

洪水流出モデルの確率過程的評価に関する研究

高棹 琢馬・宝 馨・楠橋 康広

A STOCHASTIC METHOD OF EVALUATING SHORT-TERM RAINFALL-RUNOFF MODELS

By *Takuma TAKASAO, Kaoru TAKARA*
and *Yasuhiro KUSUHASHI*

Synopsis

Since various kinds of rainfall-runoff models have been developed, the evaluation of them has become one of the most important problems. What kind of model should be used for a specific hydrological problem? In this paper, a stochastic method of evaluating rainfall-runoff models is presented. First, the properties of stochastic input-output transformation of hypothetical slope and slope-channel systems are studied by using the kinematic wave model and the Monte Carlo simulation technique. Second, the so-called storage function models, which are regarded as ones obtained by simplifying the kinematic wave model, are evaluated by the method considering whether the models preserve the stochastic properties of the system or not. Since rainfall-runoff phenomenon is physical and stochastic, the method presented here is appropriate and useful.

1. 緒 言

ある現象を生じる場としてのシステム（ある確かな物理法則または統計法則に従う均質の部分システムの順序づけられた集合）を理想化・抽象化し、何らかの方法で表現したものがシステムモデルである。したがって、システムモデルは、その現象および場の本質を損なわない程度に理想化されたものでなければならぬ。降水流出系という大規模かつ複雑なシステムの場合、系内の諸量の空間的・時間的均質化といった形でモデル化されるが、その際、均質とみなしてよいスケールの問題が極めて重要である。この問題は現在のところ十分な解明を見ておらず、その意味で流出モデルは研究途上にあると言える。

一方、工学的な要請として、理想化された流出モデルをさらに簡略化することがある。例えば、斜面流出系を取り上げると、一つの斜面に限れば上述のスケールの問題は一応考慮外に置いてよいし、理想化されたモデルとして Kinematic Wave モデルが存在する。しかしながら、広い流域全体をいくつもの斜面およびそれに付随する河道といった部分システムに分け、それぞれに対して Kinematic Wave モデルをおいた場合、あるいは、一つの斜面系であっても流出計算を多数回反復する必要のある場合、今日の高速のコンピュータをもってしてもなお計算時間上の問題が厳然と存在する。ここに、理想化されたモデルをさらに簡略化する必要性がある。

本研究では、流出現象が本来 physical and stochastic な現象であるという観点に立ち、斜面流出系の Kinematic Wave モデルを簡略化した形式のモデルの評価を試みる。

次章以下の本論文の構成は次のようである。まず、2. ではモデル評価の基本的考え方を述べ、3. と4. でその適用例を示す。3. では、斜面系の表面流モデルを取り扱い Kinematic Wave モデルを簡略化したものとみなせる三種の貯留関数モデルの比較評価を行う。4. では、流域の大小の効果に留意しながら、斜面+河道系における Kinematic Wave モデルの確率変換特性、斜面モデルとして採用すべき貯留関数モデルを明ら

かにしようとする。

2. 流出モデルとその確率過程的観点からの評価

洪水流出系は、一般に次のように記述できる。

$$\{Q\} = F(\{R\}, H_0, A) \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $\{Q\}$ は系からの出力（流量）、 $\{R\}$ は系への入力（降雨）、 H_0 は降雨開始時の初期条件、 A は流域場の条件、 F はそれらの汎関数である。流出現象は大規模かつ複雑な現象であって、 $\{Q\}$ 、 $\{R\}$ 、 H_0 、 A といった諸量は本来時間的・空間的に変動するものであるから、(1)式は降雨一流出の physical and stochastic な変換を表すものである。

さて、われわれの認識（あるいは観測）自体はそれらの諸量を確定的にとらえることができない。したがって、それらを理想化・平均化した量として $\{\bar{Q}\}$ 、 $\{\bar{R}\}$ 、 \bar{H}_0 、 \bar{A} を用いることにより、系の平均的な挙動を次のようにモデル化することになる。

$$\{\bar{Q}\} = f(\{\bar{R}\}, \bar{H}_0, \bar{A}) \dots\dots\dots(2)$$

従来の流出解析では、(2)式における $\{\bar{R}\}$ 、 \bar{H}_0 、 \bar{A} の汎関数 f を探索してきたと言える。そして、多くの場合、観測流量の系列を(1)式の $\{Q\}$ とみなし、それと $\{\bar{Q}\}$ との適合を図ってきたのである。

ここで、時間的・空間的に変動する $\{Q\}$ 、 $\{R\}$ 、 H_0 、 A を $\{\bar{Q}\}$ 、 $\{\bar{R}\}$ 、 \bar{H}_0 、 \bar{A} とおいたことによって生じる変動成分を $\{\delta\}$ と記すことにし、(2)式のモデルでこの $\{\delta\}$ をも考慮した場合の出力を次式で表す。

$$\{Q\} = f(\{R\}, \bar{H}_0, \bar{A}, \{\delta\}) \dots\dots\dots(3)$$

この $\{Q\}$ は、モデル記述が適切であれば(1)式の $\{Q\}$ と一致すべきものである。

(2)式と(3)式の出力の偏差は $\{\delta\}$ に起因するものであり、これを $\{\theta\}$ と記すことにする。

$$\{\theta\} = \{Q\} - \{\bar{Q}\} \dots\dots\dots(4)$$

次に、(2)式のモデル f をさらに簡略化することを考える。簡略化したモデルを表す関数を g とし、(2)式に対応するものを

$$\{\bar{Q}^M\} = g(\{\bar{R}\}, \bar{H}_0, \bar{A}) \dots\dots\dots(5)$$

と表す。ここに、 $\{\bar{Q}^M\}$ は、 $\{\bar{R}\}$ 、 \bar{H}_0 、 \bar{A} を用いて得た簡略化モデルの出力であり、 g が f を適切に簡略化したものであれば、 $\{\bar{Q}^M\}$ は $\{\bar{Q}\}$ を十分な精度をもって近似するものである。

(3)式と同様に、(5)式で $\{\delta\}$ なる変動成分を考慮したときの出力 ($\{Q^M\}$ と記す) は、(3)に対応して、

$$\{Q^M\} = g(\{R\}, \bar{H}_0, \bar{A}, \{\delta\}) \dots\dots\dots(6)$$

と表すことにする。

理想化モデルによって与えられる系の平均挙動 $\{\bar{Q}\}$ からの $\{Q^M\}$ の偏差を

$$\{\theta^M\} = \{Q^M\} - \{\bar{Q}\} \dots\dots\dots(7)$$

と表す。

従来のモデル評価においては、(3)式、(6)式中の変動成分 $\{\delta\}$ を特に意識することなく、したがって、(4)、(7)式の $\{\theta\}$ 、 $\{\theta^M\}$ の確率特性を明らかにすることなく、主として $\{Q\}$ と $\{\bar{Q}^M\}$ あるいは $\{\bar{Q}\}$ と $\{\bar{Q}^M\}$ の偏差の“大きさ”のみに着目してきた。しかし、これまでに提案されてきたモデルのどれもが、入力（降雨）と出力（流量）という応答関係にある程度表現することができるため、それらの中でどのモデルが良いかという問題には明確な解答が得られてこなかったようである。流出現象が physical and stochastic であるという立場に立てば、 $\{\theta\}$ や $\{\theta^M\}$ の“大きさ”だけでなく、その確率統計的性質にも着目する必要があるだろう。

