

スクリーニング段階における治水システムの 策定に関する研究

小尻 利治・堀 智晴・池淵 周一

A STUDY OF OPTIMAL FLOOD CONTROL SYSTEM ON SCREENING MODEL

By *Toshiharu KOJIRI, Tomoharu HORI and Shuichi IKEBUCHI*

Synopsis

The aim of this study is to establish the optimal flood control system on screening model introducing the multi-dimensional probability density function of rainfall.

We have defined the planning objective of flood control projects as minimization problem of construction cost among all alternatives satisfying the safety ratio for the flood inundation. Firstly, the conditional probability density functions of rainfall are calculated between the neighbouring sub-basins in space and the continuous two control periods in time assuming the first-order non-homogeneous Markov chain. The conditional probabilities of flow discharge are calculated through the simulation method based on the above probability density function of rainfall.

Second, the probability of flood inundation in the whole river basin is estimated by application of Shift Operation Method.

Lastly, the superior alternatives of flood control projects are gained by Design of Experiment Method.

Those approaches are applied to the real flood control system for verification of the theory.

1. 序 論

山地が面積の大部分を占める我国では、人口の大部分が河川下部の平地に密集し、宿命的に洪水の危険にさらされている。とくに、流域の無制限な開発によって水系が大きく変貌している近年では、ピーク流量が尖鋭化し、人為的に洪水被害を増大している傾向にある。こうした問題に対処するため、流域に生起する洪水を各種治水施設によって安全に流下させることが重要になってきた。通常、洪水防御計画においては、与えられた計画年に対する計画降雨や計画基準点における基本高水が設定され、その基本高水に対処しうるように、洪水防御施設の配置および規模が決定されている¹⁾。したがって、流域内に設けられた多数の防災対象地点を同時に、かつ、平等に取り扱うのではなく、限られた入力の下で、特定の地点を対象として計画されている。

そこで本研究では、治水システム策定の必要事項として、(i) 流域内の多数の地点、施設を包含したシステム、(ii) 降雨から流量への変換、洪水防御施設・氾濫による流量変動を考慮した評価、を満たすことを条件に、水系一貫したシステムの構成を行うものである。ただし、システムの配置・規模の決定から建設手順までを扱うのではなく、基本的なシステム構成に重点をおき、降雨および流量の時・空間条件付確率の算定とスクリーニングモデルの確立をはかろうとするものである。

なお、治水システムの策定の目的は、既に著者らが提案しているように、“流域内の各評価地点における

氾濫確率が、設定された許容値を上回らないという条件下で、システムの建設に伴うコストを最小にすることを”と定義する²⁾。数学的には次のように定式化される。

$$C_0 = \sum_{n=1}^N C(n) \quad \rightarrow \quad \min \quad \dots\dots\dots(1)$$

subject to

$$\max_{\{t\}} \{P_m(t)\} \leq P_{am} \quad (m=1, 2, \dots, M) \quad \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 $C(n)$ は地点 n に建設する施設のコスト、 $P_m(t)$ は評価地点 m での時刻 t における氾濫確率、 P_{am} は評価地点 m での許容最大氾濫確率である。

2. 降雨・流量の時・空間条件付確率の算定

2.1. 確率密度関数による降雨の条件付確率

隣接する2つの部分流域 $i, i+1$ における時間的にも空間的にも一様でない TR 時間連続降雨の条件付確率は、時間的には1時刻前、空間的にも1流域前にのみ従属するものと考えると次のように表わされる³⁾。

$$\begin{aligned} & P_r \{R_{i+1}(t) \cap R_{i+1}(t+1) \cap \dots \cap R_{i+1}(t+TR) \mid R_i(t) \cap R_i(t+1) \cap \dots \cap R_i(t+TR)\} \\ & P_r \{R_{i+1}(t) \cap R_i(t)\} \cdot P_r \{R_{i+1}(t+1) \cap R_i(t+1) \mid R_{i+1}(t) \cap R_i(t)\} \cdot \dots \\ & = \frac{\dots P_r \{R_{i+1}(t+TR) \cap R_i(t+TR) \mid R_{i+1}(t+TR-1) \cap R_i(t+TR-1)\}}{P_r \{R_i(t)\} \cdot P_r \{R_i(t+1) \mid R_i(t)\} \cdot \dots \cdot P_r \{R_i(t+TR) \mid R_i(t+TR-1)\}} \quad \dots\dots\dots(3) \end{aligned}$$

式(3)の各項を確率密度関数を用いて表現すると次式を得る。

$$\begin{aligned} & f_r(R_{i+1}(t), R_{i+1}(t+1), \dots, R_{i+1}(t+TR) \mid R_i(t), R_i(t+1), \dots, R_i(t+TR)) \\ & f_r(R_{i+1}(t), R_i(t)) \cdot f_r(R_{i+1}(t+1), R_i(t+1) \mid R_{i+1}(t), R_i(t)) \cdot \dots \\ & = \frac{\dots f_r(R_{i+1}(t+TR), R_i(t+TR) \mid R_{i+1}(t+TR-1), R_i(t+TR-1))}{f_r(R_i(t)) \cdot f_r(R_i(t+1) \mid R_i(t)) \cdot \dots \cdot f_r(R_i(t+TR) \mid R_i(t+TR-1))} \quad \dots\dots\dots(4) \end{aligned}$$

ここに、 $f_r(R_i(t+1) \mid R_i(t))$ は部分流域 i , 時刻 t での降雨量 $R_i(t)$ に対する部分流域 i , 時刻 $t+1$ での降雨の条件付確率密度関数を表わす。

2.2 降雨の時・空間条件付確率の算定

一般に時間降雨量の分布は対数正規分布に従うことが知られている⁴⁾。したがって、式(4)の右辺の各項は最大4次元の対数正規分布より構成されることになる。そこで、1次元対数正規変量を $\mathbf{R}(t) = (R_1(t), R_2(t), \dots, R_I(t))$, 平均値ベクトルを $\mathbf{m}(t)$, 共分散行列を $\mathbf{V}(t)$, 指数変換を w_i で表わすと、降雨の同時確率密度関数は、

$$f_r(\mathbf{R}(t)) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^n \mid \mathbf{V}(t)}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{R}(t) - \mathbf{m}(t)) \mathbf{V}^{-1}(t) (\mathbf{R}(t) - \mathbf{m}(t))^T \right] \left. \frac{\partial(w_1(t), w_2(t), \dots, w_I(t))}{\partial(R_1(t), R_2(t), \dots, R_I(t))} \right] \quad \dots\dots\dots(5)$$

