

# ファジイ理論に基づく斜面崩壊資料の整理と崩壊予測法

佐藤 忠信・寺田 倫康

## DATA PROCESSING AND PREDICTION OF SLOPE FAILURE BASED ON FUZZY SET THEORY

By *Tadanobu SATO* and *Michiyasu TERADA*

### Synopsis

Prediction models of slope failure are proposed based on fuzzy logic, fuzzy reasoning and linguistic truth value. For this purpose, primary factors associated with slope failure were extracted from past records of damaged slopes and questionnaires to experts. A fuzzy structure among the factors is constructed in order to cluster individual slope failure mechanisms. The fuzzy reasoning algorithm is developed for evaluating slope safety by linguistic truth values. Moreover to get a quantitative measure of slope failure, fuzzy integral of linguistic truth value is calculated and the value of 0,5 was found to be used as a threshold value of slope failure.

### 1. ま え が き

斜面の崩壊は、その多くが降雨や地震などを直接的な誘因として発生するものであるが、これらの直接的な誘因の他にも斜面自身も持っている地形的な特徴や地質的な特徴、さらにはその斜面を取り巻く環境などのさまざまな要因が斜面崩壊の発生原因となっていると考えられる。斜面崩壊の危険性を正確に評価するためにはこのような要因間の相互関係を整理し、崩壊の発生機構を支配している要因を抽出しなければならない。

発生機構を構成している要因は確定的に決定されその定量的評価が可能なものや、不確定な性質をもっているがそれを確率統計的に定量化できる要因などが考えられる。しかしながら要因の中には定量的な評価が可能なものであってもそれを行うために多大な費用と時間を必要とするものも多い。こうした観点から、広大な地域における小規模な斜面崩壊の危険性を調査する場合、経験者による斜面踏査を実施してその危険性を評価することも良く行われる。これは目視により「この斜面の風化はかなり進んでいる。」「斜面の植生はまあまあ良い。」とか「この傾斜はかなり急だ。」などの情報を収集し、これを基にして「斜面の崩壊の危険性は非常に高い。」というような判断を下すものである。このような情報には人間の主観に基づく「だいたい」とか「まあまあ」とか「かなり」というあいまいな量的表現が使われている。こうしたあいまいな情報を基に経験の浅い者にも斜面崩壊の危険性が正しく評価できるようにしたいというのが本論文の目的である。

主観的なあいまいさを定量的に処理する方法として Zadeh は1965年にファジイ集合の概念を発表した<sup>1)</sup>。ファジイ性を確率論におけるランダム性に対比し、人間の主観に起因する不確かさであると定義している。このファジイ性の概念は人間が事象を認識し行動する思考過程において重要な役割を果たしている。例えば、人間が車を運転する場合には「前の車との間隔が詰まってきたのでスピードを落とせ。」とか「道路も広く、交通量も少ないからもっとスピードを上げろ。」とかいった思考をしている。こうしたファジイ性の概念は厳密な定量的解析に基づく科学的思考には不向きな面があり、またランダム性と混同されていたこともあり科学的な研究への応用が遅れていた。しかしながら、ファジイ集合の概念が発表されて以来、工学的分野において、制御理論、システム工学、言語、意思決定、ダイナミックプログラミング、クラスタリングなど各

方面へ応用されている。さらに社会科学，経済学などいわゆるソフトサイエンスの分野にもその応用例は増えつつある。最近では土木工学の分野についても，環境アセスメント<sup>2)</sup>や交通流制御<sup>3)</sup>，さらに事故解析などの問題<sup>4)</sup>にファジイ集合の概念を取り入れた研究がなされている。

以下で斜面崩壊の問題についてファジイ理論を適用することを考える。斜面はその形状が複雑でありまた斜面を構成している物理特性も一様ではなく，特定の斜面についても詳細なデータを得ることはそう簡単ではない。また同一の斜面というものは存在せず1つ1つに個性がある。こうした要因を人間の持っている形態の識別能力や総合判断力に基づいて評価し，これを基にして斜面崩壊の予測を行おうとするのが本論文の目的である。すなわち，人間の判断が基本になるので斜面崩壊を支配する要因をファジイ化する必要がある。結果として，斜面崩壊の危険性を定性的なデータから予測することが可能になる。

本研究では，ファジイ理論を斜面崩壊の問題に適用する第一歩として，定性的な情報によって斜面の崩壊機構をモデル化する。そのために，KJ法，ブレンストーミング，アンケート調査等の一連の作業によって斜面の崩壊に関する要因を抽出し，ファジイ理論に基づくシステムの構造化手法を使って各要因間のあいまいなつながりを考慮に入れた構造化を行う。

次に，構造化した崩壊機構にもつぎ斜面の崩壊に対する推論を我々が日常使っている言語（例えば「傾斜度が大きい。」とか「土質が悪い。」といったあいまいな表現）でもって構成する。そしてこの推論によりファジイ性をもつ入力情報に基づいて斜面崩壊の予測を行なう。

### 2. ファジイ理論の概要

3章以下ではファジイ理論を用いて斜面の崩壊予測を行うのでここではファジイ理論の中で展開される各種の概念ならびに原理について概説する<sup>5)</sup>。

#### 2.1 ファジイ集合

U を全体集合とする U のファジイ部分集合は次のような関数  $\mu_F$  によって特性づけられた集合である。

$$\mu_F: U \rightarrow [0, 1] \dots\dots\dots(1)$$

$\mu_F$  はメンバーシップ関数と呼ばれるものであり値  $\mu_F(u)$  はファジイ集合における  $u(u \in U)$  の帰属度を表わす。

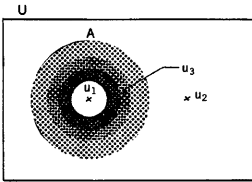


Fig. 1 Venn diagram of a fuzzy set

たとえば U 上のファジイ集合 A のメンバーシップ関数を  $\mu_A(u)$  とするとこれは要素 u がファジイ集合 A に属している程度を表わしている。すなわち  $\mu_A(u)=1$  であれば u はファジイ集合 A に完全に属しており，また  $\mu_A(u)=0$  であれば u は A に属していないことを表わしている。そのどちらでもない要素は0と1の間の任意の実数値を取る。このファジイ集合を模式的にベン図に表わしたものが Fig. 1 である。集合 A を表わす境界がはっきりとしないところが従来の集合のベン図と違うところである。図中の要素  $u_1$  は  $\mu_A(u_1)=1.0$  であり完全に A に属しており，要素  $u_2$  は  $\mu(u_2)=0$  で完全に A に属してない。また  $u_3$  はその中間にあたる要素である。

以下の議論ではファジイ集合 F を次式のように表わす。まず U が有限集合  $\{u_1, u_2, \dots, u_n\}$  の場合

$$F = \mu_F(u_1)/u_1 + \mu_F(u_2)/u_2 + \dots + \mu_F(u_n)/u_n = \sum_{i=1}^n \mu_F(u_i)/u_i \dots\dots\dots(2)$$

ここで / はセパレータであり + は結びを意味している。たとえば， $a/u + b/u = \max(a, b)/u = (a \vee b)/u$  である。 $\vee$  は最大値を取ることを意味している。また U が連続な場合は積分記号を次って次式のように表現する。

$$F = \int_V \mu_F(u) / u \dots\dots\dots(3)$$

ファジイ集合の代表的な演算は次式で定義されている。

(i) ファジイ集合の和集合  $A \cup B$

$$A \cup B = \int_V \mu_A(u) \vee \mu_B(u) / u \dots\dots\dots(4)$$

(ii) ファジイ集合の共通集合  $A \cap B$

$$A \cap B = \int_V \mu_A(u) \wedge \mu_B(u) / u \dots\dots\dots(5)$$

(iii) ファジイ集合の補集合  $A$

$$A = \int_V 1 - \mu_A(u) / u \dots\dots\dots(6)$$

(iv) ファジイ集合の同等性  $A = B$

2つのファジイ集合  $\mu_A, \mu_B \in U(u)$  が等しいということは

$$\mu_A = \mu_B \Leftrightarrow \mu_A(u) = \mu_B(u), \quad \forall u \in U \dots\dots\dots(7)$$

であり、 $\vee$  と  $\wedge$  はそれぞれメンバシップ関数の中の  $\max$  と  $\min$  値を取ることを、 $-$  は通常の引算を表わしている。

**2.2 ファジイ関数とファジイ合成**

ファジイ集合  $U$  からファジイ集合  $V$  へのファジイ関数  $R$  は直積集合  $U \times V$  におけるファジイ集合であり次式で表わされる。

$$R = \int_{U \times V} \mu_R(u, v) / (u, v) \dots\dots\dots(8)$$

たとえば  $F, G$  をそれぞれ全体集合  $U, V$  におけるファジイ集合とすると、 $F$  と  $G$  の直積は次式で表わされる。

$$F \times G = \int_{U \times V} \mu_F(u) \wedge \mu_G(v) / (u, v) \dots\dots\dots(9)$$

Zadeh は If...then 型の文章をファジイ関数  $R$  を使って次式のように定義した。今、 $A \subseteq U, B \subseteq V, C \subseteq V$  ならば If  $A$  then  $B$  else  $C$  は次式と等価な関係で表わされる。

$$R = (A \times B) \cup (\bar{A} \times \bar{C}) \\ = \int_{U \times V} (\mu_A(u) \wedge \mu_B(v)) \vee (\mu_A(u) \wedge \mu_C(v)) / (u, v) \dots\dots\dots(10)$$

以上のように、ファジイ関係  $R$  は従来の集合論における写像をファジイ集合に拡張したものである。

$R$  を  $U \times V, S$  を  $V \times W$  におけるファジイ関係とすると、 $R$  と  $S$  の合成 ( $\max$ - $\min$  合成) は次のように定義される。

$$R \circ S = \int_{U \times W} \bigvee_{v \in V} [\mu_R(u, v) \wedge \mu_S(v, w)] / (u, w) \dots\dots\dots(11)$$

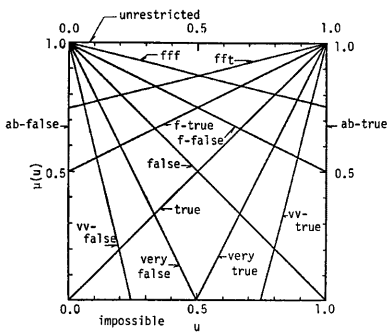
これは  $U \times W$  におけるファジイ関係となっている。特に  $F$  を  $U$  におけるファジイ集合とすると  $F$  と  $R$  の合成は、

$$F \circ R = \int_V \bigvee_{u \in U} [\mu_F(u) \wedge \mu_R(u, v)] / v \dots\dots\dots(12)$$

となり  $V$  におけるファジイ集合となる。

**2.3 ファジイ真理値**

ファジイ集合上で物事を考える場合、ファジイ命題に対する真理値は  $[0, 1]$  上のファジイ集合で表わされ、ファジイ真理値または言語真理値と呼ばれている。本研究で用いるファジイ真理値を Fig. 2 に示した。



ab-true: absolutely true, vv-true: very very true, f-true: fairly true, fft: fairly fairly true, ab-false: absolutely false, vv-false: very very false, fff: fairly fairly false.

