

## 高濃度流れに関する研究 (2)

—流動機構—

芦田 和男・山野 邦明・神田 昌幸

### STUDY ON HYPERCONCENTRATED FLOW (2)

—MECHANISM OF THE FLOW—

By Kazuo ASHIDA, Kuniaki YAMANO and Masayuki KANDA

#### Synopsis

In the last report, the universal form of the bulk equation of hyperconcentrated flow of sediment is presented, and the apparent viscosity in the equation and terminal velocity are estimated taking electro-chemical interactions between fine grains and fluid into account.

In this study, to make clear the mechanism of open channel flow of hyperconcentration, rheological characteristics are, at first, explained by reconsidering the model of electro-chemical effects. Next, Experimental study on open channel flow of hyperconcentration is done.

As conclusion, they are clear that

- 1) rheological characteristics are estimated almost uniquely by introducing parameters  $\Phi_i/\pi d^3$  and  $\kappa\phi$
- 2) for open channel flow, buffa layer of hyperconcentrated flow is larger than that of clear water, and then friction factor is smaller than the case of clear water.

#### 1. 緒 言

前報において<sup>1)</sup>、土砂礫を高濃度に含む流れの一般的な流動式形と、特に粒径が非常に小さい場合の粘性係数、沈降速度について得られた知見が述べられている。微細砂を高濃度に含む流れにおいては、粒子の表面電荷による粒子流体間の電気化学的相互作用が重要であり、それらをモデル化することで材料の力学的性質が説明される。本研究では昨年度の成果をもとに、開水路における流動機構について検討を加えることを目的とする。

微細砂を高濃度に含む流れにおいては、非常に高いみかけの粘性係数とせん断降伏応力の存在が特徴的である。前者においては、前報での研究からその性質がかなり明らかになっているが、後者については未考察のままであった。そこで、はじめに、昨年度提案したモデルをより詳細に検討し、せん断降伏応力を含む材料のレオロジー的性質についてあらためて考察してゆく。次いで、得られたレオロジー特性をもとに開水路における流速分布、抵抗則、応力状態等、流れの特性について実験的考察を加える。

#### 2. 高濃度流のレオロジー特性

微細砂を高濃度に含む流れにおいて、粒子の表面電荷による粒子間、粒子流体間の相互作用が重要である。実際、流れの中で粒子は、Fig. 1 に示すように、流体中に平均的な占有空間を有して分散しているとともに、粒子同士接触分離をくりかえしていると考えることができる。このような流れの抵抗は、離散的に存在

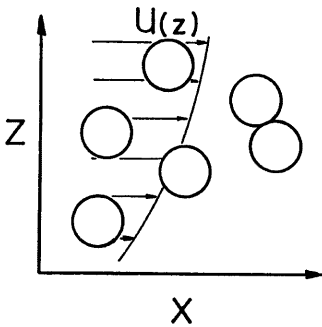


Fig. 1 Sediment particles in hyper concentration flow.

している粒子の間隙を満たしている連続相（水）の応力と、粒子同士の接触分離に伴う粒子間の結合力によって受け持たれている。そこで、流れの全抵抗がこの両者の和で表わされたとして、

$$\tau = \tau_s + \tau_f \dots\dots\dots(1)$$

とおこう。ここで、 $\tau$  は流れのせん断応力、 $\tau_s$  は粒子間の結合を切るのに要する応力、 $\tau_f$  は流体相の応力である。 $\tau_s$  は粒子間の電気化学的相互作用に依存しており、 $\tau_f$  は粒子流体間の電気化学的相互作用に依存している。以下それぞれの相互作用をモデル化して応力を評価してゆく。

2.1 粒子間の相互作用

1つの接触を切るのに必要な結合エネルギーを  $\Phi_i$  とすると、粒子間の接触を切るのに要する単位体積当りの仕事率  $\Phi$  は、

$$\Phi = \frac{n}{2} N_c \Phi_i \dots\dots\dots(2)$$

と表せられる。ここで、 $n$  は単位体積当りに含まれる粒子数、 $N_c$  は一個の粒子が単位時間当りに接触する回数である。右辺の 1/2 は一回の接触に対して両側の粒子から数えていることによる。単位時間当りの接触回数  $N_c$  は歪速度に比例するので

$$N_c = N \cdot \left( \frac{du}{dz} \right) \dots\dots\dots(3)$$

とおく。 $N$  はもはや歪速度に依存しない係数である。一方、 $\Phi$  は粒子間の結合を切るのに要する応力  $\tau_s$  の成す仕事率に等しいから、

$$\Phi = \tau_s \left( \frac{du}{dz} \right) \dots\dots\dots(4)$$

かなりたつ。式(2)と等置することにより(3)式を用いて、

$$\tau_s = \frac{n}{2} N \Phi_i \dots\dots\dots(5)$$

と表わされ、 $\tau_s$  が歪速度に依存しないせん断降伏応力であることがわかる。式(5)で問題となるのは式(3)で定義される  $N$  であるが、 $\tau_s$  がせん断降伏力に相当することから静止状態での粒子一個当りの接触点数に相当するとして次のように考える。濃度  $C_0$  が高いところでは充てん状態での接触点数に接続し、 $C_0 = 0$  のところでは  $N = 0$  であるような指数関数として、

$$N = e^{AC_0} - 1 \dots\dots\dots(6)$$

とおく。従来の充てん状態での接触点数に関する研究<sup>2)</sup>から式(6)中の係数  $A$  を求めると、Fig. 2 より  $A = 3.71$  を得る。式(6)を式(5)に代入し、 $n$  を粒子濃度  $C_0$  と粒径  $d$  で表わすと、

$$\tau_s = \frac{3}{\pi d^3} C_0 (e^{3.71 C_0} - 1) \Phi_i \dots\dots\dots(7)$$

と求まる。式(7)からわかるように  $\tau_s$  は粒子間の結合エネルギー、濃度及び粒径の関数で表わされ、とくに、粒径については3乗に逆比例し、粒径の増加につれて急

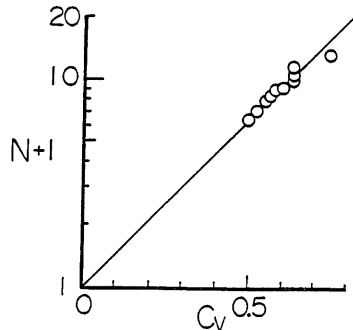


Fig. 2 Relation between the number of contacts  $N$  and the concentration  $C_0$ .

