

堤内地における洪水・土砂の越流氾濫過程

大久保賢治・村本 嘉雄・井上 和則

OVERBANK FLOOD FLOWS WITH TOPOGRAPHIC CHANGE IN FLOODPLAINS

By Kenji OKUBO, Yoshio MURAMOTO and Kazunori INOUE

Synopsis

We consider overbank flood flows with topographic change due to deposition of fine sediment, which is one of the most difficult cases for computation. Taking account of a relationship between numerical viscosity and bottom friction in the primitive model, horizontal viscosity must be introduced for finer computational grid of a few ten meters, in order to estimate bottom friction under movable bed conditions precisely. By using a vorticity model for overbank flood flow, transverse velocity distribution is found to be sensitive to the roughness in floodplains such as vegetation. To verify the results of the vorticity model, laboratory experiments on the flows in compound channel of short reach were carried out. Additional experiments on the flows above vegetated bed were also carried out, where velocity profiles in and over the roughness arrangement are well expressed by formal wall law due to constant eddy viscosity. Some aspects of concentration profile are discussed in relation to sedimentation.

1. 緒 論

河川の外水氾濫を河川堤防との関係でみると、有堤部、破堤部および無堤部の越流氾濫に分類できよう。一般に、堤防の整備された大河川の越流氾濫では堤内外の水位差が大きく、数値解析上は水面が不連続な段落ち流れのように扱える。河道と堤内地の流れの相互作用がなく氾濫解析は比較的容易といえる。一方、中小山地河川に多い無堤部の越流では、堤内外の水面を連続として解く必要がある。この場合、隣合う格子の水深差が大きく通常の差分式による計算は困難であるため、河岸部の流れは越流公式で代用することも多い。しかし、移動床条件で局所的な洗掘や堆積が生じるようになると、河岸部以外にも水深の空間的变化が大きい場所が多くなるため差分法そのものに対する考慮が必要となる。さらに破堤越流については、上流部における縦方向の速い越流、中下流部での横越流に近い状況などが考えられるが、いずれも有堤部と無堤部の越流が混在した形態とみなせるので、無堤越流過程および移動床計算が改良されれば、計算の空間分解能を上げるといった方法で扱えるようになると考えられる。以上の観点から、ここでは、洪水氾濫解析上の問題点が残されている無堤越流を主な対象とする。

上に述べた洪水氾濫の全過程を計算する実用的モデルは、水深・流速の基本変数を扱う2次元1層平面モデル（いわゆる氾濫モデル¹⁾）であり、地形変化が緩やかな場合は数値粘性で安定性が得られ、フロント条件の変更も容易といった特長があるが、陽解法であるために洪水時の高速流の計算で安定性を確保するときの計算時間が問題となる。また、差分式、フロント、段落ちという基本的な計算モードに加え、越

流モードが混在すれば、数値解の妥当性の判定が難しくなり、モデルの汎用性を高めるには、こうした複雑さを解決することが必要である。

氾濫モデルの安定条件は格子長と関連し、非線形の氾濫解析における数値粘性と底面摩擦の関係により安定性と解の精度の関係が支配される。格子長を小さくとると数値粘性は減少するので、安定性を確保するには二次流の効果などを表す物理的な水平粘性を考慮する必要がある。一方、洪水氾濫時における土砂の侵食・堆積を計算するためには底面摩擦を正確に評価する必要があり、水平粘性の問題も併せて多くの数値的検討を要する。ところが、非定常の氾濫モデルでピーク流量時の流れを解く場合、適当な初期条件から時間積分する必要があり、安定性や費用の点から難しいことが多い。何らかの定常流モデルによって洪水ピーク時の流れを解くことができれば水平粘性や底面摩擦の議論も容易になり、種々の角度から境界条件の検討が行えるであろう。

ここまでは洪水氾濫解析の観点から無堤部の越流氾濫を概観したが、河道弯曲部の内岸毎に存在する堤内地を単位として無堤越流を捉えると、それらは流下距離の短い複断面流れとみなせ、その平面流況を知ることが基本的な問題と考えられる。形状は単純化したが、関連する多くの因子がある。まず、多くの場合、河道と堤内地の粗度が大きく異なることが流況に影響する。また、洪水時の粒度分布は広範であり、しかもかなり大きな粒径成分まで浮遊状態になると考えられる。一方、通常ウォッシュ・ロードとして扱われる微細粒子が、異常洪水時には堤内地に大量に堆積することがある²⁾。この堆積過程に対して密な植生が決定的影響を与えることが明らかになってきた³⁾。

本研究では、無堤部の越流氾濫過程に注目し以下のことを行う。まず、氾濫モデルの問題点を分析し、無堤越流のような水深変化の著しい流れでは、水平粘性の導入や粗度係数の調節が課題であることを示し、海流や湖流解析に多用されてきた渦度モデルを勾配の卓越する洪水流に適用する方法を考える。その適用性について氾濫モデルの計算値や短い複断面流れの実験値との比較を行いながら検証するとともに、河道と堤内地の粗度の相違、特に植生粗度の影響が洪水条件でも重要であることを示す。さらに、植生上の流れに関する基礎的な実験を行い、植生上の平衡状態における流速と浮遊砂濃度の鉛直分布、さらに植生が土砂堆積に及ぼす効果について考察する。

2. 洪水氾濫の数値解析

2.1 氾濫モデル

氾濫モデルは連続式と水平2方向 (x, y) の運動量式、

$$\partial H/\partial t + \partial M/\partial x + \partial N/\partial y = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\partial M/\partial t + \partial(uM)/\partial x + \partial(vM)/\partial y = -gh\partial H/\partial x - gn^2uV/h^{1/3} \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\partial N/\partial t + \partial(uM)/\partial x + \partial(vN)/\partial y = -gh\partial H/\partial y - gn^2vV/h^{1/3} \quad \dots\dots\dots (3)$$

を用いる。ここに、 h ; 水深、 H ; 水位、 (M, N) ; 流量フラックス、 $V = (u^2 + v^2)^{1/2}$ であり、 (u, v) ; 鉛直平均流速、 g ; 重力加速度、 n ; Manningの粗度係数である。モデルの境界が固定でなくフロントとともに拡大するため上の差分式は湛水した格子にのみ適用される。また、低地盤格子の水位が隣合う高地盤格子の地盤高以下であれば段落ち流れとする。有堤越流の場合は差分・フロント・段落ちの3モードで計算できるが、河道と氾濫原の水深比が大きい無堤越流に対する差分計算は困難で、その際、越流公式を併用すると4モードになる。このように場が複雑な氾濫現象では非線形項の差分化も複雑となるため1次の風上差分が適切とされている⁴⁾。(2)式は leap-frog 形式でつぎのように表される。

$$(1 + FRIC + 2DIFF)M^{m+2} = (1 - FRIC - 2DIFF)M^m - 2\Delta t(HDX + XDX + XDY) + DIFF \cdot E^m \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\underline{h} = (h_{i-1,j} + h_{i,j})/2, \quad \underline{n} = (n_{i-1,j} + n_{i,j})/2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$V=4(M_{i,j}^2+N_{i,j}^2)^{1/2}/(2h^{m-1}+2h) \dots\dots\dots (6)$$

$$HDX=gh(H_{i,j}-H_{i-1,j})/\Delta x \dots\dots\dots (7)$$

$$XDX=\{(uM)_{i,j}-(uM)_{i-1,j}\}/\Delta x, \quad XDY=\{(vM)_{i,j}-(vM)_{i,j-1}\}/\Delta y \dots\dots\dots (8)$$

$$FRIC=2\Delta tgn^2V/h^{4/3} \dots\dots\dots (9)$$

$$DIFF=2\nu_h\Delta t/\Delta x^2, \quad E^m=M_{i-1,j}+M_{i+1,j}+M_{i,j-1}+M_{i,j+1} \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 m は時間ステップを表す。また、(4) 式には以下の考察のために水平粘性項を付加しており、 ν_h は水平渦動粘性係数である。ただし、簡単のため $\Delta x = \Delta y$ としている。(5)-(8) 式で下線をつけた量は Fig. 1 の領域の $M_{i,j}$ 点における代表値であり、 \underline{h} や \underline{n} は単純平均でよいが、 u と v の定義点が異なり、直交成分の評価が複雑であるので $\underline{N}_{i,j}$ や $\underline{v}_{i,j}$ は周辺4点の重み付き平均とする。(2) 式では、 $\nu_h = 0$ 、すなわち $DIFF = 0$ としたが、 XDX と XDY を (8) 式で上流差分するときは、つぎの数値粘性⁵⁾

$$(1/2)V\Delta x(1-A), \quad A=V\Delta t/\Delta x \dots\dots\dots (11)$$

が発生するために差分形式では $DIFF = 0$ とならない。ここで、底面摩擦に対する $DIFF$ の比

$$R=FRIC/(2 \cdot DIFF) \\ = (gn^2/h^{1/3})(\Delta x/h)/(1-A) \dots\dots\dots (12)$$