Fig. 2 Truth restrictions

合とすると,  $R$  は  $U \times V$  におけるファジイ関係である。

たとえば

$$"x \text{ is } F \text{ and } y \text{ is } G" \rightarrow \mu_R(x, y) = F \times G \dots\dots\dots(3)$$

$$"x \text{ is } F \text{ or } y \text{ is } G" \rightarrow \mu_R(x, y) = (F \times V) \cup (U \times G) \dots\dots\dots(4)$$

で与えられる。ただし  $\times$  は直積を表わす。

また If...then... という条件命題では次の 2 つの演算法が知られている。

$$"If \ x \text{ is } F \text{ then } y \text{ is } G" \rightarrow \mu_R(x, y) = (F \times G) \cup (F \times V) \dots\dots\dots(5)$$

$$\rightarrow \mu_R(x, y) = (F \times V) \oplus (U \times G) \dots\dots\dots(6)$$

ここに,  $\oplus$  は次式で表わされる限界和と呼ばれるもので次式で定義される。

$$F \oplus G = \int_0^1 1 \wedge (\mu_F(u) + \mu_G(u)) / u \dots\dots\dots(7)$$

本研究では Lukasiewicz の含意を使用して, その取扱いが簡潔である式(6)の表現を用いた。

2.5 真理値関係の修正 (Truth Functional Modification)

ここでは命題の内容をある一定の真理値で評価するための方法論を述べる。Fig. 2 の true 以外の真理値をもつ命題 "x is F" を命題の内容を変えることによって, true の真理値をもつ命題 "x is F'" を求めることが Truth Functional Modification (TFM) である。TFM は次のように定式化される。

$$(x \text{ is } F) \text{ is } \tau \leftrightarrow (x \text{ is } F') \text{ is true}$$

ここで  $\mu_{F'}(u) = \mu_{\tau}(\mu_F(u))$  である。

この演算は一般に次のような結果になる。

- (x is F) is very true  $\leftrightarrow$  x is very F
- (x is F) is fairly true  $\leftrightarrow$  x is fairly F
- (x is F) is true  $\leftrightarrow$  x is F
- (x is F) is false  $\leftrightarrow$  x is not F

逆にある基準となる命題 "x is G (is true)" が与えられたとき, それに対する 'x is F' なる命題のファジイ真理値を求めることを Inverse Truth Functional Modification (ITFM) と呼ぶ, これは次式で与

図の横軸は  $u=1$  で命題が完全に true であることを, また  $u=0$  で完全に false であることを表わしている。縦軸の  $\tau(u)$  の値は  $u$  の値に属する程度を表わしている。したがって,  $u=1$  の付近での  $\tau(u)$  が大きな値をとり  $u$  の小さい所で  $\tau(u)$  の値が小さいほど true の程度は高く, 逆に  $u=0$  の付近で  $\tau(u)$  が大きな値をとるほど false の程度が高くなる。本研究では, 図に示したように, true と false に対して各々 6 個の真理値と, impossible ならびに unrestricted という計 14 個のファジイ真理値を設定した。

2.4 合成規則

2 つのファジイ命題 "x is F" と "y is G" が与えられたときの合成命題は, 一般に "(x, y) is R" なる形で考えられる ( $R$  はファジイ関数)。すなわち,  $F$  と  $G$  をそれぞれ  $U, V$  におけるファジイ集

えられる。

$$\tau = Tr(x \text{ is } F/x \text{ is } G) = \int_0^1 \mu_G(u) / \mu_F(u) \dots\dots\dots(18)$$

ここに、 $\tau = Tr$  は命題の真値である。この演算は一般に次のようになる。

- $Tr(x \text{ is } F/x \text{ is very } F) = \text{very true}$
- $Tr(x \text{ is } F/x \text{ is fairly } F) = \text{fairly true}$
- $Tr(x \text{ is } F/x \text{ is } F) = \text{true}$
- $Tr(x \text{ is } F/x \text{ is not } F) = \text{false}$

**2.6 ファジイ推論 (近似的推論)**

ファジイ命題に対してファジイ条件命題 (If...then...) を使用することにより、従来の2値理論の推論規則を拡張した、modus tollens 型と modus ponens 型のファジイ規則を定めることができる。

(1) modus tollens 型の推論

$$\left. \begin{array}{l} \text{If } x \text{ is } F \text{ then } y \text{ is } G \longrightarrow \mu_R(x, y) = \overline{(F \times V)} \oplus (U \times G) \\ y \text{ is } G' \longrightarrow \mu_G(y) \end{array} \right\} \dots\dots\dots(19)$$


---


$$x \text{ is } F' \longrightarrow \mu_{F'}(x) = \mu_R(x, y) \circ \mu_G(y)$$

ここで $\circ$ は式(11)で示した合成演算である。これは “If  $x$  is  $F$  then  $y$  is  $G$ ” なる条件下で “ $y$  is  $G'$ ” なる命題が与えられるとき、“ $x$  is  $F'$ ” なる命題を推論することを表わしている。

これに対して modus ponens 型の推論は次のように表わされる。

(2) modus ponens 型の推論

$$\left. \begin{array}{l} \text{If } x \text{ is } F \text{ then } y \text{ is } G \longrightarrow \mu_R(x, y) = (F \times V) \oplus (U \times G) \\ x \text{ is } F' \longrightarrow \mu_{F'}(x) \end{array} \right\} \dots\dots\dots(20)$$


---


$$y \text{ is } G' \longrightarrow \mu_{G'}(y) = \mu_{F'}(x) \circ \mu(x, y)$$

これは、“If  $x$  is  $F$  then  $y$  is  $G$ ” なる条件の下で、“ $x$  is  $F'$ ” なる命題が与えられるとき、“ $y$  is  $G'$ ” なる命題を推論することを表わしている。

本研究ではすべて modus tollens 型の推論を採用する。以下に、さらに一般的な推論法について説明する。この推論は、“If  $x$  is  $F$  then  $y$  is  $G$ ” なる条件下で “ $y$  is  $G'$ ” であることが  $\tau$  であるとき “ $x$  が  $F'$ ” であることの真値を求めるものである。すなわち、

$$\begin{array}{ll} \text{If } x \text{ is } F \text{ then } y \text{ is } G & F, F' \subset X; s \in U_x \\ y \text{ is } G' \text{ is } \tau & G, G' \subset Y; t \in U_y \end{array}$$


---


$$Tr(x \text{ is } F) = R \circ \tau_G = \tau_F$$

したがって (x is F') is true

この推論では任意の真値をもつ “ $y$  is  $G'$  is  $\tau$ ” という命題を含んでいる。そこでまずこの命題を TFM を使って真値が true である命題 “(y is G) is true” を求める。つまり、

$$Tr(y \text{ is } G') = \text{true (by TFM of (y is } G') \text{ is } \tau)$$

したがって

$$\mu_{G'}(y) = \mu_\tau(\mu_G(y))$$

次に ITFM によって “ $y$  is  $G'$ ” が与えられたときにそれに対する “ $y$  is  $G$ ” の真値を求める。つまり

$$Tr(y \text{ is } G | y \text{ is } G') = \tau_G \text{ (by ITFM)}$$

さらに  $\tau_F = Tr(x \text{ is } F) = R \circ \tau_G$

となるので、式(4)を用いて  $\tau_F$  に対するメンバーシップ関数の値は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mu_{\tau_F}(S) &= \bigvee [(1 \wedge (1 - \mu_{true}(s) + \mu_{true}(t)) \wedge \mu_{\tau_G}(t))] \\ &= \bigvee [(1 \wedge (1 - s + t)) \mu_{\tau_G}(t)] \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

また “If...then...” の関係が true 以外の真値をもつときは、式(2)における  $\mu_{true}(s)$ ,  $\mu_{true}(t)$  をほかの真値のメンバーシップ関数におきかえればよい。

つきにこの modus tollens 型の推論を用いる場合に注意しなければならない点について説明する。Table

Table 1 Truthfulness of reasoning

	x is F	y is G	If x is F then y is G
No. 1	T	T	T
No. 2	T	F	F
No. 3	F	T	T
No. 4	F	F	T

T: true  
F: false

1 は条件命題 “If x is F then y is G” についての真偽表である。

いまこの表で条件付命題が true (very true, absolutely true なども含めて) の関係をもつ場合 (表中の No. 1, 3, 4) を考える。この場合、入力情報としての命題 “y is G” が “y is G” を肯定する命題であると、表中の No. 1 と No. 3 から “x is F” の命題は true にも false にもとれる。したがって命題の真偽を推論することはできない。一方

“y is G” が “y is G” を否定するような命題であれば、表中の No. 4 より “x is F” の真偽は false に一義的に決まる。そして “y is G” が “y is G” を否定する程度により “x is F” が false である程度も fairly false や very false に変化する。

したがって、modus tollens 型の推論を行う場合には、最終的に推定しようとする内容と反対の内容をもつ推論を構築し、その内容がどの程度否定されるかを調べなければならない。

### 3. Fuzzy Structural Modeling 法による斜面崩壊機構の構造化

#### 3.1 概 説

斜面崩壊は多数の要因が複雑に関連しあって発生する現象である。各々の要因の物理的現象をモデル化することは可能であっても、各種要因が輻輳して崩壊に致するような場合を一般化し定量的に把握することは非常に困難である。このような問題では定量性のある程度犠牲にしても客観的な構造モデルを作成できれば、それを基にして崩壊予測を行うことができる。こうした観点から斜面崩壊に關係する要因の構造化を試みる。

