

# 地震動のアレー観測に基づく不整形地盤の 震動特性とその同定

土岐 憲三・佐藤 忠信・佐藤 清隆

## IDENTIFICATION AND DYNAMIC BEHAVIOUR OF AN IRREGULAR GROUND THROUGH THE ARRAY OBSERVATIONS OF EARTHQUAKE MOTIONS

By *Kenzo TOKI, Tadanobu SATO and Kiyotaka SATO*

### Synopsis

Powell's method to minimize a function of several variables without calculating derivatives is applied to identify the ground characteristics with irregular profiles from its recorded earthquake motion on the ground surface. The influence of the initial values on the convergence is studied by evaluating the square error between the given response function of one degree of freedom system and the calculated one by using the identified parameters. The identification is performed by selecting the shear wave velocity, depth and width of irregular surficial ground as unknown parameters to obtain a least square fit over a specified frequency band between the amplitude of transfer function of two observation sites on ground surface obtained from the recorded accelerogram and the corresponding transfer function calculated from the response of the ground model. The discrete wave number method is used for the response analyses of the irregular ground. The dispersive trend in observed accelerograms is also explained by the calculated response using the irregular ground model.

### 1. ま え が き

震源から地殻を通して伝播してくる地震波は、観測点近傍の地盤構造に大きく影響を受ける。特に地盤が層構造を有する場合には、層間の波動インピーダンス比によって震動振幅の増幅率が大きく異なるので、これまででは、地盤を水平成層からなるものと仮定し、その層構造を同定するための努力がなされてきた。結果として地盤の地震応答解析は、SH 波の重複反射理論に基づいた一次元的な解析が主流となっていた。しかしながら、一般の地盤は、地質学的な変遷過程を経て、地層構造が不整形になっているので、一次元的な解析では説明できない複雑な応答を示すことが少なくない。最近の地震被害についての研究によれば、地盤の構造と被害の程度には強い相関のあることが明らかにされている<sup>1)</sup>。したがって、地盤の不整形性を調査し、こうした地域における地震動の増幅特性を明らかにしておくことは、耐震工学上重要な課題の一つである。

本研究では、実地震記録から地盤の不整形性や地盤を構成する土の物理定数などを決定するためのアルゴリズムを作成し、それを実地震記録に適用し有用性を実証する。こうした問題は同定解析と呼ばれるが、このためには不整形地盤における地震動の増幅特性を解析できるプログラムが必要になる。ここでは Aki and Larner (1970) が一般化した Discrete Wavenumber 法<sup>2)</sup>を用いた。また問題を簡単にするために、SH が入射する場合のみを対象とした。

観測地点の地盤をモデル化し、モデルを構成するパラメータの内、不整形性の形状、地盤を構成している土の物理定数などを未知数として、観測記録を用いてこれらを同定する。基本的な考え方は、モデル化した

地盤の応答解析結果から求まる地盤の増幅特性と観測記録から求まる地盤の増幅特性の間の誤差を最小にするように、未知パラメータを決定することである。これは、モデル系の最適化を行うことに相当するが、こうした同定手法は、(i)何を目的として同定を行うか、(ii)最適化の手法、ならびに、(iii)何を目的関数とするかの3側面に分離することができる。(i)としてはモデル構造を解明するためのものと、システムの最適化を図るものとに分けられる。後者はシステムへの入出力を忠実に模擬することが目的であり、入出力に関するモデルを作成するものであり、システムそのものの物理的特性は必ずしも必要とせず、現象論的な近似理論の用いられることが多い。カルマン・フィルタによる時系列解析<sup>3)</sup>はこの例である。前者は物理的な考察に基づいて構築されたモデルの内部変数を決定しようとするもので、モデルの構造をあらかじめ与えておかなければならない。最適化の手法としては、線形最小2乗法、非線形最小2乗法ならびに最尤法を用いるものに分離される。目的関数としては、測定量残差を取るものと方程式残差を問題にする場合の2種類が考えられる。前者は線形の後者は非線形の観測式になることが多い。

本研究では、周波数領域の増幅特性に基づいて観測方程式を誘導しているので、非線形最小2乗法の問題に帰着される。一般には方程式残差を最小化する過程で観測方程式の係数を計算する必要があるが、ここでは、係数を求めずに関数を最小化できる powell の方法<sup>4,5)</sup>を用いている。

本論文の構成は以下のである。まず powell の方法の精度を検討するために線形の1自由度系を対象として、固有振動数と減衰定数を未知パラメータとした場合について、初期条件の与え方により同定値への収束性がどのように変化するかについて考察を加える。

次に、モデル化した2種類の地盤に対し Discrete Wavenumber 法によって応答解析を行い、解析法の精度を検証するとともに、不整形地盤の震動特性を明らかにする。

最後に、実地震記録を AR-MA モデルによって処理し地震波のスペクトルを計算し、これを用いて、不整形地盤構造ならびにそれを構成する物性(表層のS波速度、表層と基盤層とのインピーダンス比など)を同定する。

## 2. 線形システムの同定

線形多自由度振動系の伝達関数は、固有円振動数  $\omega_n$ 、減衰定数  $h_n$  ( $n=1, 2, \dots$ ) によって決定される。いま入出力を観測することによって求められる伝達関数が  $H^*(\omega)$  と表わされるとすれば、周波数領域における理論解  $H(\omega_n, h_n, \omega)$  との誤差は、次式で評価される。

$$E(\omega_n, h_n) = \int_0^\infty (|H^*(\omega)| - |H(\omega_n, h_n, \omega)|)^2 d\omega \dots\dots\dots(1)$$

ここで  $E(\omega_n, h_n)$  は、 $\omega_n, h_n$  をパラメータとする複雑な非線形関数である。

最も簡単なモデルとして1自由度系のモデルを考えると周波数応答関数は次式のようにになる。

$$H(\omega) = \frac{1}{\omega_1^2 - \omega^2 + 2i h_1 \omega} \dots\dots\dots(2)$$

いま、1自由度系のモデルの固有円振動数  $\omega_1$  と減衰定数  $h_1$  を与え、その時の周波数応答関数の観測値を  $H^*(\omega)$  とする。つぎに、この振動系のパラメータ  $\omega_1, h_1$  を未知数として、式(2)から周波数応答関数の絶対値  $|H(\omega)|$  を求め、式(1)に代入し、誤差の評価式  $E(\omega_1, h_1)$  を求める。この関数値を最小にする  $\omega_1, h_1$  を同定する。

まず、パラメータの初期値によって最適値への収束性がどのように変化するかを調べる。観測値として与える周波数応答関数  $|H^*(\omega)|$  を計算するための固有円振動数  $\omega_1^*$  を 31.3(red/sec)、固有減衰定数  $h_1^*$  を 0.02 とする。Figs. 1, 2 は  $\omega_1$  と  $h_1$  を変数として  $E(\omega_1, h_1)$  の値を図示したものである。Fig. 1 は  $h_1$  が 0.02 より小さい範囲の、Fig. 2 は  $h_1$  の値が 0.01 より大きくなる範囲での  $E(\omega_1, h_1)$  の値が示されている。Fig. 1 より明らかかなように、 $h_1$  が厳密値 0.02 より小さい場合には、同定可能な初期値の範囲が狭く