を考えると、解の精度を上げるためには $R > 1$ 、安定のためには $R < 1$ である。安定条件は Courant 数 $A < 1$ でよいが、氾濫計算では $A = 0.1 \sim 0.5$ 程度にとり、数値粘性を増すことで R を抑えることが多い。このため、格子長の小さい実験条件での計算などは時間と費用がかかる。

一方、 n によって数値解が変わる場合、数値粘性と底面摩擦が同程度であるから、 $R = 1$ とおくことで

$$gn^2/h^{1/3}=(h/\Delta x)(1-A) \dots\dots\dots (13)$$

$$n=\{(1-A)h^{4/3}/g\Delta x\}^{1/2} \dots\dots\dots (14)$$

を得る。例えば、 $\Delta x = 100$ m では、

$$n=0.035\sim 0.065 \quad \text{for } h=2\sim 5\text{m}, A=0.5 \dots\dots\dots (15)$$

が得られ、底面摩擦が卓越するので n は妥当な値になる。一方、 $\Delta x = 20$ m 程度の小格子系では数値粘性は減少するが、物理的な水平粘性が重要となり、

$$n=0.097\sim 0.180 \quad \text{for } h=2\sim 5\text{m}, A=0.25 \dots\dots\dots (16)$$

のように、同程度の安定性を得るのに大きな n の値を要することになる。すなわち、 n で決まる底面摩擦・数値粘性比により氾濫モデルの安定性と精度が支配される。氾濫流れのみ対象とする場合は、水平粘性効果を n に含ませることにより、かなりの一致度が得られるであろう。しかし、数値粘性と水平粘性の構成は格子長で異なり、特に移動床の問題では、格子長に応じた水平粘性を考慮して底面摩擦を正しく分離しなければならない。

いま、フロントや段落ちがない洪水のピーク付近の流況については差分式のみによる解法が可能である。Fig. 2 は 1983 年山陰豪雨災害時に典型的な無堤越流がみられた三隅川下河内地区における流速ベクトルおよび流速・水深の横断分布であり、いずれもピーク流量時における氾濫モデルの結果である。図より堤内地の平面流況は流れ関数で扱えることが予想され、横断分布の特徴は複断面流れと類似している。以下では、小格子系で重要となる水平粘性に基づく Reynolds 数の影響が知られている渦度モデルの適用を考える。

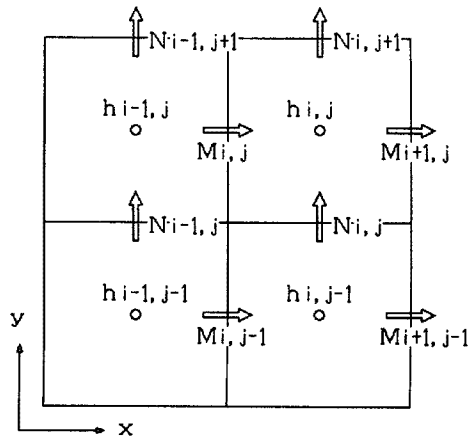


Fig. 1. Variables in the primitive model for overland flood flow.

2.2 渦度モデル

渦度モデルでは水深の時間変化は考慮しないが、氾濫モデルでも河川の一部区間を扱う場合は上・下流端水位を実測等と与え、水深が合うように流速場を計算していることを考えれば極端な単純化ではない。この方法は短時間で安定な流れが計算され、氾濫の侵食・堆積計算などにも適すると考えられる。

水深の時間変化を無視し、水平粘性を考慮すれば (1)-(3) 式は

$$\partial(uh)/\partial x + \partial(vh)/\partial y = 0 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} \partial u/\partial t + u\partial u/\partial x + v\partial u/\partial y = \\ -g\partial H/\partial x + \nu_h \nabla^2 u \\ -\tau_{bx}/\rho h \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial v/\partial t + u\partial v/\partial x + v\partial v/\partial y = \\ -g\partial H/\partial y + \nu_h \nabla^2 v \\ -\tau_{by}/\rho h \quad \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

となる。(18), (19) 式から渦度 $\omega = \partial u/\partial y - \partial v/\partial x$ について

$$\begin{aligned} \partial\omega/\partial t + u\partial\omega/\partial x + v\partial\omega/\partial y \\ + (\partial u/\partial x + \partial v/\partial y)\omega = \\ \nu_h \nabla^2 \omega - (\partial\tau_1/\partial y - \partial\tau_2/\partial x) \quad \dots\dots\dots (20) \end{aligned}$$

を得る。ここに、

$$(\tau_1, \tau_2) = (\tau_{bx}/\rho h, \tau_{by}/\rho h) \quad \dots\dots\dots (21)$$

は、抵抗則から

$$(\tau_1, \tau_2) = (gn^2/h^{1/3})(V/h)(u, v) \quad \dots\dots\dots (22a)$$

$$= (f/2)(V/h)(u, v) \quad \dots\dots\dots (22b)$$

と表せる。ただし、 f は摩擦損失係数である。

一方、(17) 式より流れ関数 ϕ または流量関数 Φ を用いて

$$u = \partial\phi/\partial y, v = -\partial\phi/\partial x \quad \dots\dots\dots (23)$$

$$uh = \partial\Phi/\partial y, vh = -\partial\Phi/\partial x \quad \dots\dots\dots (24)$$

が得られる。一方、(17) 式の関係をもとに (20) 式に用いると、渦度方程式はつぎのように表される。

$$D\omega/Dt = \nu_h \nabla^2 \omega - (\partial\tau_1/\partial y - \partial\tau_2/\partial x) + (\omega/h)(u\partial h/\partial x + v\partial h/\partial y) \quad \dots\dots\dots (25)$$

上式を流速および長さスケール U, L 、時間 L/U を用いて無次元化し、無次元変数をもとの記号を用いて表すと

$$D\omega/Dt = Re^{-1} \nabla^2 \omega + (G - F)\omega - (u\partial F/\partial y - v\partial F/\partial x) \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$F = fV/2h = (f/2)(u^2 + v^2)^{1/2}/h \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$G = (u\partial h/\partial x + v\partial h/\partial y)/h \quad \dots\dots\dots (28)$$

になる。ただし、 $Re = UL/\nu_h$ である。

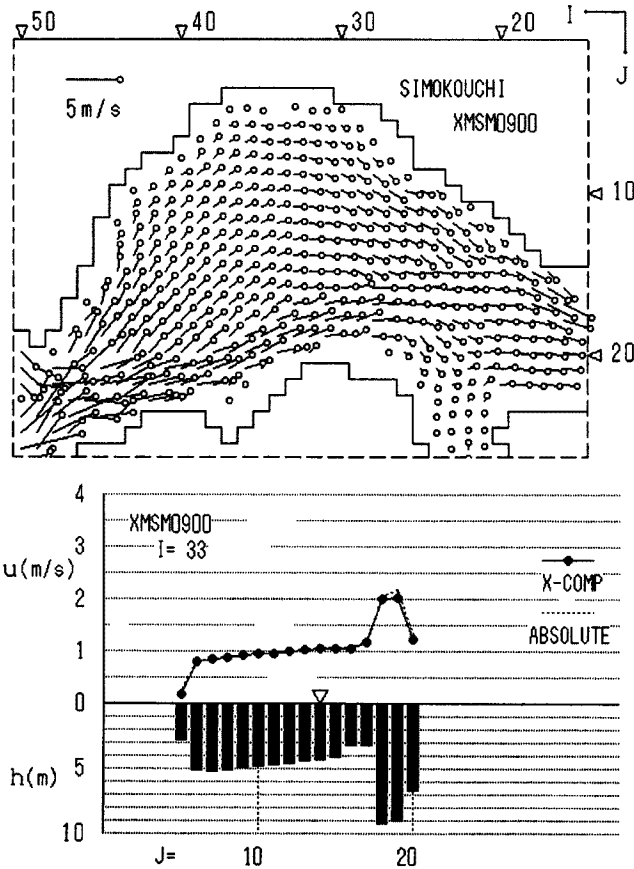


Fig. 2. Calculated results of the primitive model at the flood peak of 1983 flood in the Misumi River. (a) horizontal current vector pattern in Shimokochi. (b) transverse distribution of velocity and water depth at the cross-section (J=33).

