

## 流域微地形に対応した準3次元流出モデル

高棹 琢馬・椎葉 充晴・立川 康人

### QUASI-THREE-DIMENSIONAL RUNOFF MODEL TAKING ACCOUNT OF TOPOGRAPHY OF A NATURAL WATERSHED

By *Takuma TAKASAO, Michiharu SHIIBA*  
and *Yasuto TACHIKAWA*

#### Synopsis

This paper describes what effect topography of a natural watershed has on the runoff properties. In small mountainous watersheds, it is very important to take account of the effect of topography on runoff. To examine this effect, we take two steps. The first is geometric modeling of a natural watershed. A natural watershed is modeled as a group of slope element models. They are covered with an A-layer with uniform thickness and are described by using spline functions based on the data from a topographic map. The second is modeling of surface and subsurface flows by the kinematic wave equations considering the A-layer, the change of slope width and slope gradient. By applying this kinematic wave equations to a slope element model, the hydrograph in a slope element is simulated.

These methods are applied to the Arakawa experimental basin. It is revealed that slope elements in the shape of valley have great influence on runoff.

#### 1. 序 論

流域に降った雨はさまざまな過程を経て河道に到達する。従来、その過程を説明する多くの理論が発表されてきた。山腹斜面での流出現象を説明する理論として第一に、高棹らの中間流・地表面流理論<sup>1), 2), 3), 4)</sup>を挙げることができる。高棹らは、山腹斜面表層に透水性の高い土壌層(A層)を考え、矩形平面でモデル化される一様な山腹斜面での表面流発生起場の変動を対象とし、“variable source area concept”(たとえば, Betoson & Marius<sup>5)</sup>・Dunne & Black<sup>6)</sup>)を説明することを可能とした。高棹・椎葉は、矩形平面でない流域場においても中間流・地表面流発生構造を取り扱えるようにするために理論をさらに拡張し、地形パターン関数を導入したKinematic waveモデル<sup>7)</sup>を提案している。このモデルにより、流域斜面が収束または発散する円錐面でモデル化される場合について、A層の存在が流出特性に及ぼす影響を分析し、収束する山腹斜面において表面流が発生しやすいというDunne & Blackの観測結果を説明することも可能となった。

しかし、高棹・椎葉の地形パターン関数を導入したkinematic waveモデルでは、斜面形状の効果を考慮することを可能としたとはいうものの、実流域の斜面形状を直接モデルに取り込んでいるわけではなく、流域場の条件の変化に伴う出水形態の変化、あるいは水文資料の無い流域での出水形態を把握するためには、実流域の斜面形状をできるだけ忠実に流出モデルに取り込むことが必要となる。

本研究では、このような観点から、実流域の地形・地質特性にできるだけ忠実な流出モデルを構築する

ことにより、地形・地質特性と出水形態の関係を把握することを最終的な目的とし、実流域に即した流域モデル、およびその流域モデルをもとにした流出計算法を提示する。次章以後の本論文の内容を簡単に述べると以下のようなものである。

1. では、実流域の斜面形状に対応した流域モデルを提示する。実地形に即した流域モデルとして、砂田らは流域実地形を忠実に流出モデルに反映させるために、流域を部分円錐面斜要素の集合で表現する方法<sup>8),9)</sup>を提案している。また、O'Loughlin は、表層の飽和帯の変化を分析するために自然流域の斜面地形を解析する手法<sup>10)</sup>を提示している。本研究では、これらのモデルを参考にして、実地形から得られるデータをもとに3次スプライン補間関数を用いることにより、実地形に即した流域モデルを構成する。

3. では、2. での流域モデルをもとにした流出計算法を提示する。藤田らは、変勾配を扱った Kinematic Wave モデル<sup>11)</sup>を提示しているが、ここでは、斜面勾配・斜面幅の変動を考慮し、中間流と地表面流を統合的に表す流量流積関係式<sup>12),13)</sup>を用いた Kinematic Wave モデルを示す。

4. では、数値シミュレーションによって、斜面形状が出水形態に及ぼす影響を分析し、その結果を示す。

最後に5. では、結論、および今後の課題について述べる。

## 2. 実地形に対応した流域モデル

### 2.1 概要

斜面の縦断形状を分析した研究は数多い<sup>14),15),16)</sup>。実際の斜面の縦断形状は、斜面頂部に近い上部では上に凸、斜面の下部付近では下に凸となるような形状が一般的であって、斜面の縦断形状が一定勾配であることは少ない。また、斜面の平面形状も、円錐面のように単調に収束、あるいは発散するとは限らない。そのため、実地形に即した流域モデルは斜面勾配・斜面幅の変動をパターン化せず、実地形に対応した斜面勾配・斜面幅を表現でき、かつ流出計算を容易に行うことができるモデルであることが望ましい。

本節では、それらの条件を満たす流域モデルとして、3次スプライン補間関数<sup>17)</sup>を用いて斜面形状を準3次元的に表現する手法を示す。その手法の要点を述べると、まず河道に分点を設け、分点からさかのぼる最急勾配線(落水線)によって流域斜面を分割する。次に、斜面勾配・斜面幅の変動をパターン化せず、実地形から得られるデータをもとに3次スプライン関数を構成し、分割した斜面を準3次元的な斜面要素モデルで近似する。流域斜面は縦断形状・平面形状ともに3次スプライン関数で補間する斜面要素モデルの集合(並列)でモデル化することになる。以下、2.2で流域の分割方法を示す。2.3で流域斜面の分割方法を実流域に適用し、流域斜面の地形特性を分析する。2.4で3次スプライン補間関数を用い

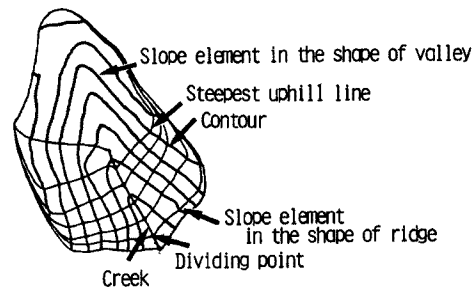


Fig. 1. Schematic representation of a catchment area divided into slope elements.

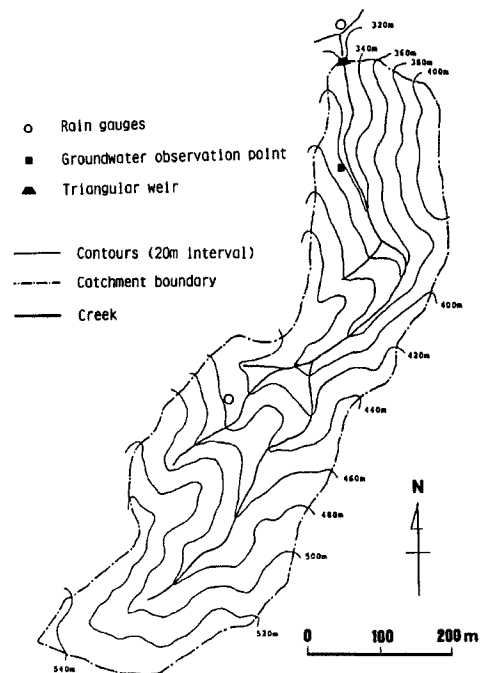


Fig. 2. The Arakawa experimental basin.