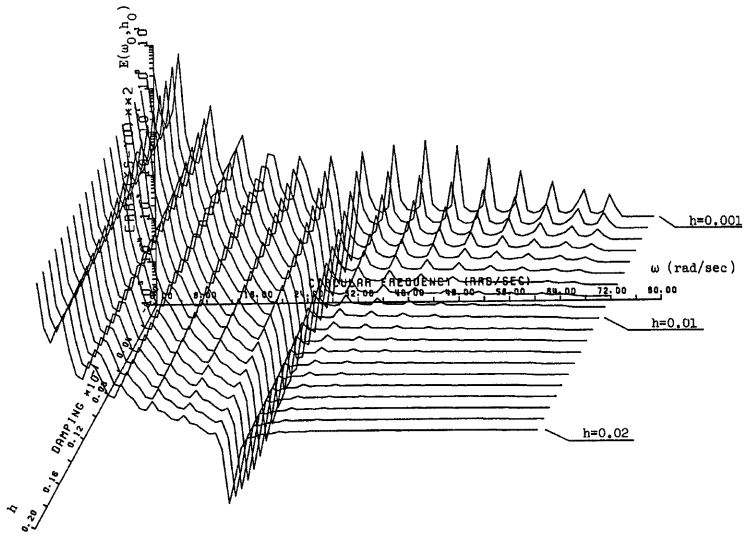


Fig. 1 Error function defined by Eq. (1) for one degree of freedom system in the region of  $\omega=0\sim 80$  (rad/sec) and  $h=0.001\sim 0.02$

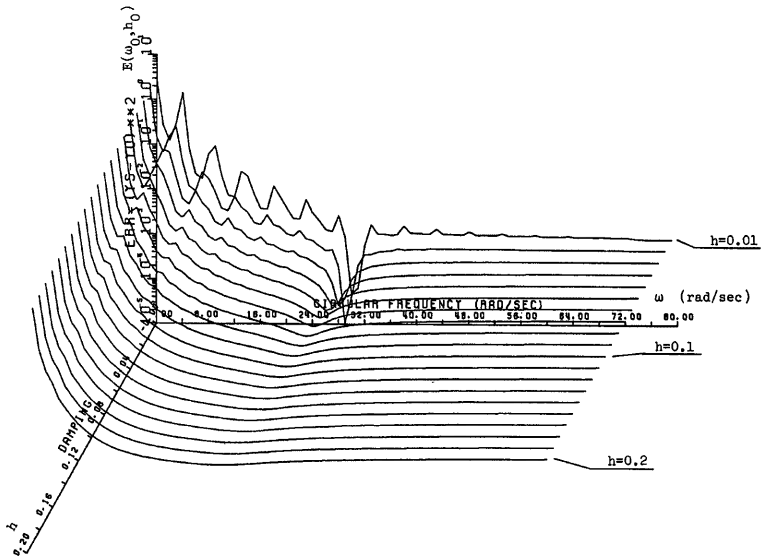


Fig. 2 Error function defined by Eq. (1) for one degree of freedom system in the region of  $\omega=0\sim 80$  (rad/sec) and  $h=0.01\sim 0.2$

なっている。すなわち、 $\omega_1$  軸に平行にみると厳密解 31.3 rad/sec の近傍に数多くの極小値が見られ、初期値の与え方によっては厳密解を含んでいない極小値へ収束する可能性の有ることがわかる。また、 $E(\omega_1, h_1)$  の起伏が激しく未知パラメータを安定な最適値へ移動させるためのアルゴリズムを構築することが困難なため、同定が不安定になり、発散するような現象も起る。Fig. 2 で  $h_1$  が 0.01 より大きくなると、 $E(\omega_1, h_1)$  の起伏は少なくなり、全体的に滑らかな曲面となる。また  $h_1$  を固定すると  $\omega_1$  の値が厳密値に近い所で極小値を取るため、同定可能な振動数の初期値の範囲が広がる。ただ  $h_1$  を極端に大きくすると、例えば 0.2 とした場合には、 $\omega_1$  に関する極小値が見つからなくなるので同定が不可能になってしまう。結果として、減衰定数の初期値を厳密値と考えられる値の 2~3 倍の値にすれば、安定な収束性が求められることが明らかになる。

### 3. 不整形地盤の震動解析

Fig. 3 に示すような不整形な基盤面を有する地盤の震動解析を行うために、SH 波を対象とした Discrete Wavenumber 法 (D-W 法) を用いる。まず解析法の精度を調べる。つぎに、地震観測を行っている地点 (埼玉県吉川町) の地盤構造をモデル化する。

#### 3.1 D-W 法の精度に対する検討

水平に広がる弾性基盤上に一様な層厚  $D$  を有する表層地盤が載っている地盤の動特性を D-W 法で算出し、重複反射理論に基づく厳密解と比較することにより、解析法の妥当性を検証する。地盤の物理定数 (密度  $\rho$ 、せん断波速度  $\beta$ ) は Fig. 4 に示すとおりである。表層地盤の層厚  $D$  を 9 m, 19 m ならびに 45 m とした場合について比較する。この層厚は、後に示す観測点番号 No. 1, No. 2, No. 3 における表層の深さに等しくなるように選んだ。

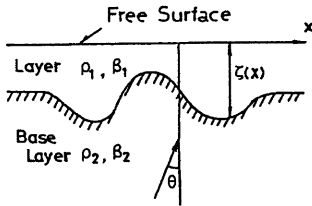


Fig. 3. A ground with irregular profile

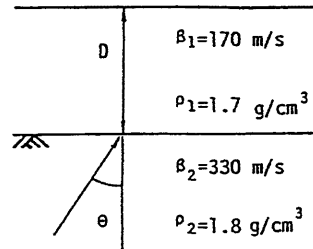


Fig. 4. A layered ground

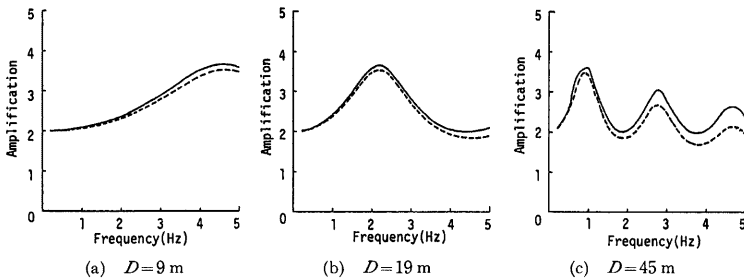


Fig. 5 Frequency response functions calculated by the multiple reflection theory (full line) and by the discrete wave number method (broken line) for incident wave angle  $1^\circ$

単位振幅の SH 波が基盤層から入射角  $\theta$  で入射する場合、重複反射理論によれば地表面での地動振幅  $u_1(0)$  は次式のようになる。

$$u_1(0) = \frac{2}{\cos \nu_1 D + i\alpha \sin \nu_1 D} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに

$$\alpha = \frac{\rho_1 \beta_1}{\rho_2 \beta_2 \cos \theta} \sqrt{1 - \left(\frac{\beta_1}{\beta_2} \sin \theta\right)^2}$$

Fig. 5 は  $\theta = 1^\circ$  の場合について、D-W 法より求めた応答倍率と式(3)より求まるものとを比較したものである。実線は前者、破線は後者のものである。図から明らかなように、両者の結果はほぼ一致している。D-W 法による応答倍率の値が高振動数領域で小さくなるのは、D-W 法では解の安定性を確保するために 5% の内部減衰を仮定したためである。Fig. 6 は表層厚が 45 m の水平成層地盤に振動数 0.94 Hz の SH 波が入射角  $1^\circ$  で入射した場合の、地表面に沿った応答倍率を D-W 法で求めたものである。地盤モデルの全長は 2.52 km であり、地表面上に設定した原点から 40 m 間隔で合計 64 地点に対する応答倍率を計算した。全ての点で同一の値を取ることが明らかである。こうした数値計算結果から、ここで開発した D-W 法に基づいた数値解析プログラムの妥当性が確認された。

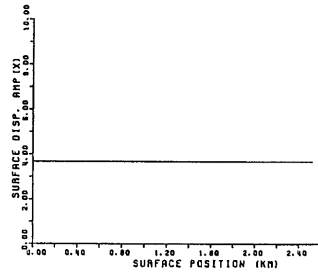


Fig. 6 Response magnitude along ground surface for incident wave angle  $1^\circ$  and frequency 0.94 Hz (Depth of surface layer 45 m)