(24) 式を用いる計算は水深変化も扱うことができ、流量フラックスの水平拡散により鉛直積分流量の横断分布は滑らかに解けるが、流速分布に換算すると河岸部付近に流速の極大値が現れ、段差の大きい鉛直護岸をもつ階段状地形では、必ずしも水理実験結果と一致しないことが知れた。少なくとも Fig. 3 の格子系の場合はそのようであったので、ここでは、層分割を行い、(23) 式の流れ関数を用いることにする。なお、この場合は水深が一定で (28) 式の $G=0$ であるから、底面摩擦に係わる (27) 式の F が支配的である。

渦度方程式の解法は標準的なもの⁵⁾とし、(26) 式 of 非線形項の差分化も、渦度モデルでしばしば用いられる⁹⁾ARAKAWA 法とした。流れ関数 ψ は

$$\omega = \partial u / \partial y - \partial v / \partial x = \nabla^2 \psi \dots\dots\dots (29)$$

を逐次近似法で解く。

2.3 境界条件と計算例

Fig. 3 には ψ と ω の境界条件も示している。堤内地を矩形領域で近似し、右岸の境界 $B_0(y=0)$ で $\psi=0$ 、左岸側の堤内地外周 B_2, B_3, B_4 で $\psi=\psi_0$ (一定) とする。また、上、下流端 B_1 および B_5 とも一樣流速で $\omega=0$ とする。側壁での渦度は滑り条件で ω_s 、滑りなし条件で ω_B と表し、 ω_B には安定な一次形式を用いる。これは壁面および壁から Δ だけ内側の流れ関数値をそれぞれ ψ_B, ψ'_B として

$$\omega_B = 2(\psi'_B - \psi_B) / \Delta^2 \dots\dots\dots (30)$$

で与えられる。

複断面流れに適用するために、Fig. 4 のように低水路を高水敷の河岸高さで 2 層に分割し下層流は等流として河床勾配と相当粗度 k_b で与え、上層内の流速分布のみ渦度方程式で計算した。すなわち、下層(河道)で対数則が成立つとして下層流量 Q_b を求め、全流量 Q からこれを差引いた上層流量 Q_f について上層流れを解く。ただし、上層厚は一定とし、高水敷の相当粗度を k_f とする。これは下層の等流解と上層の渦度方程式を結合したことになり、必要最小限のデータで構成される。

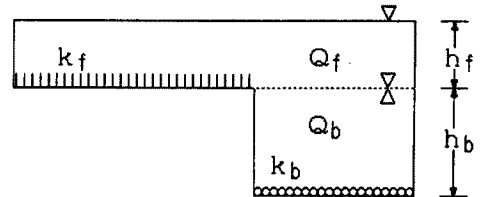


Fig. 4. Division into two layers of overland flood flow for the vorticity model.

Fig. 2 に示した下河内の洪水流量を想定し、氾濫モデルで得た下河内堤内地の水理量と水位—流量関係 (Fig. 5) を参考に渦度モデルの水深を決定した。Fig. 6 は、Fig. 5 における 3 時点の流量 (水位) に対して得られた渦度モデルによる上層の流速分布であり、流速は○、下層流速に対する比で表したものを●で示す。Q が 1,200 m³/s 以上の結果では、氾濫モデルによる Fig. 2 の流速分布とは異なり、堤内地の河道側に河道幅程度の拡散領域があり、河道の高流速が堤内地に及んでいる。堤内地粗度には稲を考慮し相当粗度 $k_f=0.4$ m を仮定したが、Q = 600 m³/s では堤内地水深 $h_f=0.75$ m で相対粗度が大きく、粗度が効く流れとなっている。

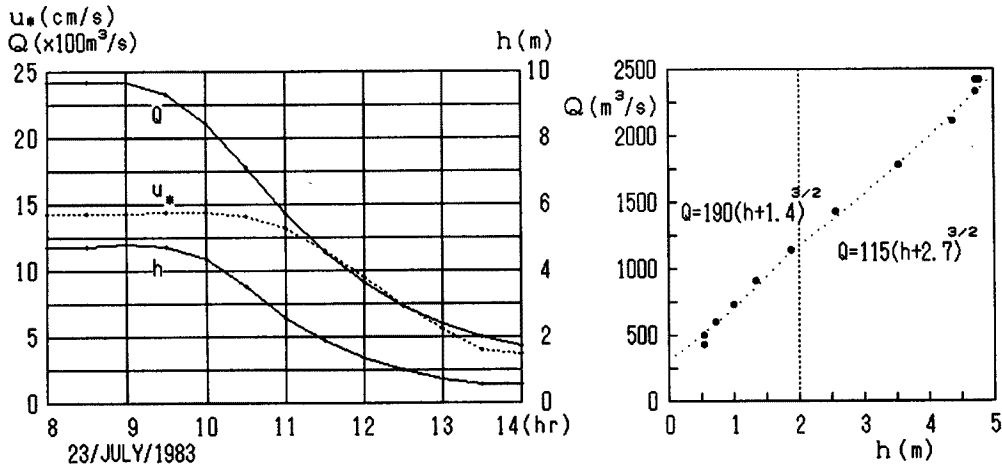


Fig. 5. Flood discharge given at the upstream and calculated friction velocity and water depth in Shimokochi in the primitive model for the 1983 flood.

Fig. 5では、 Q が $1,200 \text{ m}^3/\text{s}$ 以上で摩擦速度の変化が顕著でないが、河床の相当粗度 k_b すなわち下層流量を一定として解けば、水深が大きい滑面範囲では Q が変化しても上層流速はあまり変化しない結果を得た³⁾。一方、Fig. 6の結果は、各流量に対し k_b の値を調整して上、下層の相対流速が十分小さくなるように計算した。すなわち、上、下層境界面での抵抗は無視できると考えた。しかしながら、洪水では河床粗度も確かに変化するであろうが、上の計算で k_b を調節したことは、全流量に占める下層流量の割合の変化に対応するものであって、水面勾配の影響を考慮する意味が含まれていると考えられる。

いずれにしても、下河内堤内地の植生粗度高に対する水深の変化範囲は広範であり、抵抗則は滑面から完全粗面の範囲を含むことがわかった。すなわち、流速分布の計算結果の相違は相対粗度の変化によるものと解釈できる。しかし、計算例で示されたのは、流量と水深の関係が仮定された場合の氾濫モデルと渦度モデルの比較であり、つぎに渦度の無次元方程式がスケールによらないことを確認するため水理実験結果との比較を行う。

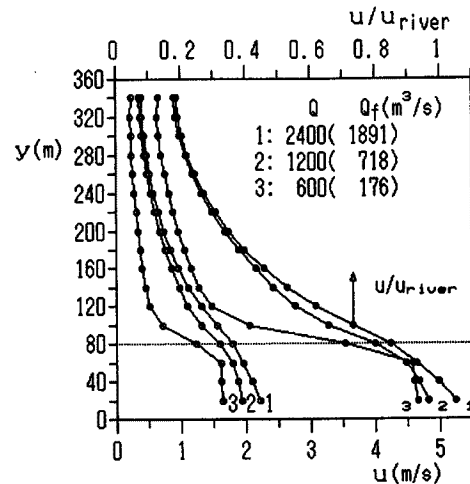


Fig. 6. Calculated results of lateral velocity distributions by the vorticity model under the condition shown in Fig. 5.