速に減少するのがわかる。式(7)を無次元化すると、

$$\frac{\tau_s \cdot \pi d^3}{\Phi_i} = 3C_v(e^{0.71C_v} - 1) \dots\dots\dots(8)$$

と、濃度のみの関数となる。Fig. 3 は式(8)より  $\tau_s$  の濃度への依存性を示したものである。

2.2 粒子・流体間の相互作用

粒子の表面電荷による電場をモデル化するとき、粒子の配置、空隙の分布が問題となるが、求められる応力が平均値としての性質をもつため、ここでは昨年と同様平均的な粒子配列を考え、それらを Fig. 4 のようにモデル化する。すなわち、粒子の配列については、Bagnold<sup>3)</sup>と同様に層状に考え、それぞれの層を板におきかえ、電荷をもつ粒子表面をその板の表面で近似する。ここで、 $s$  は両層間の純間隔、 $bd$  は両層の中心から中心までの距離で、共に濃度の関数であり、線濃度  $\lambda$  を

$$\lambda = \frac{d}{s} = \frac{1}{\left(\frac{C_0}{C}\right)^{\frac{1}{3}} - 1} \dots\dots\dots(9)$$

と定義することにより、

$$b = 1 + \frac{1}{\lambda} \dots\dots\dots(10)$$

なる関係がある。

Fig. 4 より、マクロな歪速度とミクロな流速分布との対応が、

$$\frac{du}{dz} = \frac{\delta u}{bd} = \frac{2 \int_0^{\frac{s}{2}} \frac{du_0}{dz_0} dz_0}{bd} \dots\dots\dots(11)$$

とつけられることがわかる。ここで、添字の0はモデルにおける両層間における流速分布とその座標系を示す。

両層間の空隙に作用する応力  $\tau_f$  は一様で、Fig. 5 に示すように

$$\tau_f = \tau_\phi + \mu_0 \left( \frac{du_0}{dz_0} \right) = \phi_c e^{-\epsilon z_0} + \mu_0 \left( \frac{du_0}{dz_0} \right) \dots\dots\dots(12)$$

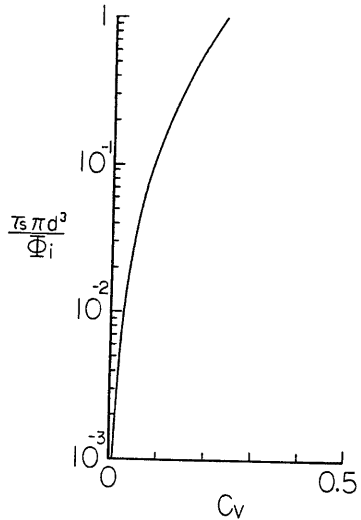


Fig. 3 Relation between nondimensional intergranular yield shear stress and concentration.

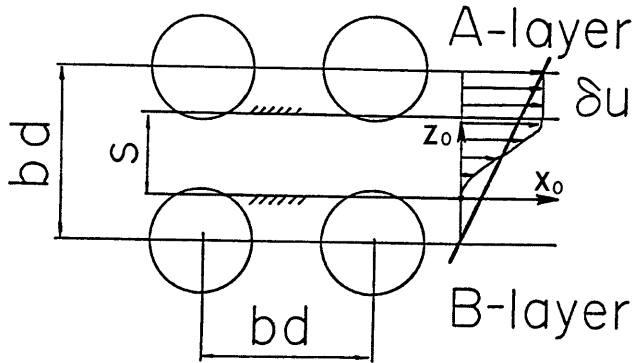


Fig. 4 Shearing model of void fluid.

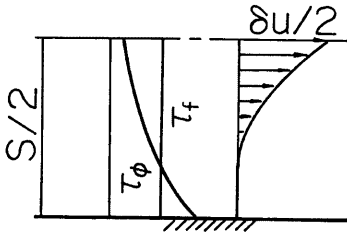


Fig. 5 Distribution of velocity and shear stresses in void.

と分配されると考える<sup>1)</sup>。ここで、 $\phi_c$ は電気2重層における $\zeta$ 電位に対応する水分子間の結合力、 $\kappa$ は Debye-Hückel のパラメーター、 $\mu_0$ は流体の真の粘性係数である。Fig. 5 から作用している外力  $\tau_f$  が  $\tau_f < \phi_c e^{-\kappa z_0}$  を満たしているところでは歪速度は生じない。従って、もし、 $\tau_f \leq \phi_c e^{-\kappa \frac{z}{2}}$  であればマクロな流動は生じないことになり、

$$\tau'_y \equiv \phi_c e^{-\kappa \frac{z}{2}} = \phi_c e^{-\frac{\kappa d}{2\lambda}} \dots\dots\dots (13)$$

は、せん断降伏値としての性質をもつことになる。式(13)は

$$\frac{\tau'_y}{\phi_c} = e^{-\frac{\kappa d}{2\lambda}} \dots\dots\dots (14)$$

と無次元化すると Fig. 6 に示すように  $\kappa d$  をパラメーターとする濃度のみの関数となる。また、式(12)を式(11)に代入することにより、両層間の相対速度が求まり、マクロな歪速度とそれを生じさせるのに必要なせん断力との関係を求めることができる。すなわち、

1)  $\tau_y' \leq \tau_f$  のとき、

$$\frac{du}{dz} = 0 \dots\dots\dots (15-1)$$

2)  $\tau_y' < \tau_f < \phi_c$  のとき、

$$\frac{du}{dz} = \frac{\tau_f}{\mu_0} \frac{1}{1+\lambda} \frac{1 - \frac{2\lambda}{\kappa d} \left( 1 + \log \frac{\phi_c}{\tau_f} - \frac{\phi_c}{\tau_f} e^{-\frac{\kappa d}{2\lambda}} \right)}{1 - \frac{\phi_c}{\tau_f} e^{-\frac{\kappa d}{2\lambda}}} \dots\dots\dots (15-2)$$