### 3.2 地震観測地点での地盤構造

大阪ガス株式会社と共同して地震観測を行っている 埼玉県北葛飾郡吉川町の周辺と観測地点の位置を Fig. 7 に示す。同図に示す基盤等深線（洪積層上面）からわかるように、この地域は、S51.5°W 方向に基盤が次第に深くなる構造を有しており、地震観測は、基盤の傾斜方向に沿う測線上 (No. 1, 2, 3) とこれとほぼ直交する同一基盤深度の測線上 (No. 1, 4 地点) の計 4 地点で実施されている。各地点の土質柱状図、N 値および PS 検層から得られた弾性波速度分布 (P 波、S 波) 等も地盤調査の結果から明らかにされている。それによると、この地域における表層は、いわゆる軟弱な沖積層 (S 波速度 110~170 m/sec) で、その下に S 波速度 330~380 m/sec の洪積層があらわれている。本解析では、この層を工学的な基盤として考え、地盤モデルを作成した。

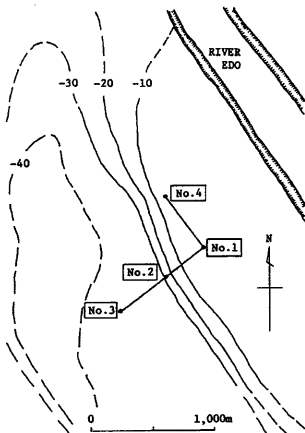


Fig. 7 Topographical map showing the location of four observation points

### 3.3 地盤のモデル化と震動解析の精度

D-W 法では、基盤までの深さを表す関数  $\zeta(x)$  に、 $\zeta(x+mL) = \zeta(x)$  ( $m \equiv \pm 1, \pm 2$ ) となるような周期性をもたせなければならない。なお、 $L$  は不整形地盤の水平方向の拡がりを示す変数である。

このことに留意して作成したのが、Fig. 8(a) (b) に示した 2 種類の地盤モデルである。Fig. 8(a) は、観測点 No. 1, No. 2, No. 3 を含む領域における基盤の深さが  $\cos$  曲線に変化するものとし、左右対称な地盤構造とした。Fig. 8(b) は非対称な地盤構造を仮定したものであり、図の中央より左側を (a)

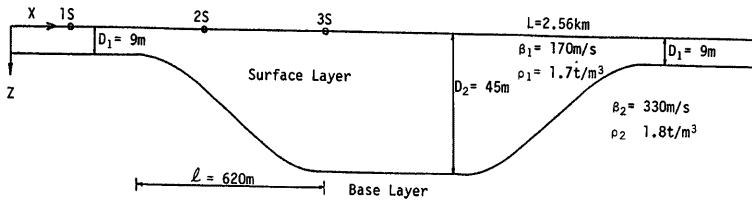


Fig. 8(a) A symmetrical ground model of the observation site

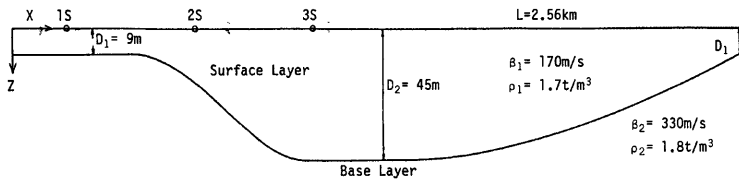


Fig. 8(b) A non-symmetrical ground model of the observation site

と等しくし、右側を2次曲線で表した。不整形領域の規模を表わす  $L$  は、両者とも 2.52 km とした。

これら2種類の地盤に入射角  $\theta = 10^\circ$  で単位振幅の SH 波が入射する場合について、解析結果に現れる誤差の評価を比較する。誤差の評価は、近似計算によって生じる境界面における変位と応力を表層側に対して求めた値と基盤側に対して求めた値との差の実効値  $R$  によって評価する。 $R$  は次式のように与えられる<sup>3)</sup>。

$$R^2 = \frac{\sum_{j=1}^M \left( \left| \frac{\hat{u}_j \omega}{\beta} \right|^2 + \left| \frac{\hat{\tau}_j}{\mu_1} \right|^2 \right)}{\sum_{j=1}^M \left( \left| \frac{u_{1j} \omega}{\beta_1} \right| \left| \frac{u_{2j} \omega}{\beta_1} \right| + \left| \frac{\tau_{1j}}{\mu_1} \right| \left| \frac{\tau_{2j}}{\mu_1} \right| \right)} \dots\dots\dots (4)$$

ここに  $\hat{u}_j$  と  $\hat{\tau}_j$  は境界面における変位の差と応力の差、 $u_{1j}$  と  $u_{2j}$  は境界面  $j$  における表層と基盤の変位を、 $\tau_{1j}$  と  $\tau_{2j}$  は応力である。 $j$  は境界面上の節点位置を表わしている。

**Table 1** に、入射角  $\theta = 10^\circ$ 、振動数が 0.5, 1.0, 5.0, 10.0 Hz の入射波に対する対称形地盤と非対称形地盤に対する応答計算の誤差評価が示してある。低周波数では、両者とも 0.1% 以下の精度を示しているが、高周波数になるほど、 $R$  の値が大きくなる傾向があり、振動数  $f = 10.0$  (Hz) では、50% を上回っている。これは、周波数が高くなると境界面での波の分散が大きくなるため、入射波の波数  $k_0$  を中心とした波数の離散化点の数を大きくとらないと高周波数の波を近似しえなくなるためである。また、両モデルを比較すると、高周波数では対称形地盤の方が良い精度を与えている。

Table 1 Error estimate of the discrete wave number method

frequency $f$ (Hz)	Symmetric ground	Non-symmetric ground
0.5	0.000456	0.000649
1.0	0.000949	0.00127
5.0	0.0956	0.169
10.0	0.880	2.14

以上のことから、モデル地盤として、対称形の地盤 (**Fig. 8(a)**) を選び、以後の計算や同定解析に使用する。また、高周波数領域で  $R$  が 10% を起える領域は考えないことにする。

#### 4. 不整形地盤の震動解析と同定法

##### 4.1 入射角の相異によるモデル地盤の震動特性

モデル地盤で観測地点 No. 1, No. 2, No. 3 に対応する位置を 1 S, 2 S, 3 S と呼ぶことにする。この 3 点における震動特性を解析することによって、地震観測点での地盤の震動特性を把握する。以後の震動解析は、振動数  $f$  の上限値を 5 Hz として解析している。これは、前述した D-W 法による近似計算の誤差評価  $R$  を 10% 以内にとどめるためである。

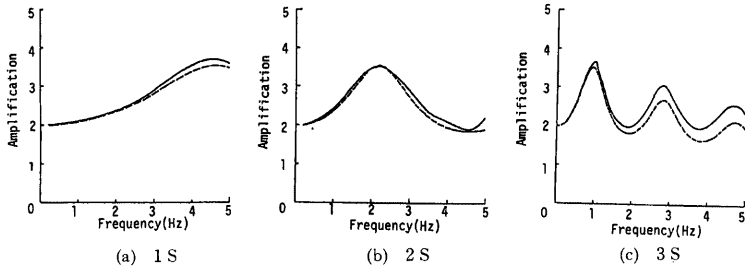


Fig. 9 Magnification factors for each observation point calculated by the multiple reflection theory (full line) and by the discrete wave number method (broken line) for incident wave angle  $1^\circ$

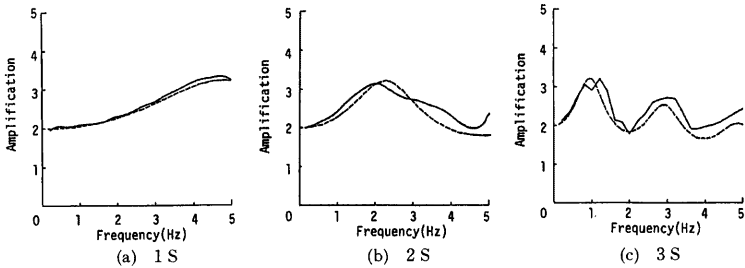


Fig. 10 Magnification factors for each observation point calculated by the multiple reflection theory (full line) and by the discrete wave number method (broken line) for incident wave angle  $30^\circ$