3. 複断面水路を用いた氾濫実験

無堤越流に伴う氾濫流れを流下距離の短い複断面流れと単純化して、水理実験と渦度モデルの結果を比較するとともに、河道と堤内地の粗度の相違が氾濫水の流動に及ぼす効果を明らかにし、植生の重要性を検討する。

3.1 実験の概要

実験に用いた水路は長さ2 m、幅25 cm（低水路10 cm、高水敷15 cm）である。Fig. 7に示すように、高水敷の上、下流端には流れと直交する鉛直壁を設け、流れが低水路のみから出入りするようにした。実

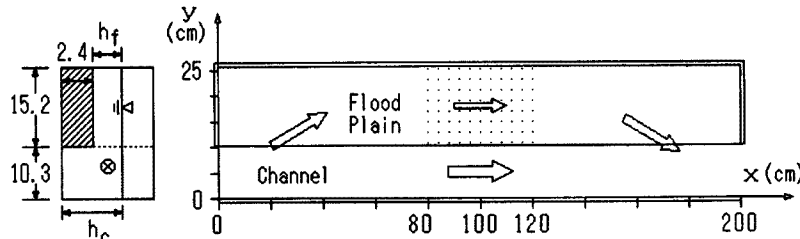


Fig. 7. Configuration of the short compound channel.

Table 1. Experimental conditions for the short compound channel flow

Run	S	Q (l/s)	h _c (cm)	h _r (cm)	ν (cm ² /s)	x (cm)	k (cm)
C1	0.0015	1.30	4.6	2.2	0.012	100	—
C2	0.0015	1.30	4.3	1.9	0.012	100	0.7
C3	0.0012	1.23	4.6	2.2	0.010	40~180	0.7
C4	0.0012	1.22	4.6	2.2	0.012	60~140	—

験条件を Table 1 に示す。植生を考慮した粗面のケースでは、植生粗度を模擬するために高水敷中央部の 40 cm 区間 (x = 80 ~ 120 cm) に径 2 mm、高さ 7 mm の塩ビ棒を 5 mm 間隔で千鳥状に配置した。

流速は径 3 mm のプロベラ流速計、流量はフローセルで測定した。実験 C1 および C2 は、中央断面 (x = 100 cm) に限り詳細な鉛直方向の流速分布の横断変化をみた。つぎに、流速横断分布の流下方向変化を調べるために、高水敷が粗面の C3 では 20 cm 間隔で 7 断面、滑面の C4 では 40 cm 間隔で 3 断面の流速分布を測定した。

3.2 流速の鉛直分布

Fig. 8 は実験 C1 と C2 における流速鉛直分布を示す。河道中央部の下層では流速分布が対数則に従うことは確認した。また、植生のない C1 の高水敷でも対数則は成立つようであったが、植生のある C2 の高水敷においては、ほぼ原点を通る (u = 0 at z = 0)、直線的な流速の鉛直分布がみられ、特に植生の高さより低い位置では、従来の結果と異なるように思われた。

例えば、Christensen⁷⁾ による植生上の流速分布は

$$u/u_* = \kappa^{-1} \ln \{29.7(z-k)/k_s + 1\} \dots \dots \dots (31a)$$

のように表され、ここに、u_{*} = (gR_fS)^{0.5}、R_f：高水敷の径深、k：植生の高さ (0.7 cm)、k_s：相当粗度、z：底面からの高さ、S；水路勾配である。なお、植生の高さ k より低い位置では u = 0 とみなされている。

一方、Temple⁸⁾ によれば、粗度要素内での流速は水面が粗度頂部に一致するときの流量流速 u₀ に等しいとして、植生上の流速分布

$$u/u_1 = u_0/u_* + \kappa^{-1} \{2(\eta_1 - \eta_2) + \eta_3 \ln \theta_1 + \eta_3 \ln \theta_2\} \dots \dots \dots (31b)$$

$$\theta_1 = (\eta_3 + \eta_1)/(\eta_3 - \eta_1), \theta_2 = (\eta_3 + \eta_2)/(\eta_3 - \eta_2)$$

$$\eta_1 = (1 - z/h)^{0.5}, \eta_2 = (1 - k/h)^{0.5}, \eta_3 = (1 - 0.94k/h)^{0.5}$$

が示されている。

今回の実験で得た植生上の流速分布についても、植生の高さより高い部分では (31 a), (31 b) 式のいずれの形にも適合させることができたが、植生の高さより低い部分では一致しなかった。ただし、本実験は水深・粗度高比 h/k = 3 程度と小さい場合に限られており、これについては、4. に述べる追加実験を行った後に考察する。

Fig. 8 にみられる全体的な特徴は以下のようなものである。粗面の C2 では高水敷の流速が小さく、低水路中央部の 4 測線の流速分布がよく揃っており、それらは河岸高さの位置で最大流速をとっている。一方、

C1では、高水敷の流速が横断方向にかなり変化し、特に河岸近くでは低水路に近い流速が生じている。低水路でも流速分布の横断変化が顕著であり、全体として滑らかな横断方向の流速勾配が水路幅全体で維持されている。これらは、Fig. 6でみた渦度モデルの結果と同様、高水敷が粗面および滑面の場合の特徴と理解される。

3.3 流速の横断分布

低水路の流速分布を高水敷高さの上、下層で鉛直平均した平均流速の差は、河岸部を除き、ほとんど認められなかった。C3とC4における全水深平均流速の横断分布をFig. 9に●で示した。これより、植生域とその直下流 (x=100, 120 cm) では、低水路と高水敷の流速差は大きい

が、高水敷内の流速の横断変化は小さく、植生上では横断方向の運動量交換が卓越すると考えられる。植生域の下流では横断流速分布が流れ方向に変わらず、植生のないC4ではC3に比べると高水敷の低水路寄りの流速が大きい拡散域がみられる。

実験と比較するための渦度モデルの計算では $\Delta x \neq \Delta y$ の非等方格子を用いたが、 ω と ϕ の境界条件は前章の計算の場合 (Fig. 3) とほぼ同様である。側壁における渦度は壁面 B_2 と B_4 、また B_3 のうち上流側の水平渦に接する逆流部のみで滑りなし条件とし、それ以外は滑り条件が適切であった。植生域は完全粗面とし、また河道部では下層との摩擦を考慮し一定の抵抗係数を与え、相対流速の大きさと向きを考慮した。河道部における下層流は勾配 $1/900$ 、河床は滑面として求め、上層の渦度方程式の流量を求めた。ここでは、低水路流れの流下変化を考え河道部の抵抗を考慮したので、上、下層境界面を下層径深の計算に導入した。

渦度モデルを実験条件に適用し、鉛直平均流速の横断分布を求めたのが Fig. 9の実線である。C4には $\nu_h = 8 \text{ cm}^2/\text{s}$ の一定値を用いて実験結果に近い計算結果が得られた。一方、高水敷に植生のあるC3の場合は、 $\nu_h = 4 \text{ cm}^2/\text{s}$ の一定値で河道・高水敷の流速比は概ね再現しているものの植生上の一様な流速分布は十分表せていない。

この実験条件は、プロペラ流速計による測定を有利にするために、流速がなるべく大きくなるように設定した。従って、上流端のフルード数は2.3節の計算例の2倍程度であり速度水頭が相対的に大きな条件である。試算の結果、上流フルード数が増すと解の空間的振動 (偶数、奇数断面の流量が交互に増減する特性) が顕著になった。実験では、エネルギー損失 (摩擦と急拡) による流下方向の水深変化がみられたが、計算では、この水深変化を考慮していない

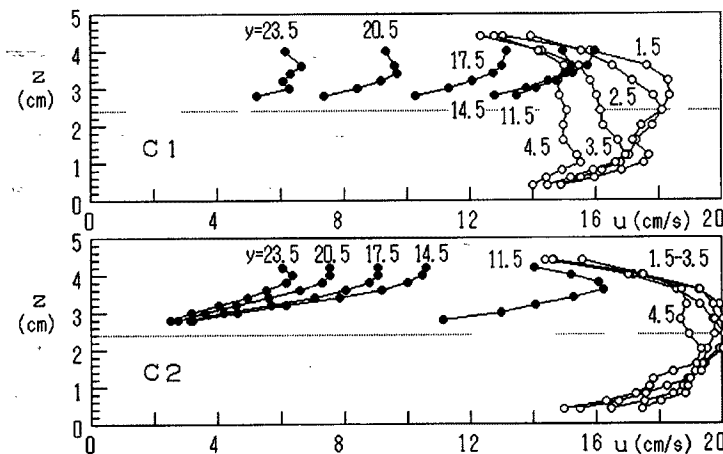


Fig. 8. Velocity profiles in the cross section for the experiments C1 and C2.

