

剛域を含む筋違付架構の弾塑性解析

若 林 實・柴 田 道 生

ELASTIC-PLASTIC ANALYSIS OF A BRACED FRAME WITH RIGID ZONES

By *Minoru WAKABAYASHI* and *Michio SHIBATA*

Synopsis

An elastic-plastic analysis was performed on the hysteretic behavior of a steel braced frame with rigid zones. Each member was assumed to be composed of three elastic-plastic springs, two straight segments and two rigid segments. The relative rotation of the spring was assumed to be proportional to the moment-curvature relationship of individual member. The governing equations included the second order terms of the brace deflection and the increments of load and deformation parameters were obtained by solving the second order simultaneous equations.

1. 序

骨組解析の理論では、骨組を構成する各部材はその材軸線を通る線材に置換され、通常、各部材の接合点は空間的な伸びを持たない節点とみなされる。しかし、実際の骨組架構では各部材の接合部は空間的な伸びを持ち、一般にその剛性や耐力は部材の剛性や耐力に比べて大きいので、剛域とみなし得る場合が多い。また多くの場合、その寸法は各部材の材長に比べて無視し得ない。骨組架構の弾塑性性状を解析するにあたり、こういった剛域の効果を考慮するかどうかによって骨組の剛性および耐力の評価に大きな影響を与える。

骨組の剛性評価に関しては、各種の残留応力や接合部の剛性評価に未解決の面が多いので、実験値等との比較ではむしろ剛域の効果を考慮しない解析の方が実験結果をよく説明し得る場合がある。しかし、耐力の評価に関しては剛域の効果を考慮しなければ耐力を過小に評価するおそれが十分にある。特に筋違付架構の場合、筋違と骨組の接合部の寸法の効果が正確に評価されなければ筋違の細長比を過大に見積ることになるので、解析結果に及ぼす影響が大きい。

著者らは先に、弾塑性バネと直線棒を組合わせたモデルによる筋違付架構の弾塑性解析手法を導いた¹⁾。本論文ではこの手法を拡張し、剛域を含む筋違付架構の解析に適用する。

2. 仮 定

架構面内に座屈するように設計された筋違を持ち、剛域を含む筋違付架構を解析するにあたり、次の仮定を設ける。

- 1) 架構を構成する各部材を Fig. 1 に示すような有限長さ s_A , s_B を持つ 2 個の剛域部分と 2 個の直線部材およびそれらを連結する 3 個の弾塑性バネ要素で構成されたモデルに置換する。
- 2) 直線部材は曲げに対して剛であるが、軸方向力に対しては弾塑性的に伸縮する。弾塑性バネ要素 k ($k=A, B, C$) における相対回転角 ψ_k は、その点での軸力と曲げモーメントに対する曲率 κ_k と次の関係にある。

$$\psi_k = C_k \kappa_k \dots\dots\dots(1)$$

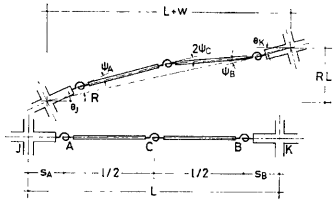


Fig. 1 Member with rigid zones

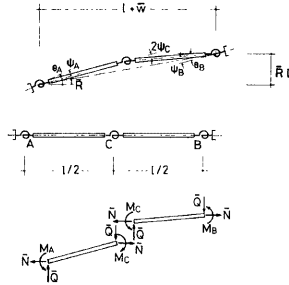


Fig. 2 Member without rigid zones

ここに、 C_k は長さの次元を持つ定数であり、文献¹⁾における考察に基づいて、筋違については

$$C_A = C_B = C_C = l/12 \dots\dots\dots(2)$$

柱・はりについては

$$C_A = C_B = l/6, C_C = l/3 \dots\dots\dots(3)$$

とする。ここに、 l は剛域端の間の内法寸法である。

- 3) 各バネ要素は有限個の繊維要素からなり、平面保持仮定が成立する。また、材料は区分線形の応力-ひずみ関係を持つ。
- 4) 外力は節点のみに作用し、各部材に中間荷重は存在しない。柱・はりには座屈が生じないものとする。この仮定のもとでは柱・はりの中央のバネ要素Cは常に弾性状態にあると考えられ、

$$M_C = EI \psi_C / C_C \dots\dots\dots(4)$$

が成立する。ここに E は材料の Young 係数、 I は断面2次モーメントである。

- 5) Fig. 1 に示す各変形パラメータの増分のうち、筋違の座屈変形に対応する $\Delta\psi_C$ については2次の項まで考慮し、それ以外のパラメータについては線形項のみを考慮する。