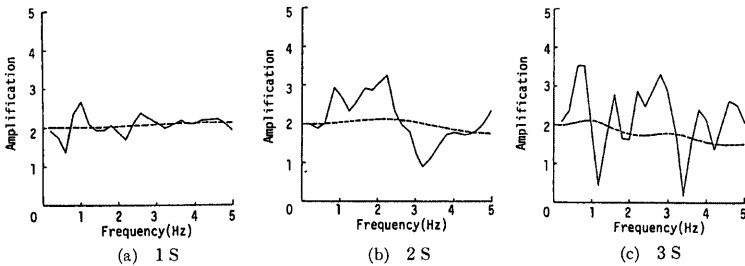


Fig. 11 Magnification factors for each observation point calculated by the multiple reflection theory (full line) and by the discrete wave number method (broken line) for incident wave angle  $60^\circ$

地盤の震動振幅は、地震波の入射角により大きく変化するから、まず入射角の差異によって各観測点の地盤の応答がどの程度異なるかを明らかにする。Figs. 9~12 は、入射角が  $1^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $60^\circ$ ,  $80^\circ$  における3地点(1S, 2S, 3S)の周波数応答曲線を表している。図中の実線はD-W法によるもの、破線は観測地点直下の構造が水平な成層構造をなすものとして、重複反射理論より求めたものである。

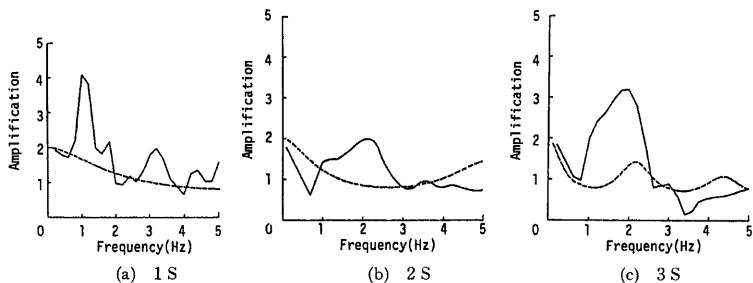


Fig. 12 Magnification factors for each observation point calculated by the multiple reflection theory (full line) and by the discrete wave number method (broken line) for incident wave angle  $80^\circ$

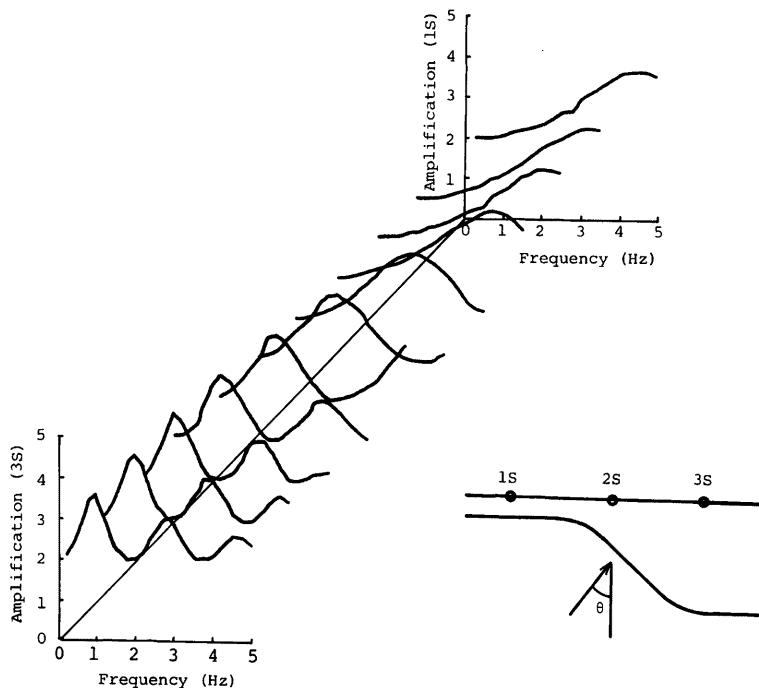


Fig. 13 Change of frequency response function along with ground surface for incident wave angle  $1^\circ$



Fig. 9 に示したほぼ鉛直下方からの入射波 ( $\theta=1.0^\circ$ ) に対しては、いずれの地点でも重複反射理論に基づく一次元解析の結果とほぼ一致している。2S のように基盤が傾斜している場所でも、共振振動数ならびに 1 次共振点 (2.24 Hz) における振幅の大きさは重複反射理論から求まる値 (3.60) にほぼ一致している。Fig. 10 に示される  $\theta=30^\circ$  の場合でも、D-W 法で求めた周波数応答曲線は、1S では重複反射理論から求めたそれとあまり大きな差はない。2S でも、両者の差はあまりないが、共振振動数の位置が両者でわずかに異なってくる。また 1 次共振振動数より高い振動数で、両者の差が大きくなる。3S でも周波数応答曲線の全体的な傾向は、2S とほぼ一致している。しかしながら、 $\theta=60^\circ, 80^\circ$  になると、Figs. 11, 12 から明らかなように、不整形地盤の応答特性を重複反射理論で近似することは不可能になる。こうしたことから、不整形地盤に特有の震動特性は入射角が大きくなると顕著になるが、入射角が  $30^\circ$  程度までは重複反射理論でもかなりの精度で応答値の近似ができることがわかる。

次に、基盤の不整形性によって地表面の応答特性がどの程度変化するかを調べる。Figs. 13, 14 は各々入射角を  $1^\circ, 30^\circ$  とした場合に、1S 点から 3S 点まで 80 m 間隔で地表面の応答倍率を 3 次元的に示したものである。ほぼ鉛直入射とみなせる Fig. 13 では、表層地盤の深さが深くなるにしたがって、低振動数のモードが卓越してくる様子が明瞭にわかる。また各モードとも既に述べたように重複反射理論から求められる SH 波のモードにはほぼ一致している。入射角を  $30^\circ$  とした Fig. 14 の傾向はほぼ Fig. 13 と同じであるが、不整形地盤構造に起因していると考えられる振動モードが発生している。図中に破線で結んだピークがそれ

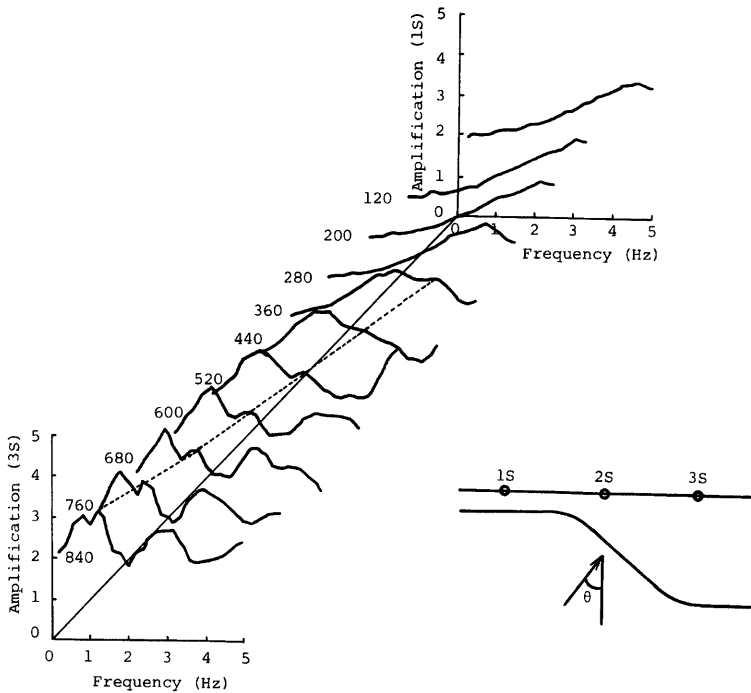


Fig. 14 Change of frequency response function along with ground surface for incident wave angle  $30^\circ$