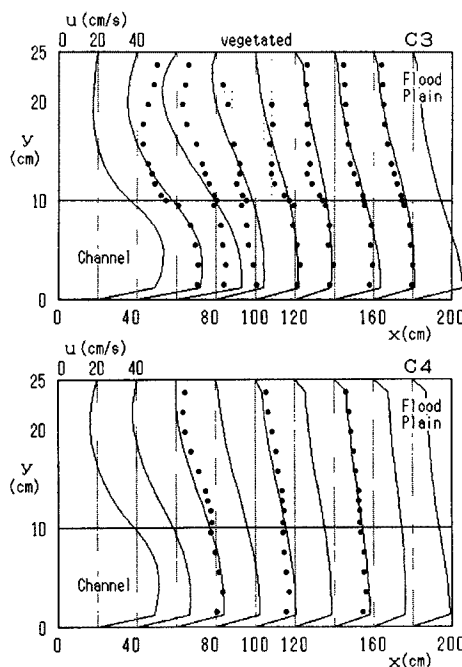


Fig. 9. Transverse distributions of the depth-averaged velocities measured in the experiments C3 and C4 and calculated by using the vorticity model.

ため上、下流端の境界条件が整合しないことが原因と思われる。このように、実験区間が短く水位差の測定が困難で、下流端水位を実測で与えることができない場合は、下流端条件を外挿して定常状態に至るまでの水深の時間変化を解くか、または、下流端の縮流がないとして計算すればより実際に近い解が得られるであろう。

4. 氾濫流れにおける植生の影響

4.1 実験の概要

3.と同じ装置を用いたが、水路部のみ幅15cmの単断面に変更した。水路中央の60cm区間に粗度域を設け、上下流側各70cm区間は滑面とした。Fig. 10に示すように、水路底から直角上向きに z 軸をとり、粗度高さを k 、代表水平間隔を s' （隣合う粗度列の間隔から粗度要素の直径を差し引いたもの）とする。実験S1は径2mmのアルミ製リベットを $k=10$ mm、5mm間隔で千鳥状に配置した($s'=3$ mm)。流量を一定に保って水深を3段階変えた場合の流速分布（粗度域中央、 $x=100$ cm）をFig. 11(a)に示す。 h が大きいき粗度要素内では流速が様な部分が残るが、 h が小さくなると直線分布に近づく。直線的分布の明瞭なS1(3)とほぼ同じ実験条件で、流速分布の流下変化をみたのがS2である(Fig. 11(b))。最上流での滑面の分布を除く下流側4断面の流速分布にみられる変化は小さい。水深をさらに下げたS3(Fig. 11(c))では水深の流下方向変化が顕著になっている。最後に、同じリベット径(2mm)で、高さと同隔を2倍($k=20$ mm, $s'=8$ mm)にしたS4の結果をFig. 11(d)に示す。S4では k に対して流下距離が小さく、このような高い植生の場合には(31b)式のTemple型の分布に近いことがわかる。

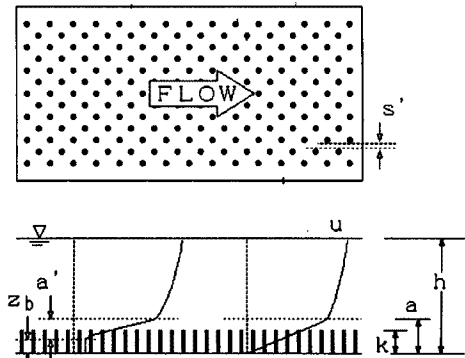


Fig. 10. Schematic view of the roughness simulating vegetation and typical velocity profiles in and over the roughness.

水路長が短く植生上での流速分布が平衡状態になっているかどうかの判定は困難であるが、以上の図からわかるように、平衡状態では直線的流速分布が期待される。直線分布の領域の高さ a は、本実験範囲では $a=(1.5\sim 2)k$ の程度であった。なお、Table 2には実験条件とともに摩擦速度等の諸量も示しているが、これらは、次項に述べる流速分布の壁法則を仮定して求めている。

4.2 流速鉛直分布

直線分布域の高さ a と粗度間隔 s の比 $a/s=\lambda$ と表す。 $\lambda < 1$ のときは渦動粘性係数 ν_v が底面上距離 z に比例するが、 $\lambda > 1$ では、 ν_v は z によらないと考える。すなわち、 $\lambda > 1$ では、粗度間隔 s を代表長とする一定の渦動粘性係数に支配される擬似層流の直線分布であるとし、これが、擬似的粘性底層を導入したつぎの壁法則で表せると考える。

$$u/u_* = u_* z / \nu_v \quad \text{for } 0 \leq z \leq a \quad \dots\dots\dots (32a)$$

$$u/u_* = \kappa^{-1} \ln(u_* z / \nu_v) + 5.5 \quad \text{for } a \leq z \leq h \quad \dots\dots\dots (32b)$$

バッファ層を無視すると、(32a)、(32b)式の接続は

$$u_* a / \nu_v = 0.111 \exp \lambda \quad \dots\dots\dots (33a)$$

の関係で表され、 $\nu_v = \kappa u_* s$ に対して

$$\kappa = 9\lambda \exp(-\lambda) \quad \dots\dots\dots (33b)$$

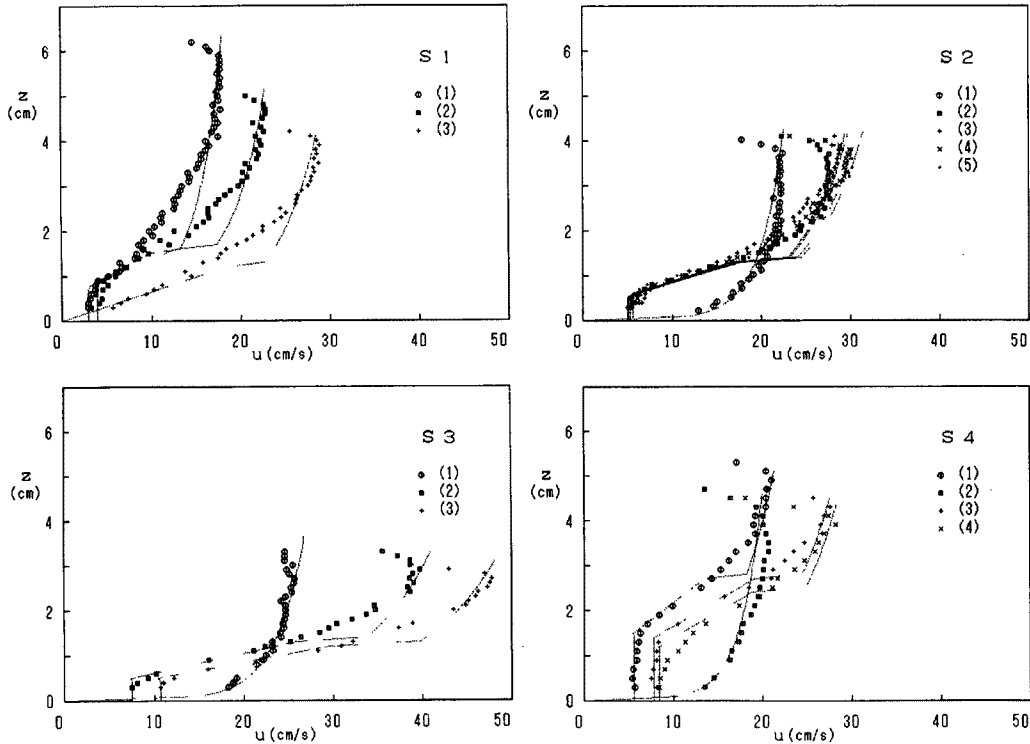


Fig. 11. Velocity profiles on the vegetated channel.
(a) S1, (b) S2, (c) S3 and (d) S4.

Table 2. Experimental condition for the vegetated channel flow.