3. 剛域を含まない部分の部材剛性関係式

Fig. 2 は、Fig. 1 における剛域の内側の部分を自由体として取り出したものである。材端力および各変形パラメータは図示の向きを正と定める。剛域を含まない部材に対する部材剛性関係式は既に文献 1) に示されており、ここではその概要のみを記す。

仮定 3) に基づけば、バネ要素 k における軸力増分 ΔN および曲げモーメント増分 ΔM_k と、材軸上での伸びひずみ増分 $\Delta \epsilon_k$ および相対回転角増分 $\Delta \psi_k$ の間には次の関係が成立する。

$$\Delta N = \bar{A}_k \Delta \epsilon_k + \bar{S}_k \Delta \psi_k / C_k \dots\dots\dots(5)$$

$$\Delta M_k = \bar{S}_k \Delta \epsilon_k + \bar{I}_k \Delta \psi_k / C_k \dots\dots\dots(6)$$

ここに、 $\bar{A}_k \equiv \int_A E' dA$, $\bar{S}_k \equiv \int_A z E' dA$, $\bar{I}_k \equiv \int_A z^2 E' dA$ はバネ要素を構成する各繊維要素の接線弾性係数 E' を断面全体について積分することによって得られ、 z は各繊維要素の材軸からの距離である。式(5), (6)を変形すれば次の表現が得られる。

$$\Delta \epsilon_k = (1/\bar{A}_k) \Delta N - \bar{T}_k \Delta \psi_k / C_k \dots\dots\dots(7)$$

$$\Delta M_k = \bar{T}_k \Delta N + \bar{K}_k \Delta \psi_k \dots\dots\dots(8)$$

$$T_k \equiv \bar{S}_k / \bar{A}_k, K_k \equiv (\bar{I}_k - \bar{S}_k^2 / \bar{A}_k) / C_k$$

式(2), (3)で定義した C_A, C_B, C_C は各バネ要素の物理的な長さに相当するから, 各バネ要素および直線部材の伸びひずみを $\varepsilon_A, \varepsilon_B, \varepsilon_C$ および ε_R で表せば, それらの伸びは $C_A \varepsilon_A, C_B \varepsilon_B, C_C \varepsilon_C$ および $(l - C_A - C_B - 2C_C) \varepsilon_R$ で表される。材の両端での軸方向相対変位 w は, 各構成要素の伸びと幾何学的変化の材軸方向成分の和として求まる。

$$w = C_A \varepsilon_A + C_B \varepsilon_B + 2 C_C \varepsilon_C + (l - C_A - C_B - 2 C_C) \varepsilon_R - (R^2 + \psi_C^2)/2 \dots \dots \dots (9)$$

式(9)を増分で表現したものに式(7)を代入し,

$$\psi_A = \theta_A - \bar{R} - \psi_C, \psi_B = \theta_B - \bar{R} + \psi_C \dots \dots \dots (10)$$

および仮定 5) を考慮すれば次式を得る。

$$\Delta \bar{N} = \frac{\bar{a}}{l} \{ T_A \Delta \theta_A + T_B \Delta \theta_B + \Delta w - \bar{i}_1 \Delta \bar{R} - \bar{i}_2 \Delta \psi_C + (l/2) (\Delta \psi_C)^2 \} \dots \dots \dots (11)$$

ここに

$$\bar{a} \equiv l \left\{ \frac{C_A}{\bar{A}_A} + \frac{C_B}{\bar{A}_B} + \frac{2 C_C}{\bar{A}_C} + \frac{l - C_A - C_B - 2 C_C}{E_R' A} \right\}$$

$$\bar{i}_1 \equiv T_A + T_B - Rl, \bar{i}_2 \equiv T_A - T_B - 2 T_C - \psi_C l$$