3)  $\phi_c \leq \tau_f$  のとき

$$\frac{du}{dz} = \frac{\tau_f}{\mu_0} \frac{1}{1+\lambda} \frac{1 + \frac{2\lambda}{\kappa d} \frac{\phi_c}{\tau_f} (e^{-\frac{\kappa d}{2\lambda}} - 1)}{1 - \frac{\phi_c}{\tau_f} e^{-\frac{\kappa d}{2\lambda}}} \dots\dots\dots (15-3)$$

と表わされる。式(15)から、 $\tau_f$  と  $du/dz$  の関係が、濃度のみならず、 $\kappa d$ ,  $\phi_c/\tau_f$  の関数であることが知れる。

2.3 流動曲線

式(15)中の  $\tau_f$  は、式(1), 式(7)より、

$$\tau_f = \tau - \tau_s = \tau - \frac{3}{\pi d^3} C_v (e^{3.71 C_v} - 1) \Phi_i \dots\dots\dots (16)$$

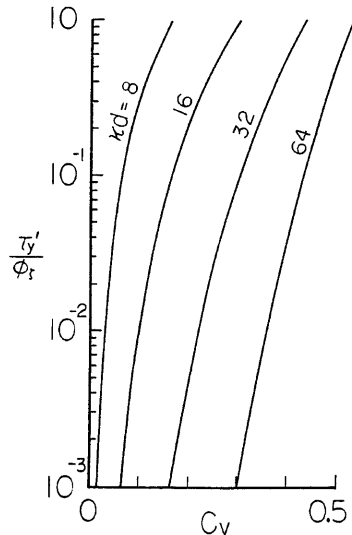


Fig. 6 Nondimensional yield shear stress on void.

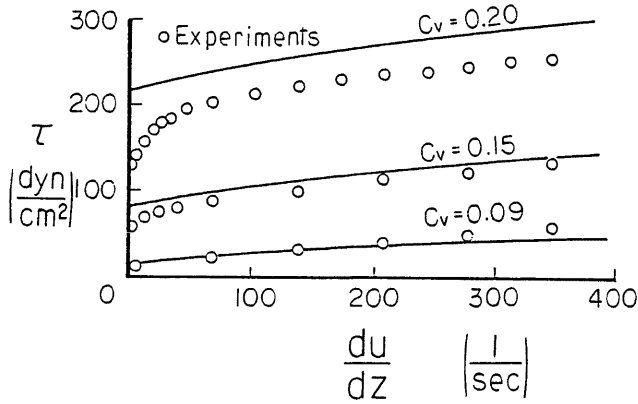


Fig. 7 Rheology curve of hyperconcentration of sediment.

と表わされるから、これを式(15)に代入することによって流動曲線を求めることができる。式(15)より得られる流動曲線の一例を Fig. 7 に示す。Fig. 7 より得られた流動曲線は上に凸の曲線をなし、Bingham 流体とは異なった性質を示すことがわかる。したがって、作用している応力  $\tau$  を Bingham 流体と同様に

$$\tau = \tau_y + \mu \left( \frac{du}{dz} \right) \dots\dots\dots (17)$$

と表わすと、 $\mu$  は応力  $\tau$  の関数となる。 $\tau_y$  はせん断降伏応力であるから、2.1, 2.2の議論から

$$\tau_y = \tau_s + \tau_y' = \frac{3}{\pi d^3} C_v (e^{3.71 C_v} - 1) \Phi_i + \phi_c e^{-\frac{\kappa d}{2i}} \dots\dots\dots (18)$$

と与えられるから、式(17)、Fig. 8 より  $\mu$  は割線係数としての意味を持つ。式(15)より  $\mu$  を求めると、

(1)  $\tau_y' < \tau_f < \phi_c$  のとき

$$\mu = (1 + \lambda) \frac{1 - \frac{\phi_c}{\tau_f} e^{-\frac{\kappa d}{2i}}}{1 - \frac{2\lambda}{\kappa d} \left( 1 + \log \frac{\phi_c}{\tau_f} - \frac{\phi_c}{\tau_f} e^{-\frac{\kappa d}{2i}} \right)} \mu_0 \dots\dots\dots (19-1)$$

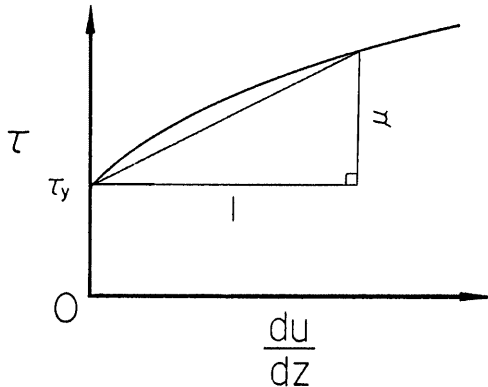


Fig. 8 Schematics of rheology curve.

(2)  $\phi_c \leq \tau_f$  のとき

$$\mu = (1+\lambda) \frac{1 - \frac{\phi_c}{\tau_f} e^{-\frac{\kappa d}{2\lambda}}}{1 + \frac{2\lambda}{\kappa d} \frac{\phi_c}{\tau_f} \left( e^{-\frac{\kappa d}{2\lambda}} - 1 \right)} \mu_0 \dots\dots\dots(19-2)$$

と求まる。**Fig. 9** に相対粘度  $\mu_r = \mu/\mu_0$  と粒子濃度の関係を  $\kappa d = 16$  の場合について  $\tau_f/\phi_c$  をパラメーターとして求めた例を示す。**Fig. 9** は応力を一定とした場合に  $\mu_r$  が濃度によってどのように変化するかを表わしており、たとえば、一定水頭差による泥水の管内輸動実験から得られる結果はこのような傾向を示すと考えられる。また、**Fig. 10** は、 $\tau_f/\phi_c = 0.5$  としたときの  $\kappa d$  による変化を示したものである。

一方、式(15)を歪速度で微分することにより、みかけの接線粘性係数  $\mu'$  を定義することができ、

(1)  $\tau_y' < \tau_f < \phi_c$  のとき

$$\mu' = (1+\lambda) \frac{1}{1 + \frac{2\lambda}{\kappa d} \log \frac{\tau_f}{\phi_c}} \mu_0 \dots\dots\dots(20-1)$$