ある現象が発生する過程において、どのような要因が支配的であるかを同定することは発生過程が複雑になればなるほど困難になる。こうした問題の解析手法として、KJ 法<sup>5)</sup>、ISM 法<sup>9)</sup>、FSM 法<sup>9)</sup>(Fuzzy Structural Modeling 法)などが開発されている。これらは、政治、行政、経済などの分野において各種の要因が複雑に組み合っている現代の社会問題のシステムを構造化するために開発されたものである。ここでは、多数の要因間に存在するあいまいさを考慮した上で、定性的な情報のみからシステムの構造化を図ることができる FSM 法を用いて斜面崩壊機構の構造を同定する。

以下にその手順を示す。

- (1) KJ 法によって斜面崩壊に関する要因を抽出する。
- (2) アンケートにより抽出した要因を検討して整理する。
- (3) 整理した要因項目間の影響度をアンケートによって二項関係行列の形で求める。
- (4) FSM 法を用いて斜面の崩壊機構を構造化する。
- (5) 構造化した崩壊機構を再検討し客観性のあるシステムを求める。

3.2 斜面崩壊機構の構造化

上述の手順に従って斜面崩壊を支配している要因の構造化を図る。FSM 法の理論的背景は文献(9)に詳しく述べられているので省略するが、この手法は ISM 法における利用上の制約を緩和し多元的価値が錯綜するシステムの構造同定に有効な手法と考えられている。

(1) 斜面崩壊に関与する要因の抽出

斜面の崩壊に関する情報には、急傾斜地における崩壊危険区域の危険度採点基準のように、すぐに定量的な評価が可能なものや、「風化が進んでいると崩壊しやすい。」とか、「岩盤中の断層、破碎帯の存在は斜面崩壊の要因となる。」のように、過去の記録や経験から得られる全く定性的なものなど多種多様である。そこで次の手順で斜面の崩壊に関する要因を抽出した。

- (i) 斜面崩壊に関する統計資料<sup>(10)</sup>や、その他いくつかの文献<sup>(11)(12)</sup>から、斜面の崩壊に関与すると思われる要因を重複するものも含め列挙する。
- (ii) 列挙した要因を KJ 法により整理統合する。すなわち、重複したり、あるいは同じ範ちゅうに入るものなどを1つのグループにまとめて、そのグループを代表するような要因名をつける。これを何回かくり返すことによって、主要因として以下の5ブロックが抽出された。①斜面の地形的特徴による要因(地形要因)、②斜面の地質的特徴による要因(地質要因)、③斜面の周辺環境による要因(環境要因)、④降水並びに気象条件による要因(降水要因)、⑤地震による要因(地震要因)。

また、これら5ブロックを構成する因子は80項目となった。

- (iii) この80項目を基にして、水文、地形、砂防等の研究者を対象としたアンケート調査を行った。その結果にブレンストミング的検討を加えて、最終的に各ブロックとも7~8個の要因数に整理統合した。抽出された要因については構造化の部分で説明を加える。

(2) FSM 法による斜面の崩壊機構の構造化

アンケート調査では、各ブロックはそれぞれ独立であるものとした。これは要因数があまり多すぎると、二項関係を答えることがたいへん煩雑になるためである。また要因の抽出の段階で意見が多かった自然斜面と人工斜面との区分を行うために、斜面の内的要因と思われる①地形要因、②地質要因、③環境要因については自然斜面と人工斜面とについて別々に解答してもらった。ただし外力として作用する④降水要因と⑤地震要因については、自然斜面と人工斜面の区別はつけなかった。アンケートは各要因を行と列にならべた  $n \times n$  のマトリクスの要素  $a_{ij}$  (要因  $S_i$  が要因  $S_j$  に従属する「らしさ」を示す値) を0から5までの6段階で評価してもらった。集まった行列を算術平均して0.2を乗ずることにより、 $0 \leq a_{ij} \leq 1$  を要素とするあいまい従属行列を8個構成した。

そこで、それぞれの行列について、FSM 法の演算を行って構造化を行った。FSM 法ではファジイ補集合の要素のメンバーシップ関数を決定するために  $\lambda$  なる変数を導入している。また要因  $S$  の要素がどの階層に属し、階層と階層の結合関係がどの程度であるかを定義するために  $p$  なる変数を用いている。 $\lambda$  の値は構造化にあまり大きな影響を及ぼさないが、 $p$  の影響は非常に大きく  $p=0.6$  未満ではあいまい非対称性が破られ構造化が不可能であった。ここでは特にことわらないかぎり  $\lambda = -0.3, p = 0.65 \sim 0.7$  を用いた。解析は自然斜面と人工斜面の両者について行ったが、

以下には自然斜面について得られた崩壊機構の構造について説明を加える。なお構造化された各要因の影響度は2つの要因間に数値で示されている。

①地形要因 (Fig. 3)

地形要因の中で最も高いレベルの要因は斜面の上方形状と傾斜度であり、傾斜度には中間レベルの縦断形、高さ、斜面の尻尻形状が

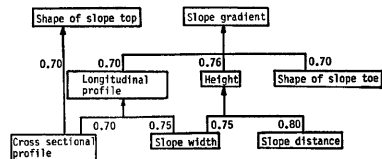


Fig. 3 A fuzzy structure of topographical factors

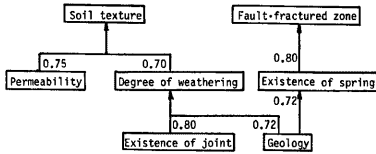


Fig. 4 A fuzzy structure of geological factors

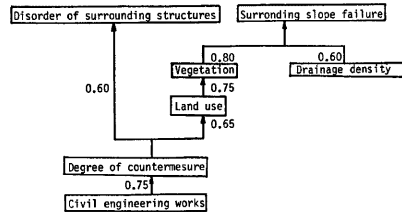


Fig. 5 A fuzzy structure of environmental factors

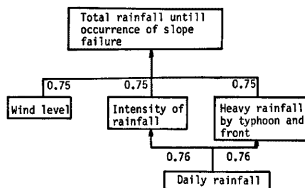


Fig. 6 A fuzzy structure of precipitation factors

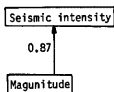


Fig. 7 A fuzzy structure of earthquake factors

従属している。そして斜面の上方形状，縦断形，高さの各要因に，最下層レベルの横断形，斜面幅，斜面長が従属している。一般に自然斜面はその形状が複雑であるので地形に関する多数の要因が構造モデルに組み込まれ，結果として斜面の形状に関する要因が比較的高いレベルで構造化されたと考えられる。

#### ②地質要因 (Fig. 4)

最上層レベルの要因は斜面の土質と断層・破碎帯の存在である。そして中間レベル集合として，透水性，風化の程度の2つの要因が斜面の土質に，また湧水が断層・破碎帯にそれぞれ従属している。さらに最下層レベルの要因である節理の発達度が風化の程度に，地質が風化の程度と湧水に関連している。

#### ③環境要因 (Fig. 5)

環境要因の構造化を行う場合には，境界値  $\rho$  を大きくすると独立な要因ばかりになるので，他の要因の場合にくらべて，関連度が0.6ぐらいの関係も構造モデルに組み込まれるようにした。したがって，この構造モデル全体の結合性は非常に弱くなっている。また中間レベルの要因も3段階に分かれており，他の構造モデルに比べて縦長のモデルになっている。

#### ④降水要因 (Fig. 6)

降水要因について得られたあいまい従属行列は， $\rho=0.65$  とすると2つの単一ハイアラキ行列に分割でき，それぞれの行列から独立な構造モデルを得ることができる。1つは降雨に関するものであり，もう1つは，降雪に関するものである。前者は連続雨量を最上層レベルの要因とし，雨量強度，台風や前線性の降雨，風，日雨量の各要因によって構造化されている。後者は図示しなかったが降雪・融雪という要因と急激な温度変化の2つの要因によって構造化され結合度は0.65であった。

#### ⑤地震要因 (Fig. 7)

斜面上で地震の震度と地震のマグニチュードの2つの要因によって構造化した。両要因は影響度が0.87と，いうたいへん強い関係をもっている。

## 4. ファジィ推論による斜面崩壊の予測

### 4.1 概 説

2で述べたように推論はすべて modus tollens の型式で行なう。modus tollens 型の推論を行う場合には，最終的に推定しようとする内容と反対の内容をもつ推論を構築する必要がある。したがって，ここでは斜面



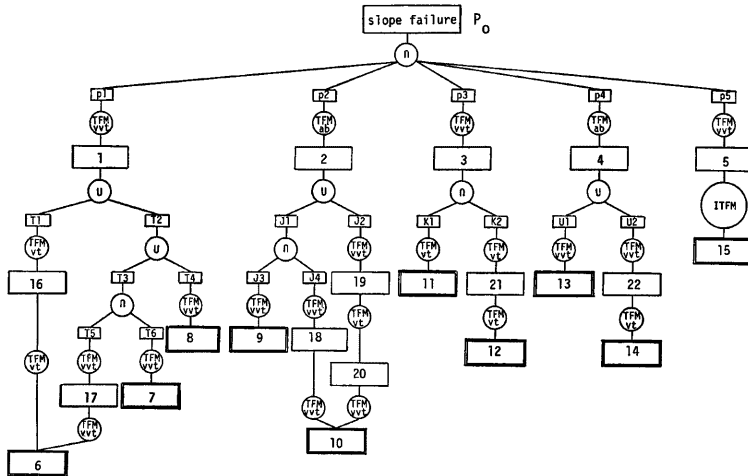
の崩壊予測について論じるが、推論の構成については、斜面の安全性に関する記述を基にして行う。入力情報の真実値を変えると、最終的な命題がどのように否定されるかを評価することによって斜面崩壊の予測を行なう。

まず、3で求めた斜面の崩壊機構の構造モデルをもとに、各要因を斜面の安全性に関する命題に読みかえ、斜面の安全性を規定する推論を作成する。また地震動の影響については、過去の記録などを参考にして震度と斜面の崩壊に関するファジイ関係を求める。こうした結果を総合して斜面崩壊予測に対するファジイアルゴリズムを構築する。このアルゴリズムに対する入力情報は情報の真実値であり、2で示したファジイ真実値から選ぶ。出力は斜面の安全性がどの程度否定されるかであり、これが真実値の形式で求まる。

