

## 2次元ランダム媒質モデルにおけるP波の 散乱減衰特性について

松 波 孝 治

### ATTENUATION PROPERTY OF P WAVES BY SCATTERING IN TWO-DIMENSIONAL MODELS OF RANDOM MEDIA

By Koji MATSUNAMI

#### Synopsis

In order to examine the attenuation property of P waves by the scattering due to random heterogeneities, ultrasonic model experiments are carried out by using two-dimensional models of media with randomly distributed velocity and density heterogeneities. The main experimental results are as follows. (1) P-wave attenuation by the scattering is negligible in the low-frequency range ( $2\pi a/\lambda \ll 1$ ) where the wave length  $\lambda$  is much longer than the size  $a$  of heterogeneity, and is especially remarkable in the intermediate frequency range (about  $1 < 2\pi a/\lambda < 4$ ) where  $\lambda$  is comparable to or longer than  $a$ , and shows a decreasing behavior with the decrease of  $\lambda$  ( $4 < 2\pi a/\lambda < 10$ ), and is not found in the high-frequency range ( $2\pi a/\lambda \gg 10$ ) where  $\lambda$  is shorter than  $a$ . (2) When the predominant wave length of incident P waves is two to three times the size of heterogeneity ( $2 < 2\pi a/\lambda < 3$ ), the predominant frequency of transmitted P waves becomes higher with the increase of travel distance.

#### 1. はじめに

近年、数 Hz から数 10 Hz の短周期実体波は、上部リソスフェア内の種々の不均質による波の散乱の影響、すなわち波の散乱による見かけの減衰および散乱波の干渉による振幅と走時の空間的変動を強く受けていることが明らかになってきた<sup>1), 2), 3), 4)</sup>。これゆえ広い周波数範囲における波の散乱の影響を定量的に吟味することが重要となってきている。この論文では、P 波の散乱による減衰の周波数依存の性質を 2 次元の不均質媒質モデルを用いて実験的に検討した結果を報告する。

ところで、波の散乱問題は、無次元量のパラメータ  $ka$  と  $kL$  の関係により分類でき<sup>5)</sup>、この  $ka$ - $kL$  ダイアグラム (Fig. 1) により地震波の散乱の強さの周波数依存性を予想できる。ここに、 $k$  は入射平面波の波数、 $a$  は媒質内の不均質の平均サイズ、 $L$  は不均質媒質内における波の伝搬距離である。これゆえ、パラメータ  $ka$  は不均質の平均サイズ  $a$  と波長  $\lambda$  ( $2\pi/k$ ) の比の  $2\pi$  倍であり、 $kL$  は伝搬距離  $L$  と波長  $\lambda$  の比の  $2\pi$  倍である。Fig. 1 に示されているように、直線  $L/a=1$  の上側 ( $L/a < 1$ ) では、媒質は均質であるが、下側 ( $L/a > 1$ ) では不均質である。パラメータ  $D(4L/ka^2)$  は wave parameter と呼ばれ<sup>6)</sup>、第 1 フレネル帯のサイズと不均質の平均サイズの比である。不均質媒質内における波動は、 $D < 1$  では幾何光学的に取り扱えるが、 $D > 1$  では波の散乱理論により検討されねばならない。したがって、Fig. 1 において直線  $L/a=1$  と点線  $D=1$  の間の領域 ( $L/a > 1$  かつ  $D < 1$ ) では波動は幾何光学的な取り扱いが可能であり、波の減衰に寄与するのは主として媒質の非弾性による吸収である。一方、点線  $D=1$  より下の領域 ( $D > 1$ ) では波の散乱による見かけの減衰が生じる。ところで、散乱の強さは散乱による見かけのエネルギー損失  $\Delta I$  と入射エネルギー  $I$  の比  $\Delta I/I$  により評価され得る。もし、 $\Delta I/I$  が十分に小さい ( $\Delta I/I < 0.1$ ) ならば、散乱は弱く、媒質を均質