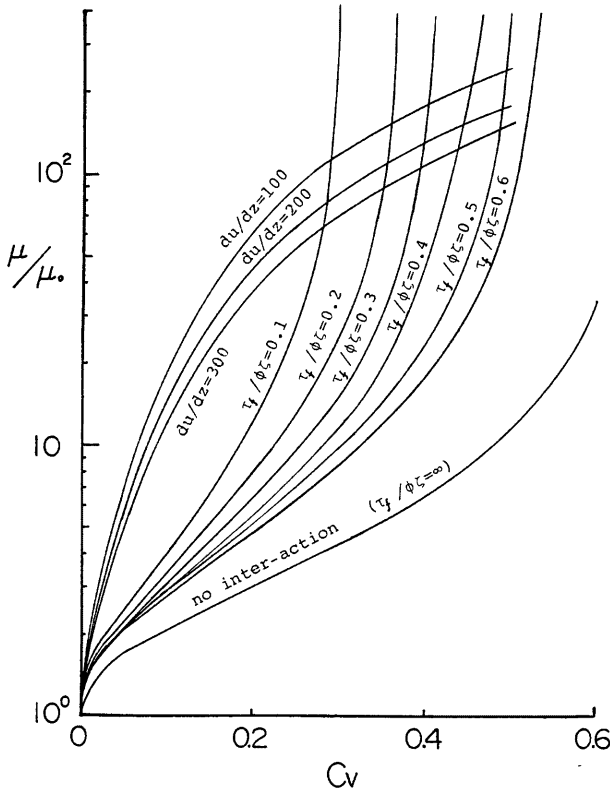


Fig. 9 Variation of apparent secant relative viscosity by  $C_v$  with a parameter  $\tau_f/\phi_c$ .

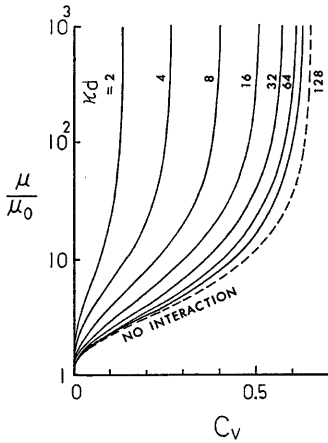


Fig. 10 Variation of apparent secant relative viscosity by  $C_v$  with a parameter  $kd$ .

(2)  $\phi_c < \tau_f$  のとき

$$\mu' = (1 + \lambda)\mu_0 \dots\dots\dots(20-2)$$

と求まる。Fig. 9 同様、相対粘度の形で式(20)を  $kd=16$  の場合について  $\tau_f/\phi_c$  をパラメーターとして求めたものを Fig. 11 に示す。式(19)、式(20)中の  $1/kd$ ,  $\phi_c/\tau_f$  のいずれかを 0 に収束させると物理的には粒子流体間の電気化学的相互作用を生じない状態を表わしていることになり、両式とも

$$\mu = \mu' = (1 + \lambda)\mu_0 \dots\dots\dots(21)$$

となる。式(21)は粒子流体間の電気化学的相互作用を無視した場合に求められたみかけの粘度式のひとつ<sup>4)</sup>に等しい。式(19)、式(20)、式(21)を比較すると、接線粘性係数が  $\tau_f > \phi_c$  のところで式(21)と等しくなることから流動曲線が模式的に Fig. 12 のようになることがわかる。したがって、 $\tau_f \ll \phi_c$  のところでは、

$$\tau = \tau_{y\infty} + \mu_{\infty} \left( \frac{du}{dz} \right) \dots\dots\dots(22-1)$$

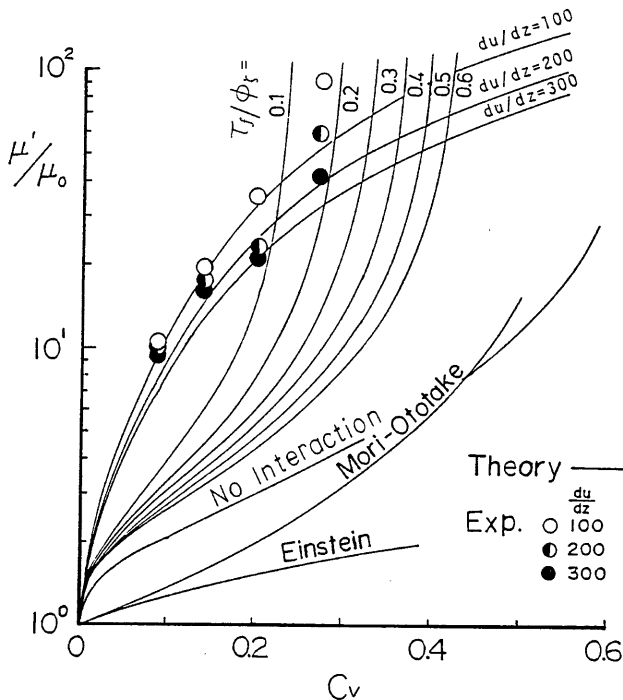


Fig. 11 Apparent tangential relative viscosity.

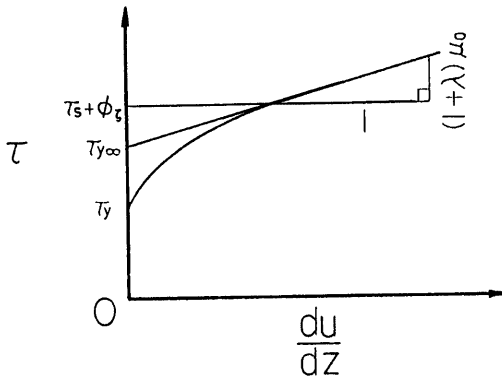


Fig. 12 Schematics of rheology curve in high shear stress.