こうした観点から、本研究では、次のような方針で流出モデルの確率過程的評価を試みる。

- ①洪水流出系を理想化したモデルを基本として、それを簡略化したモデルの評価を行う。
- ② $\{\bar{R}\}$ 、 \bar{H}_0 、 \bar{A} 、 $\{\delta\}$ が与えられたときの理想化されたモデルの確率変換特性を明らかにする。
- ③②と同じく $\{\bar{R}\}$ 、 \bar{H}_0 、 \bar{A} 、 $\{\delta\}$ が与えられたときの簡略化モデルの $\{\theta^M\}$ の確率統計的性質をチェックし

{θ} の確率統計的性質を最もよく保存するモデルを“良い”モデルであると評価する。

こうした評価法の基本的な考え方は、簡略化モデルによって得られる偏差の系列を(7)式の形に表したとき、モデルの簡略化が適切であれば、{θ^M} は(4)式の {θ} の確率統計的性質を十分保存しうが、そうでない場合は {θ} の確率統計的性質に対して {θ^M} のそれが歪んでくるはずであるということである。

流出系は本来分布パラメタ系であることから、以下では、Kinematic Wave モデルを理想化モデル ((2), (3)式の f) に相当するものとし、それを簡略化した形式のモデルの評価を試みる。

3. 斜面流出系の表面流モデルの評価

斜面流出系における表面流のみを考慮したモデルを取り扱う。指数法則 Kinematic Wave モデルを理想化モデルとし、それを簡略化したモデルとして既存のいくつかの貯留関数モデルを評価する。

3.1 Kinematic Wave モデルとその無次元化

単一矩形斜面上の Kinematic Wave モデルは次式で与えられる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} = r \quad (0 \leq t, 0 \leq x \leq l) \quad \dots\dots\dots(8)$$

$$w = \alpha h^m \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$h(x, 0) = 0, \quad h(0, t) = 0 \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 t : 時間, x : 斜面上流端からの距離, h : 流積, w : 斜面単位幅流量, r : 有効降雨強度, l : 斜面長, α, m : 斜面流定数で、(10)式は初期条件と境界条件である。

以後の解析のために、 $t = t_* T, x = x_* X, h = h_* H, w = w_* W, r = r_* R$ として、(8)~(10)式を次のように無次元化する。

$$\frac{\partial H}{\partial T} + \frac{\partial W}{\partial X} = R \quad \dots\dots\dots(11)$$

$$W = H^m \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$H(X, 0) = 0, \quad H(0, T) = 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここで、無次元化に用いた規準化演算子は次のようである。

$$t_* = (l^{1-m}/\alpha)^{1/m} \text{ (到達時間あるいは伝播時間)},$$

$$x_* = l, \quad h_* = \bar{r} t_*,$$

$$w_* = \alpha h_*^m = \bar{r}, \quad r_* = \bar{r} \text{ (平均有効降雨強度)}$$

3.2 貯留関数モデル

(11), (12)式の無次元化された Kinematic Wave モデルを簡略化(集中化)したモデルとして次の三種の貯留関数モデルを取り扱う。

貯留関数式

$$\text{モデル F: } S = K_1 Q^{P_1} \quad \dots\dots\dots(14)$$

$$\text{モデル P: } S = K_1 Q^{P_1} + K_2 \frac{dQ}{dT} \quad \dots\dots\dots(15)$$

$$\text{モデル H: } S = K_1 Q^{P_1} + K_2 \frac{dQ^{P_2}}{dT} \quad \dots\dots\dots(16)$$

ここに、 S は雨水貯水留量, Q は流出量, K_1, K_2, P_1, P_2 はモデルパラメタであり、連続式は

$$\frac{dS}{dt} = R - Q \quad \dots\dots\dots(17)$$

である。

藤田¹⁾は、上式の K_1, P_1 を矩形降雨の場合の Kinematic Wave モデルの理論解より、

$$K_1 = \frac{m}{m+1}, \quad P_1 = \frac{1}{m} \dots\dots\dots (18)$$

とおき、三角形降雨の場合にも(18)式を採用している。

Prasad²⁾は、 $S-Q$ 曲線の 2 価性を dQ/dT の項の導入して(5)式の形で表現しようとした。これに対して、星・山岡³⁾は矩形降雨の場合の Kinematic Wave モデルから得られる貯留方程式より、(5)式の K_2 が流量 Q の関数になることを示し、これが流量に依存しないようにするため P_2 なるパラメタを導入して(10)式を提案している。(5)、(10)式の K_2 を区別するために以下では、前者を K_{2P} 、後者を K_{2H} と記すことにする。

K_{2H}, P_2 の値として星らは、矩形降雨の場合

$$K_{2H} = 0.1 m^{0.2}, \quad P_2 = m^{-2/3} \dots\dots\dots (19)$$

三角形降雨の場合、降雨ピーク時刻 T_a と降雨終了時刻 T_r の比 T_a/T_r と m の関数でそれらを与えた。

Prasad モデルの場合 K_{2P} はそのような形で与えられていないので、ここでは、 K_{2P} が m のみの関数であると仮定して数値実験的に K_{2P} の関数形を決めることにした。その方法は、 m を 1.0~2.0 の間で 1 ごとに動かして Kinematic Wave モデル(1)~(3)式で斜面流出をシミュレートし、最適化手法 (コンプレックス法、目的関数は計算時間間隔 $\Delta T=0.05$ ごとこの流量の誤差二乗和とした) により、それぞれの m に対して K_{2P} を求めた。ただし、降雨波形は矩形、三角形 ($T_a/T_r=0.2, 0.5, 0.8$) の 4 ケースとして平均降雨強度 1、継続時間 2 とした。結果を Fig. 1 に示す。これより、 K_{2P} を次式で与えておく。

$$K_{2P} = \exp(am + b) \dots\dots\dots (20)$$

各ケースに対して最小二乗法で求めた定数 a, b の値を Table 1 に示す。

以後、斜面流が Manning 則に従うとして、 $m=5/3$ と固定する。このとき、(14)~(16)式のモデルパラメタ

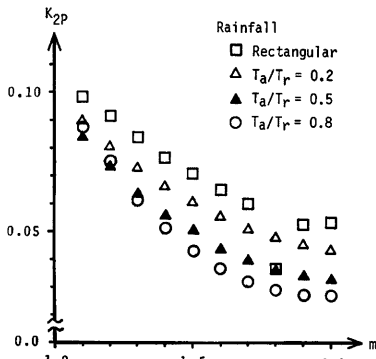


Fig. 1 Relation between the parameters K_2 and m in the Prasad's model (Eq. 15)