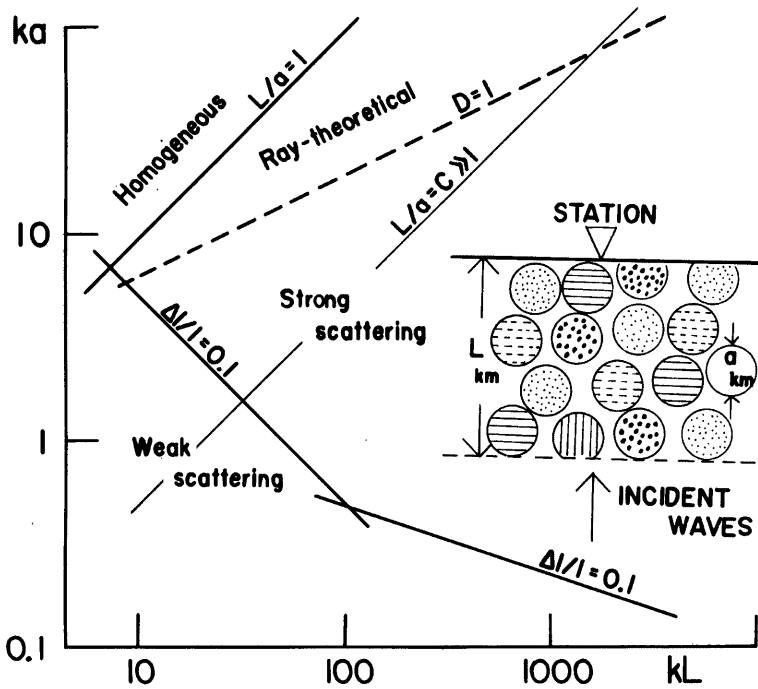


Fig. 1 Classification of wave scattering problems in  $ka-kL$  diagram, where  $k$  is the wave number,  $a$  is the size of heterogeneity,  $L$  is the travel distance in a heterogeneous region,  $D$  is the wave parameter defined by  $D=4L/ka^2$  and  $\Delta I/I$  is the fractional energy loss by wave scattering

と見なせる。Fig. 1 には、P 波速度  $V$  の変動係数  $\sigma(\Delta V/V)$  が、0.033 ( $\bar{V}$  は平均速度) であるランダムな音響媒質内の平面 P 波の散乱の場合における  $\Delta I/I=0.1$  の折れ線が示されている。図中、この折れ線より下の領域 ( $\Delta I/I < 0.1$ ) では、散乱は弱く、上の領域 ( $\Delta I/I > 0.1$ ) では強い散乱が生じている。この強い散乱の領域では波の変換を伴った多重散乱や散乱の指向性により、波の散乱問題の理論的取り扱いが極めて困難である。このように、Fig. 1 に示されている  $L/a=C(C \gg 1)$  の不均質媒質モデルにおける波の散乱は、 $D > 1$  かつ  $\Delta I/I > 0.1$  の領域では強く、 $\Delta I/I < 0.1$  と  $D < 1$  の両領域では弱いことが予想される。

ここでは、このような波の散乱問題の分類に基づいて、 $L/a=25$  の 2 次元不均質媒質モデルにおける P 波の散乱による減衰の周波数依存の性質が実験的に検討される。

## 2. 実験装置

実験装置全体のブロックダイアグラムを Fig. 2 に示す。送・受振子には同じ共振周波数を持った厚み振動型の PZT 磁器振動子が用いられる。共振周波数 10MHz の水晶振動子の出力パルスは分周器により 1MHz, 100KHz, 10KHz そして 20Hz のパルスに変換される。1MHz, 100KHz および 10KHz のパルスはタイムマークとして用いられ、20Hz のパルスはオシロスコープとパルスジェネレータのトリガパルスとして用いられる。パルスジェネレータの出力パルスは、送振子の励起パルス、ショットマーク用の

パルスおよび走時読み取り用カウンターのスタートパルスとして用いられる。スパイク状に作られたカウンターのストップパルスは、その位置が可変であり、前置増幅器で受振波形に重ねられる。カウンターの誤差は±0.1マイクロ秒である。ショットマーク用のパルスはミキシング回路でタイムマークに重ねられる。受振波形は、前置増幅器およびローパスフィルターを通り、いったんデジタルメモリーにたくわえられる。このデジタルメモリーの容量と分解能はそれぞれ、2キロワード、8ビットである。約2MΩの入力インピーダンスを持つ前置増幅器は、6KHzから1MHzの周波数範囲で40dBの利得を持つ。フィルターのシャ断周波数は可変であり、その減衰率は48dB/oct.である。デジタル波形はオシロスコープ上でモニターされ、マイクロコンピュータによりカセットテープあるいはフロッピーディスクに記録される。モニター波形は随時写真に記録される。波の速度は走時曲線により決定され、その誤差は1%以内である。振幅計測誤差は、送振子を固定した場合で6%以内、計測ごとに送振子を置きなおす場合には9%以内である。