であり, E_R は直線部材の接線弾性係数である。

式(10), (11)を式(8)に代入し, **Fig. 2** に示す自由体群に作用する力の釣合条件式

$$\begin{cases} \Delta \bar{Q} l - \Delta M_A - \Delta M_B + (\bar{N} \Delta R + \bar{R} \Delta \bar{N}) l = 0 \\ \Delta M_A - \Delta M_B - 2 \Delta M_C - (\bar{N} \Delta \psi_C + \psi_C \Delta \bar{N} + \Delta \bar{N} \Delta \psi_C) l = 0 \end{cases} \dots \dots \dots (12)$$

を考慮すれば, 剛域を含まない部分の部材剛性関係式が次のように得られる。

$$\Delta \bar{P} = [D] \Delta \bar{w} + \mathbf{t} (\Delta \psi_C)^2 \dots \dots \dots (13)$$

$$\Delta \bar{P} \equiv \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta M_A \\ \Delta M_B \\ \Delta \bar{N} \\ -\Delta \bar{Q} \end{Bmatrix} \quad \Delta \bar{w} \equiv \begin{Bmatrix} \Delta \psi_C \\ \Delta \theta_A \\ \Delta \theta_B \\ \Delta w \\ \Delta R l \end{Bmatrix} \quad \mathbf{t} \equiv \frac{\bar{a}}{2} \begin{Bmatrix} -3 \bar{i}_2 \\ T_A \\ T_B \\ 1 \\ -\bar{i}_1 \end{Bmatrix}$$

$$[D] = \frac{\bar{a}}{l} \begin{bmatrix} \frac{N l^2}{a} + \bar{i}_2^2 + J_A + J_B + 2 J_C & -(T_A \bar{i}_2 + J_A) & -(T_B \bar{i}_2 - J_B) & -\bar{i}_2 & \frac{\bar{i}_1 \bar{i}_2 + J_A - J_B}{l} \\ -(T_A \bar{i}_2 + J_A) & T_A^2 + J_A & T_A T_B & T_A & -\frac{T_A \bar{i}_1 + J_A}{l} \\ -(T_B \bar{i}_2 - J_B) & T_A T_B & T_B^2 + J_B & T_B & -\frac{T_B \bar{i}_1 + J_B}{l} \\ -\bar{i}_2 & T_A & T_B & 1 & -\frac{\bar{i}_1}{l} \\ \frac{\bar{i}_1 \bar{i}_2 + J_A - J_B}{l} & -\frac{T_A \bar{i}_1 + J_A}{l} & -\frac{T_B \bar{i}_1 + J_B}{l} & -\frac{\bar{i}_1}{l} & \frac{N}{a} + \frac{\bar{i}_1^2 + J_A + J_B}{l^2} \end{bmatrix}$$

4. 剛域を含む部材の部材剛性関係式

Fig. 1 に示す部材 JK の両端での材端力 N, Q, M_J, M_K と **Fig. 2** に示す内法部材 AB の材端力 $\bar{N}, \bar{Q}, M_A, M_B$ の間には次の関係が成立する。

$$\begin{cases} N = \bar{N}, M_J = M_A + s_A \bar{Q} + s_A \theta_J \bar{N} \\ Q = \bar{Q}, M_K = M_B + s_B \bar{Q} + s_B \theta_K \bar{N} \end{cases} \dots \dots \dots (14)$$

ここに s_A, s_B は剛域の長さ, θ_J, θ_K は節点 J, K での節点回転角であり, 式(14)を増分で表せば次式を得る。

$$\begin{cases} \Delta N = \Delta \bar{N}, \Delta M_J = \Delta M_A + s_A \Delta \bar{Q} + s_A (\theta_J \Delta \bar{N} + \bar{N} \Delta \theta_J) \\ \Delta Q = \Delta \bar{Q}, \Delta M_K = \Delta M_B + s_B \Delta \bar{Q} + s_B (\theta_K \Delta \bar{N} + \bar{N} \Delta \theta_K) \end{cases} \dots\dots\dots (15)$$