値は、上記の降雨に対して(18)~(20)式などにより Table 2 のように決まる。Fig. 2 にそれらのパラメタを用いた場合の Kinematic Wave モデルおよびモデル F, P, H のハイドログラフを示す。(20)式で与えたモデル P のハイドログラフの適合度は良好であり、モデル F とモデル H の中間的存在となっている。なお、数値計算は、Kinematic Wave モデルは Lax-Wendroff 型の差分スキーム、貯留関数モデルは Runge-Kutta-Gill 法によった。

Table 1 Fitted values a and b in Eq. 20

Rainfall (T_a/T_r)	a	b
Rectangular	-0.7790	-1.5235
Triangular(0.2)	-0.9195	-1.3830
Triangular(0.5)	-1.2564	-1.0462
Triangular(0.8)	-1.5148	-0.7878

Table 2 Parameter values of the storage function models

Rainfall (T_a/T_r)	K_1	P_1	K_{2P}	K_{2H}	P_2
Rectangular	0.625	0.6	0.05950	0.11076	0.4648
Triangular(0.2)	0.625	0.6	0.05418	0.07572	0.5537
Triangular(0.5)	0.625	0.6	0.04327	0.09608	0.4509
Triangular(0.8)	0.625	0.6	0.03643	0.10441	0.3586

3.3 斜面流出シミュレーション

想定する斜面は一定勾配で一様な粗度をもち、斜面上の流れが Manning 則に従うとして、場の条件には時間的・空間的な変動がないものとする。また、初期条件は、斜面上に雨水が全くないとする。すなわち、 $A=\bar{A}$, $H_0=\bar{H}_0$ で、(1)~(4)式において、

$$\bar{A}: m=5/3$$

\bar{H}_0 : Kinematic Wave モデル

$$H(X, 0)=0, W(X, 0)=0$$

貯留関数モデル $S(0)=0, Q(0)=0$ とする。

上の条件に加えて、降雨は斜面上に一律に降るものとする。これにより、ここで想定する斜面流出系内に存在する変動成分 $\{s\}$ は、降雨の時間的変動のみとみなされる。

さて、降雨強度は時間間隔 ΔT ごとに変動し、 ΔT 内では一定とする。したがって、 $\{s\}$ も ΔT ごとの系列で、系への入力 $\{R\}=\{\bar{R}\}+\{s\}$ で与えられるとする。

本研究では、 $\{\bar{R}\}$ として矩形降雨と三角形降雨を考える。三角形降雨の場合はピーク時刻を変えることにより前半ピーク型、中央ピーク型、後半ピーク型の3通りを取り扱う。すなわち、降雨開始時刻を0として、降雨ピーク時刻を T_p 、降雨終了時刻を T_r としたとき、 $T_p/T_r=0.2, 0.5, 0.8$ の3通りである。このように降雨パターンをいくつか考慮したのは、降雨パターンごとにモデルの評価結果が異なるかも知れないという配慮による。

$\{s\}$ は、 ΔT ごとの独立な系列で、正規分布 $N(0, \sigma_s^2)$ に従うとする。ただし、 σ_s は平均有効強雨強度 \bar{r} の0.1, 0.5, 1.0倍の3通りを仮定する。

このような変動成分を含む降雨系列 $\{R\}$ は、先に述べた降雨系列の平均挙動を表す $\{\bar{R}\}$ に対し、 ΔT ごとに発生させた正規乱数の系列 $\{s\}$ を付加することにより生成する。ただし、 $R(T)<0$ となる場合、 $R(T)=0$ と置く。

3.4 Kinematic Wave モデルの確率変換特性

$\{\bar{R}\}$ を入力とする Kinematic Wave モデルの出力 $\{Q\}$ は Fig.2 に既に示した。 $\{R\}$ に $\{s\}$ が加わった場合、この $\{s\}$ が原因となって出力 $\{Q\}$ にゆらぎが生じる。すなわち、系内に確率変動成分が存在すれば、出力も確率変動をすることは必ずである。本節では Kinematic Wave モデルのこうした確率変換特性 ($\{s\}$ に対する $\{Q\}$ の統計的性質) をシミュレーションにより調べる。

Fig.2 と同様に、降雨継続時間 $T_r=2$ 、洪水期間 $T_f=4$ 、計算時間間隔 $\Delta T=0.05$ として平均値0、標準偏差 σ_s の正規乱数を付加した降雨を用いて流出を100回シミュレートし、 ΔT ごとに $\{Q\}$ を求め、それについてコロログラムとヒストグラムを描く。ただし、 $T_r=4$ に対し、 $\Delta T=0.05$ であるから1つのハイδροグ

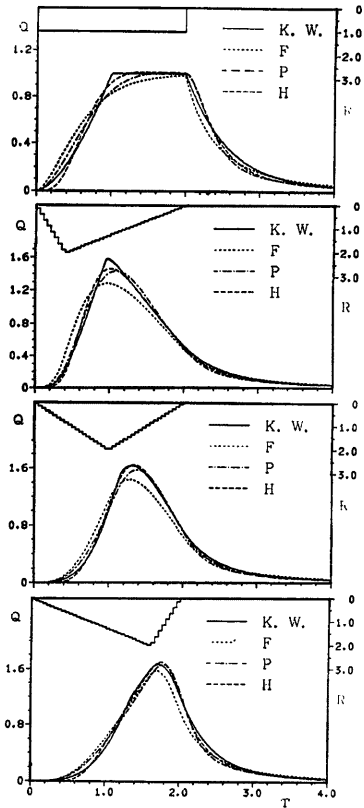


Fig.2 Hydrographs by the kinematic wave model and the storage function models

Table 3 Statistics of the output residuals

σ_s	Model	Rectangular Rainfall		Triangular ($T_u/T_r=0.5$)	
		$\bar{\delta}$	σ_δ	$\bar{\delta}$	σ_δ
0.1	K.W	0.000282	0.02153	-0.000007	0.02185
	F	0.015608	0.09177	0.024161	0.12684
	P	-0.005325	0.05952	0.005862	0.06501
	H	-0.005964	0.04477	0.001983	0.03567
0.5	K.W.	-0.004090	0.10319	-0.018760	0.10090
	F	0.011119	0.14387	0.004688	0.16226
	P	-0.009703	0.12194	-0.012802	0.11804
	H	-0.010188	0.11602	-0.017197	0.10774
1.0	K.W.	-0.068590	0.19134	-0.092123	0.20157
	F	-0.051834	0.21686	-0.069251	0.24445
	P	-0.075397	0.20197	-0.088143	0.21112
	H	-0.074789	0.20629	-0.091630	0.21208

ラフについて80個の δ が得られるが, $T_r=2$ であるので, 降雨に含まれる δ の影響が小さいと考えられる後半30個の δ は除去して, 結局合計5000個の δ を取り扱った。