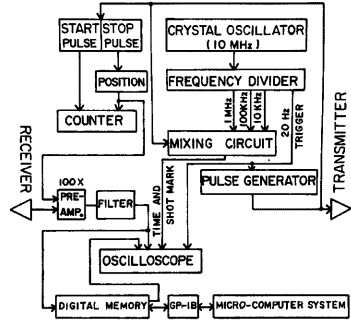


Fig. 2 Block diagram of apparatus

### 3. 媒質モデルと計測方法

ジュラルミン板の板波の速度と見かけの密度は、ジュラルミン板の porosity の増加に伴い減少する。Fig. 3 に示されているように、厚さ 2mm のジュラルミン板の表面に規則的に描かれた六角形の中心と各頂点に小さな円形の穴をあけることによりジュラルミン板に porosity が与えられる時、波の速度の減少率  $\Delta V/V$  と porosity の関係は Fig. 4 のようになる。この図から見られるように、porosity の増加と波の速度の減少

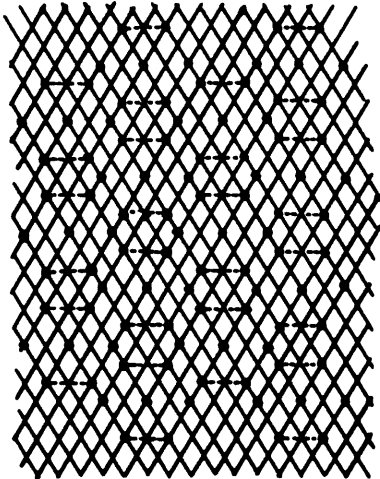


Fig. 3 Distribution of holes perforated in duralumin plates. Holes are made at positions of solid circles by drilling.

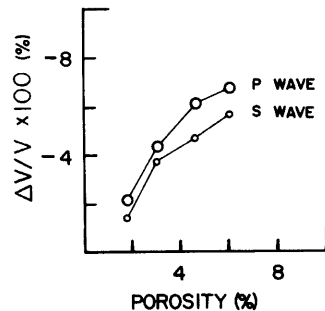


Fig. 4 Relation between rate of decrease of wave velocity,  $\Delta V/V$ , and porosity

