき，上層が厚いほど下層で擬似飽和域がよく発達することが分る。なお，式 $(87)_2$ が成立する場合は式 (84) の条件とを合せて $1<\xi_*<1-\psi_{le}/(1-\alpha_c^*)L_u$ が条件となり，i) で示したように上層と下層の砂が非常に近いときであろう。

最後に，下層の砂による単層の場合と比較してみる。この場合の擬似飽和域の最大の厚さ $(x_{1\infty})$ は次式となる。

$$x_{1\infty}=-\alpha_c\cdot\hat{K}_l\cdot\frac{\psi_{lc}/(1-\alpha_c)}{\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c-\alpha_c\cdot\hat{K}_l} \quad\cdots\cdots(88)$$

式(83)より上式を差引くと，つぎのようになる。

$$(x_{ll})_\infty-x_{1\infty}=L_u\cdot\frac{1-\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c/\alpha_c^*\hat{K}_u}{\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c/\alpha_c^*\hat{K}_l-1} \quad\cdots\cdots(89)$$

なお，$\alpha_c=\alpha_c^*$ とおいている。$\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c>\alpha_c^*\cdot\hat{K}_l$ であったので，上式よりつぎの関係をうる。なお，符号は同順。

$$\xi_*=\frac{\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c}{\alpha_c^*\hat{K}_u}\lesseqgtr 1 \text{ のとき，} (x_{ll})_\infty\gtreqless x_{1\infty} \quad\cdots\cdots(90)$$

本実験の場合式(84)の上方の条件を満し，$\xi_*<1$ となるので，下層の砂による単層の場合と比べ，２層砂層の下層ではよく擬似飽和域が発達することになる。なお，$\xi_*>1$ が成立するときは，式(84)の条件を考慮して $1<\xi_*<1-\psi_{lc}/(1-\alpha_c^*)L_u$ が条件となり上記の場合と逆の発達の様子となるが，この場合は式 $(87)_2$ が成立する場合と同じ砂の組合せの状況である。

さて，以上理論的に導いた擬似飽和域の特性を，**Fig. 4 (a), (b)** で示した水分量分布図を用いて調べてみる。K-6•K-7 系，K-5•K-7 系の場合に対して式(89)の右辺を計算すると，それぞれほぼ $0.2L_u$, $0.7L_u$ になる。K-7 砂による $x_{1\infty}$ はほぼ 20 cm[3] であるので，$L_u=64$ cm とすると，それぞれは $(x_{ll})_\infty\approx 33$ cm, 65 cm となる。同図で層境界より下方に延びている水分量の非常に大きな部分（これを擬似飽和域と呼んだ）の厚さは計算値よりいずれも 20 cm 程度小さ目になっている。しかし，上層厚を固定 ($L_u=64$ cm) したとき，K-5•K-7 系の方が K-6•K-7 系より，また K-5•K-7 系の方が K-7 砂による単層の場合より下層で擬似飽和域がよく発達しており，このことは上記の理論的な考察の妥当性を保証するものである。

（2） 不飽和域での浸透状況

下層において擬似飽和域の下方に連らなり，また wetting front の移動に伴って拡大していく不飽和域での浸透状況は(1)で若干述べたが，以下では実験値をも用いて検討してみる。

wetting front が下層へ深く進むにつれて認められる下層での２段的構造の水分量分布，wetting front の速度とその形状，浸透強度と空気圧の変化割合は実験事実⑤と⑥で示したとおりであって，これらは単層の場合に認められる十分時間が経った段階での様子[2),4)] と類似である。そこで，各実験において求まったこれらの特性値をまとめてみると **Table 1** のようになる。ここに，$\omega_*$; wetting front の移動速度，$\theta_*$; wetting front の最大の水分量，$\dot{p}_{a\infty}$; 空気圧の変化割合，を意味する。下層に擬似飽和域が存在し，これがある深さまでしか発達しえないことは不飽和域での浸透状況をつぎのように決定する。すなわち，単層の場合の考察[2),4)] を参照すると，つぎの関係が成立することは容易に分る。

Table 1　Experimental constants.