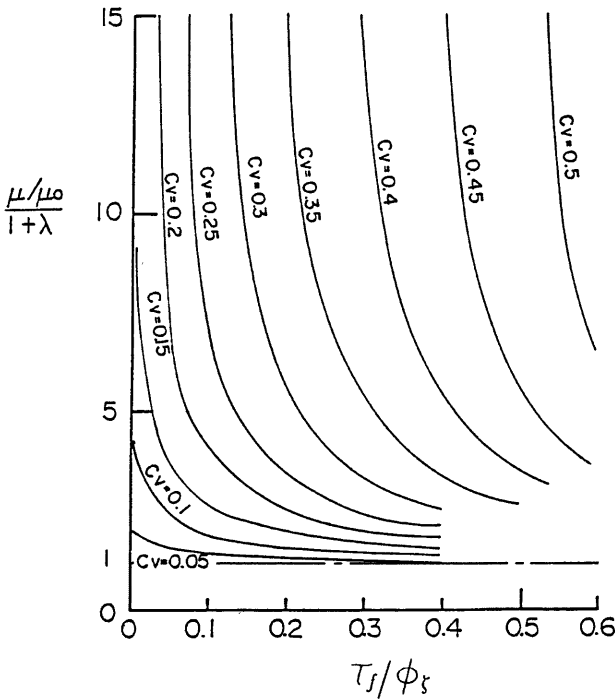


Fig. 13 Variation of electro-chemical effect by ratio of stress with parameter of concentration.



$$\tau_{y00} = \frac{3}{\pi d^3} C_v (e^{3.71 C_v} - 1) + \phi_i + \phi_c \left\{ 1 - \frac{1 + \frac{2\lambda}{\kappa d} \left( e^{-\frac{\kappa d}{2\lambda}} - 1 \right)}{1 - e^{-\frac{\kappa d}{2\lambda}}} \right\} \dots\dots\dots(22-2)$$

$$\mu_{\infty} = (1 + \lambda) \mu_0 \dots\dots\dots(22-3)$$

で近似され、電気化学的な相互作用はせん断降伏値にのみ現われる。

$\tau_f < \phi_c$  の領域で粒子流体間の相互作用の大きさを求めるため、式(19)を

$$\frac{\mu/\mu_0}{(1+\lambda)} = \frac{1 - \frac{\phi_c}{\tau_f} e^{-\kappa d/2\lambda}}{1 - \frac{2\lambda}{\kappa d} \left( 1 + \log \frac{\phi_c}{\tau_f} - \frac{\phi_c}{\tau_f} e^{-\kappa d/2\lambda} \right)} \dots\dots\dots(23)$$

と書き改め、 $\kappa d = 16$  のとき  $C_v$  をパラメーターとして左辺を  $\tau_f/\phi_c$  に対して求め、Fig. 13 に示す。濃度が高くなると粒子流体間の電気化学的相互作用が強く現われることがわかる。

2.4 実験との比較

Fig. 14 に示す外筒回転型の共軸2重円筒型回転粘度計（以下、ビスコメーターと呼ぶ）を用いて歪速度とせん断応力との関係を求める。実験に用いた試料は Fig. 15 に示すような粒度分布をもつ比重2.65のパーフルクレイ水溶液である。

実験から得られた流動曲線の一例を Fig. 7 に示す。せん断降伏応力のうち、 $\tau_s$  は粒子間応力として受け持たれるせん断降伏応力であるから停止状態では粒子の骨格構造が受け持つ応力として  $\tau'_y$  と分離することができる。そのようにして分離された応力  $\tau_s$  と  $\tau'_y$  と  $\tau_y$  を式(18)と直接比較すると、Fig. 16 に示すように、

$$\kappa d = 16, \quad \phi_i/\pi d^3 = 80 \text{ erg/cm}^3, \quad \phi_c = 8000 \text{ dyn/cm}^2 \dots\dots\dots(24)$$

とおくことにより良く一致する。以後、材料定数としてこれらの値を用いる。

次に粘性係数であるが、実験が歪速度制御で行なわれているため、ある歪速度に対するみかけの接線粘性係数で比較する方が便利である。そのような形で整理すると、Fig. 9 を得、理論とよい一致を示している

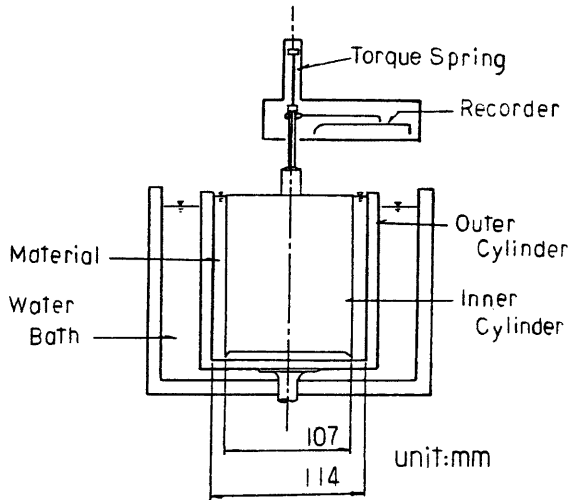


Fig. 14 Coaxial double cylindrical viscometer.

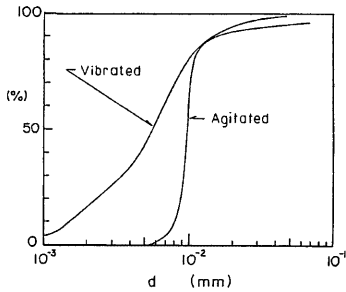


Fig. 15 Grain size distribution of Pearl Clay.

のがわかる。式(24)の条件のもとで、流動曲線を直接比較しても (Fig. 7) 良い一致を示している。

以上の実験的検討から、理論は  $\kappa d, \Phi_i/d^3, \phi_c$  といったパラメーターを適当に設定することにより、現象を良く表わしていることがわかり、モデルの妥当性を示している。

### 3. 開水路流れの流動機構

ここでは、2.4 で実験に用いた試料を用い開水路実験を行ない、流動機構について実験的考察を行なう。実験に用いた水路は Fig. 17 に示されるような長さ 10 m 巾 20 cm の可変勾配水路で、実験は Table 1 に示す条件について行ない。流速分布を応用ピトー管法を用いて測定した。