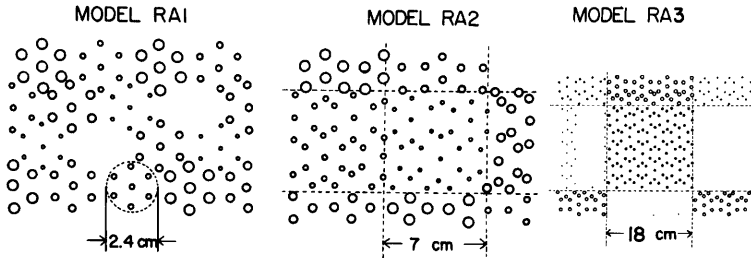


Fig. 5 Distribution of holes in model RA1, RA2 and RA3

は緊密に相関している。この関係を利用して、ランダムに分布させられた速度と密度の不均質を持つ2次元の不均質媒質モデル RA1, RA2 および RA3 が作られた (Fig. 5)。使用されたジュラルミン板は、長さ 80 cm, 幅 60 cm, 厚さ 0.2 cm である。RA1 は次のようにして作られた。まず, Fig. 4 のように、一辺の長さが 1 cm の六角形が一辺の長さが 0.5 cm のひし形のネットを利用してジュラルミン板の表面に規則的に作られ、次に小さな円形の穴が六角形の中心と各頂点にあけられる。この時, Fig. 5 のように、穴の直径は、六角形ごとにランダムに変えられる。一方, RA2 と RA3 の穴の直径は, Fig. 5 のように、それぞれ一辺の長さ 7 cm と 18 cm の正方形エリアごとにランダムに変えられる。RA1 の場合、直径約 2.4 cm の円により囲まれた媒質ユニットの porosity はユニットごとにランダムに変わる。同じく, RA2 と RA3 の場合にも、それぞれ一辺の長さ 7 cm と 18 cm の正方形に囲まれた媒質ユニットの porosity もユニットごとにランダムに変わる。ランダムに分布させられた porosity の範囲は 0~6% であり、中央値は 3% である。モデルの各ユニットの波の速度は Fig. 4 に示されている porosity と波の速度の減少率との関係から決められる。これらのモデルの P 波および S 波の平均速度はそれぞれ 5.21 mm/ $\mu$ sec. および 3.03 mm/ $\mu$ sec. でありまた速度および密度の変動係数、 $\sigma(\Delta V/V)$  と  $\sigma(d\rho/\bar{\rho})$  はおよそ 2.4% である ( $\bar{\rho}$  は平均密度)。Fig. 5 に見られるように、RA1 と他のふたつのモデル (RA2, RA3) の間には不均質の形の違いがある。しかし、不均質の形の違いは不均質のサイズの方向依存の違いと見なせる。RA1 の場合、ユニットの直径 2.4 cm が不均質のサイズである。一方, RA2 と RA3 の場合には、ユニットの辺の長さ、それぞれ 7 cm と 18 cm がユニットの辺の方向の不均質のサイズであり、ユニットの対角線方向については、それぞれおよそ 10 cm と 25 cm が不均質のサイズである。したがって、RA2 と RA3 の場合には、不均質のサイズは、それぞれ 7~10 cm, 18~25 cm の範囲にある。このように、RA1 と他のふたつのモデル (RA2, RA3) の違いは不均質のサイズのみである。

これらのモデルを  $ka$ - $kL$  ダイアグラムで示すと Fig. 6 のようになる。ここでは、RA1, RA2 および RA3 の不均質の平均サイズ  $a$  を、それぞれ 2.4 cm, 8.5 cm および 20 cm とし、波の平均伝搬距離  $L$  を 60 cm としている。また波の散乱による見かけのエネルギー損失率  $DI/I=0.1$  の折れ線は、RA1 の媒質パラメータ、 $\sigma(\Delta V_p/V_p)=\sigma(\Delta V_s/V_s)=\sigma(d\rho/\bar{\rho})=0.024$  および  $L/a=25$ , を用いてボルン近似により求められた ( $V_p$  および  $V_s$  はそれぞれ P 波および S 波の速度)。本実験の目的は RA1 の場合 ( $L/a=25$ ) について、P 波の散乱減衰の周波数依存の性質を検討することであるが、Fig. 6 に示されているように、RA1 の場合、散乱の領域から幾何光学的な取り扱いが可能な領域にかけて ( $50 < ka < 100$ ) は、波長が数 mm 以下になり媒質モデルを 2 次元モデルと見なせられない。したがって、この  $D=1$  を境にした移行領域の減衰特性を得るために、RA2 と RA3 のモデルが使われる。この場合波長は 3~7 cm である。図中、丸、正方形および三角形の各印の点について実験が行われた。

Fig. 7 と Fig. 8 に本実験で行われたふたつの計測方法の概略図がそれぞれ示されている。両方法ともに P 波は波の伝搬方向にほぼ直交する測線に沿って計測される。Fig. 7 に示されている計測方法 (計測法 I)

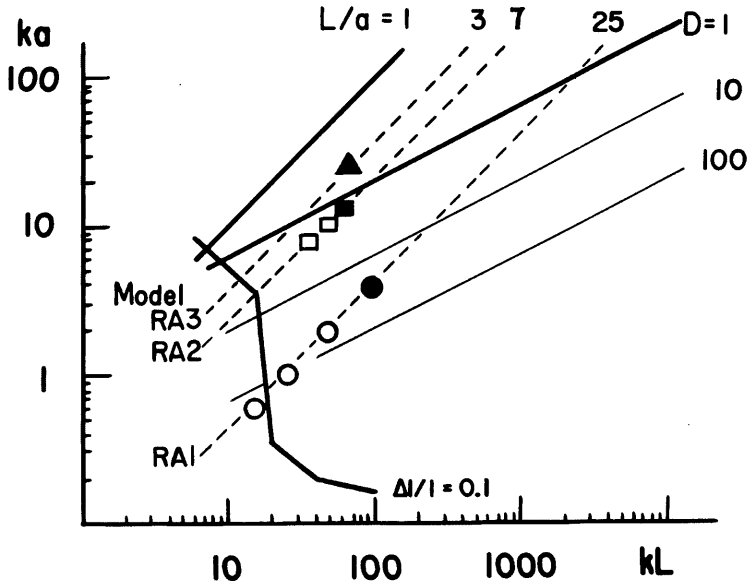


Fig. 6 Positions of model RA1, RA2 and RA3 shown on  $ka-kL$  diagram.  $L/a$ ,  $D$  and  $\Delta/l$  are the same as those in Fig. 1.