となる。条件付確率密度関数は、

$$f_r(R_2(t) \mid R_1(t)) = f_r(R_1(t), R_2(t)) / f_r(R_1(t)) \quad \dots\dots\dots(6)$$

より求められるから、流域における降雨量の平均、分散が得られると、式(4)より任意の範囲で積分すると条件付確率が算定できる。ただし、解析的に確率密度関数を導出するのは積分形が非常に複雑となり、実際的でない。本研究では乱数を用いシミュレーション手法により、以下のようにして確率分布を求めた。すなわち、まず、 $f_r(R_i(t))$ に従う乱数を発生させることによって、流域 i , 時刻 t での降雨量を求める。次に

$f_r(R_i(t+1)|R_i(t))$ より流域 i , 時刻 $t+1$ での降雨量を発生させ, $f_r(R_{i+1}(t)|R_i(t))$ より流域 $i+1$, 時刻 t での降雨量を発生させるのである。同様に, $f_r(R_i(t+2)|R_i(t+1))$ や $f_r(R_{i+1}(t+1)|R_i(t+1), R_{i+1}(t), R_i(t))$ を求め各部分流域の時間降雨を決定するとともに, 各時刻の降雨を多数発生させ, 得られる頻度分布をもって条件付確率とするのである (Fig. 1 参照)。なお, ある降雨が発生した場合の多次元条件付確率密度関数の導出については付録を参照されたい。

2.3 流量の時・空間条件付確率の算定

流域全体にわたる治水システムの評価を行うには, 降雨だけでなく流量の条件付確率が必要なのはいうまでもない。本研究がスクリーニングモデルを対象としていることを考慮して, 次に示すように3種類の方法で条件付確率の算定をはかった。

(1) 解析的方法

Nash の瞬間単位図³⁾を用いると部分流域末端での流出流量 $Q_i(t)$ は

$$Q_i(t) = \sum_{\tau=0}^{TI} h_i(\tau) \cdot R_i(t-\tau) \dots\dots\dots(7)$$

となる。ここに, $h_i(\tau)$ は単位降雨に対する時刻 τ での流出量, TI は単位図の影響範囲である。いま, 同部分流域内での時間的な条件付確率を考え, 降雨の確率密度関数を,

$$f_r(R_i(t+1)|R_i(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i(t+1)\sqrt{1-\rho_{ii}(t,t+1)}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_i^2(t+1)(1-\rho_{ii}^2(t,t+1))} \cdot \left\{ \ln R_i(t+1) - \left(m_i(t+1) + \rho_{ii}(t,t+1) \frac{\sigma_i(t+1)}{\sigma_i(t)} (\ln R_i(t) - m_i(t)) \right) \right\}^2 \right] \dots\dots\dots(8)$$

としよう。 $\sigma_i(t)$, $\rho_{ii}(t,t+1)$ は, それぞれ, 流域 i , 時刻 t での降雨の標準偏差, 流域 i , 時刻 t と流域 $i+1$, 時刻 $t+1$ での降雨の相関係数である。式 (7) と式 (8) から $R_i(t+1)$, $R_i(t)$ を積分することによって, 流出高 $Q_i(t)$ は周辺密度関数として与えることができる。すなわち,

$$f_i(Q_i(t+1)|Q_i(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i(t+1)\sqrt{1-\rho_{ii}(t,t+1)}} \int \dots \int \exp\left[-\frac{1}{2} \cdot \frac{\ln(Q_i(t+1) - \sum_{\tau=0}^{TI} h_i(\tau)R_i(t-\tau)) - (m_i(t+1) + \rho_{ii}(t,t+1) \cdot \sigma_i(t+1)/\sigma_i(t) (\ln(Q_i(t) - \sum_{\tau=0}^{TI} h_i(\tau)R_i(t-\tau))))}{\sigma_i(t+1)\sqrt{1-\rho_{ii}^2(t,t+1)}} \right]^2 dR_{i-TI} dR_{i-TI+1} \dots dR_i \dots\dots\dots(9)$$

となる。しかし, 上式を見ればわかるように, 式の形が非常に複雑となり積分の実行可能性は少ない。

(2) 離散化された降雨確率からの算定

互いに隣り合う部分流域末端での1時刻差の流出量の時・空間条件付確率は式(3)より次のようになる。

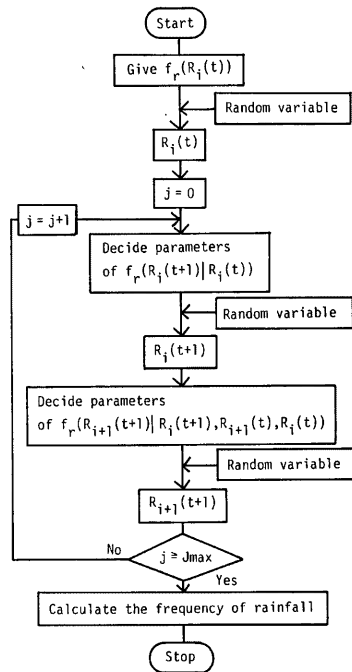


Fig. 1 The flow chart for calculation of the rainfall probability

$$\begin{aligned}
 & P_q\{Q_i(t+1)=v \mid Q_{i-1}(t)=w\} \\
 = & \sum \frac{P_r\{R_{i-1}(t) \cap R_{i-1}(t-1) \cap \dots \cap R_i(t-TR) \cap R_i(t+1) \cap R_i(t) \cap \dots \cap R_i(t+1-TR)\}}{P_r\{R_{i-1}(t) \cap R_{i-1}(t-1) \cap \dots \cap R_{i-1}(t-TR)\}} \dots\dots\dots(10) \\
 & \left\{ \begin{array}{l} w = \sum_{\tau=0}^{TI} h_{i-1}(\tau) \cdot R_{i-1}(t-\tau) \\ v = \sum_{\tau=0}^{TI} h_i(\tau) \cdot R_i(t+1-\tau) \end{array} \right\}
 \end{aligned}$$

ここに、 \sum の範囲は $w = \sum_{\tau=0}^{TI} h_{i-1}(\tau) R_{i-1}(t-\tau)$, $v = \sum_{\tau=0}^{TI} h_i(\tau) R_i(t+1-\tau)$ を満足する TR 時間連続条件付降雨系列の集合である。降雨の条件付確率が求められたとすると、それを式(10)に適用し、部分流域1においては、同流域内での時間的な条件付確率が、部分流域 i ($i=2, \dots, I$) では、同時刻における隣り合う部分流域間の条件付流量確率が算定される。