た流域モデルを提示する。

## 2.2 流域の分割方法

次のように流域の分割方法を定める。

- ① 河道の上流端から河道に沿って、一定の距離  $\Delta b$  ごとに分点を設定する。
- ② これらの分点から、河道の両側の斜面をさかのぼる最急勾配線を描く。
- ③ 最急勾配線は分水界に漸近しながら流域内で最も標高の高い点までさかのぼることに注意して、隣合う最急勾配線と最急勾配線との距離が非常に小さくなれば最急勾配線は一致するものとする。
- ④ 隣合う最急勾配線と河道にはさまれた斜面を1つの分割斜面とする。

分割した流域斜面の模式図を Fig. 1 に示す。図中、分割斜面上端より斜面幅が少しずつ増加する細長い分割斜面を尾根型斜面、分割斜面上端より斜面幅が急激に増加しその後収束する斜面を谷型斜面と

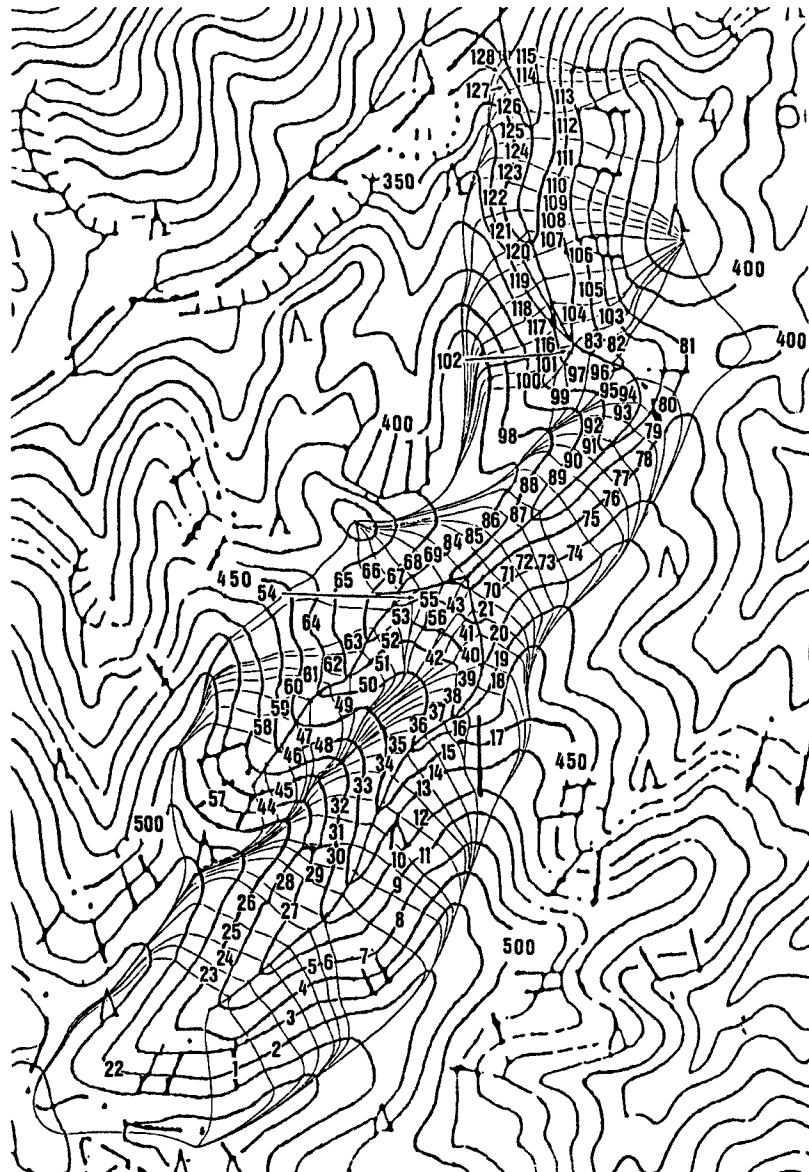


Fig. 3. Division of the Arakawa experimental basin into slope elements.

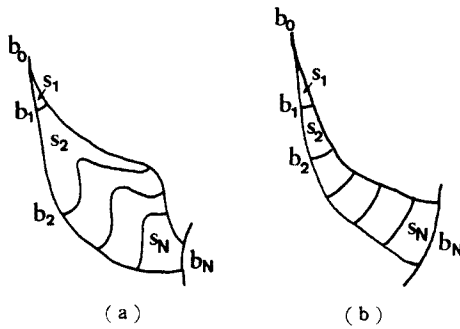


Fig. 4. Schematic representation of slope elements.

- (a) Slope element in the shape of valley
- (b) Slope element in the shape of ridge

のデータを測定した (Fig. 4 参照)。

S: 分割斜面の面積

$b_i, i = 1, \dots, N$ : 分割斜面内の等高線の長さ (これは、斜面幅を意味する)

$S_i, i = 1, \dots, N$ : 分割斜面内のとなりあう等高線ではさまれた部分の面積

これらのデータをもとに等高線間の平均水平距離  $l_i$ , 平均斜面長  $L$ , 平均斜面幅  $B$  を,

$$l_i = \frac{S_i}{(b_i - b_{i-1})/2} \dots\dots\dots (1)$$

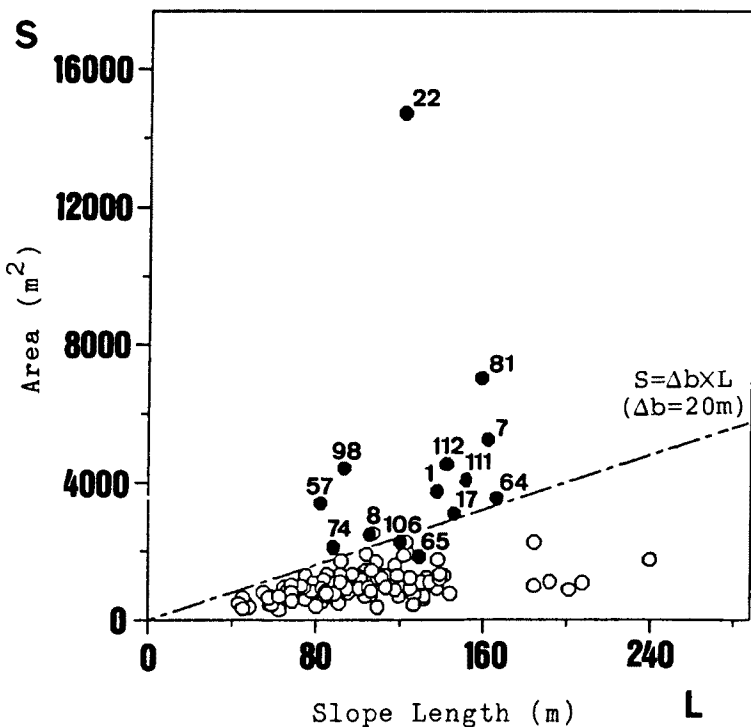


Fig. 5. Relation between slope lengths and areas of slope elements in the Arakawa experimental basin.