最後に過去に崩壊した斜面の記録をもとに約500の斜面について計算を行い、実際の斜面への適用例を示す。

4.2 斜面の安全性に関する推論の作成

3で求めた斜面崩壊機構の構造モデルを基にして、要因間をその影響度の強さに応じて、2で説明した, true, very true, very very true, absolutly true の関係で結びつけた。その結果、自然斜面の安全性に関して Table 2 に示すような命題で構成される推論が作成された。Fig. 8 はこれを図示したものである。図中の2重枠の命題は入力データであり、その命題の真実値を Fig. 2 のファジイ真実値から選んで入力する。



- |                                |                             |
|--------------------------------|-----------------------------|
| 1: topographical factor,       | 2: geological factor,       |
| 3: environmental factor,       | 4: precipitation factor,    |
| 5: earthquake factor,          | 6: cross sectional profile, |
| 7: height,                     | 8: slope gradient,          |
| 9: soil textile,               | 10: geology,                |
| 11: surrounding slope failure, | 12: land use,               |
| 13: total rainfall,            | 14: daily rainfall,         |
| 15: seismic intensity,         | 16: shape of slope top,     |
| 17: longitudinal profile,      | 18: degree of weathering,   |
| 19: fault and fractured zone,  | 20: existence of springs,   |
| 21: vegetation,                | 22: intensity of rainfall.  |

Fig. 8 Logical hierarchy of fuzzy reasoning for slope safety

Table 2 Fuzzy reasoning for slope safety

No. 1	If slope is safety	topographical condition is good geological condition is good environment is good precipitation condition is good seismic intensity is (n)	very very true absolutely true very very true absolutely true very very true
No. 2	If topological condition is good	shape of slope top is good slope gradient is low	very true very very true
No. 3	If geological condition is good	soil textile is good fault and fractured zone is not existed	very very true very very true
No. 4	If environmental condition is good	surrounding slope failure is not existed	very true
No. 5	If precipitation condition is good	continuous precipitation is little	very very true
No. 6	If shape of slope top is good	vertical section of slope is good	very true
No. 7	If slope gradient is low	cross section of slope is good slope height is low	very very true very very true
No. 8	If soil texture is good If there are no fault and fracture zone	degree of weathering is low spring flow is low	very very true very true
No. 9	If there are no surrounding failure	vegetation is good	very true
No. 10	If continuous precipitation is little	intensity of rain fall is low	very very true
No. 11	If vertical section of slope is good	cross section of slope is good	very very true
No. 12	If degree of weathering is low If spring flow is low	geological condition is good geological condition is good	very very true very very true
No. 13	If vegetation is good	degree of land use is high	very true
No. 14	If intensity of rain fall is low	day precipitation is little	very true

丸印はファジイ論理における各種の演算を示している。*ab*, *wt*, *vt*, *t* は modus tollens 型の推論を、それぞれ *absolutely true*, *very very true*, *evry true*, *true* の関係で演算することを示している。□はファジイ集合の交わりをとることを示している。入力情報から矢印に従って演算を進めていくと最終的に斜面の安全性がどの程度否定されるかが真理値の形式で出力される。それを Fig. 2 で与えられるファジイ真理値と比較することにより、斜面崩壊の予測指標を求める。

#### 4.3 震度と斜面の崩壊とファジイ関係

わが国で使われている気象庁震度階は物理量の計測に基づいて決められたものではないが、現行のものは震度階と最大加速度との間に、Ⅰ(微震) < 2.5gal < Ⅱ(軽震) < 8gal < Ⅲ(弱震) < 25gal < Ⅳ(中震)

$<80\text{gal}<V$  (強震)  $<250\text{gal}<VI$  (烈震)  $<400\text{gal}<VII$  (激震) なる関係を与えている<sup>13)</sup>。Fig. 9 は過去の強震記録を基にして震度IVと震度Vと最大加速度との関係を示したものである。これをもても震度ごとに最大加速度の分布は異なっていることがわかる<sup>14)</sup>。震度III以下および震度VI以上についての資料がない。ここでは斜面崩壊を問題としているので震度III以下は対照外とした。また震度VIについては震度Vの分布型を適用した。

加速度を Fig. 9 に示した11のランクに分け、各震度の分布型をその震度の最大頻度で各ランクの頻度を割って正規化し、これを式(2)の形式で表わすと次のようになる。なお帰属度が0の項は省略した。

$$\left. \begin{aligned} \text{震度IV} &= 0.5/1+0.25/2+0.1/3+0.4/4+0.55/5 \\ &\quad +1.0/6+0.9/7+0.5/8+0.25/9+0.1/10 \\ \text{震度V} &= 0.15/6+0.6/8+0.55/9+1.0/10 \\ \text{震度VI} &= 0.15/7+0.6/9+0.55/10+1.0/11 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

すなわち、震度が最大加速度のランクによってファジィ集合として定義された。

次に崩壊率と加速度のランクとの関係が必要になるが、これは Fig. 10 のように与えられると仮定した。すなわち、最大加速度が 250gal 以上の大地震であれば、斜面の崩壊が起こることはほぼ確実であり、最大加速度が80～約 140gal の地震であれば、斜面の崩壊が起こることはほぼ0.5の可能性があり、そして最大加速度が 25gal 以下の小さな地震であれば、斜面の崩壊はまず起こらないことを表現してる。

式(2)を用いて Fig. 9 より加速度のランクを崩壊率に読みかえると、震度と斜面崩壊との間のファジィ関係が Fig. 11 のように求まる。読みかえの方法を震度IVを例にして述べる。式(2)より加速度のランクが9のときの帰属度は0.25である。また Fig. 10 において、加速度のランクが9のときは崩壊率は0.5である。したがって震度IVは崩壊率0.5に対しては0.25の帰属度をもっているときみなせる。他の加速度のランクについても同様に読みかえていく、ただし Fig. 9 で加速度のランクが1から6のように同じ崩壊率をもつところでは、それぞれのランクから得られた帰属度のなかで最大値をとってその崩壊率に対する

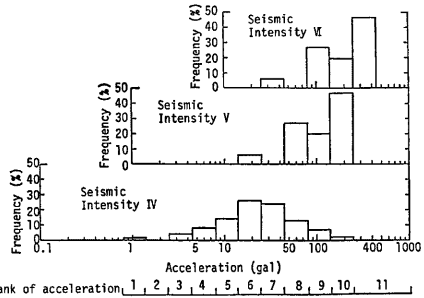


Fig. 9 Frequency distribution of peak acceleration for earthquakes with JMA intensities of IV, V and VI

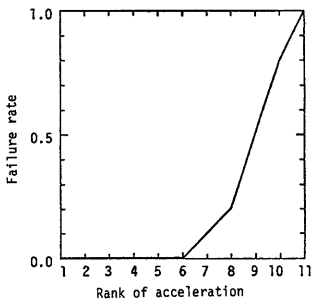


Fig. 10 Relationship between rank of peak acceleration and failure rate

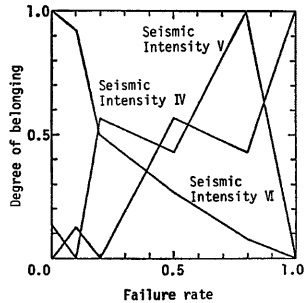


Fig. 11 Definition of JMA intensity by failure rate

帰属度とした。

以上で震度と斜面崩壊の関係が求まったが、さらに本推論の最終的な命題「斜面は安全である。」に対して各震度がどのような関係にあるかを求めなければならない。これには2で説明した Inverse Truth Functional Modification を用いる。そこでまず「斜面が安全である。」という命題を崩壊率のファジイ集合として仮定する必要がある。従来の2値論理では、次式のようにある崩壊率の値を境界値として安全であるか安全でないかを決定していた。

$$\left. \begin{array}{l} \text{安全} \quad \quad \quad : \text{崩壊率} \leq 0.2 \\ \text{安全でない (危険)} : \text{崩壊率} > 0.2 \end{array} \right\} \dots\dots\dots \text{図}$$

これに対し、ファジイ理論では安全か安全でないかの境界をあいまいに定義することができる。ここでは Fig. 12 に示したようなファジイ集合によって「斜面が安全である。」という命題を与えた。

「斜面が安全である。」という命題が与えられたので、次に Fig. 10 と Fig. 11 を用いて各震度に対して、Inverse Truth Functional Modification を行なった結果を Fig. 13 に示した。ここに出力されたメンバーシップ関数をファジイ真理値図 (Fig. 1) のグラフの型と比較することによってそれぞれの震度の大きさを「斜面が安全である。」という命題の評価を行うことができる。たとえば震度Ⅳのメンバーシップ関数はファジイ真理値図の true に似ている。つまり震度Ⅳの時は「斜面が安全である。」ことはほぼ真であるという評価ができる。それに対し、震度Ⅵのメンバーシップ関数はファジイ真理値の false あるいは very false に似ている。そこで震度がⅥの時は「斜面が安全である。」ことは偽であるという評価が得られる。また震度Ⅴは両者の中間に位置していることがわかる。

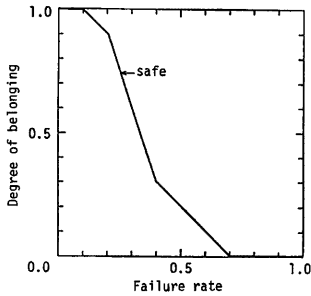


Fig. 12 Fuzzy definition of slope safety

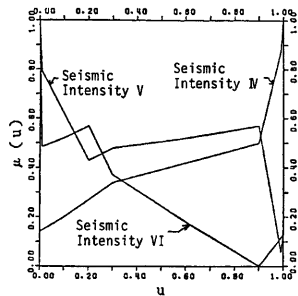
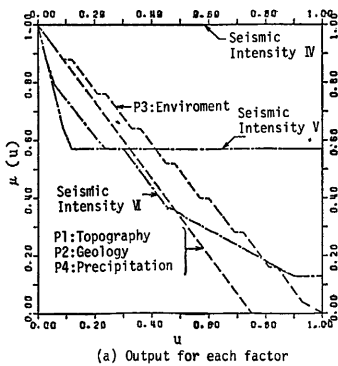


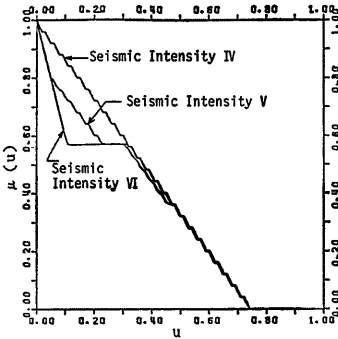
Fig. 13 A result obtained by inverse truth functional modification using the relation given in Figs. 11 and 12