である。これより低振動数側にあるピークは、地盤を水平な成層からなると考え、重複反射理論により求めた1次の共振振動数にほぼ一致し、高振動数側にあるピークは2次の共振振動数にほぼ一致するからである。

4.2 モデル地盤における観測点間の波動伝達特性

4.1で求めた各観測点の周波数応答関数を用いて、観測点間の周波数伝達特性を考察する。本解析で用いる地震波は、いずれも1Sの方向から入射し、2S, 3Sへと伝播するものであるから、伝達関数は、1Sと3S, 2Sと3Sの間について求めた。それぞれの伝達関数を  $H_{13}(\omega)$ ,  $H_{23}(\omega)$  とすると、これらは、次式のように、各観測点の周波数応答関数の比によって求められる。

$$\left. \begin{aligned} H_{13}(\omega) &= \frac{U_3(\omega)}{U_1(\omega)} \\ H_{23}(\omega) &= \frac{U_3(\omega)}{U_2(\omega)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

ここで、 $U_j(\omega)(j=1, 2, 3)$  は観測点  $j$  における周波数応答曲線である。

したがって、前節で求めた  $U_1(\omega)$ ,  $U_2(\omega)$ ,  $U_3(\omega)$  を用いて式(5)よりそれぞれの伝達関数を、入射角  $\theta$  を  $1^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 80^\circ$  と変化させた場合について求めた。

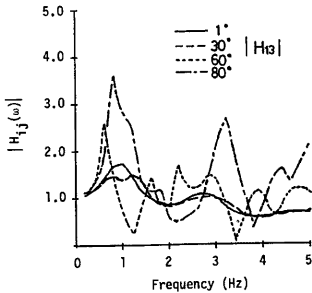


Fig. 15 Frequency transfer function between the station 1 S and 3 S

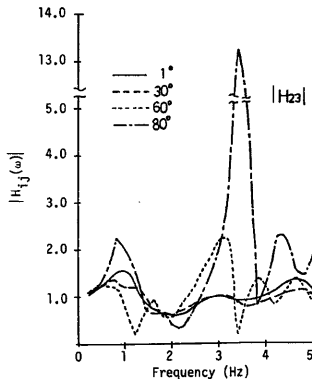


Fig. 16 Frequency transfer function between the station 2 S and 3 S

**Figs. 15, 16** はそれぞれ  $|H_{13}(\omega)|$  と  $|H_{23}(\omega)|$  を図示したものである。入射角が  $30^\circ$  以下の場合には伝達関数の全体的な傾向やピークの発生する振動数は両者でほぼ一致している。入射角が  $60^\circ, 80^\circ$  になると伝達関数の振動数に対する変動が激しくなる。一般に地震波が伝播してくる地盤のS波速度は  $3 \text{ km/sec}$  ぐらいであり、ここで考えている基盤層のS波速度は  $330 \text{ m/sec}$  であるから、両者のインピーダンス比から基盤層におけるS波の入射角は大きく見積もっても  $3^\circ \sim 5^\circ$  程度である。こうしたことを考えると、**Figs. 15, 16** で得られた結果は、次に行う同定解析で、入射角の影響をあまり厳密に取り扱わなくても良いことを示している。逆に言えば、伝達関数を観測値として同定する場合、入射角は、同定すべきパラメータの1つには成り得ないことを意味している。

4.3 モデル地盤における観測点間の位相差

4.2では、伝達関数の振幅について述べたが、不整形地盤における伝達特性を知るためには位相スペクトルについても考察が必要となる。入射角が  $1^\circ$  と  $30^\circ$  の場合についての観測点1S, 3Sと2S, 3Sの間の位相スペクトル  $\phi_{13}(\omega)$ ,  $\phi_{23}(\omega)$  を **Figs. 17, 18** に示した。D-W法によって求められる各観測点間の位相差スペクトルは、基盤を水平とした時の2地点間の位相差を含まないのので、これを相対位相差と呼ぶことにする。したがって、地表面における2地点間の位相遅れをこれらの図から計算する場合、図中から求める相対位相差に入射波そのものが持っている位相差  $\phi_0$  を加えておかなければならない。両図から、 $5 \text{ Hz}$  ぐらいまでは相対位相差が振動数とほぼ線形の関係にあることがわかる。

いま、2地点間の距離を  $\Delta$  とし、位相角を  $\phi$  とすれば、2地点間を伝播している波動の位相速度  $C$  は次式で与えられる。

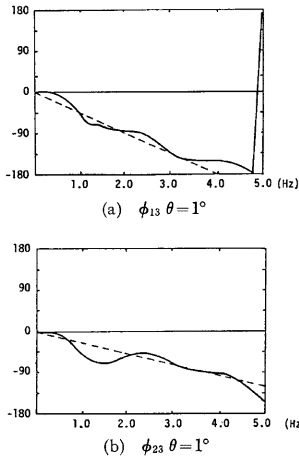


Fig. 17 Relative phase change between the station 1 S and 3 S (a), and between the station 2 S and 3 S (b) for incident wave angle  $1^\circ$

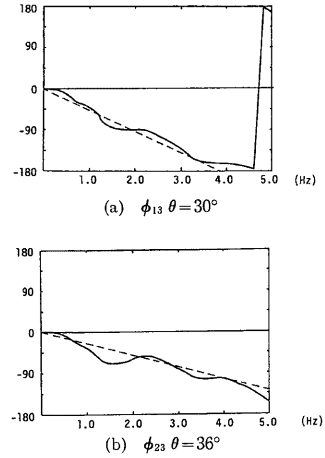


Fig. 18 Relative phase change between the station 1 S and 3 S (a), and between the station 2 S and 3 S (b) for incident wave angle  $30^\circ$

$$C = \frac{\omega \Delta}{\phi} \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $\omega$  は伝播している波動の円振動数である。位相  $\phi$  が  $\omega$  と線形の関係がある場合には、位相速度は一定となる。

いま  $\theta = 1^\circ, 30^\circ$  における相対位相差スペクトル  $\phi_{13}(\omega), \phi_{23}(\omega)$  を簡単な線形近似で表し、位相速度を求めてみる。相対位相差の平均的变化を、Figs. 17, 18 に示すような破線で近似すると  $\theta = 1^\circ$  のとき  $f = 4 \text{ Hz}$  で  $\phi_{13}$  については  $\phi = 180^\circ$  (Fig. 17a),  $f = 4 \text{ Hz}$  で  $\phi_{23}$  については  $\phi = 90^\circ$  (Fig. 17b) となる。

$\theta = 1^\circ$  の時の入射波による  $4 \text{ Hz}$  での位相差  $\phi_0$  は  $1 \text{ S}$  と  $3 \text{ S}$  の間で  $64.0^\circ$ ,  $2 \text{ S}$  と  $3 \text{ S}$  の間で  $30.5^\circ$  である。 $\Delta_{13}$  ( $1 \text{ S}$  と  $3 \text{ S}$  の距離) は  $840 \text{ m}$  であり、 $\Delta_{23}$  ( $2 \text{ S}$  と  $3 \text{ S}$  の距離) は  $400 \text{ m}$  であったから、見かけ速度  $C_{13}, C_{23}$  は式(6)より、

$$C_{13} = \frac{360^\circ \times 4 \times 840}{180^\circ + 64^\circ} = 5400 \text{ m/sec}, \quad C_{23} = \frac{360^\circ \times 4 \times 400}{90^\circ + 30.5^\circ} = 4780 \text{ m/sec}$$

となる。観測点  $1 \text{ S}$  と  $3 \text{ S}$  の間の位相速度と  $2 \text{ S}$  と  $3 \text{ S}$  の間の位相速度には  $700 \text{ m/s}$  ぐらいの差が出てくるがオーダー的にはほぼ一致している。次に  $\theta = 30^\circ$  の場合を求めると、

$$C_{13} = 599 \text{ (m/s)}, \quad C_{23} = 598 \text{ (m/s)}$$

となり、両者は良い一致を示す。

水平な成層地盤での位相速度は、入射角が  $1^\circ$  の時  $21 \text{ km/s}$ ,  $30^\circ$  の時  $727 \text{ m/s}$  になる。上に求められた各々の入射角に対する位相速度と比較すると D-W 法により解析した不整形地盤上の平均的な位相速度は水平成層地盤のそれよりも小さくなることを示しており、地盤の不整形性に関係する事実として興味深い。