Run	x (cm)	h (cm)	k (cm)	s (cm)	U (cm/s)	Fr	Re	λ	a (cm)	k_s (cm)	f	u_* (cm/s)	ν_v (cm ² /s)	z_b (cm)
S1(1)	100	6.40	1.00	0.33	12.75	0.161	7697	3.485	1.150	1.056	0.017	1.204	0.159	0.450
S1(2)	100	5.20	1.00	0.33	15.40	0.216	7554	3.455	1.140	1.079	0.019	1.583	0.209	0.500
S1(3)	100	4.50	1.00	0.33	21.21	0.319	9004	3.667	1.210	0.927	0.018	2.019	0.266	0.000
S2(1)	70	4.30	1.00	0.03	20.29	0.313	7720	0.046	0.001	0.034	0.006	1.096	0.011	0.000
S2(2)	85	4.20	1.00	0.33	20.85	0.325	7818	3.455	1.140	1.079	0.021	2.125	0.280	0.250
S2(3)	100	4.20	1.00	0.33	20.42	0.318	7795	3.394	1.120	1.127	0.021	2.103	0.278	0.250
S2(4)	115	4.10	1.00	0.33	21.10	0.333	7726	3.364	1.110	1.151	0.022	2.201	0.290	0.250
S2(5)	130	4.20	1.00	0.33	21.18	0.330	8015	3.242	1.070	1.253	0.022	2.242	0.296	0.250
S3(1)	70	3.70	1.00	0.03	23.51	0.390	7981	0.046	0.001	0.034	0.006	1.295	0.011	0.000
S3(2)	100	3.30	1.00	0.33	28.03	0.493	8258	3.424	1.130	1.103	0.024	3.053	0.403	0.180
S3(3)	130	3.10	1.00	0.33	33.86	0.614	9630	3.576	1.180	0.990	0.023	3.629	0.479	0.120
S4(1)	100	5.50	2.00	0.64	13.41	0.183	6588	3.266	2.090	2.391	0.029	1.683	0.431	0.660
S4(2)	70	4.60	2.00	0.03	18.17	0.271	7600	0.046	0.001	0.035	0.006	0.973	0.011	0.000
S4(3)	100	4.50	2.00	0.64	17.29	0.260	7072	3.438	2.200	2.119	0.030	2.222	0.569	0.500
S4(4)	130	4.40	2.00	0.64	18.30	0.279	7320	3.313	2.120	2.314	0.031	2.276	0.583	0.280

を得る。(33) 式で $\lambda \rightarrow 0$ の場合を考えると、 $\nu_v = \nu$, $a = \nu / 9u_*$, $\exp \lambda = 1$ の滑面条件に一致する。対応する (33 b) 式の解は $\lambda = 0.0465$ であり、もう一つの解 $\lambda = 4.65$ が、植生のある場合の平衡状態の流速分布を表す形式的な壁法則に対応する。

(32 b) 式と同式で $z = a$ とした場合の差をとり、(32 a) 式も用いると

$$u/u_* = \kappa^{-1} \ln(z/a) + \lambda/\kappa \dots\dots\dots (34a)$$

であり、さらに

$$a = \gamma k_s \dots (34b)$$

と、粗面型の数則と比較することにより、

$$\gamma = \exp(\lambda - 8.5\kappa) \dots (34c)$$

を得る。これから、 $\lambda = 0.0465$ で $\gamma = 1/30$, $\lambda = 3.4$ で $\gamma = 1$, さらに $\lambda = 4.65$ では $\gamma = 3.5$ であることがわかる。実験では

$$a = (1.5 \sim 2.0)k \dots (34d)$$

であったので、 $\lambda = 4.65$ の場合には、(34b), (34d) から

$$k = 2k_s \dots (34e)$$

であるといえる。

Fig. 11 には、実験の流速分布の傾向を説明するように、渦動粘性係数 $\kappa u_* s$ を用いて (32 a), (32 b) 式に適合させた曲線も示している。s には、形状的に求まる s' と同じ程度の値を仮定した (Table 2)。直線分布の領域の高さ a と s から λ を求めるが、 λ が 4.65 を越える場合は $\lambda = 4.65$ とする。つぎに (34 c) 式の γ を用いて相当粗度を求め、粗面型の抵抗係数と鉛直平均流速 U から摩擦速度 u_* を求めた。底面近くに流速が一樣な層がみられる場合も、Fig. 10 に示すように z_b と a' を定義し、a として a', (32 a), (32 b) 式の z に $(z - z_b)$ を用いて、Table 2 のパラメータを決定した。

このように推定した u_* を用いれば、Fig. 12 に示すように、(32 a), (32 b) 式の壁法則で表示できることがわかる。図中 $u_* z / \nu_v > 30$ のデータは S2 ~ S4 に 1 ケースずつ測定した滑面の流速分布であり、この場合は ν_v ではなく動粘性係数を用いている。

(32) 式を積分すると

$$U/u_* = \kappa^{-1} \ln(h/a) + (1-a/h) \{4.5 + \kappa^{-1} \ln(\lambda/\kappa)\} + a\lambda/2\kappa h \dots (35)$$

を得る。流速係数は a/h と $\lambda = a/s$ に支配されるが、a は

比較的容易に評価できるので、 λ , すなわち s の評価に依存する。Fig. 13 に示すように、 λ によって流速係数が大きく変化し、その値により流れの状態が理解される。図には、実験の流速分布から得た推定値を示しているが、相対水深の小さい S3 の流速分布がかなり平衡状態に近いことは λ の値が大きいことから理解される。また、 $k = 2 \text{ cm}$ とした S4 の流速係数は他のそれより小さく、抵抗係数が粗度形状で決まることが確認される。

パラメータ λ は、特定の高さ a における、粗度がない場合とある場合の渦動粘性係数の比を表しており、その逆数が粗度による有効掃流力の減少率を表すといえる。

4.3 濃度鉛直分布

気象学の相似理論によれば流速分布と同じ壁法則が濃度分布について期待される。すなわち、

$$(c_b - c)/c_* = u_* z / \beta \nu_v \quad \text{for } 0 \leq z \leq a \dots (36a)$$

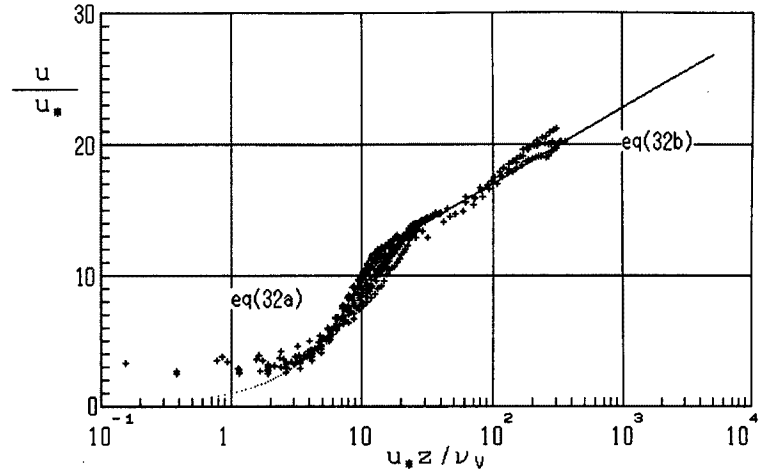


Fig. 12. A formal wall law by using the constant eddy viscosity due to the roughness spacing.

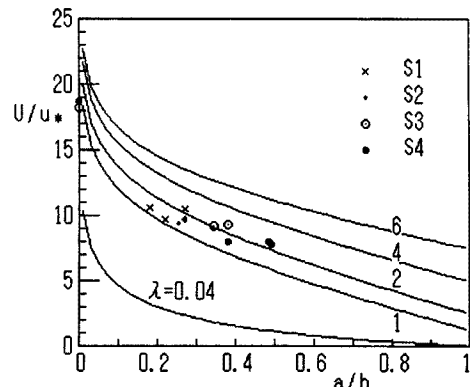


Fig. 13. Variation of the velocity coefficient.

$$(c_b - c) / c_* = \kappa^{-1} \ln(u_* z / \beta \nu_s) + B_s \quad \text{for } a \leq z \dots\dots\dots (36b)$$

とする。ただし、

$$u_* c_* = \omega_s c_a \dots\dots\dots (37)$$

$$c_b = (1 + \lambda \chi) c_a \dots\dots\dots (38)$$

$$\chi = \omega_s / \beta \kappa u_* \dots\dots\dots (39)$$

である。ここに、 c_b ；底面濃度、 c_a ； $z=a$ における濃度、 ω_s ；砂の沈降速度を表す。(37)式で定義される濃度 c_* は摩擦速度、摩擦温度などと同様に摩擦濃度と呼ぶこともできよう。(36 a), (36 b) 式の接続を考えると

$$c/c_a = 1 - \beta \chi \ln(z/a) \quad \text{for } 0 \leq z \leq b \dots\dots\dots (40a)$$