呼ぶことにする。

2.3 分割方法の実流域への適用

流域斜面の分割方法を実流域に適用した。対象とした流域は、荒川試験地梅ヶ谷流域である。荒川試験地は野洲川の支川荒川西流の最上流部に位置し、その中で梅ヶ谷流域は流域面積 0.184 km<sup>2</sup> の山間地小流域である。その形状を Fig. 2 に示す。流域の分割にあたって、国土地理院発行の 2 万 5 千分の 1 地形図を用い、「荒川試験地水文観測資料」<sup>18)</sup> を参考にした。

河道の分割幅  $\Delta b$  を 20 m として流域を分割した結果を Fig. 3 に示す。斜面の分割数は 128 となった。地形図をもとに、プラニメータを用いて次の分割斜面

$$L = \sum_{i=1}^N l_i \dots\dots\dots (2)$$

$$B = \frac{S}{L} \dots\dots\dots (3)$$

として求めた。

得られたデータを整理して Fig. 5 ~ Fig. 6 に示す。これらの図中、黒丸および黒い部分は Fig. 3 の実流域の分割図から判断して谷型斜面と思われる分割斜面を表し、白丸および白い部分は尾根型斜面と思われる分割斜面を表している。分割した斜面の斜面長と面積の関係を Fig. 5 に示す。図中の番号は Fig. 3 の分割斜面に付けた番号と対応し、一点鎖線は分割斜面が長方形であると仮定した場合の斜面長と面積の関係

$$S = \Delta b \cdot L \dots\dots\dots (4)$$

を表す。この一点鎖線で谷型

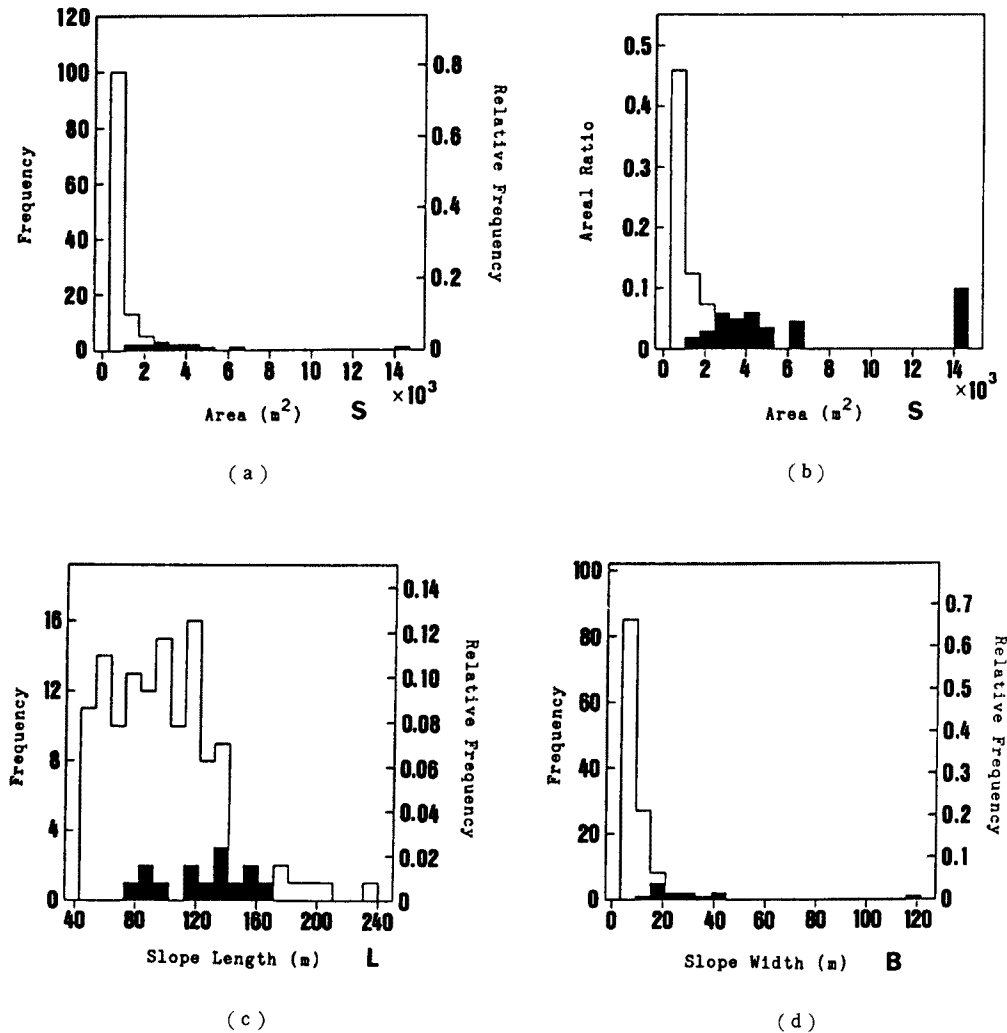


Fig. 6. Topographic characteristics in the Arakawa experimental basin.

- (a) Histogram of area of slope elements
- (b) Areal ratio of slope elements
- (c) Histogram of slope length of slope elements
- (d) Histogram of average slope width of slope elements

斜面と尾根型斜面を分類できそうである。Fig. 6の(a)は分割斜面の面積の頻度分布図であり、(b)は分割斜面の面積が全流域面積に占める割合(面積率)を示したものである。谷型斜面の個数は13個であって個数は少ないものの、全流域面積のうち約37%を占めている。谷型斜面は個々の面積が大きく、その結果全面積に占める割合も大きくなっていることがわかる。Fig. 6の(c)は平均斜面長の頻度分布図、(d)は平均斜面幅の頻度分布図である。平均斜面長は谷型斜面も尾根型斜面も同程度の長さであるため、分割斜面の面積を平均斜面長で割ることにより求めた平均斜面幅は谷型斜面の方がかなり大きくなっていることがわかる。

収束する山腹斜面において表面流が発生しやすいとする Dunne & Black<sup>9)</sup>の観測結果、また谷型斜面の全流域面積に占める割合が比較的大きいことから、谷型斜面からの出水が流域全体の流出特性に大きく影響を及ぼすことが予想される。また、谷型斜面が流域内のどの位置にあるかということも流出特性に影響を及ぼすことが予想される。

響を及ぼすことが考えられる。

### 2.4 流域モデルの構成

斜面勾配・斜面幅をパターン化せずに、2.3で地形図より測定した分割斜面のデータ（斜面幅・等高線間の平均水平距離）および標高を用いて、斜面形状を表現する3次スプラインの補間関数<sup>17)</sup>を構成する。

3次スプライン補間関数とは、 $x_1 < x_2 < \dots < x_n$  であるような  $n$  個のデータ点  $(x_i, y_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) が与えられたとき、これら  $n$  個の点を通る区分的な  $x$  の3次関数で表され、端点を除く、 $n - 2$  個の点で2次導関数までが連続であるような曲線の方程式であって、 $n$  個の点をなめらかに結ぶ性質を持つ。

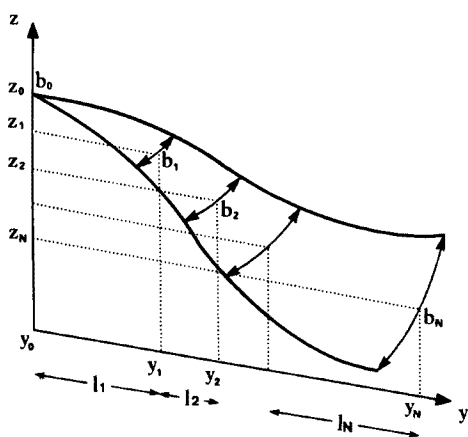


Fig. 7. Geometric approximation of a slope element using three dimensional spline function.