入射角  $1^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 80^\circ$  に対する  $2 \text{ Hz}$  までの相対位相差を示したのが Figs. 19, 20 である。前者は  $1 \text{ S}$  と  $3 \text{ S}$  の間の、後者は  $2 \text{ S}$  と  $3 \text{ S}$  の間の相対位相差である。両図から以下のようなことが明らかになる。ほぼ鉛直下方から波が入射するような  $\theta = 1^\circ$  の場合であっても、相対位相差と振動数の関係は、厳密には、直線関係を示さず位相速度は分散性を有すること、入射角が  $30^\circ$  の場合と  $1^\circ$  の場合では相対位相差のスペク

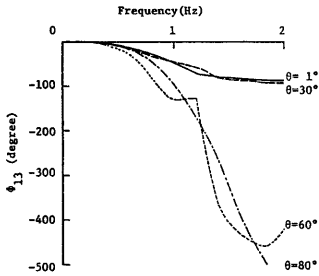


Fig. 19 Relative phase change between the station 1S and 3S for several incident wave angles

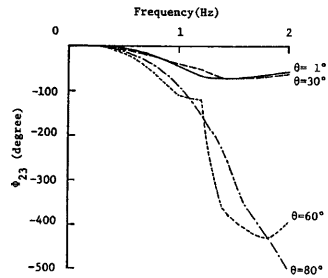


Fig. 20 Relative phase change between the station 2S and 3S for several incident wave angles

トル形状がほぼ一致していること、入射角が  $60^\circ$  と  $80^\circ$  の場合もスペクトルの形状が似ていることなどである。入射角が小さい場合 ( $1^\circ$  と  $30^\circ$ ) と大きい場合 ( $60^\circ$  と  $80^\circ$ ) では相対位相差の値にかなりの差がある。数値計算例が少ないので確定的なことは言えないが、入射角が  $30^\circ \sim 60^\circ$  の間で相対位相差が急激に大きくなることを示唆している。また、両図の相対位相差スペクトルの形状は入射角ごとにほぼ同じであり、観測点位置によらない。これは 1S から 3S の不整形領域で同じ分散性を有する波が伝播していることを示しており、一様な SH 波が入射するような場合でも不整形境界面上での波動の屈折、透過、散乱過程によって波の分散が生じることが確認された。

Fig. 21 は、Fig. 19 の相対位相差スペクトルに基づいて、各入射角に対する位相速度の分散曲線を示したものである。

#### 4.4 不整形地盤特性の同定とその収束性に関する検討

2. で述べたように、Powell の方法による同定では、初期値によっては収束値が実際の値とは異ったものになる可能性が有るので、ここではこうした点に対する考察を行う。Fig. 22 に示すような不整形地盤モデルの地盤特性を同定する。同定するパラメータとしては、地盤を構成する土のせん断波速度と層厚を選んだ。観測値としては、このモデル地盤に  $\theta = 10^\circ$  で SH 波が入射した時の A 点における周波数応答倍率を D-W 法で求めたものを与えた。この時の地盤定数が厳密値であり、 $\beta_1 = 130$  m/sec,  $\beta_2 = 120$  m/sec,  $\beta_3 = 330$  m/sec,  $D_1 = 6$  m である。この観測値を基にして、逆に  $\beta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) と  $D_1$  を同定した。結果が Table 2 に与えられている。これから、せん断波速度の初期値はかなり大きざっぱに取っても同定が可能ながわかる。層厚のような幾何学的な形状の同定に関しては、初期値の与え方について詳細な検討を前もって加え

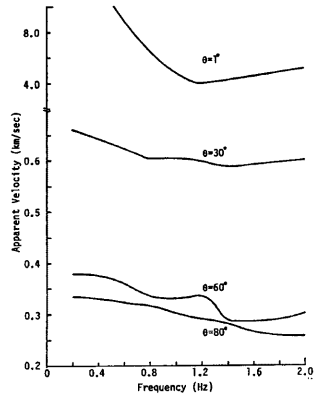


Fig. 21 Apparent wave velocities propagating in an irregular ground for different incident wave angles

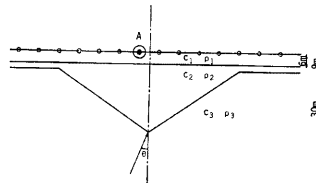


Fig. 22 A ground model for checking the algorithm of identification

Table 2 Range of initial values converging to the exact values

Parameters		Range of Initial Values	Exact Values
Shear Wave Velocity (m/sec)	$\beta_1$	20~470	130
	$\beta_2$	90~600	120
	$\beta_3$	270~350	330
Thickness of Layer	D1	4~ 8	6

ておかなければならないこともわかる。D-W 法による地盤の応答計算は、有限要素法や境界要素法などの解析法に比べ、計算時間は非常に少なくてすむが、それでも同定問題のように繰り返し計算が必要な場合には、初期条件の与え方が悪いと計算時間が長くなり、同定される値がある一定値へ収束しないことがしばしば起こる。こうした問題点を克服するためには、地盤構造に関する情報をできるだけ入手し適切な初期条件を設定するように心がけなければならない。

## 5. 実地震記録を用いた不整形地盤構造の同定

### 5.1 解析に用いた観測記録の諸元

地震観測を行っている地点における地震計の設置位置の断面図と平面図を Fig. 23 に示した。観測成分は、各地点とも上下と水平 2 成分 (EW, NS) の 3 成分である。解析に用いた地震記録の諸元を Table 3 に示した。地震記録を震央位地によって 3 つのグループに分けた。グループ 1 に属する地震 No. 49 は、震源が浅く震央距離の遠い地震であり、地震波は Fig. 7 に示した主測線に対し  $28.7^\circ$  だけ東方から入射した。グループ 3 に属する地震 No. 21 と No. 33 は深さが 50~60 km、震央距離が 80 km 前後のものであり、地震波は主測線に沿って入射した。グループ 4 の地震波は主測線に対し  $41.3^\circ$  の角度で北方から入射したものである。Fig. 24 は主測線と震源の関係を示したものである。

このように観測された地震波をグループ分けしたのは、各グループの地震波を同一の震源領域で発生した地震によるものに分類し、地震波の中に含まれる伝播経路の影響をなるべく

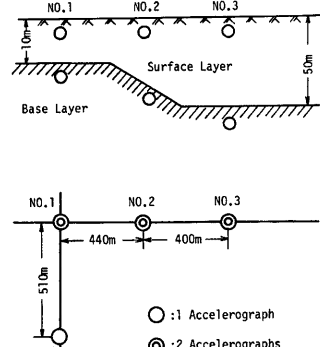


Fig. 23 Location of accelerographs

Table 3 Data summary for analyzed earthquakes

Group Number	Event Number	Date	Coordinate		Depth (km)	M	Epicentral Distance (km)	Direction	Max. Acc. (gal)
			Lat.	Long.					
1	49	1982 7 23	32.2°	141.6°	30	7.0	189	N80.2 E	31.1
3	21	1981 2 22	36.3°	140.4°	50	4.7	65	N49.2 E	4.3
	33	1982 3 7	36.5°	140.7°	60	5.6	95	N47.7 E	34.4
4	30	1981 9 14	36.2°	140.0°	70	4.8	35	N16.9 E	7.6
	31	1981 11 30	36.1°	139.9°	50	4.4	23	N 3.4 E	11.0