4.4 斜面の崩壊予測の計算例

自然斜面について求めた推論アルゴリズムにおいて、震度以外の入力項に対するファジイ真理値を全て very very false として計算した例が Fig. 14 に示されている。図(a)における破線は P<sub>1</sub>: 地形, P<sub>2</sub>: 地質, P<sub>3</sub>: 環境, P<sub>4</sub>: 降水の各要因について得られた出力値を表わし、また一点鎖線は各震度について得られた出力値である。これらの結びを取った「斜面が安全である」という命題に対する最終的な出力値を図(b)に示した。震度以外の各要因による出力 P<sub>1</sub>~P<sub>4</sub> の出力値の評価はファジイ真理値の very false から false の間に入る。図(a)によれば、同程度の入力に対しては地質, 地形, 降水の3要因に対する出力値は同じメンバーシップ関数を持つ真理値を与えるが、環境要因は構造モデルのあいまいさが他の要因に比べて大きいため、出力された真理値も false の程度が少し低くなっている。最終的な出力は P<sub>1</sub>, P<sub>2</sub>, P<sub>4</sub> の効果が強く出る

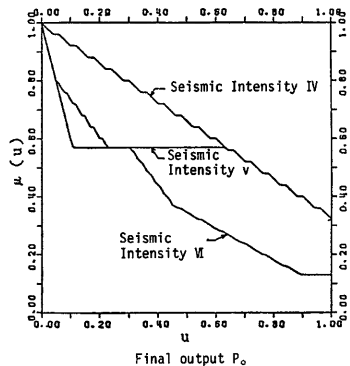


(a) Output for each factor



(b) Final output  $P_0$ .

Fig. 14 Output fuzzy truth values for all input factors with a value of very very false



Final output  $P_0$ .

Fig. 15 Output fuzzy truth values for all input factors with a value of false

ため、震度による違いはあまり大きくない。

Fig. 15 は入力命題の否定度をゆるくして false を入力したときの最終的な出力値を示したものである。地形、地質、環境、降水の各要因に対する否定度が弱くなってくと斜面の安全性に対する震度の影響が強くなり、震度によって斜面の安全性が著しく変化することになる。

#### 4.5 ファジ推論に基づく斜面崩壊予測の精度

建設省河川局砂防傾斜地保全課及び土木研究所砂防部急傾斜地崩壊研究室が昭和47年から昭和49年の3年間に発生した約600のかけ崩れの災害事例について分析した資料<sup>15)</sup>をもとに、前節で作成した推論が実際の斜面崩壊現象をどの程度再現するかという点について検討を加える。この資料はそのほとん

んどが降雨を直接的誘因として起こっているものである。地震時に起因する斜面崩壊は伊豆沖地震のものが5個含まれているだけであった。

##### (1) 入力すべき情報の作成

斜面の崩壊予測の際に必要な入力情報は自然斜面の場合は10個で人工斜面の場合は9個である。こうした入力情報は計測された定量的な資料から得られるものと、定性的な情報であるためにその評価が困難なものがある。そこで前者のような情報についてはかなり明確な基準に従って情報を分類し、入力としての真実値を求めた。また後者のような情報についてはあいまいな基準を設定することで入力の実真値を評価することにした。

まず、傾斜度や雨量のように定量的な資料がそろっている情報に関して次のような基準を設けた。

(a)傾斜度：急傾斜地崩壊危険区域危険度判定基準<sup>16)</sup>では傾斜度  $45^\circ$  以上の斜面に点数を与えているので、この傾斜度を一応の目安とし、「傾斜度が小さい。」という情報に対して次のような入力基準を設定した。 $0^\circ \sim 30^\circ$ : true,  $30^\circ \sim 45^\circ$ : false,  $45^\circ \sim 60^\circ$ : very false,  $60^\circ \sim 75^\circ$ : very very false,  $75^\circ \sim$ : absolutely false.

(b)高さ：高さについては上述の基準において10m以上の斜面に点数を与えているので、この値を一応の目

安として、「高さが低い。」という情報に関しては次のような入力基準を設定した。0m~10m: true, 10m~20m: false, 20m~40m: very false, 40m~80m: very very false, 80m~: absolutely false。

(c)崩壊発生までの連続雨量: 国鉄の降雨に対する警備発令の基準等<sup>16)</sup>を参考にして、次のような基準で「連続雨量が少ない。」という入力情報を設定した。0mm~20mm: true, 20mm~50mm: false, 50mm~100mm: very false, 100mm~250mm: very very false, 250mm~: absolutely false。

(d)崩壊発生までの24時間雨量(日雨量): 「日雨量が少ない。」という情報に関しては(c)の連続雨量と同じものを用いた。

次に地質、土質、土地利用などの定性的な情報から入力データを作成する。これには、建設省が昭和51年に発刊した「がけ崩れ災害の実態について」<sup>10)</sup>を参考にして各情報を次のようにデータ化した。

(e)地質(斜面の基岩の種類): がけ崩れの地質区分別構成率を日本列島における各種岩石の分布面積率で割った値をがけ崩れの崩壊発生率としたものが文献<sup>10)</sup>の15ページに与えられている。これを参考にして「地質がよい。」という入力情報の基準を設定した。噴出岩類・変成岩類: false, 火山砕屑物・水成堆積岩類: very false, 深成岩類: very very false, その他: true。

(f)土質(斜面の構成土質の種類): 斜面構成土質と崩壊の発生頻度の関係も文献<sup>10)</sup>の24ページに示されているので、これを参考にして「土質がよい」という入力情報の基準を次のように設定した。火山砕屑物・段丘堆積物: true, 崩積土: false, 強風化岩: very false, 表土: very very false。

(g)土地利用の状況: 土地利用状況別崩壊発生頻度も文献<sup>10)</sup>の83ページに与えられているのでこれを参考にして「土地利用状況が良い。」という入力情報に関して次のような基準を設定した。水路・沢・道路・池沼: true, 人家・田畑: false, 山林: very false。

(h)周辺の崩壊の有無: 過去の崩壊個所での再崩壊はある程度の年数を経過しないと起こりにくいという事例と考え方もあり、地域や斜面の性質によっても傾向が異なるが、過去に崩壊があった周辺の斜面は将来とも崩壊する危険性が高いと考え、崩壊が無ければ true, 有れば false を入力する。特に過去に同一箇所で幾度も崩壊した地点、および新しい崩壊が周辺に存在する地点については very false を入力した。

(i)斜面の横断形状: これは自然斜面を考える場合のみ必要な入力情報である。横断形別の崩壊発生頻度も文献<sup>10)</sup>の38~53ページに与えられている。これを参考にして「斜面の横断形状がよい」という情報は次のようにデータ化した。下降型(凹往): true, 直線型: false, 上昇型(凸往)・複合型(S型, 逆S型): very false。

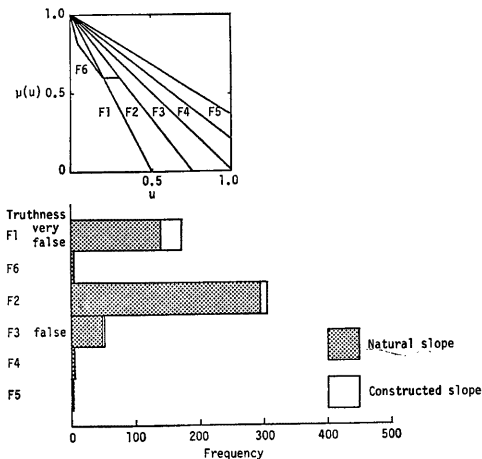


Fig. 16 Frequency distribution of fuzzy truthfulness for actually collapse slopes

にデータ化した。下降型(凹往): true, 直線型: false, 上昇型(凸往)・複合型(S型, 逆S型): very false。

## (2) 解析結果および考察

入力データとなる要因に関する資料のない斜面を除き自然斜面 491 箇所, 人工斜面 41 箇所の計 532 箇所の斜面について解析した。結果が Fig. 16 に示されている。

各種の入力に対して「斜面が安全である。」という命題のファジィ真実値が Fig. 16 の上段に示すように F1 から F6 の 6 通り求まった。F1 は Fig. 2 のファジィ真実値の very false と一致しており F3 は false と一致している。F6 は地震による震度を V として解析した場合の出力であり  $0 \leq u \leq 0.3$  の部分が震度による影響であり  $0.3 < u$  では F2 の直線

Table 3 Results for natural slopes

Fuzzy truthness of $P_0$	No	Governing factors of $P_0$					$N = \sum_{i=1}^5 N_i$	$\frac{N}{N_0}$
		TG	GL	EN	PR	EA		
1	137	47			105		152	1.11
2	295	50	146		244		440	1.49
3	49	27	25	7	42		101	2.06
4	4	3	4	2			9	2.25
5	1	1					1	1.0
6	5		5			5	10	2.0
Total	491	128	180	9	391	5	713	1.45
(%)	—	17.95	25.25	1.26	54.84	0.7	100	—

TG: topography, GL: geology, EN: environment PR: precipitation, EA: earthquake

と一致している。各形の真真値に対する頻度分布を見ると very false と false の間に位置する F2 が全体の約60%にあたる306個で最も多い。また F1 と F6 の真真値も加えた「斜面が安全である」がかなり強く否定される出力の個数は全体の約90%で470個である。したがってこの推論では「斜面が安全である。」という命題に対するファジィ真真値として false を基準値に選び、出力の命題を否定する度合いが false より大きければ、斜面崩壊の危険性が高いと評価することができる。

次に「斜面が安全である」という最終的な命題の出力  $P_0$  を支配している要因がどれであるかを自然斜面についてまとめたものが Table 3 である。表において  $P_0$  の真真値の番号は Fig. 16 に示した F1 から F6 の真真値に対応している。No は各真真値における出力  $P_0$  の個数である。地形、地質、環境、降水、地震の各要因による出力  $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5$  のうちで  $P_0$  と同じファジィ真真値を出力した要因を各真真値ごとに数えた。N はその総数であり複数の要因が  $P_0$  に関係しているものもあるので一般には  $N_0 \leq N$  である。また出力された各真真値が平均していくつの要因と関係しているかを調べるために、 $N/N_0$  の値を1つの指標として求めた。 $P_0$  を支配している要因別の構成率は降水要因が約54%で最も高く、続いて地質要因と地形要因の構成率が高くなっている。これは対象とした崩壊斜面の資料はすべて降雨を誘因に発生した崩壊を集めたものであるためである。環境要因はその構造化および入力データの作成の段階で他の要因に比べてあまり重要な要素が多いため  $P_0$  を支配する要因になりにくかったものと思われる。