得られた流速分布の一例を Fig. 18 に示す。Fig. 18 より流れの表面付近でプラグフローが生じているのが認められる。

高濃度流れの一般的な流動式は、前報で考察したように<sup>1)</sup> 式(17)、式(18)、式(19)で表わされる項の他に、粒子の接触時の粒子間固体摩擦による静的なせん断降伏応力、粒子の衝突時の粒子の非弾性的性質、粒子間固体摩擦による応力（いわゆる dilatant 流体としての応力）およびレイノルズ応力が加わった形で表わされる。ただし、これらの応力のうち、粒子間の固体摩擦、粒子の非弾性的性質に起因する応力は、Bagnold<sup>2)</sup> や、大同、山野等<sup>3)</sup> の研究に基いて判断すると、本実験の場合においては、その他の項に比較して無視することができる。すると、流れの応力は、式(17)にレイノルズ応力を加え、

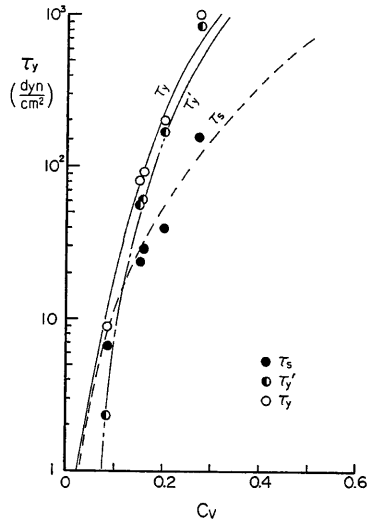


Fig. 16 Comparison between theory and experiments on yield shear stress.

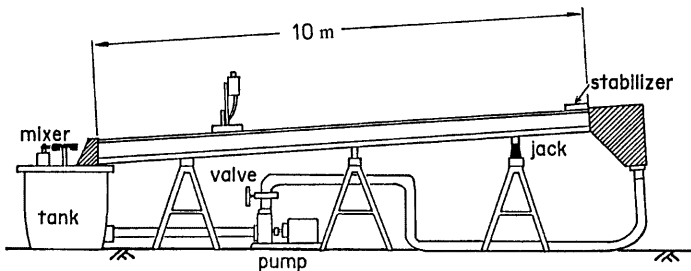


Fig. 17 Experimental flume.

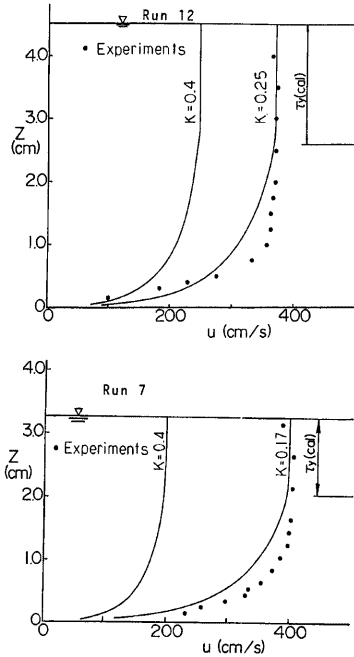


Fig. 18 Velocity distributions of open channel hyperconcentration flow.

$$\tau = \tau_y + \mu \left( \frac{du}{dz} \right) + \rho \bar{u}'v' \quad \dots\dots\dots (25)$$

で表わすことができる。そこで、式(25)をもとに、開水路流れの流動機構について考察する。

式(25)の  $\tau_y$ ,  $\mu$  にそれぞれ式(18), 式(19)および式(24)を用いて、実験条件、得られた流速分布からそれぞれの応力を評価すると、流れの応力が Fig. 19 のように分配される。図中の  $\delta_L$  は、滑面における粘性底層に関する  $Re = u_* z / \nu_* = 11.6$  および 70 に対応する厚さを示している。ただし、 $u_*$  は、

$$\rho u_*^2 = \tau - \tau_y \quad \dots\dots\dots (26)$$

で定義される摩擦速度を、 $\nu_*$  は、路床せん断力に対応する動粘性係数を表わす。図より、 $Re$  数が大きくなるに従い、粘性による応力が小さくなり、レイノルズ応力が卓越してくるが、 $Re > 70$  の領域でも、粘性応力がかなり存在することがわかる。

レイノルズ応力をプラントル・カルマンの混合距離理論を用いて混合距離  $L$  で評価する。Fig. 20 は、

$$\rho L^2 \left( \frac{du}{dz} \right)^2 = \rho \bar{u}'v' \quad \dots\dots\dots (27)$$

とにおいて、場所ごとの  $L$  を求めたものである。図中の直線は、

$$L = Kz \quad \dots\dots\dots (28)$$

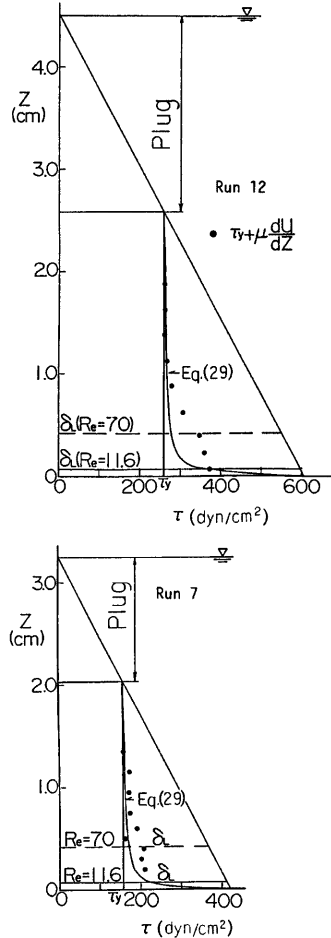


Fig. 19 Comparison of each stress of open channel flow.

Table 1 Kinds of experiments and results.