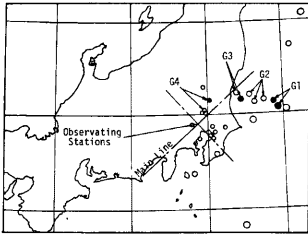


Fig. 24 Location of epicenter

く同等なものにするためである。

なお、観測された NS 成分と EW 成分を用い、地震波到来方向に直交する成分 (T成分) を計算し、これを解析に用いる波形とした。

5.2 観測記録の処理

観測された地震動をホワイトノイズが入力する線形フィルターからの出力と考え、その周波数特性を抽出する。いま、フィルターを  $(p, q)$  次の自己回帰・移動平均過程 (AR・MA) で表現できるとすれば、時刻  $t$  における観測値  $y_t$  は次式のように定義される<sup>9)</sup>。

$$y_t = -\alpha_1 y_{t-1} - \alpha_2 y_{t-2} - \dots - \alpha_p y_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q} \dots (7)$$

ここに、 $\varepsilon_t$  は入力としたホワイトノイズの時刻  $t$  における値である。一般の波形記録を処理する場合、 $p, q$  をどの程度にすればよいかは明確でないが、地震波の場合は 4~6 程度で、十分にその周波数特性が抽出できるので<sup>9)</sup>、ここでは  $p=q=8$  として解析した。 $p$  と  $q$  の次数が同じ場合には 2 段階最小 2 乗法を用いることにより、式(7)を規定するパラメータ  $\alpha_i, \beta_i (i=1, 2, \dots, 8)$  は観測値のみから決定できる<sup>9)</sup>。この時、式(7)で定義される時系列のパワースペクトルは次式のように与えられる<sup>9)</sup>。

$$S(f) = 2\sigma_\varepsilon^2 |1 + \sum_{i=1}^q \beta_i e^{-i2\pi f i T}| / |1 + \sum_{i=1}^p \alpha_i e^{-i2\pi f i T}| \dots (8)$$

ここに、 $f$  は振動数、 $T$  はサンプリング時間間隔であり、 $\sigma_\varepsilon^2$  は入力の分散であるが、これも観測値から決定できる。

式(8)で求められるパワースペクトルは、フィルターの係数が信号理論により最適化されているので、フーリエ変換を用いて求めたスペクトルのように不規則な形状は示さず、平滑化される。地表面に設置されている観測点間の伝達関数を計算する場合、フーリエ変換で求めたものを使用すると、振動数成分による不規則な変動が大きいため、地盤のパラメータが同定できないことが多い。AR-MA モデルを用いるとうこうした困難さを解消することができる。Fig. 25 は 1 例として、測点 No. 1, 2, 3 において、グループ 3 に属する No. 21 の地表面での記録から求めたパワースペクトルを示したものである。

こうして求めた地表面記録のパワースペクトルにより、観測点 No. 1 から No. 3 へ、No. 2 から No. 3 への伝達関数の振幅  $|H_{13}(\omega)|$  と  $|H_{23}(\omega)|$  を次式に基づいて求める。

$$|H_{XY}(\omega)|^2 = S_{YY}(\omega) / S_{XX}(\omega) \dots (9)$$

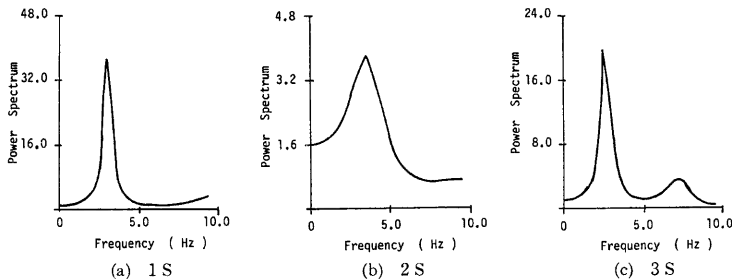


Fig. 25 Power spectrum calculated from the earthquake record of No. 21 by using autoregressive moving average process

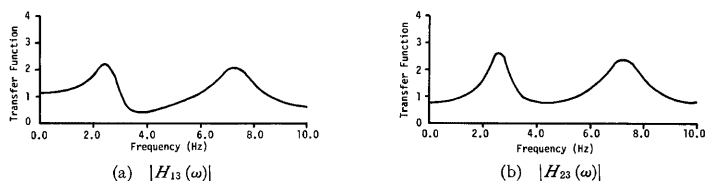


Fig. 26 Frequency transfer function calculated from power spectrum shown in Fig. 25

ここに、 $H_{XY}(\omega)$  は観測点  $X$  から  $Y$  への伝達関数、 $S_{XX}(\omega)$  と  $S_{YY}(\omega)$  は観測点  $X$  と  $Y$  におけるパワースペクトルである。Fig. 26 は No. 21 の記録について  $|H_{13}|$  と  $|H_{23}|$  を示したものである。

### 5.3 観測記録から求まる位相特性

Fig. 24 に示した地震のグループごとに、観測点 No. 2 から No. 3 の間における位相速度を求める。まず、各グループ内の地震波について2点間のクロスパワースペクトルと No. 2 地点のパワースペクトルを算出する。つぎに、各々のスペクトルを基準化して重ね合わせるにより、グループごとのクロススペクトルとパワースペクトルを算出した。前者を後者で除することにより2点間の伝達関数を求め、この虚数部から位相差スペクトルを求めた。Fig. 27 はこうして求めた位相差スペクトルと、重ね合せの計算の際に求められたコーヒレンス関数の1例を示したものである。グループ1の場合が示されている。

位相速度は図示されている位相差スペクトルから求めるが、これが振動数に関する奇数次の関数で近似できるとし、最小2乗法を用いて位相差スペクトルの近似曲線を決定し、これから位相速度を求めた。なお、コーヒレンス関数の値をデータの信頼度の重み係数として最小2乗近似を行った。結果が Fig. 28 に示されている。図から明らかのように、観測された地震波の位相速度は、分散性を有しており、これらの分散曲線は、各グループによって異なった特性を示している。このような位相速度の分散性は、地盤の不整形構造に起因するものと考えられる。しかもこれらの不整形構造による影響は、地震波の入射方向によって異なっている。

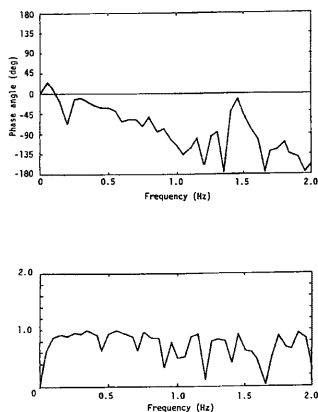


Fig. 27 Average phase spectrum and coherence function for accelerograms in group No. 1 earthquakes

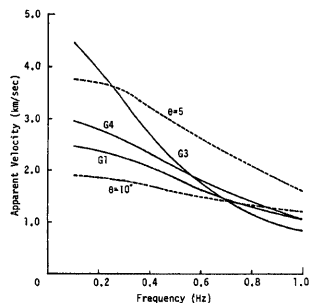


Fig. 28 Apparent wave velocities obtained from the average phase spectra for different earthquake groups

さらにこうした位相速度の分散特性が、地盤の不整形構造に起因するものとした場合、どの程度説明つかを示したのが図中の破線である。上側の破線は、Fig. 8(a) に示したモデル地盤に単位振幅の SH 波が入射角  $5^\circ$  で入射する場合に、観測点 No. 2 と 3 の間で解析的に求まる位相差から計算した位相速度である。下側のものは入射角が  $10^\circ$  の場合である。観測された分散特性は、両者の分散曲線の中にほぼ含まれている。こうしたことから、不整形構造を詳細にモデル化すれば位相速度の分散性もかなりの精度で表現できることがわかる。