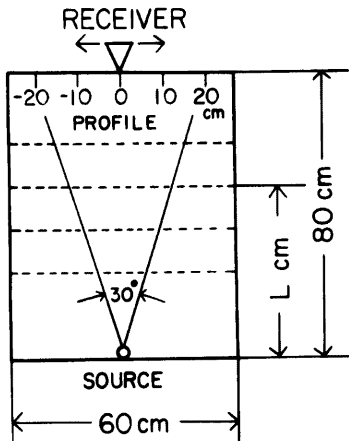


Fig. 7 Schematic diagram of measurement I

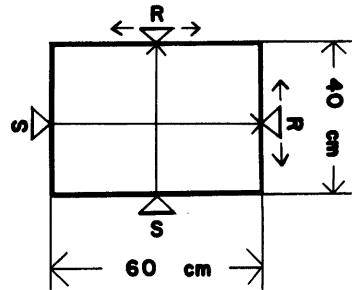


Fig. 8 Schematic diagram of measurement II  
S: source, R: receiver

では、送振子はエッジの中央に固定され、受振子は入射角が  $0 \sim 15^\circ$  の範囲の測線上を  $1\text{ cm}$  間隔で移動させられる。したがって測線はほぼ波面に平行であり、計測される P 波の振動方向はほぼ測線に直交している。モデルは、波の伝搬距離  $L$  を短くするために、Fig. 7 に示された点線に沿って順次切断され、その

都度新しい測線で計測が行われる。このようにして、伝搬距離  $L$  が 40 cm になるまで切断され、 $L$  が 80 cm~40 cm の各測線の平均振幅  $\bar{A}$  から距離による P 波の減衰係数  $\alpha \text{ cm}^{-1}$  が求められる。一方、Fig. 8 に示されている計測方法 (計測法 II) は、計測法 I で計測された後のモデルに用いられる。図にも示されているが、最初、送・受振子は長さ 60 cm の向いあうエッジの中央にそれぞれ置かれ、受振子のみがエッジの中央から 5 cm の点まで 1 cm 間隔で移動させられる。次に、送・受振子は長さ 40 cm の向かいあうエッジの中央にそれぞれ置き換えられ、同様に計測される。このようにして、伝搬距離  $L$  が 40 cm と 60 cm の測線における平均振幅  $\bar{A}$  から減衰係数  $\alpha \text{ cm}^{-1}$  が求められる。

ところで、比較的小さいモデルを使用する波動実験では、エッジからの反射波の影響に注意する必要がある。これゆえ、ここでは、Fig. 8 に示されているモデルと同じ大きさの均質なモデル (穴のないモデル) を用いてエッジからの反射波の影響を吟味した。Photo 1 の a の記録は、共振周波数 250 KHz の送・受振子を接触させて得られた波形である。一方、b の記録は送・受振子を長さ 60 cm のエッジに置いた場合の波形であり、同じく c の記録は長さ 40 cm のエッジに置いた場合の波形である。a の波形との比較から、b および c の波形は P 波初動後約 55~60 マイクロ秒間ではほぼ同じであるが、それ以後では a の波形との位相の対応がつかず、しかも振幅が次第に大きくなる。これはおよそ 55 マイクロ秒以後ではエッジからの反射波の影響が顕著になることを示している。これゆえ、本実験では、P 波初動後およそ 55 マイクロ秒間にはエッジからの反射波の影響はないと考えられる。