本研究では、斜面上端からの水平距離  $y_i$ ・標高  $z_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) のデータを用いて、分割斜面の縦断形状を表す3次スプライン補間関数を構成し、また  $y_i$ ・斜面幅  $b_i$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) のデータを用いて、分割斜面の平面形状を表す3次スプライン補間関数を構成した。ここで、

$$y_i = \sum_{k=1}^i l_k, \quad i = 1, \dots, N \dots \dots \dots (5)$$

である。分割斜面の縦断形状・平面形状を表す3次スプライン補間関数を用いて表現した近似斜面を Fig. 7 に示す。3次スプライン補間関数による補間の理論的な利点は、導関数が連続であるため次節での流れの基礎式が取り扱いやすく、また3次スプライン補間関数は区分的な3次関数なのでその導関数も容易に求めることができる点にある。結局、流域斜面は縦断形状・平面形状ともに3次スプライン関数で補間する任意形状の分割斜面の集合（並列）でモデル化する。

## 3. 流れのモデル

### 3.1 概要

3次スプライン関数を用いて表した分割斜面において流出計算を行うためには、斜面幅・斜面勾配の変動を考慮した計算法が必要となる。本節では、斜面勾配・斜面幅の変動を考慮し、中間流と地表面流を統合的に表す流量流積関係式<sup>12,13)</sup>を用いた Kinematic Wave モデルを示す。ここで、流域斜面は A 層と呼ばれる透水性の高い深さ一定の様な土壤層に覆われていると仮定した。以下、3.2 で中間流と地表面流を統合的に表す手法を示す。3.3 で斜面勾配・斜面幅の変動を考慮した Kinematic Wave モデルを提示する。

### 3.2 中間流・地表面流の統合

分割斜面での表層付近の流れの模式図を Fig. 8 に示す。図中  $x$  は、斜面上端から落水線にそって図る距離であり、 $b(x)$  は位置  $x$  での斜面幅である。 $y$  は水平方向距離を表し、 $z$  は標高を表す。この斜面は、A 層と呼ばれる透水性の高い深さ  $D$  の層に覆われているものとし、A 層底面から下層への浸透は考えないものとする。

この斜面での中間流・地表面流を考える。 $L$  は斜面長、 $\theta(x)$  は斜面上の位置  $x$  での斜面勾配、 $v_A$  は中

間流平均流速,  $v_s$  は地表面流の平均流速を表し, 水深  $h$ ・中間流水深  $h_A$ ・表面流水深  $h_s$  は, 地表面に垂直に測り, A層底での水深を0とする。ここで, A層の透水性は極めて大きく, A層が不飽和である場所では, 雨水は直ちにA層に浸透するものと考え,  $h_A < D$  のところでは,  $h_s = 0$  であり,  $h_s > 0$  であるところでは,  $h_A = D$  である。すなわち, 中間流水深がA層厚  $D$  に達する地点より下流側においてのみ, 中間流がA層厚全体に達して地表面流が発生する。

このように図式化される, 中間流と地表面流を統合した流れの水深  $h$  と単位幅流量  $q$  を次のように定義する。

$$h = \gamma h_A + h_s \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$q = \gamma h_A v_A + h_s v_s \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし,  $\gamma$  はA層内有効空けき率である。A層内の中間流平均流速は, A層内の透水係数を  $k$  として,

$$v_A = \frac{k \sin \theta(x)}{\gamma} \quad \dots\dots\dots (8)$$

で与えられる。地表面流が発生する場合, すなわち  $h_s > 0$  であるときは, 地表面での流れの連続性を考え, 地表面流の平均流速を,

$$v_s = a h_s^{m-1} + v_A \quad \dots\dots\dots (9)$$

とする。みかけのA層厚を,

$$d = \gamma D \quad \dots\dots\dots (10)$$

とすると, 中間流と表面流を統合した流れの流量流積関係式は,

$$\left. \begin{array}{l} h < d \text{ すなわち } h_A < D \text{ のとき} \\ q = v_A h \\ h \geq d \text{ すなわち } h_s \geq 0 \text{ のとき} \\ q = \alpha (h-d)^m + v_A h \end{array} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

で定義される。ここで,

$$\alpha = \frac{\sqrt{\sin \theta(x)}}{n}, \quad m = \frac{5}{3}$$

であり,  $n$  は Manning の粗度係数である。

中間流と地表面流を統合した流量流積関係を区分的に定義することにより, 雨水流の形態の転移は流れの追跡計算の過程で自動的に考慮される。

### 3.3 斜面勾配・斜面幅の変動を考慮した中間流・地表面流モデル

$r(x, t)$  を位置  $x$ , 時刻  $t$  での鉛直方向の降雨強度,  $q$  を単位幅当りの地表面に沿う流量とすると, 斜面勾配及び斜面幅の変化を考慮した斜面上の流れの連続式は,

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{1}{b(x)} \frac{\partial}{\partial x} \{qb(x)\} = r(x, t) \cos \theta(x) \quad \dots\dots\dots (12)$$

で表される。

一方, A層が不飽和である場所では雨水は直ちにA層に浸透するものと考え, 3.2での流量流積関係式を用いて運動式は,

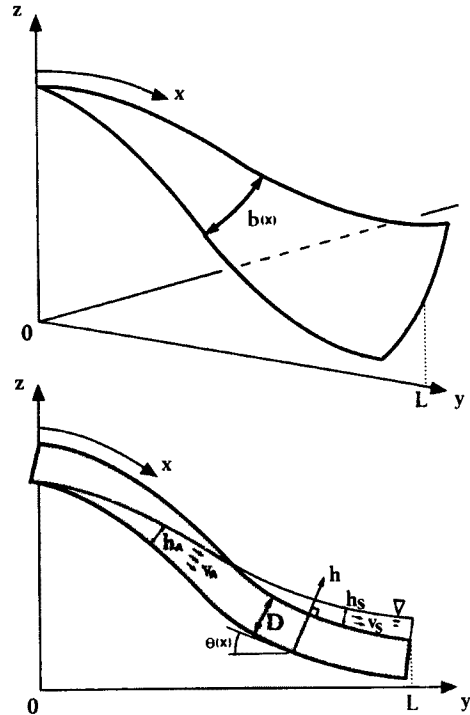


Fig. 8. Schematic representation of the flow near the surface of the slope.

$$\left. \begin{aligned} 0 < h < d \text{ のとき } & q = \frac{k \cdot \sin \theta(x)}{\gamma} \cdot h \\ h \leq d \text{ のとき } & q = \frac{\sqrt{\sin \theta(x)}}{n} \cdot (h-d)^m + \frac{k \cdot \sin \theta(x)}{\gamma} \cdot h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

である。

ここで斜面上端から斜面に沿って計る距離  $x$  を、水平距離  $y$  に変換することを考える。 $x$  と  $y$  との間には

$$x = f(y) = \int_0^y \left[ 1 + \left( \frac{dz}{dy} \right)^2 \right]^{1/2} dy \dots\dots\dots (14)$$

という関係がある。これらを基礎式に代入し、さらに次の変数変換

$$\left. \begin{aligned} A(y, t) &= \frac{h(f(y), t)B(y)}{\cos \theta(f(y))} \\ &\quad (\text{以後 } \theta(f(y)) \text{ を } \theta(y) \text{ とかく}) \\ Q(y, t) &= q(f(y), t)B(y) \\ B(y) &= b(f(y)) \\ R(y, t) &= r(f(y), t) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