となるが、 $c < 0$ となるときは

$$c = 0 \quad \text{for } b \leq z \leq h \dots\dots\dots (40b)$$

と置き換える。(40 a) 式で $c = 0$ となる高さは

$$b = a \exp(1/\beta \chi)$$

と書ける。

従来の濃度分布式は基準点高さを水深のある割合と定めるのに対し、(40 a) 式の分布では粗度に関係づけ、植生の効果 λ は c_a と a に含まれる。実際の基準点濃度は $z = 0$ における c_b であり、これに対する相対濃度は、(40 a) 式の場合、

$$c/c_b = (1 + \lambda \chi)^{-1} \{1 - \beta \chi \ln(z/a)\} \quad \text{for } 0 \leq z \leq b \dots\dots\dots (40c)$$

と書ける。 χ をパラメータとする (40 c) 式の濃度分布を

Fig. 14 に示した。植生粗度で $\lambda = 4.65$ の場合の濃度値は、砂粒粗度の $\lambda = 1$ の場合の $1/2 \sim 1/3$ 程度と小さく、浮遊砂の存在する χ の上限は $0.5 \sim 1$ の程度である。

(40 a), (40 b) 式を積分し、平均濃度 C の式を求めると、 $b > h$ のとき

$$C/c_a = 1 + \beta \chi - \beta \chi \ln(h/a) + \chi(\lambda/2 - \beta)(a/h) \dots\dots\dots (41)$$

$b < h$ については

$$C/c_a = \{\beta \chi \exp(1/\beta \chi) + \chi(\lambda/2 - \beta)\}(a/h) \dots\dots\dots (42)$$

となり、濃度分布の補正係数 K は (41), (42) 式の逆数

$$K = c_a / C \dots\dots\dots (43)$$

で表される。一方、Rouse 型および Lane・Kalinske 型の濃度分布に対する補正係数は次式のように与えられる。

$$K_1 = (h/2d)(\omega_s/0.48u_*) \dots\dots\dots (44)$$

$$K_2 = 15(\omega_s/u_*) / \{1 - \exp(-15\omega_s/u_*)\} \dots\dots\dots (45)$$

ここに d は浮遊砂の粒径である。**Fig. 15** は各分布の補正係数と χ の関係を、 a/h をパラメータに比較したものである。 $a = d$ の仮定で比較すると重要な χ の範囲 $\chi = 0.1 \sim 0.5$ 程度においては、(43) 式の K は (44) 式の K_1 とかなりよく一致している。また、 K は $\chi = 1$ 付近に極大値をもち、 χ の大きい範囲に向かって減少し、掃流砂への遷移の傾向を表している。

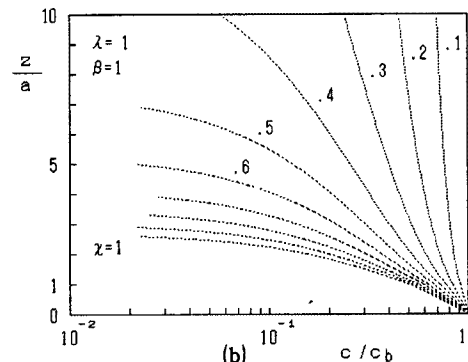
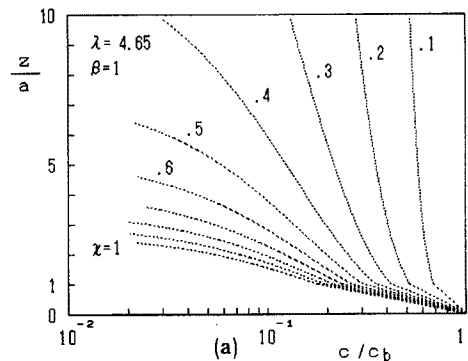


Fig. 14. Profiles of the relative concentration.
(a) roughness of vegetation
(b) roughness of sediment.

5. 土砂堆積過程

水田に利用されていた下河内堤内地には粒径が 20 ~ 360 μm の微細土砂が 20 ~ 40 cm も堆積し、農地と作物に大きな被害を与えた。流砂を考慮した氾濫モデルによる解析²⁾では、洪水流況と掃流砂礫による地形変化はほぼ再現されたが、浮遊砂堆積量は過小評価となり、その取扱いに問題を残した。このときの解析では堤内地の植生（稲）の影響を考慮してなく、災害当時 40 cm 程度に生育していた水稻は上河内の砂礫堆積域では倒壊埋没したが、下河内の細砂堆積域では洪水後も稲は直立しており、堆積した泥の間から先端がみえた。下河内では、稲のために有効掃流力が減少し、植生上の浮遊砂は純沈降過程に近く、稲の高さと等しい堆積が完了すると植生の効果がなくなり、有効掃流力が再び増加したと推察できる。

5.1 計算方式

土砂の氾濫計算では、河床と浮遊砂濃度の時間変化に対してつぎの式を用いた。

$$\partial z_b / \partial t + (1 - \mu)^{-1} \{ \partial q_{Bx} / \partial x + \partial q_{By} / \partial y + \omega_s (C_A - KC) \} = 0 \quad (46)$$

$$\partial C / \partial t + u (\partial C / \partial x) + v (\partial C / \partial y) = \omega_s (C_A - KC) / h \quad (47)$$

ここに、 z_b ；地盤高、 μ ；空隙率、 u_{*e} ；有効摩擦速度、 u_{*c} ；砂の移動限界摩擦速度、 σ ；水中比重、 q_{Bx} 、 q_{By} ；掃流砂量の x 、 y 成分である。

基準点高さ A_0 (= 0.02 h) における濃度 C_A には、河床材料中央粒径 D_{50} および動粘性係数 ν を用いて、つぎの van Rijn 式⁹⁾

$$C_A = 0.015 D_{50} T^{1.5} / (A_0 D_*^3) \quad (48)$$

$$D_* = D_{50} (\sigma g / \nu^2)^{1/3} \quad (49)$$

$$T = (u_{*e} / u_{*c})^2 - 1 \quad (50)$$

を適用し、また K には Rouse 式に基づく (44) 式を用いた。一方、上流端での流入濃度は流量 Q に比例するとし、

$$C_{0i} = 10^{-5} f_i Q \quad (51)$$

$$f_i = (1 / \omega_{si}) / \sum (1 / \omega_{si}) \quad (i = 1 \sim 5) \quad (52)$$

$$d_1 = 18, d_2 = 61, d_3 = 120, d_4 = 190, d_5 = 360 \quad (\mu m) \quad (53)$$

のように与えた。

下河内堤内地の場合、植生内の流速が急激に減少し、浮遊砂は巻上げのない純沈降過程 ($C_A = 0$) で堆積したと仮定し、ピーク前の 8 時から 30 分毎の流量 Q (すなわち (51) 式の流入濃度) と氾濫モデルで得た下河内堤内地の水深および摩擦速度 (Fig. 5) を用い堆積計算を行った。純沈降過程とすれば、8 時から 14 時までの合計堆積量は約 20 cm となり、6 時間程度の冠水により実測された堆積がおこりうるということがわかった³⁾。ただし、堆積による水深の時間変化は考慮していないので、有効掃流力が再び増加して堆積が停止する過程は計算されなかった。

5.2 堆積速度の表示と堆積過程

純沈降過程においては、粒径の相違は K のみに現れることになるが、 $C_A \neq 0$ である一般の沈降過程では、 K と C_A をどのように与えるかが問題となる。いま、上流側の平衡濃度分布 (変数に添字 0 を付け

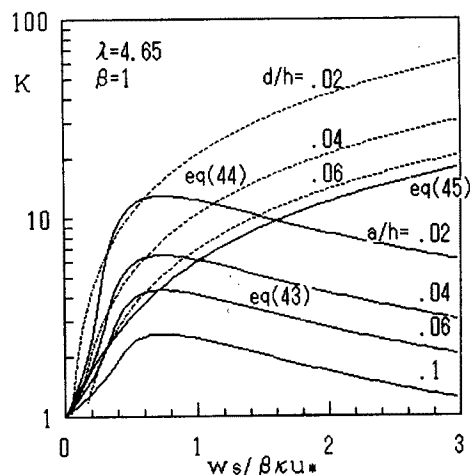


Fig. 15. Profile coefficients calculated from the three types of concentration profile.