一方, 部材 JK の両端での材軸方向相対変位 w および部材回転角 R と, 内法部材 AB の材軸方向相対変位 \bar{w} および部材回転角 \bar{R} の間には幾何学的関係

$$w = \bar{w} - \frac{1}{2} s_A \theta_J^2 - \frac{1}{2} s_B \theta_K^2, RL = \bar{R}l - s_A \theta_J - s_B \theta_K \dots\dots\dots (16)$$

が成立し, 増分で表現すると次式を得る。

$$\begin{cases} \Delta w = \Delta \bar{w} - s_A \theta_J \Delta \theta_J - s_B \theta_K \Delta \theta_K \\ \Delta RL = \Delta \bar{R}l - s_A \Delta \theta_J - s_B \Delta \theta_K \end{cases} \dots\dots\dots (17)$$

式(15), (17)を式(13)に代入すれば, 剛域を持つ部材の部材剛性関係式が次のように得られる。

$$\Delta P = ([r]^T [D] [r] + [s]) \Delta w + [r]^T t (\Delta \psi_c)^2 \dots\dots\dots (18)$$

$$\Delta P \equiv \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta M_J \\ \Delta M_K \\ \Delta N \\ -\Delta Q \end{Bmatrix}, \Delta w \equiv \begin{Bmatrix} \Delta \psi_c \\ \Delta \theta_J \\ \Delta \theta_K \\ \Delta w \\ \Delta RL \end{Bmatrix}$$

$$[r] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & s_A \theta_J & s_B \theta_K & 1 & 0 \\ 0 & -s_A & -s_B & 0 & 1 \end{bmatrix}, [s] = N \begin{bmatrix} 0 & & & & \\ & s_A & & 0 & \\ & & s_B & & \\ & & & 0 & \\ & & & & 0 \end{bmatrix}$$

基準座標 x, y 軸と α の角度をなす部材の材端力および材端変位とその正の向きを Fig. 3 のように定義し, $\lambda \equiv \cos \alpha, \mu \equiv \sin \alpha$ とおけば, 基準座標系に関する部材剛性関係式は次のように表せる。

$$\Delta X = [A]^T ([r]^T [D] [r] + [s]) [A] \Delta u + [A]^T [r]^T t (\Delta \psi_c)^2 \dots\dots\dots (19)$$

$$\Delta X \equiv \begin{Bmatrix} 0 \\ \Delta X_J \\ \Delta Y_J \\ \Delta M_J \\ \Delta X_K \\ \Delta Y_K \\ \Delta M_K \end{Bmatrix}, \Delta u \equiv \begin{Bmatrix} \Delta \psi_c \\ \Delta u_J \\ \Delta v_J \\ \Delta \theta_J \\ \Delta u_K \\ \Delta v_K \\ \Delta \theta_K \end{Bmatrix}$$

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\lambda & -\mu & 0 & \lambda & \mu & 0 \\ 0 & \mu & -\lambda & 0 & -\mu & \lambda & 0 \end{bmatrix}$$

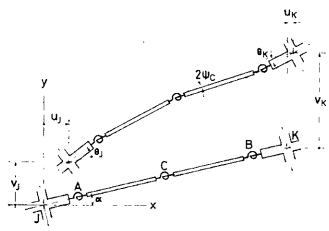


Fig. 3 Inclined member

5. 増分幅の決定

仮定 3) より各バネ要素は有限個の繊維要素で構成され, しかも材料が区分線形の応力-ひずみ関係を持つので, 各バネ要素における $\bar{A}_k, \bar{S}_k, I_k$ の値は変形の連続的進行とともに段階的に変化し, 式(19)は $\bar{A}_k,$

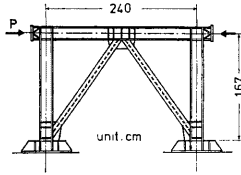


Fig. 4 K-type braced frame (ref. 2)