によって、連続式・運動式、および斜面末端での流出量は

$$\frac{\partial A(y, t)}{\partial t} + \frac{\partial Q(y, t)}{\partial y} = B(y)R(y, t) \dots\dots\dots (16)$$

$$Q(y, t) = B(y) \cdot F\left( \sin \theta(y), \frac{A(y, t) \cos \theta(y)}{B(y)} \right) \dots\dots\dots (17)$$

$$Q_{out}(t) = Q(L, t) \dots\dots\dots (18)$$

となる。ここで、運動式 (17) において、

$$\left. \begin{aligned} 0 < A(y, t) \cos \theta(y) < d \cdot B(y) \text{ のとき } \\ F(i, h) &= \frac{k}{\gamma} \cdot i \cdot h \\ d \cdot B(y) \leq A(y, t) \cos \theta(y) \text{ のとき } \\ F(i, h) &= \frac{\sqrt{i}}{n} (h-d)^m + \frac{k}{\gamma} \cdot i \cdot h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

である。以上の諸式で、

$$\sin \theta(y) = -\frac{dz/dy}{\sqrt{1+(dz/dy)^2}}, \cos \theta(y) = \frac{1}{\sqrt{1+(dz/dy)^2}}$$

である。これらの値は、斜面の縦断形状を表す3次スプライン補間式より簡単に求めることができる。

計算は差分解法 (One-step の Lax-Wendroff スキーム<sup>19)</sup> を用いた。

初期条件・境界条件は、

$$A(y, 0) = A_I(y) = 0, \quad 0 \leq y \leq L \dots\dots\dots (20)$$

$$A(0, t) = A_B(t) = 0, \quad t > 0 \dots\dots\dots (21)$$

とした。スキームの詳細は付録に示す。

#### 4. 流域微地形が出水に及ぼす影響

##### 4.1 概要

数値実験により斜面形状が出水状態に及ぼす影響を調べた。数値実験の対象として、勾配一定で斜面幅のみが変化する斜面、斜面幅一定で斜面勾配のみが変化する斜面、斜面幅・斜面勾配ともに変化する斜面を取り扱う。さらに実流域への適用として荒川試験地梅ヶ谷流域での代表的な分割斜面を取り扱う。計算に用いたパラメタの値を Table 1 に示す。与えた降雨は降雨強度 10 mm/h・継続時間 10 時間の矩形降雨とした。なお、数値実験を行ったいずれのケースも地表面流が発生していた。



## 4.2 斜面幅の変化と流出特性

斜面勾配が一定で斜面幅のみが変化する斜面を4通り考えた。その斜面形状と数値実験により得られた流出高のハイドログラフを Fig. 9 に示す。Case A の平面形状は矩形であり、Case B は収束型、Case C は発散型で斜面を分割したときに見られる代表的な尾根型斜面の平面形状、Case D は斜面上部で発散型・下部で収束型の平面形状を持ち、代表的な谷型斜面の平面形状である。

これらのハイドログラフから、Case B と Case C のハイドログラフを比較すると、雨の降り始めから約5時間半後までは Case B よりも Case C の方が流出高が多いが、ハイドログラフの立ち上りは Case B の方が早いことがわかる。収束型の斜面は集水効果により地表面流が発生しやすいためであると考えられる。また、Case D のハイドログラフは、立ち上がった後しばらくたつまでは Case B (収束型斜面) のハイドログラフによく似ているが、その後、Case C (発散型斜面) のハイドログラフに近づいて行く。これは Case D の斜面が上部では発散し下部では収束しているため、初め斜面下部の影響が現れ、その後斜面上部の影響が現れるためと考えられる。

Table 1. Values of parameters for numerical simulation

|                     |       |
|---------------------|-------|
| $n$ ( $m^{-1/3}s$ ) | 0.5   |
| $k$ (mm/hr)         | 300.0 |
| $r$ —               | 0.1   |
| $D$ (mm)            | 500.0 |
| $m$ —               | 1.667 |

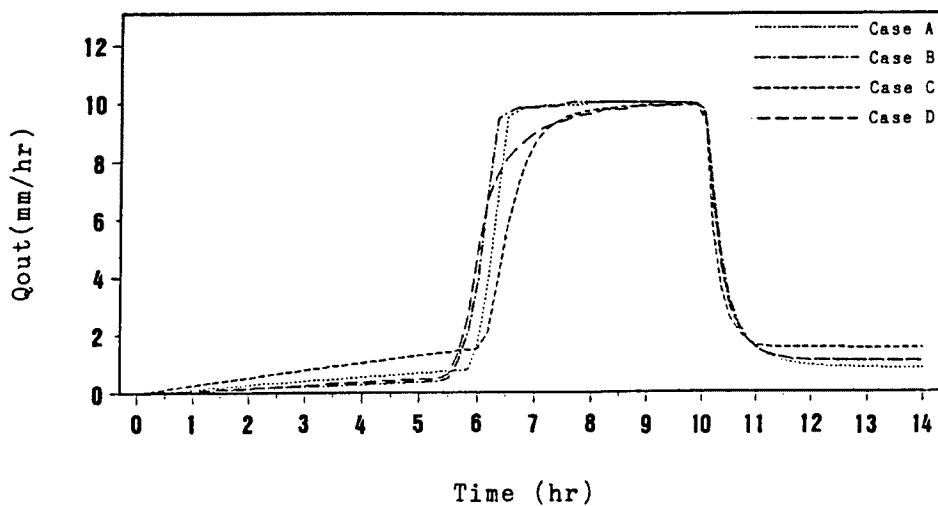
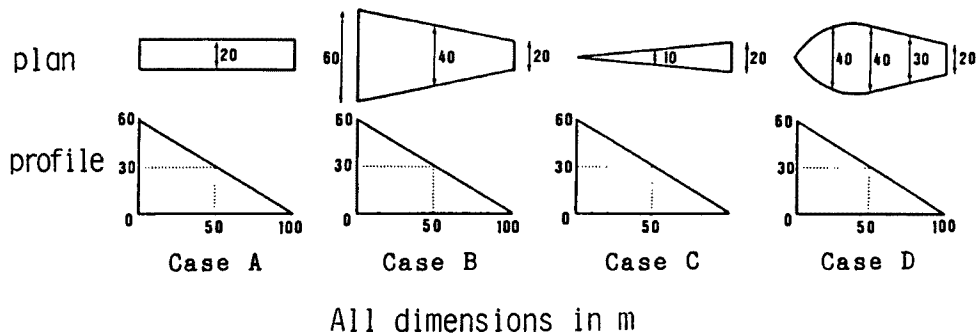


Fig. 9. Influence of the figure of the slope on the simulated hydrograph. In these cases, slope gradient is constant but slope width varies.

4.3 斜面勾配の変化と流出特性

斜面幅が一定で斜面勾配のみが変化する斜面を4通り考えた。その斜面形状と数値実験により得られたハイドログラフを Fig. 10 に示す。Case A の縦断形状は一定勾配であり、Case E は上に凸、Case F は下に凸、Case G は斜面上部で上に凸・下部で下に凸の縦断形状を持ち、実流域での斜面の代表的な縦断形状を表す。

このハイドログラフから、ハイドログラフが立ち上がるまでの流出はどれもあまり違いがないことがわかる。また、Case E と Case F のハイドログラフを比較すると、ハイドログラフの立ち上がりは Case E よりも Case F の方が早いことがわかる。これは下に凸の斜面では斜面下部で勾配が緩くなるため中間流の流速が小さくなり、表面流が発生しやすくなるためと考えられる。Case G のハイドログラフは、立ち上がった後しばらくたつまでは Case F (下に凸の斜面) のハイドログラフによく似ているが、その後、Case E (上に凸の斜面) のハイドログラフに近づいて行く。これは Case G の斜面が上部では上に凸、下部では下に凸であるため、初め斜面下部の影響が現れ、その後上部の影響が現れたものと考えられる。