Table 3 に矩形降雨と中央ピーク型三角形降雨の場合の δ の平均値 $\bar{\delta}$, 標準偏差 σ_δ を示した。 $\sigma_s=0.1, 0.5, 1.0$ のどの場合に対しても σ_δ は σ_s の2割程度の値となっている。

Kinematic Wave モデルに確率的入力がある場合の出力の変動は, 高樺・椎葉⁴⁾, 藤田⁵⁾が既に検討しているのので, ここで得た結果と比較してみよう。

(8)式において,

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} = r(t) + v(t) \quad (t \geq 0, 0 \leq x \leq 1) \dots\dots\dots(21)$$

とおく。ここで, $r(t)$ は降雨強度の平均値で確定的な値をとるものとし, $v(t)$ は降雨の確率変動成分であって, 初期水深 $h(x, 0)$ とは独立な正規白色過程で次のような統計的パラメータをもつことがわかっているものとする。

$$\left. \begin{aligned} E[v(t)] &= 0 \\ E[v(t)v(\tau)] &= V\delta(t-\tau); \quad V > 0; \quad t, \tau \geq 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(22)$$

ここに, $\delta(t)$ は Dirac のデルタ関数である。

こうした場合の水深 $h(x, t)$ の確率分布の推移は, (21)式に適当な線形化を施すことにより,

$$h(x, 0) = 0, \quad r(t) = \bar{r} = \text{一定}$$

という簡単な条件のもとに解析的に求められており, 特に, 時間が十分に経過した後の斜面末端 ($x=1$) の水深の分散 σ_h^2 は, 次式で与えられる⁴⁾。

$$\sigma_h^2 = (\bar{r}/\alpha)^{1/m} \cdot V / \{\bar{r}(2m-1)\} \dots\dots\dots(23)$$

(21)~(23)式のように無次元化された場合は, (23)式で $\bar{r}=1, \alpha=1$ とおくことにより, 斜面末端の水深 $H(1, t)$ の分散は

$$\sigma_H^2 = V / (2m-1) \dots\dots\dots(24)$$

となる。(24)式の $v(t)$ は連続時間で定義されているが, 本研究では, 変動成分 ε は ΔT ごとの離散的な系列である。このようにとき, $v(t)$ の分散 V と ε の分散 σ_ε^2 とは次のような関係にある。

$$V = \sigma_\varepsilon^2 \cdot \Delta T \dots\dots\dots(25)$$

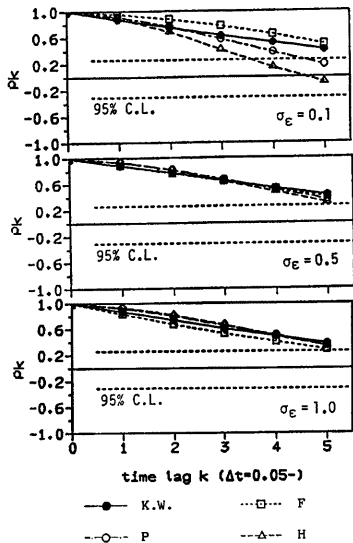


Fig. 3 Correlograms of the output residuals

Table 4 Statistics of the output residuals at some points of the time horizon

σ_ϵ	Time T		K. W. Model	Storage Function Models		
				F	P	H
0.5	0.5	Mean	-0.0099	-0.1705	-0.0864	-0.0057
		S. D.	0.0770	0.1028	0.0848	0.0895
	1.0	Mean	0.0131	0.1538	0.1318	0.0593
		S. D.	0.1498	0.1289	0.1274	0.1373
	1.5	Mean	-0.0267	0.0145	-0.0244	-0.4258
		S. D.	0.1229	0.1299	0.1293	0.1287
	2.0	Mean	-0.0136	0.0087	-0.0232	-0.0197
		S. D.	0.1330	0.1453	0.1354	0.1356
2.5	Mean	0.0020	0.0738	0.0639	0.0329	
	S. D.	0.0477	0.0327	0.0468	0.0446	
1.0	0.5	Mean	-0.0409	-0.1986	-0.1275	-0.0506
		S. D.	0.1285	0.1718	0.1361	0.1445
	1.0	Mean	-0.0778	0.0671	0.0394	-0.0398
		S. D.	0.2700	0.2603	0.2330	0.2503
	1.5	Mean	-0.0916	-0.0411	-0.1016	-0.1100
		S. D.	0.2459	0.2410	0.2713	0.2661
	2.0	Mean	-0.0782	-0.0661	-0.0846	-0.0820
		S. D.	0.2319	0.2426	0.2429	0.2467
	2.5	Mean	-0.0147	0.0591	0.0489	0.0180
		S. D.	0.0749	0.0524	0.0753	0.0697

また、流量と水深とは(2)式のような非線形な関係にあるから、(2)式を水深 $\bar{H}=1$ のまわりで線形化し、(24)、(25)式を用いることにより、斜面末端からの流量の分散 σ_w^2 は、

$$\sigma_w^2 = m^2 \sigma_h^2 = \frac{m^2}{2m-1} \sigma_s^2 \Delta T \quad \dots\dots\dots (26)$$

となる。いまの場合、 $m=5/3$ 、 $\Delta T=0.05$ であるから、結局、

$$\sigma_w = \frac{m}{\sqrt{2m-1}} \sqrt{\Delta T} \sigma_s = 0.244 \sigma_s \quad \dots\dots\dots (27)$$

となる。

上記の σ_s は σ_w に相当するが、 σ_s が σ_ϵ のおよそ2割程度となるという数値実験の結果は、(27)式の関係に符合していると言える。

Fig. 3 には(2)のコレログラムを示した。系列(2)は見かけ上かなり高い自己相関をもつことがわかる。ただし、Table 3 や Fig. 3 は(2)の確率統計的性質を極めて単純に眺めた結果にすぎない。時間軸方向に(2)の性質を見てみよう。 $T=0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ の各時点における δ の平均値と標準偏差を Table 4 に示した。降雨パタン、 σ_ϵ の大きさにかかわらず $T=1$ 、すなわち到達時間のあたりの δ の分散(標準偏差)が大きくなっている。このことは藤田ら⁵⁾によって既に示されている結果と同じである。したがって、 δ の変動の大きさのこのような時間的変化傾向には留意する必要がある。

3.5 貯留関数モデルの確率過程的評価

3.2 で取り扱った三種の貯留関数モデルのうち、Kinematic Wave モデルの確率変換特性を最もよく保存するものはどれか、という観点から評価する。

貯留関数モデル F, P, H についても前節と同様にそれぞれの残差系列 $\{\delta^F\}$ 、 $\{\delta^P\}$ 、 $\{\delta^H\}$ を求めた。Fig. 3 にはそれらのコレログラムも同時に示してあるが、 $\sigma_\epsilon=0.1$ の場合を除くと各モデルのコレログラムは類似