(3) シミュレーションによる方法

流量に関しても、降雨と同様に、降雨量系列を乱数によって発生させるシミュレーション法を考えよう。発生した降雨量は瞬間単位図によって流出量に変換される。こうして得られる降雨一流出量を乱数によって多数発生させ、任意に設定された離散巾での流量の頻度分布でもって条件付流量確率分布とするのである。本シミュレーション法の特徴は、流出解析法として、単位図のような線形モデルを仮定する必要はなく、たとえば貯留関数法や Kinematic wave 法などの非線形モデルを採用して、より精度の高い確率分布を求めることができる。

3. 流域モデルの構成

治水システムへの入力が明らかになると、次に、システムの構成と評価を行わなければならない。本章では、洪水防御施設として、(i)河道の貯留効果を考慮した河道モデル、(ii)ダム制御効果を考慮したダム貯水池モデル、(iii)中下流部に建設が予想される遊水池モデル、(iv)破堤・氾濫条件を表わす堤防モデル、を対象に、それらの定式化を考えよう。

3.1 河道流下モデル

流域内での河道の貯留、てい減効果を考慮する場合、次のような河道モデルを導入しなければならない。まず第1に単純モデルとして、時刻 t での河道上流端流入量 $\bar{Q}I(t)$ と遅れ τ^* を伴った下流端流出量 $\bar{Q}O(t+\tau^*)$ との間に次式を仮定する。

$$\bar{Q}O(t+\tau^*) = \alpha \cdot \bar{Q}I(t) \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 α は河道効果を表わす定数であり、シミュレーションによって決定することになる。この関係を離散化した流量巾に対して河道行列として表現すれば、流域モデルに組み込むことができる (Fig. 2 参照)。

第2に、上流端流入量と下流端流出量との間に線形応答関数 $\bar{h}(\tau)$ を仮定し、下流端流出量を次式で表わす方法である。すなわち、

$$\bar{Q}O(t+\tau^*) = \sum_{u=0}^{TC} \bar{h}(t) \cdot \bar{Q}I(t-u) \dots\dots\dots(12)$$

ただし、 TC は線形応答関数の影響期間である。降雨から流量への変換時における離散化された降雨確率からの算定と同様にすれば、行列演算を介して下流端流量の確率行列を算定できる。

3.2 ダム貯水池モデル

ダム貯水池においては、洪水調節を目的とした放流量の決定と貯水池内での越流とを考慮しなければならない。時刻 t におけるダムの流入量、放流量、貯留量をそれぞれ $QI(t)$, $QO(t)$, $S(t)$ とすると、貯水池の

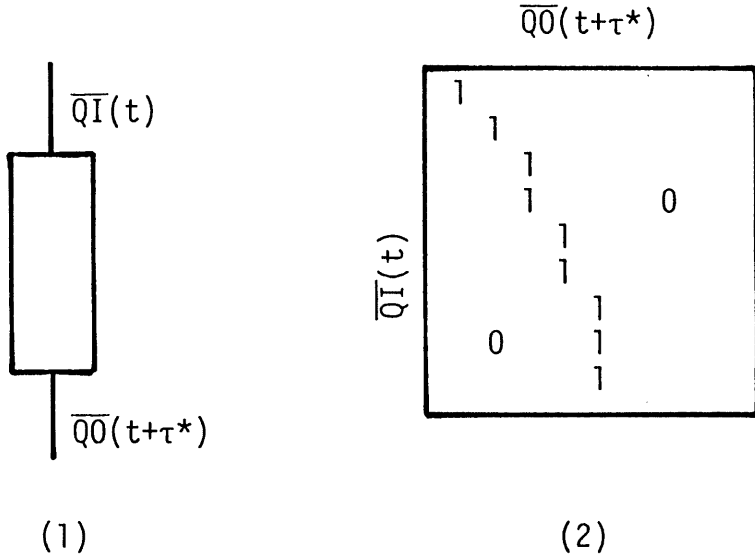


Fig. 2 The channel model

連続式は、

$$S(t) - S(t-1) = QI(t) - QO(t) \dots\dots\dots(13)$$

となる。ここで、左辺を

$$AS(t) = S(t) - S(t-1) \dots\dots\dots(14)$$

とおくと、 $AS(t)$ は各時刻の貯留パターンを表わすことになる。もし、ある任意の $AS(t)$ に対する氾濫確率が得られれば、その値は、貯留量 $S(t-1)$ から $S(t)$ へ移行するときの氾濫確率となる。**Fig. 3** のような制御系列を例にとりて説明すると、

- (i) 洪水の初期段階 (**Fig. 3(1)** の期間 (a)) では、 $AS(t)=0$ 、すなわち、 $QI(t)=QO(t)$ とし流入量をそのまま放流するのが妥当であろう (同図(2))。
- (ii) 高流量時 (期間(b)) は、ダム貯留量を洪水調節容量の上限まで利用してピークカットを行うわけである。貯留量の時間的変量は正 ($AS(t)>0$) となる。この貯水池行列は同図(3)で示され、第1列目に1である要素のうち、最大行数に対応する貯留量が増加分を表わしている。
- (iii) 貯水池の水位低下時 (期間 (c)) は、ダム貯留量が最大に達した後、平常時水位にもどるまでの放流量パターンを示している。時間変量は負 ($AS(t)<0$) であり、同図(4)に示す貯留量行列の第1行目で、要素が1である列番号に対応する貯留量が減少分を表わしている。

3.3 遊水池モデル

遊水池モデルについては、ダム貯水池と同様にモデル化することができる。ある限界値以上の流量が生じた場合、越流や内水により遊水池に貯留されるとすれば、遊水池行列は **Fig. 3 (3)** のように表わすことができる。遊水池からの排水能力を貯留量の増加と考えれば、あらかじめ増分値 $AS(t)$ を求められる。