4.4 斜面幅・斜面勾配の変化と流出特性

4.2・4.3 でわかった結果を列挙すると以下のようなものである。

- (1) 収束型の斜面は発散型の斜面よりもハイドログラフの立ち上がりが早い。
- (2) 流出の初期において、発散型の斜面は収束型の斜面よりも流出高が大きい。
- (3) 斜面上部で発散型・下部で収束型の斜面でのハイドログラフは、初め収束斜面でのハイドログラフに類似し、その後、発散型斜面でのハイドログラフに遷移して行く傾向があり、ハイドログラフの立ち

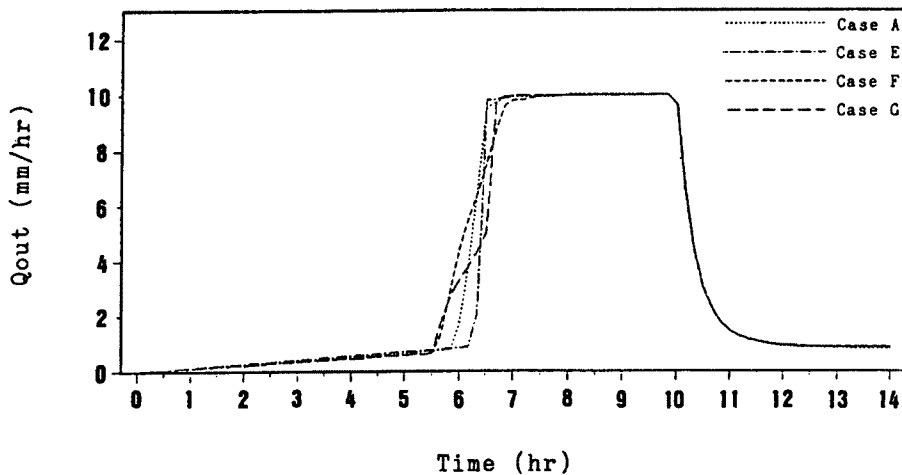
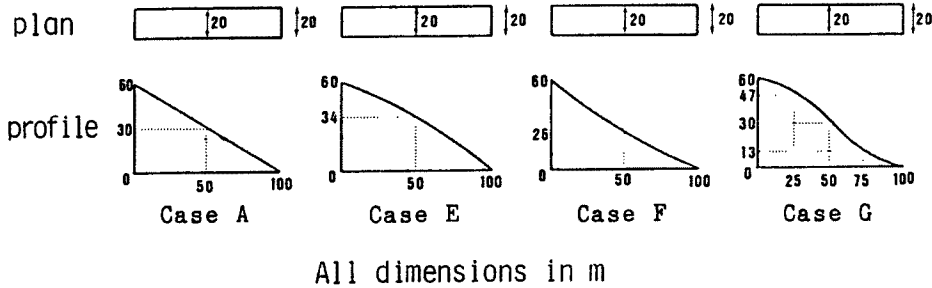


Fig. 10. Influence of the figure of the slope on the simulated hydrograph. In these cases, slope width is constant but slope gradient varies.

上がりは早い。

(4) 下に凸の斜面は上に凸の斜面よりもハイドログラフの立ち上がり早い。

(5) 上に凸の斜面は下に凸の斜面よりもハイドログラフが急激に立ち上がる。

(6) 斜面上部で上に凸・下部で下に凸の斜面でのハイドログラフは、初め下に凸の斜面でのハイドログラフに類似し、その後、上に凸の斜面でのハイドログラフに遷移して行く傾向があり、ハイドログラフの立ち上がりは早い。

本節では斜面幅と斜面勾配がともに変化する斜面を2通り考え、4.2・4.3で得られた結果が本節で得たハイドログラフにも現れていることを示す。

数値実験を行った斜面形状と得られたハイドログラフを Fig. 11 に示す。Case H, Case I はそれぞれ荒川試験地梅ヶ谷流域を分割したときによくみられたパターンの谷型斜面, 尾根型斜面の斜面形状である。Case H の斜面形状より、ハイドログラフは、上記の (3)・(6) の性質が現れるはずであり、Case I のハイドログラフは (2)・(6) の性質が現れるはずである。Fig. 11 のハイドログラフを見ると、確かにそれらの性質が現れていることがわかる。Case I は発散する斜面であるが、Case A の矩形斜面よりも早い立ち上がりを見せている。この原因には、斜面幅の効果よりも斜面勾配の効果の方が強く現れたためと考えられる。

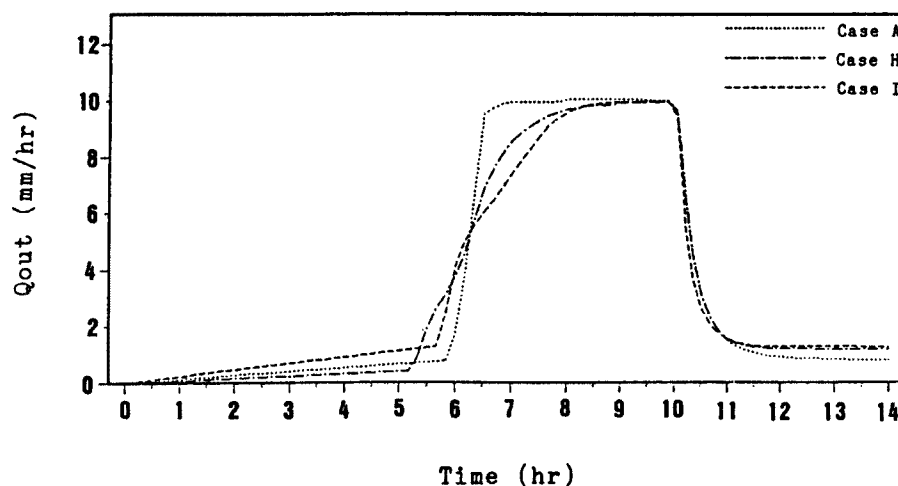
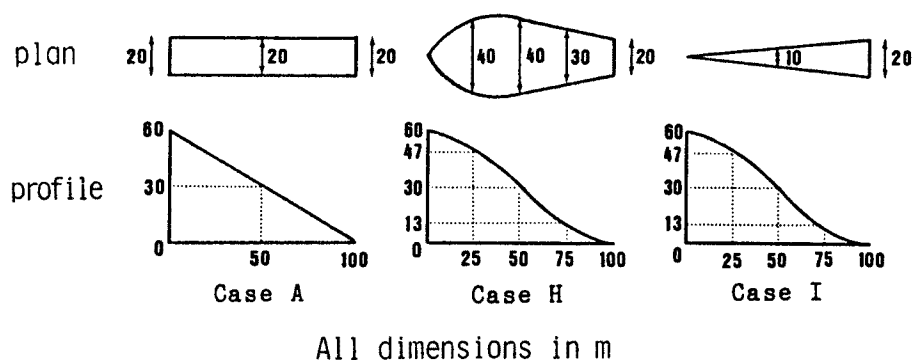


Fig. 11. Influence of the figure of the slope on the simulated hydrograph.  
In these cases, both slope gradient and slope width are not constant.