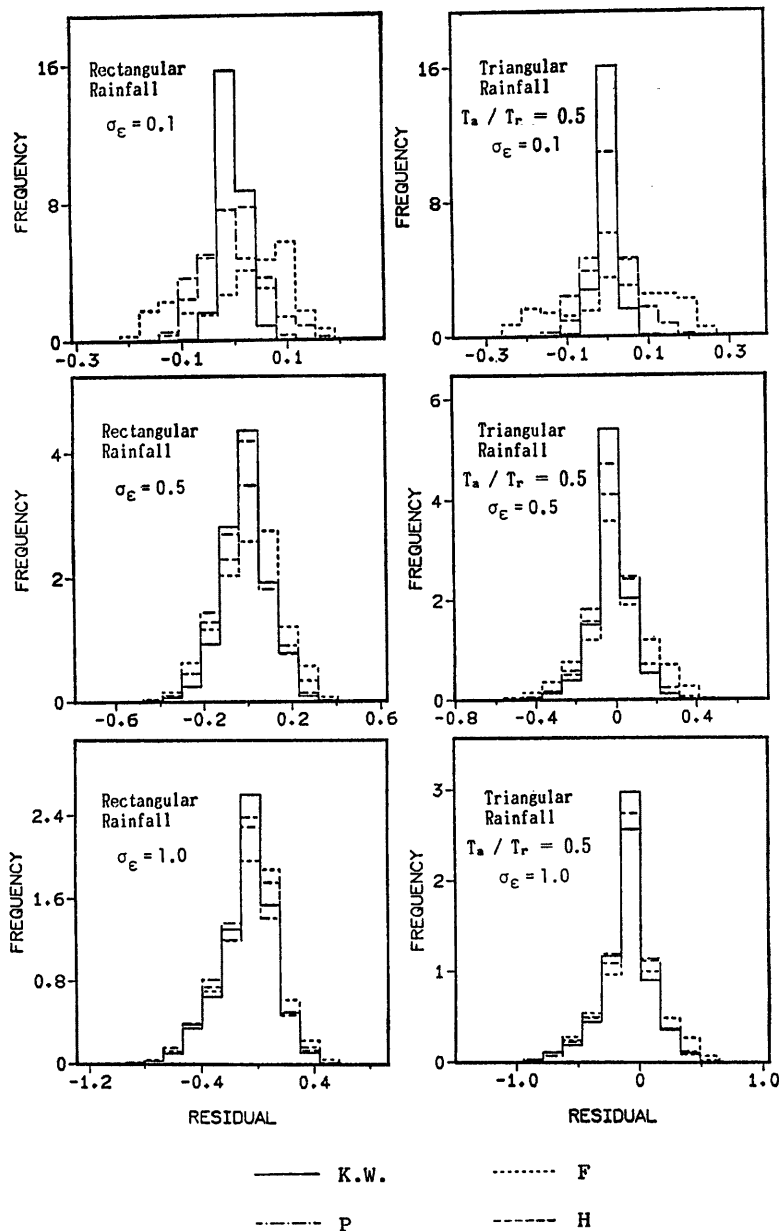


Fig.4 Histograms of the output residuals

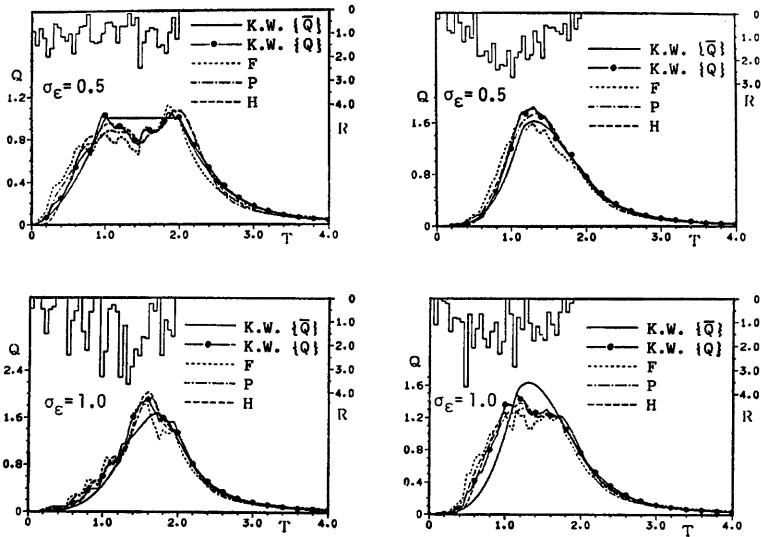


Fig. 5 Examples of the hydrographs with the stochastic inputs

しており、モデルの優劣をこの図から判定することは困難である。

貯留関数モデルの残差系列の統計量（平均値と標準偏差）を、 $\{\sigma\}$ のそれとともに Table 3, Table 4 に示した。Fig. 4 には、各モデルの残差系列のヒストグラムを示す。これらの結果より、どの降雨パタンの場合にもモデル H の残差系列の統計的性質が Kinematic Wave モデルのそれに最も近く、モデル H が他の二つのモデルより優れていると考えてよい。すなわち、Kinematic Wave モデルの確率変換特性を最もよく保存するという観点から見ればモデル H が最良である。

確率変動 $\{\sigma\}$ を考慮した場合のハイドログラフの若干の例を Fig.5 に示す。モデル H が他のモデルよりも Kinematic Wave モデルの挙動をよく再現していることがこの図からも見てとれ、Table 3 および Fig. 4 の結果を裏付けている。

4. 斜面+河道流出系の表面流モデルの評価

本章では、斜面+河道系における検討を行なう。まず、斜面流出を Kinematic Wave モデルにおいての場合、河道位数と流域面積の変化が確率変換特性にどのような効果を及ぼすか、といった点に着目する。次に、斜面モデルを貯留関数モデルに置き換えた場合の確率変換特性より、斜面+河道系において斜面モデルとして採用すべき貯留関数モデルを明らかにしようとする。

4.1 想定する流域の概要

Fig. 6 に示すような 7 本のセグメント（河道区分）をもつ流域を想定する。流域面積は 42 km², 98 km², 294 km² の 3 ケースとし流域名を A 42, A 98, A 294 と呼ぶことにする。Horton-Strahler の河道位数が 1, 2, 3 のセグメントの下流端にそれぞれ基準点 I, II, III を設け、各基準点より上流の（部分）流域に ①, ②, ③の記号を付して、A 42①, A 42②, A 42③のように記す。A 42, A 98, A 294の各場合の部分流域面積を Table 5 に示す。このような流域を想定したのは、河道位数の増大、流域面積の増大による確率変

Table 5 Area of the partial basins (in km²)