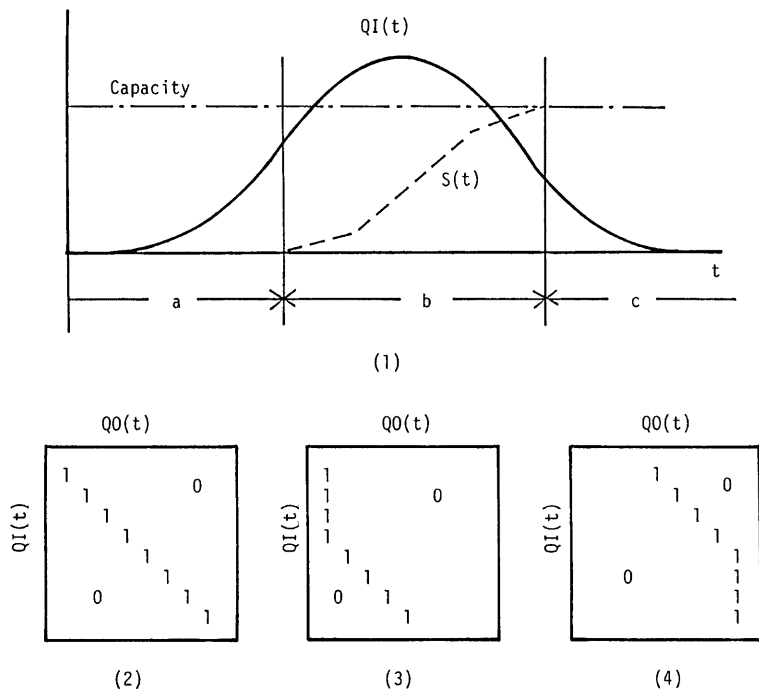


Fig. 3 The dam reservoir model

3.4 氾濫モデル (堤防モデル)

堤防における氾濫形態を越流に限定すれば、下流側流量は Fig. 4 (1) のように表わすことができる。この越流パターンをシミュレーションより抽出できれば、堤防行列は、左上から対角要素に1が入り、限界水位付近で、縦方行にほぼ一直線に1が並ぶ (Fig. 4 (2))。

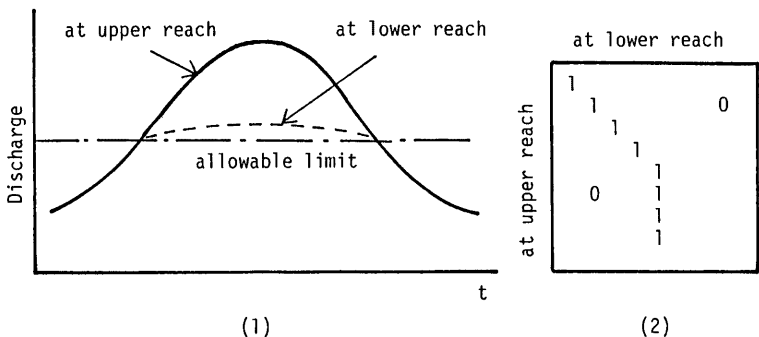


Fig. 4 The dike model

以上の各部分モデルの他に、合流モデルや地下水との応答モデル、海岸付近の河口モデルなども存在するが、治水システムであることを重視して、合流モデルを次章で考察し他は省略する。

4. 治水システムの評価

いくつかの部分システムより成る治水システムは、条件付流量確率分布によって評価され、最適解が決定されなければならない。したがって、まず、トータルシステムの評価手順を述べ、さらに、ダムを含む支川からの特別な合流パターンについて考えよう。

4.1 氾濫確率の算定

流域 i における条件付流量確率を QP_i ($J \times J$ 行列：列は流域 i 、行は流域 $i-1$ を表す)、流域 i と $i+1$ の合流後の流量確率を QJ_i ($(2J-1) \times J$ 行列) とすると、 QJ_i は

$$QJ_i = QP_i * QP_2 \dots\dots\dots (15)$$

となる。ただし、流域 1 の行列は列が時刻 t 、行は時刻 $t-1$ を表わしている。式中の $*$ はシフト・オペレーション (Shift operation) を定義し、 QP_1 と QP_2 の積行列に対して、 i 行 j 列の要素を $i+j-1$ 行 j 列に移動することを意味している³⁾。その結果、 QJ_i の列が流域 2 の流量、行が合流流量を表わすことになる。合流流量確率 QJ_i に流域 $i+2$ からの流量確率が加わった合流流量確率 QJ_{i+1} は

$$QJ_{i+1} = QJ_i * QP_{i+2} \dots\dots\dots (16)$$

より求めることができる。したがって、任意の評価地点 (たとえば i) での通過流量の生起確率 QE_i は

$$QE_i = QJ_i * E \dots\dots\dots (17)$$

の各行の値として求まる。ただし、 E は 1 を要素とする単位列ベクトルである。また、評価地点 i での氾濫確率 PF_i は、

$$PF_i = 1 - \sum_{j=1}^{[qf_i]} \{QF_{ij}\} \dots\dots\dots (18)$$

となる。ここに、 QF_{ij} は QE_i の要素、 $[qf_i]$ は河道疎通能力に対応する流量単位である。もちろん、評価地点での氾濫や上部に洪水防御施設があれば、単に式 (15)、(16) の行列演算だけでなく、前章の河道・遊水池、氾濫行列を加えて計算を進めることになる²⁾。

4.2 特殊な合流条件下でのシフト・オペレーション

(1) ダム貯水池を有する支川の合流

本川がダム貯水池を有する支川と合流した後、さらに、次の流域からの水量と合流する場合、先の合流流量の確率行列と、次の流域流出量の確率行列において、それぞれ、行および列成分が示す流量に共通のものがなく、シフト・オペレーションができなくなる。Fig. 5 の合流モデルでは、すなわち、ダム n の貯留量行列を DA_n 、放流量行列を QP_i とすると、合流点 i では、

$$QJ_i = QJ_{i-1} * (QP_{i+1} * DA_n) \dots\dots\dots (19)$$

が成立する。 QJ_i の列はダム n の放流量の階級を示し、行は合流流量の階級を示している。合流部より下流において、ダムを有しない支川が QJ_i と合流するとき、 QP_{i+2} の成分は行が流域 $i+1$ 、列が $i+2$ 流域を表わし、 QJ_i と

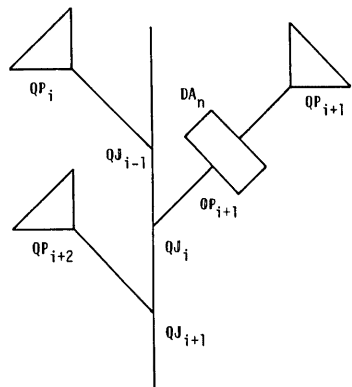


Fig. 5 The confluence model where the main river conflues the tributary river having one dam reservoir