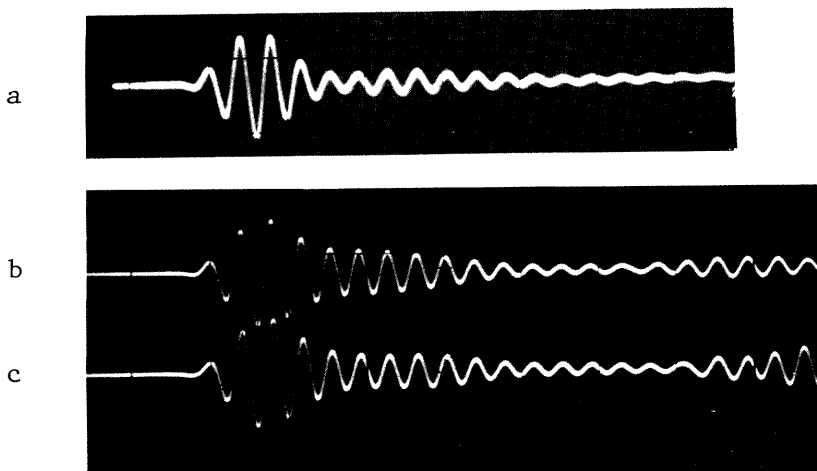


Photo 1 Examples of records obtained by measurement II. a: original wave form in the case of resonance frequency 250 KHz, b: wave form in the case of travel distance  $L=40$  cm, c: wave form in the case of  $L=60$  cm. Sweep rate:  $10 \mu\text{sec./div}$ .

#### 4. 実験結果

Fig. 9 に、計測法 I により求められた P 波部分の最初の山と谷の間の振幅の距離による減衰の様子が示されている。ここでは、波面の拡りは 2 次元的であるとし振幅の補正が行われた。エネルギーの減衰係数を  $\alpha$ 、送振子からの距離が  $L$  である測線における平均振幅を  $\bar{A}$  とする時、補正された振幅は、

$$\bar{A}L^{1/2} \propto \exp\left(-\frac{1}{2}\alpha L\right)$$

となる。Fig. 9には、最小二乗法により求められた振幅の減衰係数  $\frac{1}{2}\alpha$  も示されている。図中、各場合とも、135 KHzの共振周波数を持つ送・受振子が使用された。モデル RA3, RA2 および RA1の各場合における  $ka$  の値はそれぞれおよそ35, 13および4である。一方、(A)は porosity が空間的に一様に3%である均質モデルの場合である。このモデルでは、送・受振子の共振周波数が約 150 KHz 以下の時、振幅の減衰係数はほぼ  $0.004 \text{ cm}^{-1}$  である<sup>7)</sup>。これ故ここでは、ジュラルミン板の吸収による振幅の減衰係数を  $0.004 \text{ cm}^{-1}$  と見なすことができる。図から明らかなように、モデル RA3の減衰は均質モデルの場合と同じであるが、RA2とRA1の減衰は、均質モデルにくらべて明らかに大きい。これは吸収による減衰にランダムな不均質に起因した波の散乱による減衰が加わっているためと考えられる。一方、計測法 II によってもまた P 波部分の最初の山と谷の間の振幅の減衰係数が求められた。Fig. 10には、計測法 I と II により求められたエネルギーの減衰係数  $\alpha$  と  $ka$  の関係が示されている。図中、●と○印はモデル RA1の場合であるが、●印は計測法 I によるもの、○印は計測法 II によるものである。また RA2の場合は■印(計測法 I)と□印(計測法 II)で、RA3の場合は▲印(計測法 I)でそれぞれ示されている。図中、 $\alpha=0.008 \text{ cm}^{-1}$  の線はジュラルミン板の吸収による減衰を示している。したがって、 $\alpha$  が  $0.008 \text{ cm}^{-1}$  以上の減衰は波の散乱による減衰を示している。この図から見られるように、散乱による減衰は、波長が不均質のサイズ  $a$  より十分に大きい  $ka \ll 1$  ではほとんど見られず、波長が  $a$  より大きいか同程度の  $1 < ka < 4$  では顕著であり、波長が  $a$  より小さくなるにつれて散乱による減衰は小さくなる。波長が  $a$  よりさらに小さくなると ( $ka \gg 10$ )、散乱減衰は見られなくなる。Fig. 6の  $ka-kL$  ダイアグラムによれば、顕著な散乱減衰が生じている  $1 < ka < 4$  の範囲は強い散乱の領域にあり、一方、散乱減衰の見られない  $ka < 1$  の範囲は弱い散乱の領域に、また  $ka > 10$  の範囲は散乱領域から幾何光学的取り扱いの可能な領域への移行領域にそれぞれある。このように、ここでの実験で得られた P 波の散乱減衰の周波数依存の性質は、 $ka-kL$  ダイアグラムから推定される散乱の強さの周波数依存の性質とほぼ同じである。