Run No.	Gradient	Concentration $C_p$	Depth $h$ (cm)	Mean Velocity $u_m$ (cm)	$Re$	$Re_N$	$f$ ( $\times 10^{-3}$ )	$f_{BN}$ ( $\times 10^{-3}$ )
1	0.102	0.158	1.27	368	2260	694	1.87	1.27
2		0.158	1.62	357	4220	1800	2.54	2.05
3		0.159	1.09	317	1026	231	2.18	1.20
4		0.180	3.02	383	10070	5100	4.12	3.58
5		0.180	2.95	338	8920	4430	5.16	4.44
6		0.180	3.37	362	13080	7190	5.14	4.61
7		0.181	3.26	319	9580	5070	6.40	5.65
8		0.181	3.10	323	8790	4480	5.95	5.18
9		0.201	4.56	343	25880	13545	7.75	6.81
10		0.201	4.25	324	14330	7090	8.10	6.96
11		0.201	5.27	558	37300	21600	3.39	3.08
12		0.208	4.52	338	11900	5640	7.91	6.68
13		0.227	3.93	229	229	3900	1020	15.0

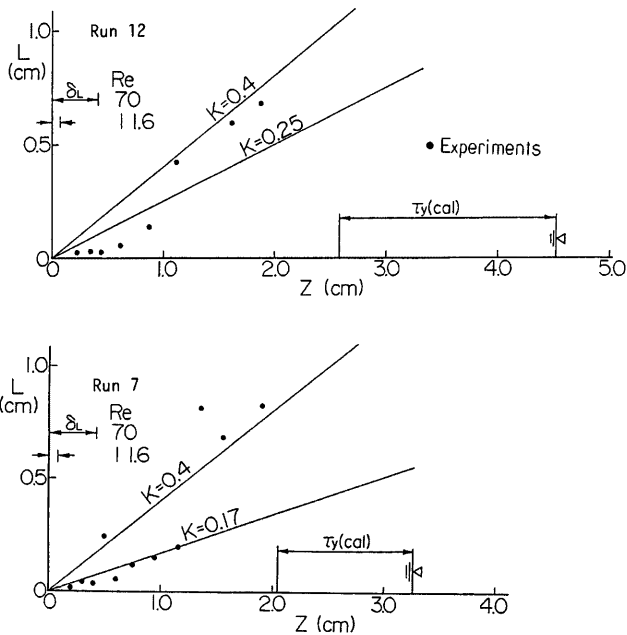


Fig. 20 Mixing length of open channel flow.

とにおいてカルマン定数  $K$  を評価したものであるが、Fig. 19 の粘性応力がまだ残っている部分では  $K$  が小さくなっているものの、それより上方では、ほぼ  $K=0.4$  なる値をとる。このことは、本質的には、清水と同様の乱れの構造を持っていると考えてよいことを示していると思われるば、その時、レイノルズ数が小

さいところでの現象をどのように考えるかといった問題が残されている。これは、たとえば、

$$\tau - \tau_y = \mu \left( \frac{du}{dz} \right) + \rho (Kz)^2 \left( \frac{du}{dz} \right)^2 \dots\dots\dots (29)$$

を、 $\tau_y$ ,  $\mu$  にそれぞれ、式(18), 式(19)を、 $K$  に  $K=0.4$  を用いて流速分布を直接評価すると **Fig. 18** に示されるように過小評価を与えるといった問題を生じている。流速分布のこのような問題の直接的な解答は、応力を式(29)で分配したとき、**Fig. 19** に曲線で示されるように、河床近傍の歪速度が大きいところで実験値にくらべ、小さな粘性応力を与えるため、歪速度が小さく評価されるということにある。すなわち問題は、清水における応力の分配を式(29)で与えたとき、高濃度流れでは、清水にくらべ路床近傍でより大きなエネルギー散逸を生じていることになるわけであるが、その過剰なエネルギー散逸が何によって生じているかという点に集約される。この問題については、今回の実験から得られた結果からは明確な結論はだせないが次のように考えることは可能であろう。まず第1に、 $R_e = 11.6 \sim 70$  で与えられる粘性底層厚はかなり小さく、 $\delta_z/d$  が  $10^2 \sim 10^3$  のオーダーにしなければならないこと、したがって、清水のような連続体として扱いうるためには、平均化のためのより大きな空間が必要であるということ。すなわち、局所的な条件が重要で、それを平均化したとき、より上層までエネルギー散逸を生じている層が存在することになることである。第2に、粘性底層では流れは層流に近いため粒子の沈降速度が無視できなくなり、粘性底層内での濃度分布がエネルギー散逸を生じていると考えることができることである。いずれにしても、路床近傍でのレイノルズ応力の減少は、流れを抵抗則の形で評価した場合、プラントル・カルマン則にくらべ抵抗が小さくなることを意味する。たとえば、プラグフローを除いた部分について、表面流速  $u_s$  に関する抵抗則が

$$\frac{u_s}{u_m} = 8.5 + \frac{1}{K \cdot \log_{10} e} \log \frac{u_m h}{\nu} \dots\dots\dots (30)$$

で与えられるとしてみかけの  $K$  を求めると **Fig. 18** のように0.4よりかなり小さな値をとる。一方、流速分布形そのものはうまく適合していないということから流れの抵抗に対して路床近傍の条件が大きな影響もっていることがわかる。実際、このカルマン定数  $K$  の値を式(29)に代入すると **Fig. 19** のようになり、流速分布の傾向を表わすような形にはならない。ところで、式(29)にくらべ、どの程度抵抗が小さくなるかを抵抗係数を用いて評価してみる。プラグフローを除いた部分において清水の抵抗則がなりたつと仮定する。流れが層流であれば、層流に対して、

$$\tau - \tau_y = \mu \left( \frac{du}{dz} \right) \dots\dots\dots (31)$$

を積分して、抵抗係数  $f_{BN}$  を

$$\tau - \tau_y = \frac{1}{2} f_{BN} \rho u_m'^2 \dots\dots\dots (32)$$

で定義することにより、

$$f_{BN} = \frac{6}{R_{eN}} \dots\dots\dots (33)$$

がなりたつ。ここに、 $u_m'$  は、プラグを除く部分の平均流速で、

$$\tau_y = \rho g h_y i \dots\dots\dots (34)$$

とおくことにより

$$u_m' = \frac{\int_0^{h-h_y} u(z) dz}{h-h_y} \dots\dots\dots (35)$$

で定義され、 $R_{eN}$  は、

$$R_{eN} = \frac{u_m'(h-h_y)}{\nu} \dots\dots\dots (36)$$

で定義される。式(33)を流れ全体の抵抗

$$\tau = \frac{1}{2} f \rho u_m^2 \dots\dots\dots (37)$$

$$u_m = \int_0^h u(z) dz \dots\dots\dots (38)$$

と、レイノルズ数

$$R_e = \frac{u_m h}{\nu} \dots\dots\dots (39)$$

で表現すると

$$f_{BN} = \left\{ 1 + \frac{3}{2} \left( \frac{\tau_y}{\tau - \tau_y} \right)^2 \right\} \left( \frac{\tau}{\tau - \tau_y} \right)^2 f \dots\dots\dots (40)$$

$$R_{eN} = \frac{\left( \frac{\tau - \tau_y}{\tau} \right)^2}{1 + \frac{3}{2} \frac{\tau_y}{\tau - \tau_y}} R_e \dots\dots\dots (41)$$