QP_{i+2} の積は確率要素の整合性が保てない。ゆえに、新しい QJ_{i+1} を算定するには、 QJ_i の列成分を支川のダム放流量から流域 i の流量を示す行列 QB_i に変換しなければならない。すなわち、ダムが存在しないときの QJ_{i-1} と QP_{i+1} の合流流量の確率行列を QJ'_i とし、ダムの貯留パターンを示す要素として、列方向に1の並ぶ列番号を $JPARA$ 、調節を始めるダム流入量を示す列番号を $IPARA$ と定義する。 $JPARA \leq j \leq IPARA$ を満足する QJ'_i の第 j 列を $j - JPARA$ 列だけ上方行に移動し、 $IPARA + 1$ 以降は $JPARA - (j - IPARA)$ だけ上に移動することによって QB_i が得られる。さらに、

$$QJ_{i+1} = QB_i * QP_{i+2} \dots\dots\dots(20)$$

によって、合流後の流量確率となる。本方法は、高棹らによる逆シフトの方法²⁾とは異なるが、行列の持つ意味を変えずに導いたものであり、本質的には同一の結果になると思われる。

(2) 支川におけるダム放流量とその残流域流量の合流
支川がダムとダム残流域を有する場合、ダム放流後の確率行列は、行がダム流域より1つ前の流域流量、列がダム放流量を表わしている。支川 i での合流流量確率を QJJ_i^u (u は支川での合流番号) とおくと (Fig. 6 参照)、ダムの放流量確率は、行が流域 $i-1$ 、列がダム放流を表わすことになり、流域 $i+1$ の流量確率行列の整合性が成り立たない。両者の合流流量を求めるためには放流量確率行列の行が流域 i の流量を示す行列 OP'_i に変換しなければならない。いいかえると、 QP_i の第 j 列成分の和を第 (j, j) 成分に配置した正方行列 QP'_i を考え、

$$OP'_i = QP'_i \cdot DA_n \dots\dots\dots(21)$$

より OP'_i を算出するのである。 OP'_i の転置行列を OP^i とすると、合流流量は

$$QJJ'_i = OP^i * QP_{i+1} \dots\dots\dots(22)$$

によって与えられる。

(3) ダム残流域を有する支川と本川との合流

Fig. 6 の QJJ'_i が本川と合流する場合、やはり、 QJJ'_i の列が部分流域 $i-1$ の流量を表わす確率行列 QJB_i に変換しなければならない。すなわち、まず、 QP_i の第 j 行成分だけを取り除いた小行列 VM_{ij} を作成する。次に、 VM_{ij} をダムの流入量確率行列ととらえ、(2)で展開した方法で DA_n を乗じて得られる確率行列を VF_i とする。さらに、 VF_i の転置行列を用い

$$VG_i^j = QJJ'_i - VF_i * QP_{i+1} \dots\dots\dots(23)$$

を求める。最後に、単位列ベクトル E より

$$VH_i^j = VG_i^j \cdot E \dots\dots\dots(24)$$

を満たすベクトルが QJB_i の第 j 列となる。こうして得られた QJB_i より支川が合流後の本川の確率行列は

$$QJ_{i-1} = QJ_{i-2} * QJB_i^t \dots\dots\dots(25)$$

となる。以上に述べた方法を適宜組み合わせることによって流域モデル内での任意の評価地点における氾濫確率を算定することができる。

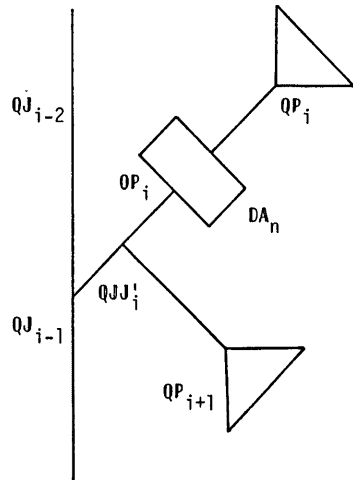


Fig. 6 The confluence model where the tributary river having one dam reservoir conflues another tributary river

6. 適用と考察

スクリーニング段階における本システム評価手法をY川に適用し、上位解の抽出をはかろう。

6.1 流域の概容とモデル化

Y川は、Fig. 7 に示すように部分流域12, ダム建設の候補地6, 防災対象の評価地点7より構成されている。堤防は評価地点に建設され、許容流量値以上は全て越流するとみなす。部分流域の面積や、流域平均降雨の換算面積は Table 1 のとおりである。河道、遊水池は、適当な候補地がなく、かつ、流域シミュレーションによるパラメータ決定を行っていないので、今回は省略している。また、降雨データは過去の出水25ケースを対象とした。

Table 1 Information data on sub-basin area

Sub-basin	Dam	Area (km ²)
1	1	85.7
2	2	264.3
3		77.5
4	3	142.5
5	4	41.6
6	5	130.7
7		67.7
8		170.0
9	6	45.0
10		325.0

6.2 降雨・流量の条件付確率の算定結果

降雨の条件付確率を算定するために、降雨データが少ないので、降雨が対数正規分布に従うものと仮定した。降雨データの重ね合わせは、2データ間の時差相関係数を求めその最大数だけずらして行った。重ね合わせたデータは約50時間分得られたが、洪水氾濫を対象にするの