各真真値についてそれを支配している要因について考察を加える。真真値 F1 では  $P_0$  は地形と降水の2つの要因によって支配されており、しかも  $N/N_0=1.11$  という値から要因の重複はなく、斜面崩壊は1つの要因によって発生していることがわかる。真真値が F2, F3 と偽の程度が very false から false に下がるにしたがって  $P_0$  を支配する要因の数は増えていく。真真値 F2 では、地形、地質、降水の3つの要因が  $P_0$  を支配する要因になっていて、 $N/N_0=1.49$  という値が示すように F1 に比べて複数の要因によって斜面崩壊の発生するケースが多くなっていく。真真値 F3 では地震以外の要因がすべて  $P_0$  を支配する要因となっている。そして  $N/N_0=2.06$  より平均2個の要因が重り合って  $P_0$  を支配していると考えられる。地震時のデータから出力された真真値 F6 では、 $P_0$  は常に地震と地質との2要因に支配されている。ここでの震度はVとしたが、斜面が地震によって崩壊する時にはその地質構造に強く影響されるためである。

## 5. ファジィ積分による斜面崩壊の予測についての評価

### 5.1 概説

前章では構造化された斜面崩壊機構の構造モデルをもとにファジィ推論を構成し、ファジィ真真値によっ

て斜面の安全性がどの程度否定されるかを調べ、斜面崩壊の予測を行った。このファジイ推論による予測では、安全性を規定する要因である命題の否定度 (false, very false など) を入力するため、出力される最終的な評価は斜面の崩壊を直接予測するものではなく、安全性を否定する形で出力された。

本章では斜面の崩壊する可能性の大きさを high, medium, low といった言語変数によって評価する。この方法では、斜面崩壊に関する要因の影響度を言語変数で入力する必要があるが、崩壊という問題を直接予測できるという点で有利である。ここではさらに得られた言語変数のファジイ積分値を求めることにより斜面崩壊の予測が定量的に行えることを示す。

まずファジイ積分を行う際に必要なファジイ測度  $g_1$  について述べ、さらにファジイ測度  $g_1$  を累積していくことによって得られるファジイ分布関数の構成について述べる。次に言語変数からファジイ積分値を求める手順について説明を行なう。最後に実際の崩壊斜面の資料にもとづいて解析した結果について考察を加える。

## 5.2 ファジイ測度の構成とファジイ積分による評価法

### (1) ファジイ測度とその構成

通常の測度では加法性が仮定されており、また面積の計量というような物理的な計量概念が基礎になっている。ファジイ測度では加法性のかわりに単調性だけが仮定されている。この測度はあいまいな対象を主観的に計量しようとするものであり、ボレル集合体  $B$  上でファジイ測度が構成される。すなわち、次の3つの条件を満たす  $B$  上で定義される集合関数をファジイ測度  $g_1$  とする。

i)  $E \in B$  に対して  $0 \leq g_1(E) \leq 1$ ,  $g_1(\emptyset) = 0$  かつ  $g_1(X) = 1$  である。ただし  $\emptyset$  は空集合  $X$  は全体集合である。

ii)  $E, E' \in B$  に対して、 $E \cap E' = \emptyset$  のとき

$$g_1(E \cup E') = g_1(E) + g_1(E') + \lambda g_1(E) \cdot g_1(E'), \quad -1 < \lambda < \infty$$

iii)  $E_n \in B, 1 \leq n < \infty$  に対して  $\{E_n\}$  が単調列のとき

$$\lim_{n \rightarrow \infty} g_1(E_n) = g_1(\lim_{n \rightarrow \infty} E_n)$$

ii) に現れたパラメータ  $\lambda$  はその値の正、負によって  $g_1$  の性質を次のように変化させる。

1)  $\lambda > 0$  のとき

$$g_1(E \cup E') > g_1(E) + g_1(E') \quad \dots\dots\dots (24)$$

2)  $\lambda < 0$  のとき

$$g_1(E \cup E') < g_1(E) + g_1(E') \quad \dots\dots\dots (25)$$

となる。式(24)は相乗効果を、式(25)は減殺効果を表わすものと考えられる。また  $\lambda = 0$  の場合にはファジイ測度  $g_1$  は加法性を満たし確率測度に一致する。

### (2) ファジイ積分による評価

有限集合を  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  とするとき、 $X$  上の関数  $h(x_i)$  が  $h(x_1) \leq h(x_2) \leq \dots \leq h(x_n)$  となっているとすると、ファジイ測度  $g_1$  を用いてファジイ積分は次式で定義される。

$$\int_X h(x_i) \circ g_1(\cdot) = \sum_{i=1}^n [h(x_i) \wedge g_1(X_i)] \quad \dots\dots\dots (26)$$

ただし  $X_i = \{x_1, \dots, x_i\}$  である。またファジイ測度  $g_1$  は具体的には、区間  $[0, 1]$  で単調に増加する確率分布関数と同じ性質をもつファジイ分布関数  $H(x)$  を用いて構成される。

まずファジイ分布関数を

$$H(x_1) \leq H(x_2) \leq \dots \leq H(x_n) = 1 \quad \dots\dots\dots (27)$$

とし、 $g_1(X_i)$  を次式のように定める。

$$g_1(X_i) = H(x_i) \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$g_1(X_i) = \frac{H(x_i) - H(x_{i-1})}{1 + \lambda H(x_{i-1})}, \quad 2 \leq i \leq n \quad \dots\dots\dots (29)$$



なお  $h_i = h(x_i)$ ,  $1 \leq i \leq n$  が与えられたときに、そのファジ積分を計算する手順は次の通りである。

- (i)  $h_{r_1} \leq h_{r_2} \leq \dots \leq h_{r_n}$  のように  $h_i$  を大きい順に並べる
- (ii)  $H(r_i) = g_{\lambda_i} + H(r_{i-1}) + \lambda g_{\lambda_i} H(r_{i-1})$ ,  $H(r_1) = g_{\lambda_1}$  を計算する。
- (iii)  $h_{r_i} \wedge H(r_i)$ ,  $1 \leq i \leq n$  の最大値を求めればこれがファジ積分値となる。

5.3 言語変数による斜面の崩壊予測法の定式化

(1) ファジ言語変数

ここでは斜面の崩壊機構を構成している要因の斜面崩壊に関与する程度の大きさを、Fig. 17 に示すようなメンバーシップ関数をもつ7段階のファジ言語変数を用いて評価する。ここで用いたメンバーシップ関数型は、ファジ集合を実数上で議論する場合によく用いられる3つの標準関数でありS関数、 $\pi$ 関数、Z関数とよばれているものである<sup>17)</sup>。Fig. 17の横軸  $u$  は  $u=1$  で斜面崩壊が発生し  $u=0$  で発生しないことを表わしており、縦軸の帰属度  $\mu(u)$  は  $u$  の値の確からしさの程度を表わしている。

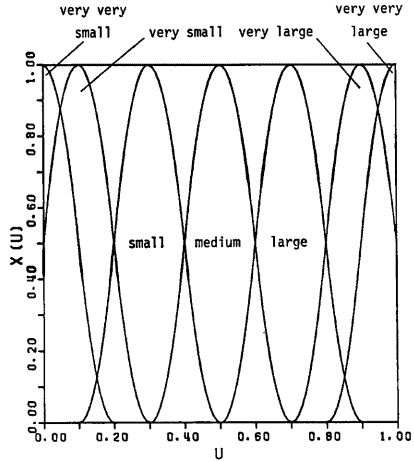


Fig. 17 Membership functions of fuzzy language

(2) ファジ積分を用いた言語変数の評価法

Fig. 17 に示したような言語変数を適当に選んで斜面崩壊の構造モデルに入力すると、各要因の関りあいによって言語変数が変形され、最終的には斜面崩壊に関するメンバーシップ関数をもった言語変数が得られる。この結果をファジ積分を用いて定量的に評価する。以下にそれを具体的に説明する。

今 Fig. 18-a に示すような言語変数を出力として得たとし、このメンバーシップ関数を  $\mu(u)$  とする。

まず  $\mu(u)$  の要素  $u \in [0, 1]$  を離散化し  $u_1, u_2, \dots, u_n$  とする ( $u_1 < u_2 < \dots < u_n$ )。次に式(28)における  $h(x_i)$  を  $h(u_i) = u_i$  と仮定する (Fig. 18-b)。この関数  $h(u_i)$  は評価関数であり、評価しようとする事象に対して各要素  $u_i$  の「望ましさ」の度合いを示すものである。 $u_i$  は値が1に近いほど崩壊の発生する可能性が大きいことを表わしている。つまり  $u_i$  の値が増加するとともに斜面崩壊にいう事象に対しては「望ましさ」が増すことになる。したがって  $h(u_i)$  は  $u_i$  に関する単調増加関数であれば何でもよいわけであるが、ここでは簡単のために  $h(u_i) = u_i$  とした。

$h(u_i)$  を設定したら、離散化したメンバーシップ関数  $\mu(u_i)$  をファジ尺度  $g_{\lambda_i}$  と考え、5.2(2)で示したアルゴリズムにしたがってファジ分布関数をもとめる。(Fig. 18-c)

- (i)  $h(u_i)$  を大きい順に並べる。  
 $h(u_n), h(u_{n-1}), \dots, h(u_i), \dots, h(u_1)$
- (ii)  $H_\mu(u_i)$  を求める。  
 ここでは  $\lambda=0$  とした。また  $\mu'(u_i)$  は  $\mu(u_i)$  を正規化した値である。  
 $\mu'(u_i) = \mu(u_i) / \sum_{j=1}^n \mu(u_j)$   
 $H_\mu(u_n) = \mu'(u_n)$   
 $H_\mu(u_{n-1}) = \mu'(u_{n-1}) + H(u_n)$   
 $\vdots$   
 $H_\mu(u_1) = 1$