より、

$$f = \frac{\left( \frac{\tau - \tau_y}{\tau} \right)^4}{\left( 1 + \frac{3}{2} \frac{\tau_y}{\tau - \tau_y} \right)^3} R_e \dots\dots\dots (42)$$

となる。ただし、ここで、動粘性係数 $\nu$ としては、定数としているので断面の代表的な値を用いなければならない。もし、流れが乱流であれば、抵抗則に対数則を導入して

$$\sqrt{\frac{2}{f_{BN}}} = 6.0 + 5.75 \log \sqrt{\frac{f}{2} R_{eN}} \dots\dots\dots (43)$$

と表わされる。このときの粘性係数としては、路床せん断力に対応する粘性係数を（より正確には粘性底層の代表的な値）用いなければならない。**Fig. 21** は、粘性係数として路床せん断力に対応する値を用いて、実験結果と式(33)、式(43)を比較したものであるが、実験が乱流域に対して行なわれたこと、わずかの条件の違いでかなり抵抗の大きさが異なること、全体として式(43)より小さく評価されることがわかる。

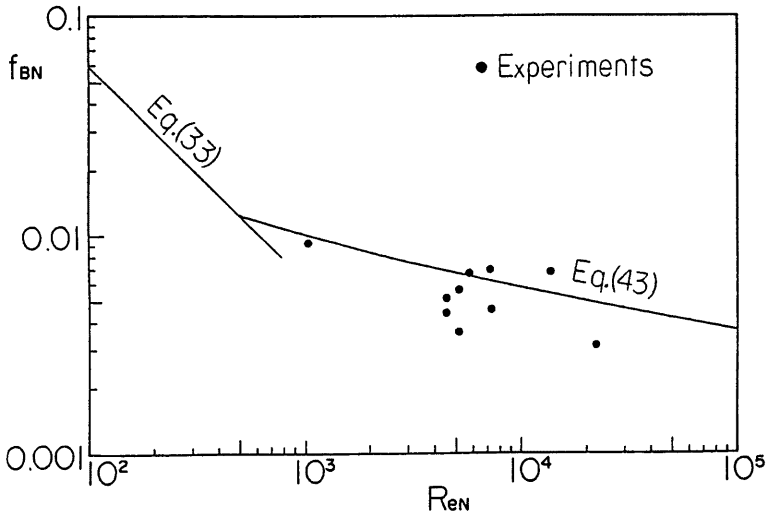


Fig. 21 Resistance law of open channel flow.

#### 4. 結 語

従来、あいまいなままに議論されてきた微細砂を高濃度に含む開水路流れの流動機構について、その材料特性(レオロジー特性)を明らかにすることによって、その基本的性質を明らかにしてきた。そのなかで得られた知見を要約すると以下のようである。

(1)流れのせん断降伏応力は、粒子間の結合力  $\tau_0$  と流体相の結合エネルギーの増加による応力  $\tau_y'$  の和で表わされ、それぞれの濃度に対する依存性は、前者については一意的に、後者については Debye-Hückel のパラメーターと粒径の積  $kd$  をパラメーターとして一意的に決定されることがわかった。また、その大きさは、前者については粒子間の結合エネルギー  $\Phi_i$  に、後者については流体相の  $\zeta$  電位に対応する単位体積当りの結合エネルギー  $\phi_c$  に依存している。

(2)みかけの粘性係数として、割線粘性係数と接線粘性係数を定義することにより、流体相に作用している応力  $\tau_f$ ,  $\phi_c$  をはるかに上回る場合、粒子流体間の電気化学的相互作用は、せん断降伏値についてのみ考えればよいが、せいぜい  $\phi_c$  のオーダーである場合は、粘性係数に対しても考える必要があること、いずれにしても、 $\tau_f/\phi_c$ ,  $kd$  の関数として表わされることが明らかになった。

以上のようなレオロジー特性をもつ材料の開水路における流動機構について、実験的検討を加え、

(3)粘性底層(特にバッファ層)の厚さが、路床近傍のみかけの粘性係数から見積られるよりかなり大きいこと、

(4)レイノルズ応力を、混合距離理論で評価した場合、その部分で、カルマン定数  $K$  がかなり小さくなること、

(5)しかしながら、その外側では、ほぼ  $K=0.4$  がなりたち、基本的には清水と同様の流れの構造をもっていること、

(6)従って抵抗係数で流れを評価した場合、対数則で与えられるより、小さな抵抗を示すこと、などが明らかとなった。

また、このようなバッファ層での散逸応力の増加の原因として、(i), 粘性底層厚  $\delta_L$  と粒径との比が  $\delta_L/d=10^2\sim 10^3$  のオーダーであり、平均化に必要な空間の大きさが清水にくらべ大きいこと、(ii), 粘性底層内での粒子の沈降速度が無視できず、濃度分布に対応する散逸が生じていること、等が考えられることを述べた。

最後に、本研究を進めるにあたり、実験装置、および計測法について有意義な議論多大なる援助いただいた立命館大学理工学部土木工学科大同淳之教授に、深く、感謝の意を表します。また、実験、その他、本研究を進めるにあたって多大なる苦勞をお願いした京都大学防災研究所吉田義則技官に心から感謝致します。

#### 参 考 文 献

- 1) 芦田和男・山野邦明・神田昌幸：高濃度流れに関する研究(1)，京都大学防災研究所年報第28号B-2，1985，pp. 367-377.
- 2) 久保輝一郎・水渡英二・中川有三・早川宗八郎：粉体，丸善，1964，pp. 208-211.
- 3) Bagnold, R. A: Experiments on a Gravity-Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear, Proc. Roy. Soc. A 225, 1954, pp. 49-63.
- 4) 山野邦明・大同淳之・三輪 浩・西本直史：Newton 流体を含む粒子流の構成方程式のエネルギー的考察，土木工学会第39回年次学術的講演会講演概要集，1984，pp. 367-368.