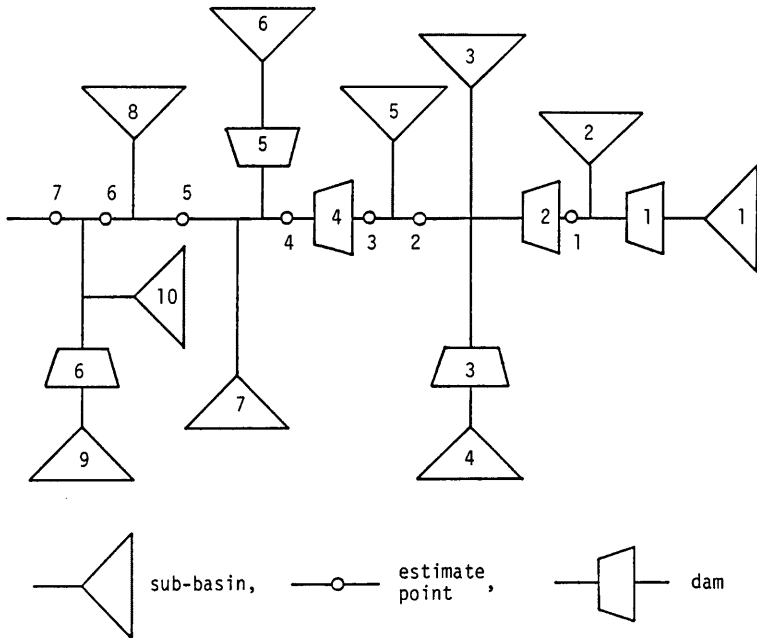


Fig. 7 Typical representation of the flood control system

で平均的なピークの前後約10時間づつを対象にした。**Table 2** はある時刻 ($t=26$) の平均、標準偏差と相関係数である。**Table 3** はシミュレーション回数を1,000回とした場合の条件付確率の例である。0以外の1単位は2mm/hの離散中で計算した。流域1で大きな降雨が発生すると、流域2での平均値も大きくなり、連続的に大降雨が生まれる。これは、データ数が少なく分散が大きいため、より多くのデータが蓄積され真の確率密度関数が明らかになると改善されるであろう。

流量確率に関しては、**Table 4** のてい減率を持つ瞬間単位図を用いて、シミュレーション法を通じて算定した。降雨のシミュレーションに流出解析法を結合させ、適当な離散中で頻度分布を求めたものである。流域1では時間的・空間的両方の組み合わせをカウントし、他の流域では、同時刻の隣り合う流域間の組み合わせをカウントしていくことによって条件付確率を求めた。**Table 5** は、シミュレーション回数を1,000、1単位を30m³/sec、総階級を10に設定したときの計算結果の1例である。やはり、ある流域の流量が大き

Table 2 Statistical data at 26-th control period

		Sub-basin				
		1, 2	3, 4	5, 6	7, 8	9, 10
Average (mm/h)		11.0	12.0	12.1	9.2	6.8
Standard deviation (mm/h)		6.5	7.3	6.8	6.2	4.8
Correlation coefficient at same time	Sub-basin 1, 2	1.0000	0.6831	0.6834	0.3601	0.0939
	3, 4		1.0000	0.6925	0.6702	0.4144
	5, 6			1.0000	0.3738	0.5706
	7, 8				1.0000	0.4850
	9, 10					1.0000
Correlation coefficient at one hour delay	Sub-basin 1, 2	0.4595	0.2485	0.3409	-0.1107	-0.2410
	3, 4	0.5262	0.4048	0.4423	0.1302	-0.0607
	5, 6	0.5667	0.2749	0.4863	0.0151	-0.1620
	7, 8	0.2225	0.6618	0.3178	0.4067	0.3055
	9, 10	0.4703	0.4084	0.5296	0.3566	0.2729

Table 3 Conditional probability of rainfall at 20-th control period

		Sub-basin 2									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sub-basin 1	1	0.296	0.312	0.164	0.09	0.045	0.026	0.026	0.006	0.003	0.032
	2	0.304	0.291	0.173	0.093	0.046	0.046	0.017	0.013	0	0.017
	3	0.303	0.262	0.213	0.098	0.074	0.016	0.008	0.008	0	0.016
	4	0.205	0.301	0.181	0.048	0.072	0.048	0.024	0.036	0	0.048
	5	0.136	0.295	0.159	0.114	0.091	0	0.114	0.045	0.023	0.023
	6	0.156	0.375	0.188	0.094	0.094	0	0	0.031	0	0.063
	7	0.118	0.235	0.353	0.176	0.118	0	0	0	0	0
	8	0.048	0.381	0.143	0.048	0.143	0.095	0.048	0	0	0.095
	9	0.125	0.438	0	0.125	0.125	0	0	0.125	0.063	0
	10	0.051	0.077	0.034	0.034	0.043	0.009	0.009	0	0	0.744

Total number of simulations = 1000

Table 4 The depletion rate of Instantaneous Unit Hydrograph

t	Sub-basin				
	1, 2	3, 4	5, 6	7, 8	9, 10
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.0065	0.0594	0.0082	0.0510	0.0080
3	0.0159	0.0719	0.0179	0.0607	0.0183
4	0.0252	0.0758	0.0268	0.0642	0.281
5	0.0337	0.0755	0.0345	0.0649	0.0255
6	0.0408	0.0730	0.0400	0.0639	3.0435
7	0.0465	0.0691	0.0458	0.0619	0.0488
8	0.0500	0.0646	0.0495	0.0593	0.0526
9	0.0538	0.0598	0.0521	0.0563	0.551
10	0.0556	0.0549	0.0537	0.0531	0.0564
11	0.0565	0.0501	0.0545	0.0499	0.0568
12	0.0565	0.0455	0.0545	0.0467	0.0563
13	0.0558	0.0412	0.0540	0.0435	0.0552
14	0.0545	0.0371	0.0530	0.0405	0.0537
15	0.0528	0.0334	0.0516	0.0375	0.0517
16	0.0507	0.0300	0.0499	0.0347	0.0494
17	0.0484	0.0268	0.0489	0.0321	0.0470
18	0.0460	0.0240	0.0459	0.0296	0.0444
19	0.0434	0.0214	0.0438	0.0273	0.0417
20	0.0408	0.0190	0.0415	0.0251	0.0391
21	0.0382	0.0169	0.0392	0.0231	0.0365
22	0.0356	0.0150	0.0370	0.0212	0.0339
23	0.0331	0.0134	0.0347	0.0194	0.0314
24	0.0307	0.0118	0.0325	0.0178	0.0290
25	0.0283	0.0105	0.0304	0.0163	0.0267

Table 5 Conditional probability of flow discharge between sub-basin 10 and 11 at 20-th control period

	Sub-basin 11										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
Sub-basin 10	1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	2	0.1270	0.8254	0.0476	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	3	0.2650	0.6752	0.0598	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	4	0.1560	0.7156	0.1009	0.0092	0.0092	0.0092	0.0	0.0	0.0	0.0
	5	0.1176	0.7255	0.0980	0.0	0.0	0.0196	0.0	0.0	0.0	0.0392
	6	0.0690	0.7241	0.1724	0.0345	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	7	0.1111	0.5926	0.1852	0.0741	0.0370	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	8	0.0	0.8462	0.1538	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	9	0.0833	0.5000	0.2500	0.0833	0.0833	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	10	0.0086	0.1347	0.0587	0.0225	0.0104	0.0017	0.0	0.0017	0.0	0.7617