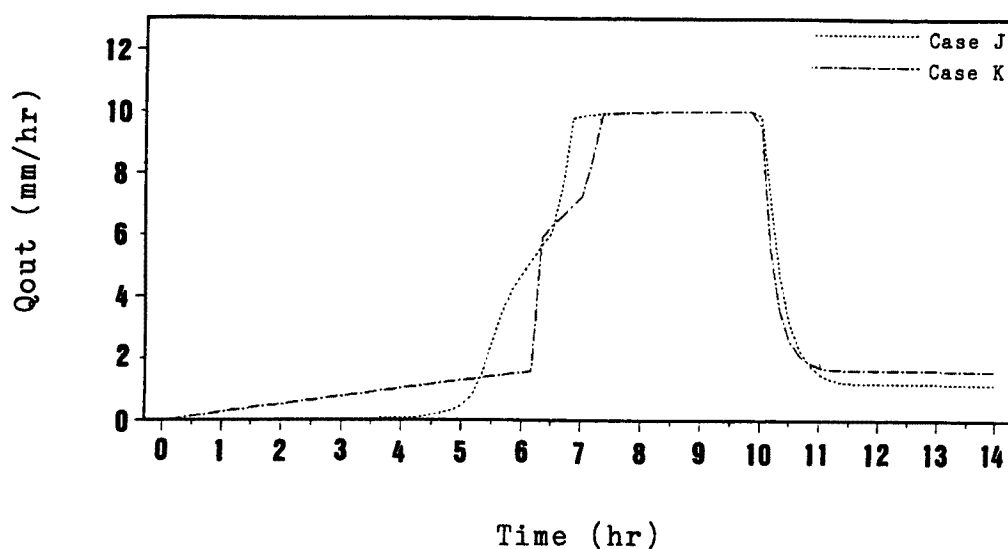


Fig. 12. Influence of the figure of the typical slope in the Arakawa experimental basin on the simulated hydrograph.

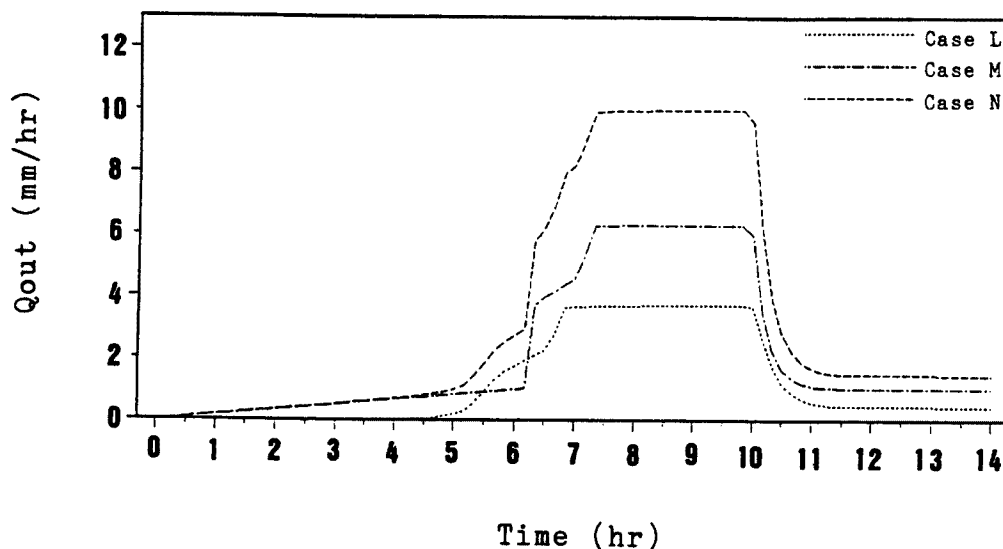


Fig. 13. Relation between total runoff and runoff from the slope in the shape of valley and ridge.

#### 4.4 実流域への適用

実流域への適用として、荒川試験地梅ヶ谷流域の代表的な谷型斜面と尾根型斜面を用いて数値実験を行った。数値解析を行った分割斜面は Fig. 3 の 22 番の分割斜線（谷型斜線）と 76 番の分割斜面（尾根型斜面）である。Fig. 12 にハイドログラフを示す。Case J は谷型斜面、Case K は尾根型斜面での流出高を表す。Case J は Case H のハイドログラフに、Case K は Case I のハイドログラフによく似ている。

2.2 で示したように、荒川試験地梅ヶ谷流域において谷型斜面および尾根型斜面がそれぞれ全流域面積に占める割合は 0.37, 0.63 であった。Case J のハイドログラフが谷型斜面での平均的な流出を表し、Case K のハイドログラフが尾根型斜面での平均的な流出を表すと考え、Fig. 13 において、Case J のハイドログラフを 0.37 倍したものが Case L、Case K のハイドログラフを 0.63 倍したものが Case M である。Case N は Case L と Case M のハイドログラフを合算したものであり、これが流域全体のハイドログ

ラフを表すものと考えことにする。これらのハイドログラフから、流出の初期では流域全体の流出の大半は尾根型斜面に依存しており、一方、ハイドログラフの立ち上がりは谷型斜面に依存していることが予想される。

## 5. 結 論

本研究では、実流域の斜面形状に即した流出計算を行うために実流域に即した流域モデルを構成し、この流域モデルを用いた流出計算の手法を示した。2.で、流域斜面の分割方法を提示し、分割斜面が谷型斜面と尾根型斜面に分類できることを示した。また、分割斜面の縦断形状と平面形状の変動、つまり斜面勾配と斜面幅の変化を非線型に取り扱うために、3次スプライン補間関数を導入した準3次元な流域モデルを提示した。3.で、斜面幅と斜面勾配の変化を考慮した Kinematic Wave モデルを提示した。4.では、数値実験を行うことにより斜面形状が出水に及ぼす影響を分析し、谷型斜面からの出水がハイドログラフの立ち上がりに大きく影響を及ぼすことを明らかにした。

本研究で示した流域モデルは斜面を分割することが前提となる。ところが、斜面の分割は非常に煩雑であり、分割斜面のデータを測定するには多大な労力を必要とする。そこで、今後の課題として、デジタイザ等を用いて地図上のデータを計算機に入力することにより自動的に斜面を分割し、分割斜面のデータを自動的に算定する計算機プログラムを作成する必要がある。

本研究で示した流出モデルはどのような地形にも対応できると考えられるため、これらの課題を克服することにより、地形改変後の出水形態の変化、また水文データがほとんどない流域の出水特性を比較的少ない労力で調べることができると考える。

## 参 考 文 献

- 1) 高棹琢馬・岸本貞男：雨水流出の実験的研究，京大防災研究年報，第4号，1961，pp.132-154.
- 2) 石原藤次郎・高棹琢馬：中間流出現象とそれが流出過程に及ぼす影響について，土木学会論文集，第79号，1962.
- 3) 石原藤次郎・石原安雄・高棹琢馬・頼干元：由良川の出水特性に関する研究，京大防災研究所年報，第5号A，1962，pp.147-173.
- 4) 高棹琢馬：出水現象の生起場とその変化過程，京大防災研究所年報，第6号，1963.
- 5) Betson, R. P. and J. B. Marius: Source Area of Storm Runoff, Water Resources Research, Vol. 5, No. 3, 1969, pp. 574-582.
- 6) Dunne, T. and R. D. Black: Partial Area Contribution to Storm Runoff in a Small New England Watershed, Water Resources Research, Vol. 6, No. 5, 1970, pp. 1296-1311.
- 7) 高棹琢馬・椎葉充晴：Kinematic Wave 法への集水効果の導入，京大防災研究所年報，第24号B-2，1981，pp.159-170.
- 8) 砂田憲吾・洪廷芳：流域実地形を考慮した表面流の数値モデルについて，第4回自然災害講演会要旨集，1985，pp.128-129.
- 9) 砂田憲吾・洪廷芳：流域斜面特性の分布が直接流出に及ぼす影響，第30回水理講演会論文集，1986，pp.71-72.
- 10) E. M. O'Loughlin: Prediction of Surface Saturation Zones in Natural Catchments by Topographic Analysis, Water Resources Research, Vol. 22, No. 5, 1986, pp. 794-804.
- 11) 藤田睦博・山岡勲：変勾配斜面流域からの流出，第26回水理講演会論文集，1982.
- 12) 高棹琢馬・椎葉充晴・北村英和：分布型出水モデルによるシミュレーションと集中化スケール，