#### 5.4 観測記録から同定される地盤特性

Table 3 に示した各グループの中から No. 49, No. 30, No. 21 の地震波について、観測点 No. 1 と No. 3 の間の伝達関数を計算し、その振幅  $H_{13}(\omega)$  を観測値と考え、地盤の物理定数ならびに地盤構造を同定する。不整形地盤の構造は Fig. 8(a) に示したようにモデル化できるとし、地盤のせん断波速度  $\beta_1, \beta_2$ 、表層地盤の層厚  $D_1, D_2$  ならびに不整形な基盤構造部分の長さ  $l$  を未知数とした。未知数の数は 5 個であるがこれを同時に同定するアルゴリズムでは、同定値への収束性が悪いので以下に述べるように繰り返し同定を行った。未知数を  $(\beta_1, \beta_2), (D_1, D_2)$  と  $l$  の 3 つのグループに分ける。まず  $(D_1, D_2)$  と  $l$  を初期値に固定し、 $(\beta_1, \beta_2)$  を同定する。つぎに  $(\beta_1, \beta_2)$  をこの同定された値に固定し、かつ  $l$  を初期値に固定し、 $(D_1, D_2)$  を同定する。さらに  $(\beta_1, \beta_2)$  と  $(D_1, D_2)$  を同定された値に固定し  $l$  を同定する。以下この操作を、全ての未知数がある一定値に収束するまで繰り返す。 $|H_{13}(\omega)|$  を観測値として選んだのは、不整形構造の大局的な情報が  $|H_{23}(\omega)|$  より  $|H_{13}(\omega)|$  により多く含まれていると考えたためである。比較のために No. 30 の記録に対しては  $|H_{12}(\omega)|$  と  $|H_{23}(\omega)|$  も観測値と考え同定を行った。

4.2 で述べたように、伝達関数の絶対値を観測値とすると、入射角が小さい場合には入射角の差による影響があまりはつきり現われない。したがって  $|H_{13}(\omega)|$  を観測値とする場合には、入射角  $\theta$  を同定するための未知数に選ぶことは適切でない。ここでは  $\theta=10^\circ$  として解析を行った。地殻上層でのせん断波速度はおおよそ  $2\sim 3$  km/sec と考えられるので、この層を地震波が水平に伝播するものと仮定すれば、モデル地盤における基盤層での入射角は  $9.5\sim 6.3^\circ$  となるからである。

Table 4 は、以上に述べたような手順で各グループごとの地震波の伝達特性を観測値として与えたときの初期値および同定値を示したものである。厳密値の欄のせん断波速度は、各観測地点での地盤調査結果を基にして求めた等価なせん断波速度であり、 $D_1$  と  $D_2$  は、地盤調査より求まっている実地盤の深さであり、 $l$

Table 4 Identified values of irregular ground characteristics

		Shear Wave Velocities of Ground		Geometric Parameters of Ground		
		$\beta_1$ (m/s)	$\beta_2$ (m/s)	$D_1$ (m)	$D_2$ (m)	$l$ (m)
Initial Values		170	330	9	45	620
Earthquake Group and Record Number	No. 49 G① $ H_{13}^*(\omega) $	183	450	10	53	625
	No. 30 G④ $ H_{13}^*(\omega) $	170	380	16	58	625
	No. 21 G③ $ H_{12}^*(\omega) $	158	438	9.3	50	668
	No. 21 G⑤ $ H_{23}^*(\omega) $	180	320	5	30	620
	No. 21 G③ $ H_{13}^*(\omega) $	160	318	8	47.5	635
Exact Values		146	343	9	45	620



はモデル化した地盤の不整形構造の長さである。主測線に沿って伝播してくる No. 21 の地震波を用いた同定結果をみると、 $|H_{13}(\omega)|$  を用いた結果が比較的厳密値に近い収束値を与えていることが表からわかる。また伝達特性のピークが顕著に現われていないグループ 1 と 4 の地震波を用いた場合には、厳密値からの誤差が大きくなることもわかる。すなわち、No. 49 (グループ 1) あるいは No. 30 (グループ 4) の地震波は入射方向と主測線の方向が一致していないためである。ここではこうした地震波に対しても T 成分のみを用いて同定を行っている。この場合の T 成分は Fig. 8(a) に示すようなモデル地盤では紙面に垂直な成分とはなっていない。したがって、伝播する波動を SH 波とした解析では十分に観測値を説明できないので、同定値と厳密値との間にはかなりの差がみられる。こうした問題点を改良するためには、入射方向の差異による地盤の震動特性を表現できるように、観測点近傍の 3 次元的不整形構造をモデル化した上で、同定解析を行なわなければならない。このためには、3 次元的な拡がりを持つ不整形境界面を D-W 法により離散化するためのアルゴリズムを展開しなければならず、今後に残された課題である。

## 6. 結 論

本研究は、実地震記録により不整形地盤の震動特性を明らかにし、地盤の不整形性や地盤を構成する土の物理定数を同定するためのアルゴリズムを作成することを目的とした。同定問題では、目的関数を最小化する必要があるが、目的関数の微係数を用いずに行える Powell の方法を用いた。

また、Aki and Larner による Discrete Wavenumber 法を用いて、不整形地盤の震動解析を行い、地表面における応答特性および 2 地点間の伝達特性について考察を加えた。その結果、不整形地盤における周波数応答特性は、波動の入射角が小さい場合には、当該地点直下の地盤構造が水平に拡がっているとした水平成層地盤の応答特性とほぼ一致することが明らかになった。入射角が大きくなると、不整形地盤構造に起因していると考えられる振動モードが顕著になること、複雑な応答特性であっても応答値のピークを追うことにより卓越している振動モードの不整形構造に伴う消長を知ることができることなどを明らかにした。さらに、不整形地盤では、実体波が入射する場合でも、分散性のある波動が発生し、地盤内を伝播することを示した。また、実測された地震記録により求める位相速度の分散性が、地盤の不整形構造を考えることにより、説明のつけられることも明らかにした。最後に、不整形地盤のパラメータ、すなわち地盤のせん断波速度、層厚、不整形基盤構造部の長さなどが、実測の地震記録を用いて同定できることを示した。この際、観測記録による伝達特性が、明瞭に規定できる記録ほど同定値の精度が良いことを明らかにした。

本研究では、実地盤の不整形性を単純化し、それをモデル化した上で SH 波だけを考慮した解析を行った。したがって、地震波の伝播方向や 3 次元的不整形構造に伴う SV 波の発生は考慮していない。また、本研究では、観測点間の伝達特性を用いて同定しているため、入射角  $\theta$  をパラメーターとして同定することができなかった。位相速度の分散曲線を用いれば入射角  $\theta$  の同定が可能であると考えられるが、これは、今後に残された課題である。

最後に本研究で使用した地震記録の収集と整理に関しては、観測システムから、データ処理ならびに管理にわたって大阪ガス株式会社によって開発されたものを使用させていただいた。ここに記して感謝の意を表わします。

## 参 考 文 献

- 1) 地下構造の不規則な地域での地震動災害とその防止に関する研究，文部省科学研究費自然災害特別研究研究成果 No. A-57-5，(代表者 吉川宗治)，1982。
- 2) Aki K. and K. L. Larner: Surface Motion of a Layered Medium Having an Irregular Interface Due to Incident Plane SH Waves, Journal of Geophysical Research, Vol. 75, pp. 933-954, 1970.

- 3) Yun C-B and M. Shinozuka: Identification Dynamic Systems, J. Struch. Mech., Vol. 8(2), pp. 182-203, 1980.
- 4) Zangwill W. I: Minimizing a Function without Calculating Derivatives, Computer Journal, Vol. 10, pp. 293-296, 1967.
- 5) Powell M.J.D.: An efficient method for finding the minimum of a function of several variables without calculating derivations, Computer Journal, Vol. 7, pp. 155-162, 1964.
- 6) 土岐憲三・佐藤忠信・生木泰秀: 自己回帰・移動平均法による構造物の動的パラメーターの推定, 京都大学防災研究所年報第21号, 1978.
- 7) 日野幹雄: MEM 最大エントロピー法による新しいスペクトルの計算法, 土木学会誌, 1976. 7, pp. 50.
- 8) 土岐憲三・佐藤忠信: 時系列理論による強地震特性の推定, 京都大学防災研究所年報 第22号 B-2, pp. 25-36, 1979.
- 9) 赤川弘次・中川東一郎: ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンスライブラリ情報電算機 = 9, サイエンス社.