Total number of simulations =1000

な値になると他の流域の流量も大きな値をとりやすい傾向にある。また、流域分割の際に流域面積の値が大きく異なると、同じ平均降雨に対しても流出量が変わり、離散化すると片寄った確率行列となる。氾濫確率からすれば小数点以下2桁以上の精度が要求されるので、少数の流量値で高い確率値を占めることは好ましい結果ではなく、流域分割や離散巾の取り方と合わせて今後の課題であろう。

6.3 直交配列表による上位解の抽出

各洪水防御施設に対して、建設しない場合と2段階の建設規模の計3段階で分類を行った。ゆえに、各評価地点の氾濫確率に影響を与える因子として、3水準を有する12個の因子(ダムと堤防高)が存在する。各水準と因子の全ての組み合わせでシステムの評価を行うとすれば、 $3^{12}=531,441$ 通りの計算が必要となり、現実的ではない。そこで、実験回数を効率的に減少させるために、直交配列表 $H_{3,36}$ による実験割り付けを行い、36通りの計算で上位解の探索を行うことにする。実験計画法については、既に、吉川らが治水計画の立案⁶⁾に適用しているが、ここでは、最終決定の手段とはみなさず、スクリーニング段階での上位解およびその近傍の抽出手段とする。ダムおよび堤防の水準を **Table 6** に示すとともに、建設費用に関しては、ダムのみ単位体積当たり2,000円とし、堤防は堤体断面や長さを決定する資料が入手できなかったため、費用0円として計算を進めた。洪水防御を目的とした氾濫確率は0.01以下である。**Table 7** は第3位までの上位解を決定した結果である。3ケースともシステムの破壊(氾濫)確率は0となっている。その1つの要因として流量の条件付確率行列において、確率のファイル書き込みで0.001以下を切り捨てたことから、最下流の流量確率の和が1とならないことがあげられよう。同表より、ダム1はすべてのケースで建設されてお

Table 6 Information data on the planning levels of dams and dikes

Dam	Flood control capacity (m ³)			Estimate point	Allowable discharge (m ³ /sec)		
	Level 0	Level 1	Level 2		Level 0	Level 1	Level 2
1	0	291600	680400	1	480	210	420
2	0	874800	1458000	2	750	450	900
3	0	291600	680400	3	1050	600	1200
4	0	2818800	3790800	4	1350	750	1350
5	0	291600	680400	5	1500	900	1650
6	0	291600	680400	6	1800	1050	1950
				7	1920 (fixed)		

Table 7 The superior alternatives gained by Design of Experiment Method

	Factor										Probability of flood inundation	Cost (×10 ⁸ Yen)	Order		
	Dam					Dike									
Experiment	1	1	1	2	2	1	1	2	1	0	0	1	0	124.3	3
	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	2	0.0277	151.5	
	2	2	2	2	1	2	1	2	1	2	2	0	0		
	1	1	2	1	1	0	2	0	1	1	2	1	0.0317	137.9	
	2	2	0	2	2	1	0	1	2	2	0	2	0		
	2	2	1	1	2	0	2	2	0	0	2	2	0	118.5	
	2	0	1	1	2	2	0	0	1	2	1	1	0.0106	62.1	
	1	2	2	0	2	0	0	1	1	0	1	0	0		
	2	1	0	2	2	0	1	0	0	1	1	0	0.005	48.5	
	2	1	1	0	1	1	0	0	2	0	2	0	0		

り、36ケースの実験結果を見ても、氾濫確率が制約条件を満たすにはダム1が必要なことがわかる。流域1からの流出流量調節を行うダム1の治水効果の大きさがうかがえる。ダム2も本川に位置し、上流からの洪水流量を直接制御することができる。ダム3は流域面積の大きい部分流域6からの流出流量を制御する位置にあり、その妥当性が理解できよう。各地点の堤防については、上流側の堤防規模を大きくすると下流側の洪水流量が増加することになり、上流部のダム容量、堤防規模に応じて変化していることがうかがえる。

以上のように、スクリーニングモデルの上位解が抽出されると、シミュレーションモデルにおいても、これら上位解の示す施設規模をさらに多段階に分割し、より詳細な洪水追跡計算、建設費用計算を介して最適治水システムを決定することができる。

7. 結 語

本研究は、治水システムにおける一般的、かつ、普遍的なスクリーニングモデルの構成手順を確立しようとしたものである。ここで、得られた成果をまとめると、以下ようになる。

- (i) 水系内の降雨の時・空間条件付確率に多次元確率密度関数の概念を導入し、シミュレーション手法によって算定する方法を提案した。
- (ii) 各部分流域からの流出量の条件付確率は、降雨のシミュレーション法に流出解析法を結合させて確率分布を算定する方法を提案し、実流域への適用より、その有効性を確認した。
- (iii) 水系一貫した氾濫率を求めるために、各種治水施設のモデル化を行った。
- (iv) 支川にダムが存在する場合の、支川でのダム残流域の合流や支川と本川の合流条件を分析し、シフト・オペレーションによる氾濫率の算定を可能にした。
- (v) スクリーニングモデルでの上位解を抽出する方法として直交配列表による実験の割り付け法を導入し、計算の簡略化をはかった。

一方、今後の課題として、

- (vi) 適用例では、流量の離散巾を $30 \text{ m}^3/\text{sec}$ 、離散量を10段階としたが、治水計画に必要なシミュレーション回数や離散化の基準を明らかにしなければならない。
- (vii) 各治水施設の配置に関する個別の主効果を把握するには、実験計画法における分散分析も取り込まなければならない。
- (viii) 治水システムをより弾力性のあるシステムにしていくためには、安全度だけでなく、回復度、深刻度を考慮した多目的評価が必要である。

なお、本研究を進めるにあたって、文部省科学研究補助費（課題番号58550350）の援助とその研究分担者の協力を得たことを記しておく。

参 考 文 献

- 1) 日本河川協会編：建設省河川砂防技術基準(案)計画編，山海堂，1977，pp. 9-29.
- 2) 高樟琢馬・池淵周一・小尻利治・水系一貫した治水計画の策定に関する研究，京都大学防災研究所年報，第25号B-2，1982，pp. 285-296.
- 3) 高樟琢馬・池淵周一：洪水の時・空間生起確率算定法とその治水計画への適用，京都大学防災研究所年報，第22号B-2，1979，pp. 179-194.
- 4) 池淵周一：計画降雨，土木学会関西支部昭和56年度講習会テキスト，1981，pp. 49-66.
- 5) Nash, J. E.: Systematic Determination of Unit Hydrograph Parameters, Jour. of Geophysical Research, Vol. 64 No. 1, 1959, pp. 111-115.
- 6) 吉川和広・春名 攻・井山 聡・松原 裕：都市化流域における総合治水問題へのシステムズアプローチ，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要集，1983，pp. IV-7-1-IV-7-2.