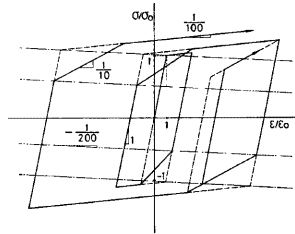


Fig. 5 Stress-strain relationship

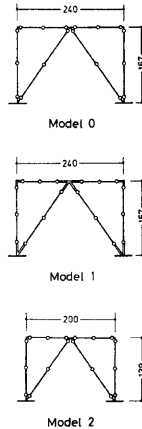
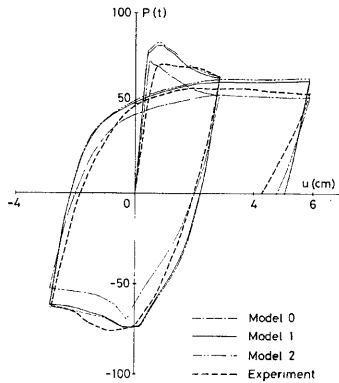


Fig. 6 Load-displacement relationship

に、仮定した材料の応力-ひずみ関係を Fig. 5 に示す。Fig. 6 は荷重水平変位関係を示し、実験値を破線で、本解析結果を1点鎖線、実線および2点鎖線で示す。

1点鎖線で示された解析結果は、骨組各部分材の材軸線を結ぶ Model 0 に対応するものであり、弾性剛性は実験値とはほぼ一致しているが耐力は実験値を下まわっている。このモデルでは骨組を構成する各部分材の材長が実際の内法寸法より20~30%過大に評価されるために、筋違の細長比を実際より大きく見積ることになって筋違の履歴特性を忠実に反映し得ない。また純骨組部についてもその分担水平力を過小に評価する。これに対し、実線は剛域の効果を考慮した Model 1 に対する解析結果であり、実験値に比べて剛性を過大に評価する傾向にあるが、耐力は実験値とよく対応している。

剛域の効果を簡便に評価する手段として、各部分材の内法寸法に等しい材長を持つ部分材で構成された縮小モデルを用いる手法が提案されている¹⁾。Fig. 6 中の2点鎖線は、筋違の材長が実際の内法寸法に等しく、しかもモデルの形状が実際の骨組と相似形を保つように設定した縮小モデル Model 2 に対する解析結果である。このモデルでは柱・はりの材長は実際の内法寸法とは異っている。縮小モデルによる解析結果は剛域モデル Model 1 の解析結果とよく一致しており、この程度の小規模の梁構では、相似則が厳密には成立しない場合でも縮小モデルによる解析が有効であることが確かめられた。

縮小モデルは、その形状が実際の骨組と相似形を保ち、しかも各部分材の材長が元の骨組の各部分材の内法寸

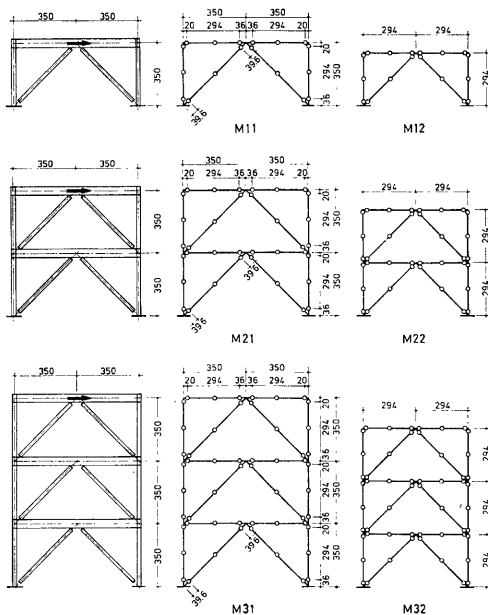


Fig. 7 Models for analysis

法と等しければ、実際の骨組の挙動をよく近似し得るものと考えられる。しかし、実際の骨組では各部材の材長と内法寸法の比は異っており、上記の相似則が理想的に満される場合はほとんどない。また、縮小モデルでは柱等における $P-d$ 効果を過大に評価し、しかも筋違に作用する軸方向力の偏心の効果を過小に評価するおそれがある。

こういった要因が縮小モデルによる解析の精度に及ぼす影響を明らかにするためには、より大きな規模の架構に対する検討が必要である。Fig. 7 は 1～3 層の筋違付架構に対する剛域モデルと縮小モデルを示す。ここでは剛域モデル M 11, M 21, M 31 の各部材の内法寸法は対応する縮小モデル M 12, M 22, M 32 の各部材の材長と等しくなるように定めてある。各部材の断面形および寸法は文献 3) の実験を参考にした (Table 1)。