- 土木学会関西支部年次学術講演会概要, II-2, 1976.
- 13) 高棹琢馬・椎葉充晴・北村英和: 分布型モデルによる流出のシミュレーションおよび流域の集中化スケール, 土木学会第31回年次講演会概要集2, II-86, 1976. pp.163.
  - 14) 平野宗夫: 山地河川における流出過程について, 土木学会論文報告集, 第308号, 1981.
  - 15) F.R.Troeh: Landform Equation Fitted To Contour Maps, American Journal of Science, Vol.263, 1965, pp.616-627.
  - 16) Yoshinori Tsukamoto and Takehiko Ohta: Hillslope Topography and Runoff Process on Steep Forested Hillslopes, Proceedings of 1987 Japan-U.S. Seminar on Hydrology, Honolulu, Hawaii, 1987.
  - 17) 市田浩三・吉本富士市: スプライン関数とその応用, 教育出版, 1979.
  - 18) 京都大学防災研究所水文学部門: 荒川試験地出水観測資料, 1976.
  - 19) 矢嶋信男・野木達夫: 発展方程式の数値解法, 岩波書店, 1977.

付 録

Lax-Wendroff スキーム<sup>19)</sup>による差分解法を示す。

$$y_j = j\Delta y, j = 0, 1, 2, \dots, n, \Delta y = \frac{L}{n} \dots\dots\dots \text{付- (1)}$$

で与えられる (n+1) 個の節点  $y_0, y_1, \dots, y_n$  を設け, ある時刻  $t_i$  において  $A(y_j, t_i), Q(y_j, t_i), j = 0, 1, 2, \dots, n$  を既知とする。初期条件 (20) と流量流積関係式 (17) により  $t_i = 0$  のとき, これらの値は既知である。

さて, 微小時間  $\Delta t$  後  $t_{i+1} = t_i + \Delta t$  での流積  $A(y_j, t_{i+1})$  を求めることを考えよう。  $j = 0$  に対しては, 境界条件 (21) から,

$$A(y_0, t_{i+1}) = A_B(t_{i+1}) \dots\dots\dots \text{付- (2)}$$

である。  $1 \leq j \leq n-1$  に対しては,  $A(y_j, t_{i+1})$  を  $t = t_i$  の周りに Taylor 展開して  $\Delta t$  の 2 次の項までとると,

$$A(y_j, t_{i+1}) = A(y_j, t_i) + \Delta t \frac{\partial A}{\partial t}(y_j, t_i) + \frac{\Delta t^2}{2} \frac{\partial^2 A}{\partial t^2}(y_j, t_i) \dots\dots\dots \text{付- (3)}$$

となり, 右辺は連続式 (16) を用いて,

$$A(y_j, t_i) + \Delta t [B(y)R(y, t) - \frac{\partial Q}{\partial y}(y, t)] \Big|_{y=y_j, t=t_i} + \frac{\Delta t^2}{2} \left[ B(y) \frac{\partial R}{\partial t}(y, t) - \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial Q}{\partial t}(y, t) \left\{ B(y)R(y, t) - \frac{\partial Q}{\partial y}(y, t) \right\} \right] \right] \Big|_{y=y_j, t=t_i} \dots\dots\dots \text{付- (4)}$$

となり, 時間微分項を含まない形となる。そこで空間微分をそれぞれ空間差分,

$$\frac{\partial Q}{\partial y}(y, t) \Big|_{y=y_j, t=t_i} \rightarrow \frac{Q(y_{j+1/2}, t_i) - Q(y_{j-1/2}, t_i)}{2\Delta y} \dots\dots\dots \text{付- (5)}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial Q}{\partial y}(y, t) \left\{ B(y)R(y, t) - \frac{\partial Q}{\partial y}(y, t) \right\} \right] \Big|_{y=y_j, t=t_i} \rightarrow \frac{1}{\Delta y} \{ G(y_{j+1/2}, t_i) - G(y_{j-1/2}, t_i) \} \dots\dots\dots \text{付- (6)}$$

で置き換えると,  $A(y_j, t_{i+1})$  の計算式が得られる。ただし,

$$\frac{B(y_j)d}{\cos \theta(y_j)} \geq A(y_j, t_i) \geq 0 \text{ のとき}$$

$$G(y_{j\pm 1/2}, t_i) \left\{ \frac{k}{\gamma} \sin \theta(y_{j\pm 1/2}) \cos \theta(y_{j\pm 1/2}) \right\}$$

$$\cdot [B(y_{j\pm 1/2})R(y_{j\pm 1/2}, t_i) - \frac{1}{\Delta y} \{Q(y_{j+1/2\pm 1/2}, t_i) - Q(y_{j-1/2\pm 1/2}, t_i)\}] \dots\dots\dots \text{付- (7)}$$

$$\frac{B(y_j)d}{\cos \theta(y_j)} \geq A(y_j, t_i) \text{ のとき}$$

$$G(y_{j\pm 1/2}, t_i) = \left[ \frac{\sqrt{\sin \theta(y_{\pm 1/2})}}{n} \cos \theta(y_{j\pm 1/2})m \right. \\ \left. \cdot \left\{ \frac{\cos \theta(y_{j\pm 1/2})}{B(y_{j\pm 1/2})} \cdot \frac{A(y_{j+1/2\pm 1/2}, t_i) + A(y_{j-1/2\pm 1/2}, t_i)}{2} - d \right\}^{m-1} \right. \\ \left. + \frac{k}{\gamma} \sin \theta(y_{j\pm 1/2}) \cos \theta(y_{j\pm 1/2}) \right] [B(y_{j\pm 1/2})R(y_{j\pm 1/2}, t_i) \\ - \frac{1}{\Delta y} \{Q(y_{j+1/2\pm 1/2}, t_i) - Q(y_{j-1/2\pm 1/2}, t_i)\}] \dots\dots\dots \text{付- (8)}$$

(複合同順) とする。

$j=n$  に対しては、後退差分近似を用いて、

$$A(y_n, t_{i+1}) = A(y_n, t_i) + \Delta t \left\{ B(y_n)R(y_n, t_i) - \frac{Q(y_n, t_i) - Q(y_{n-1}, t_i)}{\Delta y} \right\} \dots\dots\dots \text{付- (9)}$$

とする。以上の計算中の時間間隔  $\Delta t$  は、次の Courant の条件

$$\frac{\Delta y}{\Delta t} \geq \frac{\partial Q}{\partial A} \Big|_{y=y_j, t=t_i}, j=0, 1, 2, \dots, n \dots\dots\dots \text{付- (10)}$$

を満たすようにとる。 $A(y_j, t_{i+1})$ ,  $j=0, 1, 2, \dots, n$  が得られたら、流量流積関係式 (17) を用いて  $Q(y_j, t_{i+1})$ ,  $j=0, 1, 2, \dots, n$  が得られる。