このファジ分布関数  $H_\mu(u_i)$  と評価関数を用いて min-max 合成を行うことにより言語変数  $\mu(u)$  の

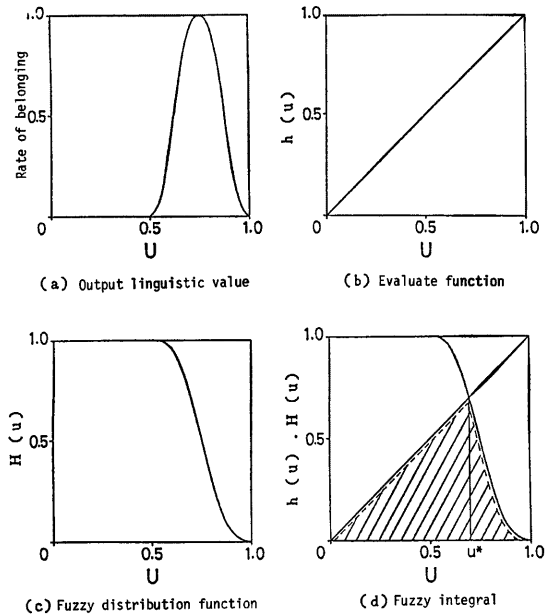


Fig. 18 Schematic explanation to calculate fuzzy integral of fuzzy linguistic output

ファジイ積分値  $u^*$  を得る (Fig. 18-d)

$$u^* = \int h(u) \circ g_2 = \sqrt[n]{[u_i \wedge H_\mu(u_i)]} \dots\dots\dots (30)$$

(3) 斜面崩壊機構の構造モデル

3. で求めた構造モデルはレベルの低い要因がレベルの高い要因に従属する程度を表わしていた。4. ではそれらの従属関係を推論に置きかえた。ここでは要因間のレベルの違いが斜面崩壊に及ぼす影響の程度を表現しているものと考え、3. で求めた構造モデルをもとに斜面の崩壊を規定するフォールトツリーを作成する。あとで行う計算に対する入力情報の関係から、4. の Fig. 8 で示した斜面の安全性に関する推論を斜面の崩壊に関する命題に読みかえフォールトツリーを作成する。ただし4. では地形要因、地質要因、環境要因、地震要因等に関し条件の悪さの変わり集合をとり斜面の安全性を論じたが、ドモルガンの法則

$$(\overline{A \cap B}) = \overline{A} \cup \overline{B} \dots\dots\dots (31)$$

に従えば、斜面の崩壊する危険性を論じる場合には、各要因の条件の悪さを結び集合で評価しなければならぬ。前章の解析は斜面の安全性の否定度が最大になる評価を求めたものであり、本章における解析は斜面崩壊の危険性に関する肯定の度合を評価することになる。

このようにして求めたフォールトツリーを自然斜面について示したのが Fig. 19 である。図示された各要因間の結びつきは4. の Fig. 8 と同じである。図中の二重枠の要因は入力が必要とするものであり、その要因が生じている可能性の大きさを Fig. 16 の言語変数から選んで入力する。また TFM は2つの要因間の影響度の強さによって言語変数の型を修正する演算を表わしている。演算は2. で説明した Truth Functional Modification であり、それぞれの丸印の中でかかれたファジイ関係を満たすように修正を加えている。

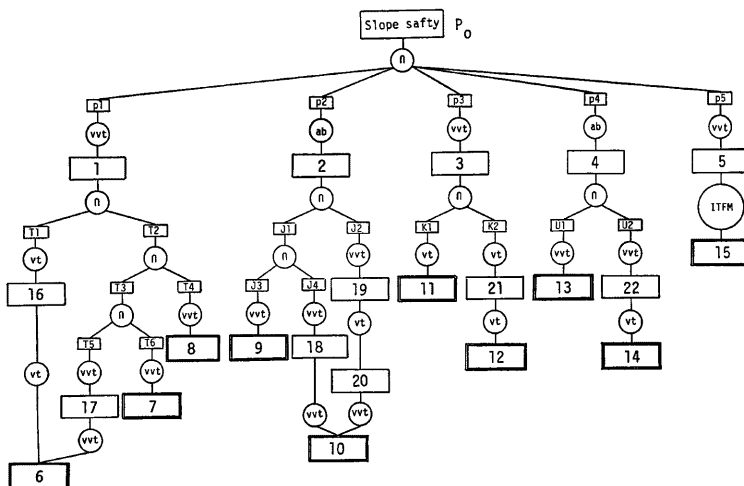


Fig. 19 Logical hierarchy of fuzzy reasoning for slope failure

- 1 : topographical factor,
- 2 : geological factor,
- 3 : environmental factor,
- 4 : precipitation factor,
- 5 : earthquake factor,
- 6 : cross sectional profile,
- 7 : height,
- 8 : slope gradient,
- 9 : soil textile,
- 10 : geology,
- 11 : surrounding slope failure,
- 12 : land use,
- 13 : total rainfall
- 14 : daily rainfall,
- 15 : seismic intensity,
- 16 : shape of slope top,
- 17 : longitudinal profile,
- 18 : degree of weathering,
- 19 : fault and fractured zone,
- 20 : existence of springs,
- 21 : vegetation,
- 22 : intensity of rainfall.

∪は複数の言語変数の結びをとることを示し∩は交わりをとることを示している。

二重枠の要因に言語変数を入力し上層レベルに向ってファジイ演算を進めることにより、最終的に斜面崩壊の危険性についての総合的評価が Fig. 17 と同じ空間におけるメンバーシップ関数  $\mu_{p_0}(u)$  として得られる。この総合的評価のメンバーシップ関数を式(8)を用いてファジイ積分することにより、出力されたメンバーシップ関数を定量的に評価することが可能となる。

#### 5.4 ファジイ積分による斜面の崩壊予測に関する評価

(1) 入力データの作成

4. で使用した資料にもとづいて崩壊予測を行った。言語変数による評価を行うためには入力が必要になるので、Fig. 17 に表した7段階の言語変数の中から1つを選んで当てはめる必要がある。各要因に関する情報を言語変数に変換する基準を以下のように設定した。

(a) 傾斜度の情報に関する基準

0°~5° : very very low, 5°~10° : very low, 10°~20° : low, 20°~45° : medium, 45°~60° : high, 60°~75° : very high, 75°~ : very very high

(b) 高さの情報に関する基準

- 0m~2m: very very low, 2m~5m: very low, 5m~10m: low, 10m~20m: medium, 20~40m: high, 40~100m: very high, 100m~: very very high
- (c) 崩壊発生までの連続雨量の情報に関する基準  
0mm~5mm: very very low, 5mm~10mm: very low, 10mm~20mm: low, 20mm~50mm: medium, 50mm~100mm: high, 100mm~250mm: very high, 250mm~: very very high
- (d) 崩壊発生までの24時間雨量(日雨量)の情報に関する基準  
0mm~5mm: very very low, 5mm~10mm: very low, 10mm~20mm: low, 20mm~50mm: medium, 50mm~100mm: high, 100mm~250mm: very high, 250mm~: very very high
- (e) 地質の情報に関する基準  
噴出岩類・変成岩類: medium, 火山砕せつ物・水成堆積 岩類: high, 深成岩類: very high, その他: very low
- (f) 土質の情報に関する基準  
火山砕せつ物・段丘堆積物: very low, 岩(I)・岩(II): very low, 崩積土: medium, 強風化土: high  
表土: very high
- (g) 土地利用の情報に関する基準  
人家・田畑: medium, 山林: high, その他: very high
- (h) 周辺の崩壊の情報に関する基準  
無: medium, 有: high, 崩壊回数が多い: very high
- (i) 横断形状の情報に関する基準  
下降型: low, 直線型: medium, 上昇型: high, 複合型: high

Table 4 Input linguistic values

Example No.		1	2	3	4	5	6	7
Input factor								
Topography	Gradient	H	VH	VH	H	M	M	M
	Height	H	H	M	H	VVH	H	M
	Gross section	M	M	L	L	H	H	H
Geology	Soil texture	M	VH	H	VH	VH	H	VH
	Geology	VL	VL	M	H	VL	H	H
Enviroment	Land use	M	M	M	H	H	M	VL
	Surrounding failure	VH	L	L	L	L	L	L
Precipitation	Continuos preci.	H	VH	VVL	H	VH	VVH	VH
	Day Preci.	VH	VH	VH	H	VH	M	VH
Earthquahe	Seismic intensity	no input						
Fuzzy integral value		0.43	0.5	0.6	0.7	0.83	0.67	0.67
Figure		a	b	c	—	d	e	f

VVH: very very high  
 VH: very high  
 H: high  
 M: medium  
 L: low  
 VL: very low  
 VVL: very very low

(j) 震度の情報に関する基準

IV : medium, V : high, VI : very high

(2) 計算結果および考察

以上の基準にしたがって要因の入力を設定し、自然斜面と人工斜面あわせて 542 個の斜面について解析を行った。その中の代表的な出力を例にとって考察を加える。計算例として取り上げた自然斜面の崩壊例に対する入力データを Table 4 に示した。

計算例 1～7 に対する斜面崩壊の危険性評価に関するメンバーシップ関数を Fig. 20 に示した。 $u=1$  が斜面が完全に崩壊する状態を、 $u=0$  が斜面の崩壊が起こらない状態を意味しているため、メンバーシップ関数が  $u=1$  の付近で大きな値をとるほど斜面の崩壊が起こりやすいことを表わしている。Fig. 20 に示したメンバーシップ関数の形から、計算例 5 の場合が最も斜面の崩壊の危険性が高く、計算例 1 の場合に崩壊の危険性が最小になることがわかる。Table 4 を見ると、計算例 5 の場合、連続雨量や日雨量が非常に大きく、地形要因、地質要因などの項目についても、崩壊の発生しやすい条件が入力されていることがわかる。計算例 2 は計算例 5 同様、降水要因に関する条件は悪いが、地質要因や環境要因に関する情報に関しては崩壊が発生しにくい条件になっているため、メンバーシップ関数にはこうした影響が表われており、総合評価として計算例 5 より崩壊の危険性は低くなっている。

次にファジイ積分を用いてメンバーシップ関数を定量的に評価した結果を Fig. 21 に示した。式(9)によるファジイ積分値は、 $g_i$  から得られるファジイ分布関数  $H(u)$  と評価関数  $h(u)$  の交点の  $u$  の値によって与えられる。それぞれの計算例について得られたファジイ積分値を Table 4 の最下欄に示した。メンバーシップ関数の比較から得られた結論と同様、計算例 5 の場合、ファジイ積分値は最大値  $u^*=0.83$  を取り最も斜面崩壊の危険性が高く、計算例 4, 3, 2, 1 の順にそのファジイ積分値は小さくなり、斜面崩壊の