Table 1 Member dimensions	
Brace	H175 × 175 × 6 × 10
Beam	H456 × 150 × 6 × 16
Column	H200 × 200 × 14 × 28

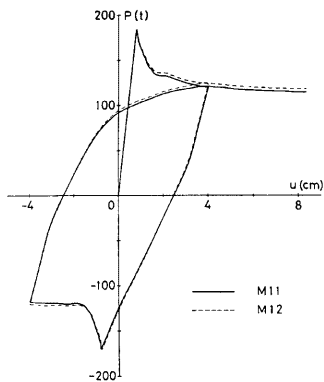


Fig. 8 Load-displacement relationship of 1 story braced frame

Fig. 8 は、1層モデル M 11 および M 12 のはり中央部に繰返し水平力を加えたときの水平力 P と載荷点の水平変位 u の関係を示す。縮小モデルによる解は、剛域モデルによる解に比べて耐力を大きく評価するに傾向にあるが、その差異はわずかである。Fig. 6 での両解析結果の差は本例題における両者の差異と同程度であり、筋違付架橋では筋違の特性が支配的となるため、柱・はりについては必ずしも材長が正確に評価されなくとも、そのことによる誤差はわずかであると考えられる。

Fig. 9 は剛域モデル M 11, M 21, M 31 の最上層はりの中央部に水平力を加えたときの水平力 P と載荷点の水平変位 u の関係を示す。横軸は各骨組の軒高 H で無次元化されている。初期剛性は層数の増加とともに低下し、M 31 の初期剛性は M 11 の約 $2/3$ となっている。多層の筋違付架橋に比例載荷の水平力を加えると、最大荷重以降特定の層の変形のみが増大して他の層の変形が戻るため、最大荷重以後の全体変形は層数が多い程減小し、荷重-変位曲線は最大荷重に達した直後に急激な低下を示す。

Fig. 10 は、剛域モデル M 21 および M 31 の各層の層間変位 δ と外力の関係を実線で、参考のため全体変形を太破線で示す。Fig. 11 に示す変形モードの推移からも明らかなように、いずれも最大荷重以降第2層の変形が著しく増大するのに対し、第1層の変形は戻っており、M 31 の第3層層間変位はほぼ一定値を保っている。両者とも第1層の初期剛性は M 11 の初期剛性にほぼ等しいが、上層の剛性は全体の層数の増加とともに減小する傾向にある。Fig. 10(b) 中の細破線は縮小モデル M 32 による解析結果であり、最大荷

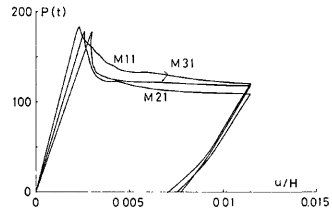


Fig. 9 Load-displacement relationship of 1-3 story braced frame

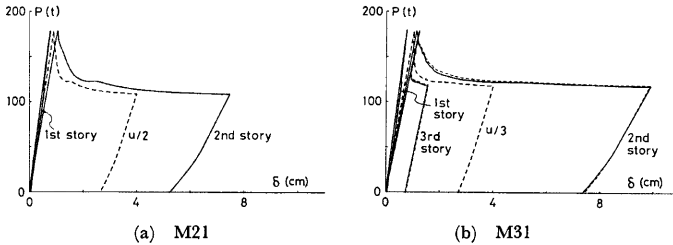


Fig. 10 Story shear-drift relationship

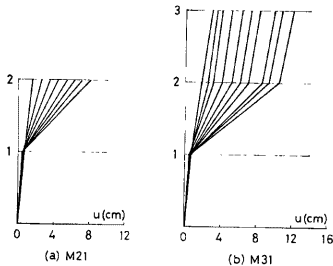


Fig. 11 Deflection mode

重および最大荷重以降の耐力を大きめに評価する傾向があるが、大変形域ではその差はわずかである。また各層の層間変位は正確に評価されており縮小モデルによる解析の有効性が確認された。

Fig. 12 は、M 31 における各層の筋違の軸力 T と軸方向相対変位 w の関係を示す。実線が引張筋違、破線が圧縮筋違の挙動に対応する。第2層の圧縮筋違のみ変形が増大し、その他の筋違は全て弾性的に除荷していることがわかる。