る)をもつ流れが下流の粗度域に流入し、植生上の平衡濃度分布に遷移する場合を考える。二つの平衡濃度分布のそれぞれの C_A に (38) 式の C_o を用いると、この粗度変化部における ω_s で無次元化した堆積速度は

$$\omega_s^{-1} \partial z_b / \partial t = (\lambda \alpha_o - \lambda \chi) / \{(1 + \lambda \chi)(1 + \lambda \alpha_o)\} \quad \dots\dots\dots (54)$$

のように表示される。ただし、

$$(1 - \mu)^{-1} c_b = \xi \quad \dots\dots\dots (55)$$

とし、均一粒径では $\xi = 1$ とする。上式で $\lambda \alpha_o \rightarrow 0$ の場合は滑面で、しかも一様な濃度分布に対応し、

$$\omega_s^{-1} \partial z_b / \partial t = -\lambda \chi / (1 + \lambda \chi) \quad \dots\dots\dots (56)$$

と近似できる。植生效果 $\lambda \chi$ が大きければ、堆積速度が ω_s に近い純沈降過程に対応する。Fig. 16 (a) は $\Lambda_o = \lambda \alpha_o / \lambda \chi$ をパラメータとし、 $\lambda \chi$ と無次元堆積速度の関係を示している。 Λ_o が 0.2 以上では $\lambda \chi = 1 \sim 3$ の範囲に堆積速度のピークがある。一方、Fig. 16 (b) は上流側の $\lambda \alpha_o$ と下流側平均流速および水位が時間的に変化しない場合を考え、 λ の減少、すなわち植生の埋没により Λ_o が増大するような堆積過程を調べたものである。下河内堤内地の浮遊砂堆積を考え、(53) 式の 5 種の粒径を用いた。なお、これらの粒径の沈降速度 $\omega_s = 0.029 \sim 4.5$ cm/s の範囲である。

堤内地の氾濫水深は 2 m、平均流速は 1 m/s、 $\beta = 1$ 、 $k = 40$ cm、 $s = 4$ cm とした。植生高さ k を $J \cdot N$ 分割 (J : 粒度区分数、 N : ステップ数) した微小厚さ $\Delta z_b = k / JN$ ずつ堆積していくとすれば、各時点の k は既知である。ただし、一つの時分割の間には、第 i 粒径のみ堆積すると考える ($\xi = 1$)。さらに、 $a = k$ と仮定し、Table 2 の水理量を求めたのと同じ方法により λ 、 γ 、 k_s から、 u_* と χ を推定することによって Λ_o を求め、植生が徐々に埋没する段階における堆積速度を計算する。この速度で Δz_b の堆積に要する時間を積分し、洪水の持続時間と比較して堆積が現実起こった可能性を検討した。各粒径 N 回の堆積により均等な粒度分布が得られ、また、 Λ_o が 1 に近づいて堆積は停止する。図では●が各ステップにおける堆積を示し、時間が経過し Λ_o が増大するに従って、間隔が離れていく。各粒径とも $\Lambda_o = \lambda \alpha_o$ 、すなわち、 $\lambda \chi \approx 1$ 程度の段階で効率的に堆積し、この値が維持できなくなると急激に堆積速度は減少する。計算の結果 38 cm の堆積が約 3 時間で起こりうることを示され、植生の効果が検証された。

6. 結 論

無堤越流に代表されるような地形変化が顕著な場合、氾濫モデルでは、水平粘性や粗度係数の調節が課題であると考え、こうした流れを安

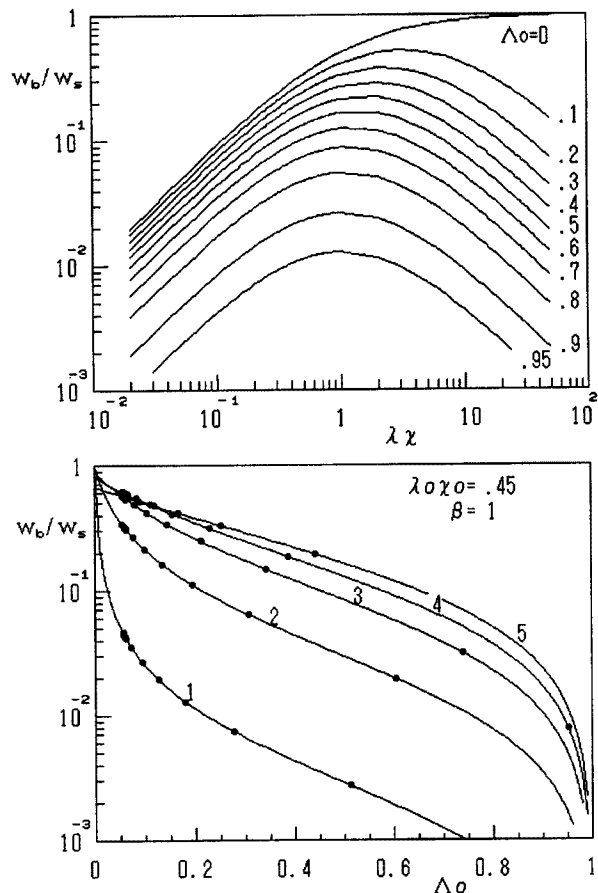


Fig. 16. (a) Nondimensional velocity of sediment deposition and (b) Example sedimentation process of fine sediment.

定に解く渦度モデルを適用して水理実験結果とも比較することで、堤内地の粗度が短い複断面流れに及ぼす影響を考察し、また植生上の流速・濃度の鉛直分布と堆積速度を表示した。得られた結果を以下に要約する。

氾濫モデルにおける底面摩擦・数値粘性比について考察し、小格子の特に移動床問題では、水平粘性も考慮して、底面摩擦を適正に評価することが重要であることを示した。水平粘性を考慮し、安定な渦度モデルを、無堤河川の単純な堤内地形に適用した。水深一定として扱うために流れを2層分割して下層は等流とし、渦度方程式は上層流れに適用した。堤内地が粗面および滑面の場合の横断流速分布を比較し、氾濫流れでも河道と堤内地の粗度の相違が重要であることを示した。

無堤部の氾濫流れをモデル化した水路長の短い複断面水路実験を行い、高水敷の植生による横断流速分布の流下方向変化の特徴を見出した。 v_h の分布や流出入条件の非対称性に伴う解の空間的振動等について、今後の問題を残したが、渦度モデルにより複断面流れの計算が可能であった。堤内地が粗面および滑面の場合の横断流速分布の特徴は、現地を想定した上述の計算と同様であった。しかし、植生上の流れについては既往の分布形と異なる部分があった。

以上の計算と実験では、氾濫流れと浮遊砂の堆積に対して、植生効果が重要であることが示された。これについて検討するための実験を行い、植生上での平衡状態における直線的な流速分布が、植生間隔を代表長とする渦動粘性係数に基づく形式的な壁法則で近似できることを示した。相似性の仮定から濃度分布式を表示し、その基本的性質を検討した。これらから微細粒子にも適用可能な堆積速度を表示して堆積過程を検討し、植生を考慮すれば災害時の堆積量が説明されることがわかった。

参 考 文 献

- 1) 岩佐義朗・井上和也・水鳥雅文: 氾濫水の水利に関する数値解析, 京大防災研年報 23 B-2, 1980, pp.305-317
- 2) 村本嘉雄・藤田裕一郎・大久保賢治: 洪水氾濫による堤内地の侵食と堆積, 京大防災研年報 27 B-2, 1984, pp.133-160.
- 3) 大久保賢治・村本嘉雄・李 智遠: 洪水氾濫モデルに関する二, 三の考察, 第33回水理講演会論文集, pp.337-342.
- 4) 井上和也: 開水路非定常流の数値計算法とその水工学への応用に関する研究, 京大学位論文, 1986.
- 5) 高橋亮一他訳: コンピューターによる流体力学 (P. J. Roache 著), 構造計画研究所, 1978.
- 6) Speziale, C. G.: Numerical study of viscous flow in rotating rectangular ducts, J. Fluid Mech., Vol. 122, 1982, pp. 251-271.
- 7) Christensen, B. A.: Open Channel and Sheet Flow over Flexible Roughness, Proc. 21 st IAHR, 1985, pp. 511-518.
- 8) Temple, D. M.: Velocity Distribution Coefficients for Gross-Lined Channels, J. H. E., ASCE, Vol. 112, No. 3, 1986, pp. 193-205.
- 9) Rijn, L. C.: Sediment Transport Part II, Suspended Load Transport, Proc. ASCE, Vol. 110, HY11, 1984, pp. 1613-1641.