| layered system | | $L_u$ | $f_\infty$ | $\omega_*$ | $\theta_*$ | $\dot{p}_{a\infty}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| upper layer | lower layer | cm | cm/sec | cm/sec | | cmAq/sec |
| K-6 | K-7 | 24.5 | $3.1\times10^{-3}$ | $9.2\times10^{-3}$ | 0.36 | $1.6\times10^{-3}$ |
| | | 38 | $3.5\times10^{-3}$ | $1.0\times10^{-2}$ | 0.35 | $3.1\times10^{-3}$ |
| | | 64 | $3.6\times10^{-3}$ | $1.1\times10^{-2}$ | 0.34 | $3.0\times10^{-3}$ |
| | | 88 | $1.7\times10^{-3}$ | $6.1\times10^{-3}$ | 0.32 | $4.3\times10^{-4}$ |
| K-5 | K-7 | 24.5 | $3.7\times10^{-3}$ | $1.1\times10^{-2}$ | 0.38 | $2.0\times10^{-3}$ |
| | | 64 | $3.1\times10^{-3}$ | $9.0\times10^{-3}$ | 0.37 | $1.5\times10^{-3}$ |

$$\omega_*\approx\{K_l\cdot(1-A_l)\}_c/\theta_{lc} \quad\cdots\cdots(91)$$

$$\theta_*\approx\theta_{lc} \quad\cdots\cdots(92)$$

$$\dot{p}_{a\infty}\approx\{A_l\cdot K_l\cdot(1-A_l)/\theta_l\}_c \quad\cdots\cdots(93)$$

なお，$f_\infty$ は前記の式(82)で与えた。本実験での下層は K-7 砂の場合のみであり，この砂では $\{K_l \cdot (1-A_l)\}_c \approx 3.5\times10^{-3}$ cm/sec, $\theta_{lc} \approx 0.375$, $\{K_l \cdot (1-A_l)\}_c/\theta_{lc} \approx 9.3\times10^{-3}$ cm/sec, $\{A_l \cdot K_l(1-A_l)/\theta_l\}_c \approx 2\times10^{-3}$ cmAg/sec となることが単層の場合より分っている[3]。これらの値と同表の値と比較すると，K-6•K-7 系で $L=88$ cm の場合を除外すると，いずれもほぼ合致することが分る。結局このことは (1) での議論の妥当性を関接的に保証していることになるとともに，不飽和域での浸透特性は単層の場合と同じになることを意味する。なお，wetting front の形状[4] については記述しなかったが，これについても同様である。

最後に浸透強度の下限値と上層での擬似飽和域の発達の関係につき触れておく。この浸透強度は下層で決り $\{K_l \cdot (1-A_l)\}_c$ となった（式(82)）が，上層の砂による単層の場合の同様な浸透強度は $\{K_u \cdot (1-A_u)\}_c$ であって，$\{K_u \cdot (1-A_u)\}_c > \{K_l \cdot (1-A_l)\}_c$ の関係にある。よって，式(61)で $f_\infty \to \{K_u \cdot (1-A_u)\}_c$ とすることにより求まる $x_{u1}$ の値より上層厚が大きな場合，上層での擬似飽和域は上層の砂による単層の場合の同域よりよく発達することになる。

## 4. おわりに

以上，上層が粗砂で下層が細砂からなる2層柱への閉塞湛水浸透を対象にして，砂層境界の存在が現象に及ぼす効果について解析を行った。得られた結果を要約するとつぎのとおりである。

1) wetting front が砂層境界面に到達した直後の浸透強度，間隙空気圧の興味深い変化の様子はすでに実験的研究によって認められているところであるが，とくに上層と下層の粒径差が著しく大きくはない場合を対象として，現象を連続事象とみなし水と空気の運動の基礎式を近似的な方法で解いたものを数値計算することによって，実験での変化の様子を確かめえることを示した。

2) wetting front が下層へ深く侵入した際の擬似飽和域の存在する範囲，すなわち発達の限界はとくに上・下層の砂が非常に近い場合を除外すると，上層全域および下層のある深さまでとなる。また下層での擬似飽和域は，上層が厚く，透水性がよいものほど，また下層の砂による単層の場合の擬似飽和域より，よく発達する。

3) このような状況における下層の水分量分布の形態，浸透強度，空気圧の変化割合および wetting front の形状と速度は，下層の砂による単層の場合と同じである。

なお，2層の砂柱には本文で対象とした逆の場合，すなわち上層が細砂で下層が粗砂の場合があるが，これに関する解析の結果はいずれ報告するつもりである。本文での計算は京都大学化学研究所の FACOM-160AD によった。

### 参考文献

1）石原安雄・下島栄一：閉塞2層砂への雨水浸透に関する実験的研究，京都大学防災研究所年報，第20号 B-2, 1977, pp. 119-147.

2）石原安雄・下島栄一：閉塞浸透機構に関する研究（2），京都大学防災研究所年報，第22号 B-2, 1979, pp. 271-289.

3）石原安雄・下島栄一：閉塞湛水浸透の機構に関する研究，京都大学防災研究所年報，第25号 B-2, 1982, pp. 163-180.

4）石原安雄・下島栄一：閉塞浸透における不飽和域の解析，京都大学防災研究所年報，第21号 B-2, 1978, pp. 173-191.

5）石原安雄・下島栄一：閉塞湛水浸透における層厚の影響について，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集，1982，II-62.

6）例えば水理公式集，土木学会昭和38年増補改訂版，pp. 308-309.