付 録

対数正規分布とは、確率変数の対数が正規分布に従うものであるから、降雨量を対数変換することによって正規分布による議論が可能となる。本文中の式(4)の各項に現れる条件付確率密度関数は、2次元、3次元、4次元のものを含むから、それぞれの具体的な形について検討しよう。

正規変量 r_2 の r_1 に対する条件付2次元確率密度関数は次式で表わされる。

$$f_r(r_2|r_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left[-\frac{1}{2\sigma_2^2(1-\rho^2)}\left\{r_2 - \left(m_2 + \rho\frac{\sigma_2}{\sigma_1}(r_1 - m_1)\right)\right\}^2\right] \dots\dots\dots(26)$$

ただし、 m_1, m_2 は平均値、 σ_1, σ_2 は標準偏差、 ρ は相関係数である。式(26)より、 r_2 は標準偏差 $\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}$ 、平均値 $m_2 + \rho\frac{\sigma_2}{\sigma_1}(r_1 - m_1)$ なる正規分布に従うことがわかる。

一方、正規変量 r_3 の r_1, r_2 に対する条件付3次元確率密度関数は、

$$f_r(r_3|r_1, r_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{|\mathcal{F}_{123}|}{|\mathcal{F}_{12}}}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{1}{|\mathcal{F}_{123}|}\left\{r_3 - \left(m_3 - \frac{(r_2 - m_3)\mathcal{A}_{23} + (r_1 - m_1)\mathcal{A}_{13}}{|\mathcal{F}_{12}|}\right)\right\}^2\right] \cdot$$

$$\exp\left[-\frac{1}{2}\frac{1}{|\mathcal{F}_{123}|}\left\{-\left(\frac{(r_2 - m_2)\mathcal{A}_{23} + (r_1 - m_1)\mathcal{A}_{13}}{|\mathcal{F}_{12}|}\right)^2 + \frac{(r_1 - m_1)^2\mathcal{A}_{11} + 2(r_1 - m_1)(r_2 - m_2)\mathcal{A}_{12}}{|\mathcal{F}_{12}|}\right.\right.$$

$$\left.\left. + \frac{(r_2 - m_2)\mathcal{A}_{22}^2}{|\mathcal{F}_{12}|} - \frac{|\mathcal{F}_{123}|}{|\mathcal{F}_{12}|}\left\{((r_1 - m_1)^2\mathcal{A}_{11}' + 2(r_1 - m_1)(r_2 - m_2)\mathcal{A}_{12}' + (r_2 - m_2)^2\mathcal{A}_{22}')\right\}\right]\right] \dots\dots\dots(27)$$

となる。ここに、 $|\mathcal{F}_{12}|, |\mathcal{F}_{123}|$ はそれぞれ r_1, r_2 および r_1, r_2, r_3 の共分散行列、 $\mathcal{A}_{ij}, \mathcal{A}_{ij}'$ は $\mathcal{F}_{123}, \mathcal{F}_{12}$ の第 ij 余因子である。式(27)は分散 $|\mathcal{F}_{123}|/|\mathcal{F}_{12}|$ 、平均値 $m_3 - \{(r_2 - m_2)\mathcal{A}_{23} + (r_1 - m_1)\mathcal{A}_{13}\}/|\mathcal{F}_{12}|$ なる正規分布に定数を乗じた形となる。

同様にして、正規変量 r_4 の r_1, r_2, r_3 に対する条件付4次元確率密度関数は、次のようになる。

$$f_r(r_4|r_2, r_3, r_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\frac{|\mathcal{F}_{1234}|}{|\mathcal{F}_{123}}}} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{1}{|\mathcal{F}_{1234}|}\left\{r_4 - \frac{(r_1 - m_1)\mathcal{A}_{14} + (r_2 - m_2)\mathcal{A}_{24} + (r_3 - m_3)\mathcal{A}_{34}}{|\mathcal{F}_{123}|}\right\}^2\right] \cdot$$

$$\exp\left[-\frac{1}{2}\frac{1}{|\mathcal{F}_{1234}|}\left\{-\left(\frac{(r_1 - m_1)\mathcal{A}_{14} + (r_2 - m_2)\mathcal{A}_{24} + (r_3 - m_3)\mathcal{A}_{34}}{|\mathcal{F}_{123}|}\right)^2 + \frac{(r_1 - m_1)^2\mathcal{A}_{11} + (r_2 - m_2)^2\mathcal{A}_{22}}{|\mathcal{F}_{123}|}\right.\right.$$

$$\left. + \frac{(r_3 - m_3)^2\mathcal{A}_{33} + 2\{(r_1 - m_1)(r_2 - m_2)\mathcal{A}_{12} + (r_1 - m_1)(r_3 - m_3)\mathcal{A}_{13} + (r_2 - m_2)(r_3 - m_3)\mathcal{A}_{23}}{|\mathcal{F}_{123}|}\right.$$

$$\left. - \frac{|\mathcal{F}_{1234}|}{|\mathcal{F}_{123}|^2}\left\{((r_1 - m_1)^2\mathcal{A}'_{11} + (r_2 - m_2)^2\mathcal{A}'_{22} + (r_3 - m_3)^2\mathcal{A}'_{33}\right.\right.$$

$$\left. \left. + 2\{(r_1 - m_1)(r_2 - m_2)\mathcal{A}'_{12} + (r_1 - m_1)(r_3 - m_3)\mathcal{A}'_{13} + (r_2 - m_2)(r_3 - m_3)\mathcal{A}'_{23}\}\right\}\right] \dots\dots\dots(28)$$

結局、正規変量 r_4 は、分散 $|\mathcal{F}_{1234}|/|\mathcal{F}_{123}|$ 、平均 $m_4 - \{(r_1 - m_1)\mathcal{A}_{14} + (r_2 - m_2)\mathcal{A}_{24} + (r_3 - m_3)\mathcal{A}_{34}\}/|\mathcal{F}_{123}|$ を有する正規分布の定数倍となる。