Fig. 13 は M 21 および M 31 の第2層の筋違の軸方向力の大きさ $|T|$ と層間変位 δ の関係を示し、実

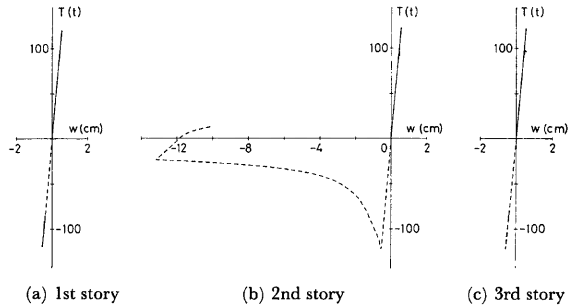


Fig. 12 Axial force-displacement relationship of brace

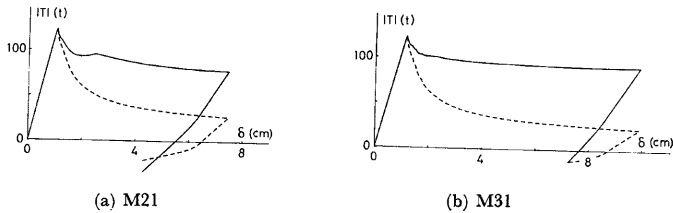


Fig. 13 Brace axial force-story drift relationship

線は引張筋違に、破線は圧縮筋違に対応する。K型筋違付架構では2本の筋違の軸力差の鉛直成分がはりに横力として作用する。この例でははりに作用する横力の最大値はM21の第2層において約36t、M31の第2層に対して約48tである。

このことは、K型筋違付架構の、中間層におけるはりの横力負担能力が最上層に比べて大きいことを示すものと考えられる。

文献4)では、文献1)での考察に基づいて1層1スパンK型筋違付架構のはりが負担し得る横力を次式で与えた。

$$Q_g = \begin{cases} 2M_{g0}/l_g & M_{c0} > M_{g0} \dots\dots\dots (24a) \\ (M_{g0} + M_{c0})/l_g & M_{c0} < M_{g0} \dots\dots\dots (24b) \end{cases}$$

ここに M_{c0} 、 M_{g0} は柱およびはりの全塑性モーメント、 l_g は筋違・はり接合部と柱・はり接合部の間の内法寸法である。本例題に対する式(24a)の値は約27.1tであり、本解析で得られた値を相当下まわっている。

7. 結 論

- 1) 弾塑性パネー直線棒モデルによる解析手法を発展させ、剛域を含む筋違付架構の弾塑性解析手法を導いた。支配方程式は筋違の横たわみの2次の項を含み、連立2次方程式を解くことにより次の剛性変化に対応する各増分を決定し得る。解析結果は実験値とよい対応を示した。
- 2) 1～3層K型筋違付架構の解析結果より、各部材の内法寸法を材長とする縮小モデル解析の妥当性を検証した。
- 3) 筋違の水平力分担率の大きい多層K型筋違付架構に比例載荷の水平外力が作用した場合、特定の層の変

形のみが著しく増大し、他の層では弾性除荷が生じる現象が起こる可能性がある。この場合、最大荷重以後耐力が急激に低下する。

- 4) K型筋違付架構におけるはりの横力負担能力は、最上層よりも中間層において大きい。

参 考 文 献

- 1) 柴田道生・若林 實：繰返し荷重を受ける筋違付架構の弾塑性解析，日本建築学会論文報告集，第325号，1983. 3，pp.9-16.
- 2) 藤本盛久・橋本篤秀・北後 寿・守谷一彦：繰返し水平荷重を受ける筋違付鉄骨ラーメンの弾塑性性状に関する研究（その10），日本建築学会大会学術講演梗概集，1974. 10，pp.971-972.
- 3) 遠山幸三・佐伯俊夫・山田登志郎・鈴木宏一：K型筋かい付鉄骨骨組の実験的研究，鹿島建設技術研究所年報，第30号，1982. 7，pp.77-84.
- 4) 柴田道生・若林 實：K型筋違付架構の塑性耐力，日本建築学会論文報告集，第326号，1983. 4，pp.1-9.