	A 42	A 98	A 294
①	6	14	42
②	18	42	126
③	42	98	294

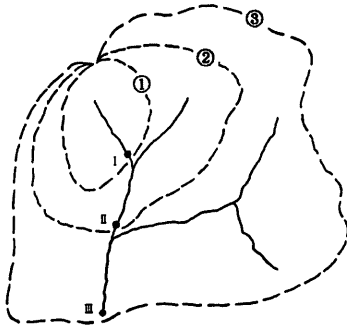


Fig. 6 Hypothetical basin

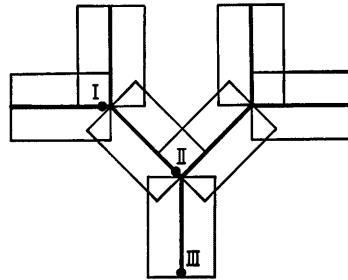


Fig. 7 Idealization of the hypothetical basin

Table 6 Conditions of the slope and channel systems

Basin Name	Area (km ²)	Slope Length (m)	Channel Length (m)	Constants of the Slope System		Constants of the Channel System		Propagation time t_k (hr)	
				α (mm ^{-2/3} /hr)	m	α_c (m ^{1/3} /sec)	m_c	$\bar{r}=4\text{mm/hr}$	$\bar{r}=8\text{mm/hr}$
A 42	42	1000	3000	0.04020	5/3	0.39	1.45	3.95	2.99
A 98	98	1528	4583	0.02634	5/3	0.36	1.45	5.09	3.86
A 294	294	2646	7937	0.01521	5/3	0.32	1.45	7.08	5.36

換特性の変化の様子を検討することを意図している。Fig. 6 の仮想流域を Fig. 7 のように理想化する。すなわち、各セグメントは長さがすべて同一で、その両側に同一の矩形斜面をもつものとする。セグメント長と斜面長の比は上記のどの場合に対しても 3:1 に固定し、それらの長さは流域面積に応じて変わるものとした (Table 6)。

4.2 想定する降雨パタン

降雨継続時間は40 hr とし、洪水期間は降雨開始から 80 hr とする。流量算定の時間間隔 $\Delta t=1$ hr で、降雨の時間変動も Δt ごとに考慮する。降雨の平均的挙動のパタンは矩形および三角形 (中央ピーク型) の2通りを取り扱い、平均降雨強度 \bar{r} は 8 mm/hr (40 hr 続くと 320 mm)、4 mm/hr (同じく160 mm) の2通り考慮する。

今日、わが国河川の治水計画における計画降雨の継続時間は1~2日程度をとることが多く、面積数百 km² 程度の流域で100年確率の流域平均2日雨量は300~400 mm 位であること、また、現下の観測体制も1 hr 単位の観測時間間隔というケースが多いことから、現実に則した想定という意味で、このような想定とした。

4.3 斜面流出系モデル

斜面流出系を(8)~(10)式の Kinematic Wave モデルで記述し、Manning 流れを想定する。斜面勾配 i お

よび斜面粗度 n は流域のスケールによらず一定とし、実際の値として $i=0.2$, $n=0.4 \text{ m}^{-1/3} \cdot \text{sec}$ とした。斜面流定数 $\alpha=\sqrt{i}/n$, $m=5/3$ より、斜面流の到達時間 $t_*=(L \cdot r^{1-m}/\alpha)^{1/m}$ が各ケースごとに定まる。それらの値を **Table 6** に示してある。

4.4 河道流出モデル

河道の流れは、斜面流出モデルの種類に関係なく、指数法則 Kinematic Wave モデルで記述し、流量 q_c と通水断面積 h_c の間に

$$q_c = \alpha_c h_c^{m_c} \tag{98}$$

なる関係があるものとする。ただし、

$$\alpha_c = \sqrt{i_c}/n_c \cdot k \tag{99}$$

$$k = 0.402 A^{-0.114} \tag{100}$$

$$m_c = 1.45 \tag{101}$$

である。ここに、 i_c : 河道勾配, n_c : 河道の粗度係数 ($\text{m}^{-1/3} \cdot \text{sec}$), k は河道断面の形状に関する係数であり、 H を流積, R を径深としたとき定数 m_c を用いて、

$$HR^{2/3} = kH^{m_c}$$

と表わされる。(99)式は九州の諸河川において上田⁶⁾が求めた k と流域面積 $A(\text{km}^2)$ の関係式である。 i_c は 5 万分の 1 地形図を用いて神流川流域 (373 km^2) で求めた等価勾配⁶⁾ の値 $i_c=0.015$ を採用し、 $n_c=0.1$ とした、

4.5 斜面+河道系における確率変換特性

4.1~4.4 で述べたような条件のもとで、斜面+河道系における 確率変換特性を調べる。3 章では流出シミュレーションを 1 つのケースにつき 100 回反復したが、ここでは、河道流出の計算にも時間を要するので、反復回数を 50 回とする。それ以外は、3 章の方法に従うこととするので、対象とする残差系列は 1 つのケースにつき 2500 個となる。

Table 7 に、 $\bar{r}=8 \text{ mm/hr}$ の矩形降雨で、降雨の変動の標準偏差 $\sigma_r=4$ および 8 mm/hr の場合の各流域における、斜面末端および基準地点 I, II, III での出力(流出量, mm/hr 単位)の変動を求めた結果を示す。斜面末端流出の変動の項で理論値 (Theoretical) とあるのは、3.4 の検討と同じく、Kinematic Wave モデルに確率的に変動する降雨が与えられたときの出力の変動として以下のようにして求めたものである。(98)式より、斜面末端の水深の分散 σ_h^2 は、

Table 7 Standard deviation of the residuals in the slope-channel systems (Rectangular rainfall, $\bar{r}=8\text{mm/hr}$)

Basin Name	Nondimensionalized Computation Time Interval ΔT	Standard Deviation of the Input σ_r (mm/hr)	Standard Deviation of the Output (mm/hr)				
			Slope System		Channel System		
			Theoretical	Simulated	I	II	III
A 42	0.3344	4	2.5223	2.1621	1.9935	1.9531	1.9384
		8	5.0447	4.0786	3.6766	3.5755	3.5428
A 98	0.2591	4	2.2219	1.9466	1.7656	1.7408	1.7304
		8	4.4438	3.5008	3.2217	3.1673	3.1543
A 294	0.1866	4	1.8844	1.6503	1.5211	1.5039	1.4862
		8	3.7688	2.9533	2.7755	2.7460	2.7121

$$\sigma_s^2 = (\bar{r}/\alpha)^{1/m} \sigma_r^2 \Delta t / \{\bar{r}(2m-1)\}$$

で与えられ、定常状態における斜面末端の流出量の分散 σ_s^2 は、(9)式を定常状態の水深 \bar{h} のまわりで線形化することにより、

$$\sigma_s^2 = (\alpha m \bar{h}^{m-1})^2 \cdot \sigma_r^2$$

となる。

Table 7 より、次のようなことが言える。

- (1) 流出系への入力（降雨）の中に含まれる変動成分は出力（流量）の変動として表われるが、出力の変動の大きさは、斜面→河道という過程を経るに従って徐々に小さくなってゆく。すなわち、平滑化される。
- (2) 平滑化の度合は、河道よりも斜面において大きく、斜面長が長い程大きくなる。
- (3) 面積が等しい区分流域（A 42㉔, A 98㉔, A 294㉔）の下流端基準点の出力の変動の大きさを比較すると、例えば、 $\sigma_r = 8$ のとき、それぞれ 3.5428, 3.1673, 2.7755 となっている。すなわち、42 km² の流域を斜面+河道系でモデル化するとき、3次河道まで考慮した場合（A 42㉔）の出力の変動の方が、他の場合よりも大きくなる。これは、流域を細かく記述するほど斜面長が短くなることによる。