ところで、伝搬する波の卓越周波数は、媒質中での波の減衰特性の影響を受ける。Photo 2に示されているのは共振周波数が 84 KHz ( $ka \cong 2$ )の送・受振子とモデル RA1を用いて計測法 II で得られた P 波部分の波形である。写真上部の5トレースは、送振子からの距離  $L$  が 40 cm の測線での5点の記録、同じく下部の5トレースは、 $L$  が 60 cm の測線での5点の記録である。上部5トレースと下部5トレースの波形の山と谷の時間軸上の位置を比較すると、2番目の山と谷まではほとんど一致しているが、3番目および4番目の山と谷の場合、明らかに  $L=60 \text{ cm}$  の5波形の方の位置が早い。これは、P 波の卓越周波数が波の伝搬に伴い高くなることを示している。この性質は、 $2 < ka < 3$  となる共振周波数を持つ送・受振子の場合に見られた。これはモデル RA1におけるP波の散乱減衰の周波数特性によるものと考えられる。

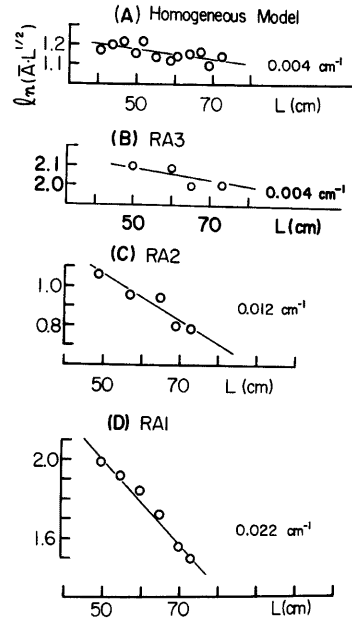


Fig. 9 Attenuation of natural logarithmic amplitudes of P waves with distance  $L$

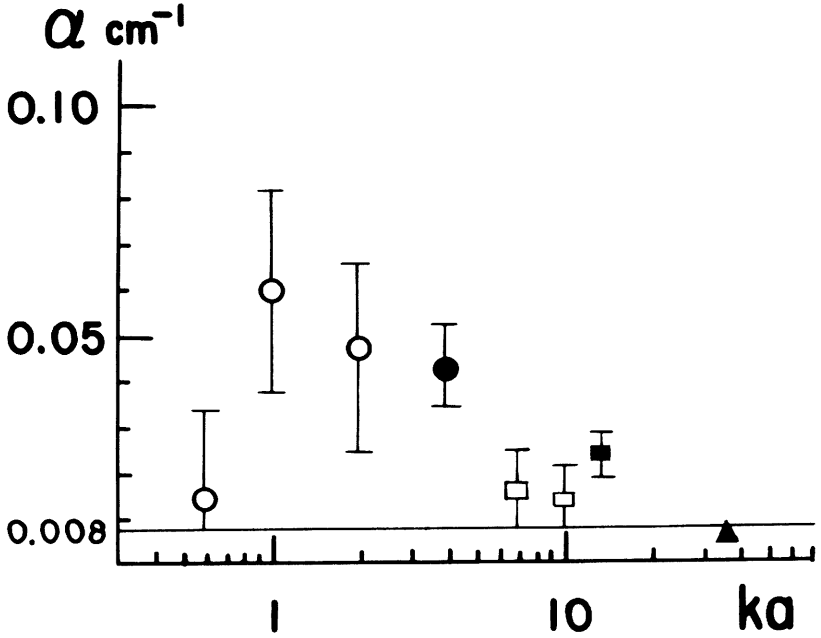


Fig. 10 Relation between P-wave attenuation coefficient,  $\alpha$ , and  $ka$ . The value of  $0.008 \text{ cm}^{-1}$  is absorption coefficient of duralumin plates.