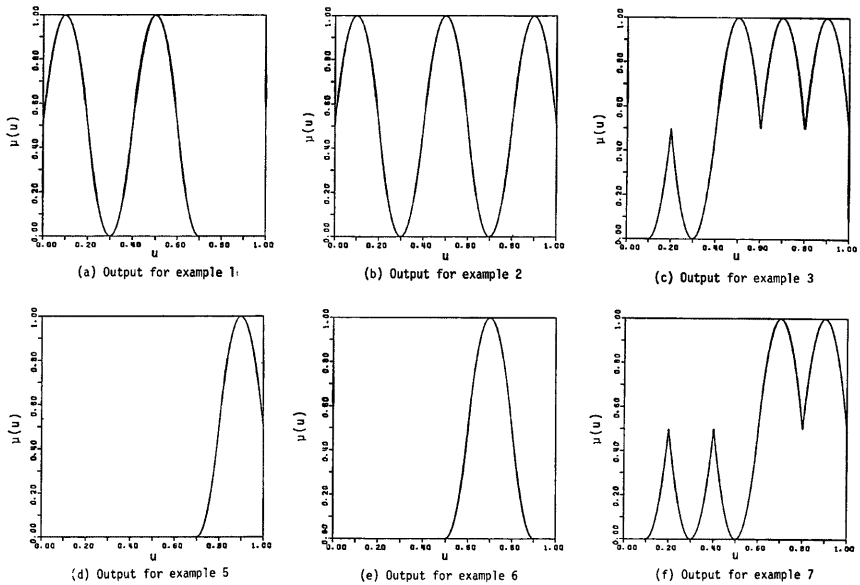


Fig. 20 Some examples of fuzzy linguistic output for input values shown in Table 4

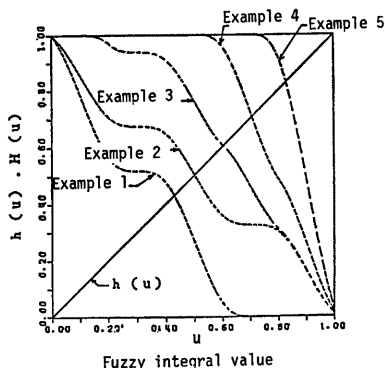


Fig. 21 Evaluations of fuzzy linguistic outputs by fuzzy integral for numerical examples of 1-5

自然斜面を白ぬきの棒でグラフで、人工斜面を黒塗りの棒グラフで表わした。自然斜面の最大頻度はファジイ積分値  $u^*$  が0.62のところに表示されている。次いで  $u^*=0.7$  および  $u^*=0.52$  に対する頻度が大きくなっている。 $u^*$  の平均値は 0.61であり、それ以上の値を持つ斜面は全体の約56%にあたる275個であった。ファジイ積分値が0.5以上になる場合を斜面崩壊の危険度を評価する目安と考えると、全体の約88%にあたる432個の斜面が危険側に判定される。人工斜面については解析した個数が少なく、評価基準を設定することは困難であるが、ファジイ積分値の平均値は0.6であり、自然斜面同様全体の約56%にあたる23個の斜面が  $u^* \geq 0.6$  である。またファジイ積分値が0.5より大きいものは全体の80%の23個となった。

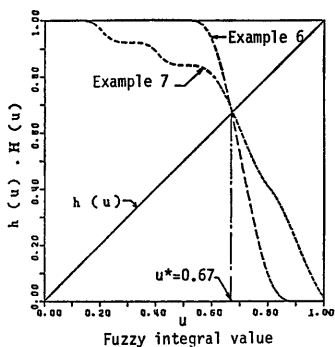


Fig. 22 Evaluations of fuzzy linguistic outputs by fuzzy integral for numerical examples 6 and 7

危険性は低くなるという評価を得ることができる。計算例1から計算例5の場合にはそのメンバーシップ関数が比較的単純な形状をしているので、これを目視することにより定性的な評価を下すことが比較的容易である。またその結果はファジイ積分により定量的な評価ともよく一致していた。

しかし言語変数によるフォールトツリーによって得られた危険度の評価の中には計算例6と7に示したように、メンバーシップ関数の形だけではどちらの斜面のほうが崩壊を起こしやすいのか決めかねる例もある。このような場合にはファジイ積分による定量的評価が有効である。結果が Fig. 22 に示されている。計算例6と7はともに同じ値  $u^*=0.67$  をとることがわかる。したがって計算例6と7については斜面崩壊の危険性は同程度であると言える。

次に自然斜面491箇所、人工斜面41箇所について、ファジイ積分値を求めた結果を Fig. 23 に示す。

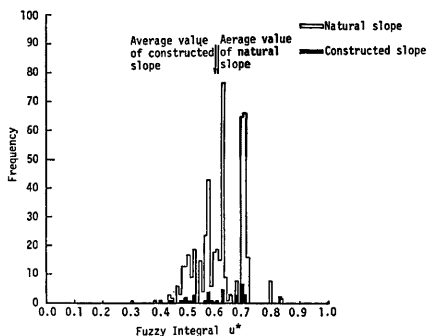


Fig. 23 Frequency distribution of fuzzy integral values for actually collapsed slopes

### 6. 結 論

本研究では、主観的な不確実性を考慮できるファジイ集合の概念を用いて斜面崩壊の予測法を提案した。

ファジ理論で展開される各種の数学的手法を斜面崩壊に関する一連の問題（崩壊機構のモデル化、崩壊の発生予測）に適用して、定性的な情報をどのように評価するかについて検討を加えた。本研究において得られた成果をまとめると以下のようである。

- (1) アンケート調査などによって得られた定性的な情報から、斜面崩壊の要因を抽出し、斜面の崩壊機構を構造化した。この解析には、社会システムの構造化を行う手法である Fuzzy Structural Modeling (FSM) 法を用いた。
- (2) 構造化された崩壊機構は、下層レベルの要因と上層レベルの要因が有向グラフによって結ばれるものであり、要因間のあいまいな結びつきを示す要因間の影響度を  $[0, 1]$  の実数値によって表現した。
- (3) FSM 法によって求めた崩壊機構のモデルをファジ推論に変換し、我々が日常使っている言語によって斜面の安全性を規定した。また入力情報のファジ真値値の変化によって斜面の安全性がどの程度否定されるかをファジ真値値として表現した。
- (4) 過去の地震についての解析資料をもとに、最大加速度と震度間のファジ関係をまとめ、震度階というあいまいな情報を崩壊予測の推論の中に組み込んだ。
- (5) あいまいな繋がりを持つ要因間のフォールトツリーにファジ集合で定義された large とか small といった言語変数を入力し、崩壊の危険性に対する評価を言語変数として出力するアルゴリズムを構築した。
- (6) このようにして得られた言語変数は、ファジ積分を用いることにより定量的に評価できることを示し、ファジ積分値の大きいほど崩壊の危険性が高いことを明らかにした。なお崩壊の危険度を評価するための基準となるファジ積分値についても言及した。

以上が結論であるが、ファジ理論を斜面崩壊問題へ適用する上で一番問題になるのは、メンバーシップ関数の決定方法である。これは、ファジ理論の研究者にとっても難しい問題であり、合理的主観による決め方などが提案されてはいるが、具体的に有用なアルゴリズムを作るには至っていない。したがって、今回はアンケート調査や過去の事例などから決定した。

なお、アンケート調査の簡略化のために、崩壊に関する要因を5つのブロックに大別し、それぞれを独立とし構造化を行ったが、より現実的な構造モデルを作成するためには、ブロック間の相関性についても調べる必要がある。また、崩壊斜面、健全斜面についてのより多くの定性的な情報の蓄積が必要であり、こうした情報に基づいて、構造モデルや推論などがより一般性のあるものに改善されていかなければならないと考える。

最後に本研究を遂行するに当たり要因分析やアンケート調査について多くの方々から示唆に富んだご討議をいただいた。特に京大工学部助教授小林芳正、京大防災研究所助教授岡 一郎、同佐々恭二、同奥西一夫、同江頭進治、同沢井健二、同助手諏訪浩の諸先生には大変お世話になりました。また京大防災研究所教授土岐憲三先生には本研究の内容について詳細なご指導を頂きました。記して深謝の意を表わします。

## 参 考 文 献

- 1) Zadeh, L.A.: Fuzzy Sets, Information and Control, Vol. 8, 1965, pp. 338-353.
- 2) Blockley, D.I.: The Nature of Structural design and Safety, John Wiley & Sons, 1980, pp. 199-203.
- 3) Pappis, C.P. and E.H. Mandani, : A Fuzzy Logic Controller for a Traffic Junction, IEEE Transactions on Systems, Man, and, Cybernetics, Vol. SMC-7, No. 10, 1977.
- 4) 白石成人・古田均・川村幸男; 事故解析へのファジ積分の応用, 土木学会論文報告集, No. 339, 1983.
- 5) 川喜田二郎; 発想法, 中央公論社, 1982, pp. 65-114.
- 6) 浅居喜代治・田中英悲・奥田徹示・Negoita, C.V.・Ralessu; D.A. 編著; あいまいシステム理論入門, オーム社, 1978, pp. 9-17.

- 7) 水本雅晴; Fuzzy 論理と近似的推論, 数理科学, No. 200, 1980, pp. 46-54.
- 8) Warfield, J. N., et al.: A Unified Systems Engineering Concept, Battele M. Inst., 1972.
- 9) 田崎栄一郎; あいまい理論による社会システムの構造化, 数理科学, No. 191, 1979, pp. 54-66.
- 10) 建設省河川局砂防部傾斜地保合課; 土木研究所資料第1109号がけ崩れ災害実態について, 1976.
- 11) 羽田野誠一; 最近の地形学「崩壊性地形(その2)」, 土と基礎, 1974, pp. 85-93.
- 12) 右近則男; 急傾斜地の実態調査, 砂防学会年次報告会論文概要集, 1983, pp. 108-109.
- 13) 金井清; 地震工学, 共立出版, 1980, pp. 18-19.
- 14) 土岐憲三; 構造物の耐震解析, 技報堂出版, 1981, p. 12.
- 15) 全国地すべりがけ崩れ対策協議会編; がけ崩り災害実態統計, 1976.
- 16) 武居有恒監修; 地すべり・崩壊・土石流, 鹿島出版会, 1980, pp. 67-68.
- 17) 水本雅晴; 最近の Fuzzy 集合理論, 数理科学, No. 191, 1979, pp. 15-20.