Table 8 には、三角形降雨の場合の結果を示す。Table 7 と全く同様のことが言える。

Fig. 8 に、 $\bar{r} = 8$ mm/hr の斜形降雨で $\sigma_r = 4$ mm/hr の場合の残差系列のコレログラムを示す。流域面積が大きくなる（すなわち、斜面長が長くなる）につれ、各ラグタイムにおける自己相関係数も大きくなるのがわかる。また、河道位数が上がっていてもコレログラムの形状はほとんど変わらない。

以上のことから、斜面+河道系の確率変換において斜面の果たす役割は河道に比べて極めて大きいことがわかる。

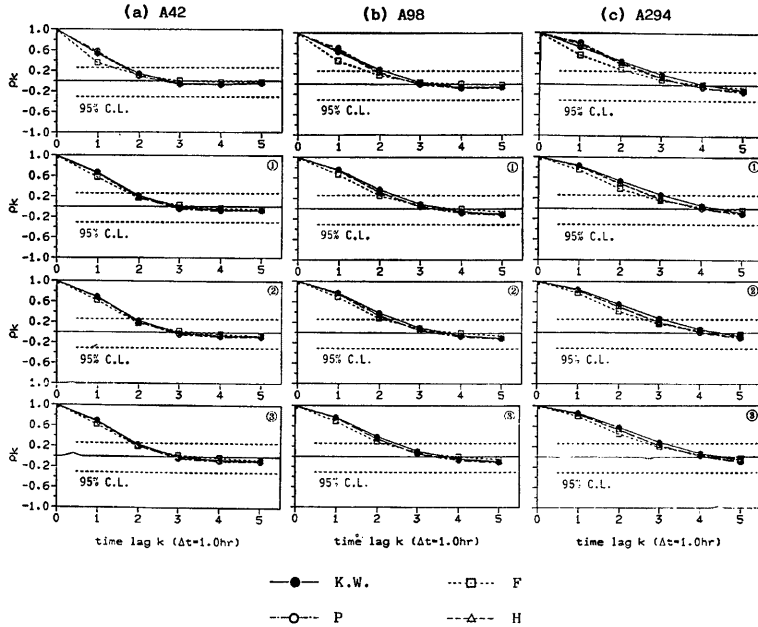


Fig. 8 Correlograms of the output residuals in the slope-channel systems

Table 8 Standard deviation of the residuals in the slope-channel systems (Triangular rainfall, $\bar{r}=8\text{mm/hr}$)

Basin Name	Standard Deviation of the Input σ_e (mm/hr)	Standard Deviation of the output (mm/hr)			
		Slope System	Channel System		
			I	II	III
A 42	4	2.1366	1.9330	1.8830	1.8778
	8	4.1206	3.7234	3.6031	3.5783
A 98	4	1.8542	1.7119	1.6882	1.6816
	8	3.5782	3.2961	3.2483	3.2303
A 294	4	1.5788	1.4876	1.4744	1.4617
	8	3.0555	2.8748	2.8475	2.8232

4.6 斜面系の簡略化について

斜面+河道系において、斜面流出モデルを Kinematic Wave モデルでなく、3章で取り扱った貯留関数モデルでおいた場合について検討する。斜面流出モデルを貯留関数モデルF, P, H に置き換えて（河道流出は Kinematic Wave モデルで追跡）、上と同様の流出シミュレーションを実行した。

各流域、各基準地点において得られた残差系列の統計量（平均値と標準偏差）を $\bar{r}=8\text{mm/hr}$ の斜形降雨の場合について Table 9 に示した。同じ条件で $\sigma_e=4\text{mm/hr}$ の場合のコログラムは、Fig. 8 の中に示してある。

Fig. 8 を見ると、斜面末端の出力のコログラム（いちばん上の図）は、モデル F が Kinematic Wave モデルと少し異なっている（ラグ1の自己相関係数が小さい）が、河道を経過するにつれて大体似たような挙動を示すようになる。Table 9 を見ると、Kinematic Wave モデルの出力の変動に近い結果を与えて

Table 9 Statistics of the output residuals (Triangular rainfall, $\bar{r}=8\text{mm/hr}$, $\Delta t=1\text{hr}$)

σ_e	Model	A 42			A 98			A 294		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III
4	K. W.	-0.2504†	-0.2427	-0.2455	-0.2407	-0.2383	-0.2410	-0.2334	-0.2330	-0.2410
		1.9330*	1.8830	1.8778	1.7119	1.6882	1.6816	1.4876	1.4744	1.4617
	F	-0.2439	-0.2320	-0.2371	-0.2268	-0.2252	-0.2251	-0.2034	-0.2028	-0.2010
		1.9141	1.8415	1.8403	1.7051	1.6739	1.6603	1.5015	1.4801	1.4580
P	-0.2449	-0.2355	-0.2408	-0.2303	-0.2289	-0.2288	-0.2124	-0.2120	-0.2108	
	1.9711	1.9194	1.9151	1.7674	1.7449	1.7305	1.5579	1.5408	1.5236	
H	-0.2319	-0.2251	-0.2269	-0.2198	-0.2163	-0.2199	-0.2112	-0.2106	-0.2106	
	1.9600	1.9080	1.9001	1.7595	1.7313	1.7221	1.5502	1.5322	1.5146	
8	K. W.	-0.8906	-0.8692	-0.8664	-0.8628	-0.8567	-0.8612	-0.8452	-0.8436	-0.8432
		3.7234	3.6031	3.5783	3.2961	3.2483	3.2303	2.8748	2.8475	2.8232
	F	-0.8902	-0.8694	-0.8608	-0.8572	-0.8424	-0.8588	-0.8144	-0.8147	-0.8147
		3.6852	3.5329	3.5028	3.2785	3.1989	3.1920	2.8731	2.8297	2.7941
P	-0.8232	-0.8072	-0.8051	-0.8231	-0.8146	-0.8214	-0.8066	-0.8043	-0.8048	
	3.7626	3.6627	3.6354	3.3908	3.3407	3.3187	2.9913	2.9559	2.9274	
H	-0.8609	-0.8339	-0.8321	-0.8226	-0.8198	-0.8209	-0.8105	-0.8094	-0.8078	
	3.7799	3.6482	3.6234	3.3766	3.3268	3.2968	2.9872	2.9534	2.9180	

† denotes the mean and * the standard deviation.