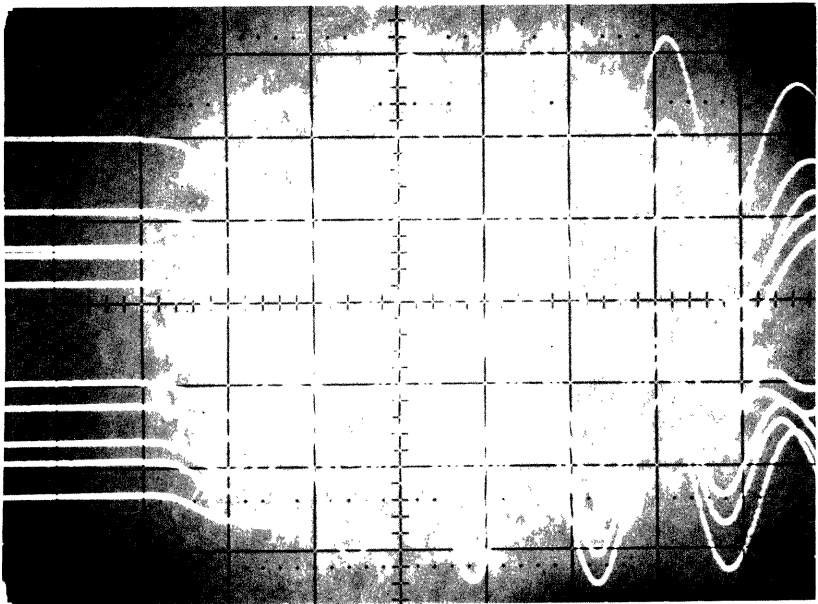


Photo 2 Wave forms obtained in model RA1 in the case of  $ka \cong 2$ . Upper 5 traces: case of travel distance  $L=40 \text{ cm}$ , lower 5 traces: case of  $L=60 \text{ cm}$ . Sweep rate:  $8 \mu\text{sec./div}$ .



## 5. ま と め

波の散乱効果のひとつである散乱による見かけの減衰の周波数依存の性質を検討するために、超音波とランダムに分布させられた速度と密度の不均質を持つ2次元媒質モデルを利用して、波動実験を行った。その結果、次のことが明らかになった。

(1) P波の散乱による減衰は、波長  $\lambda(=2\pi/k)$  が不均質の平均サイズ  $a$  より十分に大きい  $ka \ll 1$  ではほとんど見られず、波長が  $a$  より大きいと同程度の  $1 < ka < 4$  では、とくに顕著であり、波長が  $a$  より小さくなるにつれて散乱による減衰は小さくなる。波長が  $a$  よりさらに小さくなると ( $ka \gg 10$ )、散乱減衰は見られなくなる。

(2) 入射P波の卓越波長が  $a$  の2～3倍の時 ( $2 < ka < 3$ )、モデル RA1 を伝搬するP波の卓越周波数は波の伝搬に伴い高くなる。

以上の実験結果はわずか三つの媒質モデルによるものであるが、短周期実体波の散乱による減衰の問題を吟味する際参考になるものと考えられる。さらに興味ある散乱効果として波の振幅および走時の空間的変動があるが、これは今後の課題である。

おわりに、終始ご指導下さった吉川宗治教授、また実験にご協力下さった西正男技官に厚くお礼申し上げます。

## 参 考 文 献

- 1) Aki, K.: Scattering of P waves under the Montana LASA, *J. Geophys. Res.*, Vol. 78, No. 8, 1973.
- 2) Aki, K.: Scattering and Attenuation of Shear Waves in the Lithosphere, *J. Geophys. Res.*, Vol. 85, 1980, pp. 6496-6504.
- 3) Колпчев, Ю. Ф.: Определение Коэффициентов Поглощения и Рассеяния Путем Совместного Анализа Регулярных Волн и Колы, *Изв. АН СССР. Физика Земли*, № 1, 1982, pp. 48-62.
- 4) Невский, М. В., М., А. В. Николаеви О. Ю. Ризниченко: Рассеяние и Поглощение Продольных Сейсмических Волн в Земной Коре. *Изв. АН СССР. Физика Земли*, № 10, 1982, pp. 20-30.
- 5) Aki, K. and P. G. Richards: *Quantitative Seismology*, Vol. 2, W. H. Freeman and Company, San Francisco, 1980, pp. 748-751.
- 6) Chernov, L. A.: *Wave propagation in a random medium*, McGraw-Hill, New York, 1960. pp. 68-74.
- 7) Matsunami, K.: Scattering of P Waves by Random Velocity Heterogeneities, *Bull. Disas. Prev. Res. Inst., Kyoto Univ.*, Vol. 31, 1981, pp. 59-78.