いるのは、若干ではあるが、モデル P や H よりむしろモデル F の方である。したがって、ここで想定したような斜面+河道系で流量算定の時間間隔を 1 hr とした場合、斜面系の簡略化モデルとして、最も簡単なモデル F を用いても差し支えないと言えよう。ただし、この結果は、斜面+河道系の場合にいつも適用できるのではない。この点について次節においてさらなる検討を加えてみる。

4.7 流量算定時間間隔と降雨継続時間について

前節では、流量算定時間間隔 $\Delta t=1$ hr, 降雨継続時間 40 hr とした。A 42, A 98, A 294 の各流域の斜面の洪水到達時間は $\bar{r}=8$ mm/hr のときそれぞれ 2.99 hr, 3.86 hr, 5.36 hr であった (Table 6) から、 $\Delta t=1$ hr をそれらの値で除して無次元化すると $\Delta T=0.334, 0.259, 0.187$ となる。無次元化された降雨継続時間は、 $T_r=40 \Delta T=13.4, 10.4, 7.5$ となる。一方、3章では、 $\Delta T=0.05, T_r=2$ であった。すなわち、取り扱った状況が異なる。

そこで、本章では想定した斜面+河道系の条件はそのままにしておいて、流量算定時間間隔と降雨継続時間を3章と同様に $\Delta T=0.05, T_r=2$ としてみよう。A 42, A 98, A 294 の各流域において $\Delta t=0.150$ hr, 0.193 hr, 0.268 hr, 降雨継続時間を 5.98 hr, 7.72 hr, 10.72 hr とそれぞれ置き直すのである ($\bar{r}=8$ mm/hr の場合)。このような条件のもとでのシミュレーションの結果を Table 10 に示す。これは、4.6 の Table 9 に対応するものである。

Table 10 によれば、斜面系を Kinematic Wave モデルで置いた場合の各流域・各基準点の流量の変動をよく保存するのはモデル H である。また、モデル F は他のモデルに比べて劣る。これは3章の結果と一致する。

したがって、3章や本節 4.7 のように降雨継続時間の比較的短い場合、すなわち、全洪水期間に対してハイドログラフの立ち上がり部や減速部のウェイトが大きいような場合には、斜面流出モデルの簡略化モデルとして、モデル H が望ましいと言える。

4.6 でのような条件においては、河道系からの出力がモデル F でもモデル P や H と大差ないというだけあって、斜面からの出力はやはりモデル F よりもモデル P や H の方がよい。

Table 10 Statistics of the output residuals (Triangular rainfall, $\bar{r}=8$ mm/hr, $\Delta T=0.05$)

σ	Model	A 42			A 98			A 294		
		I	II	III	I	II	III	I	II	III
4	K	-0.1647†	-0.1636	-0.1628	-0.1643	-0.1630	-0.1620	-0.1637	-0.1622	-0.1608
		0.8171*	0.8168	0.8181	0.8166	0.8172	0.8185	0.8163	0.8172	0.8179
	F	-0.0215	-0.0214	-0.0212	-0.0215	-0.0213	-0.0211	-0.0214	-0.0210	-0.0206
		1.2539	1.2602	1.2636	1.2590	1.2616	1.2648	1.2592	1.2625	1.2651
P	-0.1221	-0.1242	-0.1259	-0.1229	-0.1255	-0.1276	-0.1242	-0.1275	-0.1304	
	0.9564	0.9571	0.9584	0.9565	0.9576	0.9590	0.9566	0.9577	0.9587	
H	-0.1560	-1.1566	-0.1579	-0.1562	-0.1570	-0.1576	-0.1565	-0.1575	-0.1583	
	0.8718	0.8723	0.8734	0.8712	0.8727	0.8739	0.8719	0.8729	0.8736	
8	K	-0.6988	-0.6958	-0.6932	-0.6975	-0.6938	-0.6909	-0.6959	-0.6913	-0.6872
		1.5646	1.5648	1.5681	1.5640	1.5662	1.5700	1.5639	1.5673	1.5701
	F	-0.5170	-0.5148	-0.5139	-0.5163	-0.5144	-0.5133	-0.5154	-0.5133	-0.5114
		1.8382	1.8377	1.8433	1.8366	1.8397	1.8450	1.8358	1.8402	1.8433
P	-0.6735	-0.6740	-0.6741	-0.6737	-0.6741	-0.6744	-0.6740	-0.6745	-0.6749	
	1.6634	1.6655	1.6684	1.6639	1.6669	1.6703	1.6647	1.6683	1.6717	
H	-0.6985	-0.6973	-0.6962	-0.6979	-0.6963	-0.6949	-0.6971	-0.6949	-0.6929	
	1.6510	1.6528	1.6556	1.6514	1.6542	1.6573	1.6522	1.6555	1.6584	

† denotes the mean and * the standard deviation.

結局、斜面系の貯留関数モデルとして、基本的にはモデル H がよい。しかしながら、4.6 のような条件（ただし、これはかなり実際的な想定であるか）では、モデル F を用いても差し支えない。

5. 結 論

洪水流出現象が物理的かつ確率過程的な現象であるという観点から、洪水流出モデル評価の基本的考え方・方法を示した。

本研究では、地表面流のみを考慮した矩形斜面を想定し、斜面流出系および斜面＋河道流出系において、系内に存在する確率変動成分が降雨の時間変動だけの場合の系の確率変換特性を数値実験により明らかにした。さらに、斜面系の理想化モデルである Kinematic Wave モデルを簡略化したものとして、三種の貯留関数モデルを取り上げ、確率過程的観点からの評価を行なった。

斜面系においては、地表面流だけでなく中間流成分をも考慮しなければならない場合も少なくないので、今後そうした場合についても検討を加えたいと考えている。

この種の研究は、未だ緒についたばかりであり、以下のような点を明らかにしてゆきながら、よりよい流出モデルの構築を図ってゆく必要がある。

- (1) 均質とみなしてよい場・入力の時間的空間的スケール
- (2) 場・入力・初期条件がもつ確率統計的特性
- (3) 入出力データに含まれる種々の不確定要因の定量化

本研究を進めるにあたり、種々御助言いただいた京都大学工学部椎葉充晴講師に謝意を表す。また、数値計算は京都大学大型計算機センター FACOM M-382 によったものであることを付記しておく。

参 考 文 献

- 1) 藤田陸博：斜面長の変動を考慮した貯留関数法に関する研究，土木学会論文報告集，第314号，1980，pp. 75-86.
- 2) Prasad, R.: A Nonlinear Hydrologic System Response Model, *Proc. ASCE*, Vol. 93, HY 4, 1967, pp. 201-221.
- 3) 星 清・山岡勲：雨水流法と貯留関数法との相互関係，第26回水理講演会論文集，土木学会，1982，pp. 273-278.
- 4) 高樺琢馬・椎葉充晴：状態空間法による流出予測——kinematic wave 法を中心として——，京都大学防災研究所年報，第23号B-2,1980，pp. 211-226.
- 5) Fujita, M., T. Michiguchi and M. Yamaoka: Stochastic Response in a nonlinear runoff system, *Proc. of the Third International Symposium on Stochastic Hydraulics*, Tokyo, Japan, 1980, pp. 117-128.
- 6) 上田年比古：降雨流出に関する基礎的研究，九州大学学位論文，1961.