

裸地蒸発量のモデル解析とその実証的研究

池淵 周一・土谷 史郎・久保 和幸・光田 寧

NUMERICAL MODEL OF EVAPORATION FROM BARE SOIL AND ITS VALIDATION BY FIELD EXPERIMENT

By *Shuichi* IKEBUCHI, *Shiro* TSUCHIYA, *Kazuyuki* KUBO and *Yasushi* MITSUTA

Synopsis

Ikebuchi et al. (1988) has proposed formulas to estimate the amount of daily and half-daily evaporation from bare soil by the use of a lysimeter at Uji ground. But it is difficult to study evaporation in shorter time-interval, considering the accuracy of the lysimeter.

So, in this paper, we formulate fundamental equations system to know how the amount of evaporation is influenced by the moisture and heat change with time and space or other parameters. Then we make numerical analysis using observed data and finally, analyze sensitivity of parameters, such as hydraulic conductivity, to evaporation and other outputs of the model.

1. はじめに

京都大学防災研究所水資源研究センターでは、暴風雨災害部門と共同で地空間相互作用実験場に大型ライシメータをはじめとする各種観測機器を整備し、地表・大気系の熱および水の移動過程に関する現地実験的研究を実施しており、(観測システムの詳細については文献1を参照されたい)、その一つの重要な評価値に蒸発量を取り上げている。この実験場は裸地であり、裸地からの蒸発量を観測することとなる。既に池淵らは、日および半日単位での実用的なモデル構成に焦点をあて、大型ライシメータから得られる蒸発量とその他の観測機器から得られる気象・水文データを元に統計的分析を行なうことにより、裸地からの蒸発量と他の気象要素との相関関係を明らかにし、水面蒸発量推定式として広く知られているペンマンの式と得られた気象要素の一つである地表面土壌水分量を組み合わせることによって、裸地蒸発量推定式を提案している¹⁾。この方法はその後のデータ蓄積も加え有効性を高めている。

ところで、降雨を伴う場合や短い時間単位では、大型ライシメータの観測精度からこうした観測的・統計的研究は困難となる。そこで本研究では、地表・大気系における水分や熱の空間的・時間的变化、あるいはその中の様々なパラメータが蒸発量にどのような影響を及ぼすのかを明らかにするために、物理的根拠を持った基礎方程式系を構成するとともに、その数値解析を試み、観測で得られた気象・水文データとの対比による実証的研究を展開する。すなわち土壌中の水分や熱の移動については、De Vries (1958) が土壌内の水分移動および熱移動を同時に連立して記述する基礎方程式を誘導しているので、本研究ではその基礎方程式を土壌中の基礎式として採用し、差分展開することにより数値解析モデルを構成する。実際のデータを用いて長期間にわたり連続してシミュレーションを行なうために地表面の境界条件に大気の安定度、降雨の侵入を考慮に入れた式系を構成する。

以下、本研究の内容を概説すると、第2章では観測的研究を補う意味での数値解析モデルの基礎方程式および境界条件を構成する。第3章においてその数値解析モデルの解法を述べ、第4章ではモデルの適用結果とそれに対する考察を述べる。最後に、第5章では本研究の取りまとめを行なう。

2. 数値解析モデルの基礎方程式

2.1 基礎方程式

本研究で用いるモデルの基礎方程式は、Philip and de Vries (1957)²⁾、De Vries (1958)³⁾ の方程式にもとづいており、土壌内における熱と水分の流れを拡散方程式型の連立偏微分方程式によって表わしている。土壌中の水分量を表わす指標として θ (water volume/total volume; cm^3/cm^3) を定義し、以下、土壌水分量と呼ぶ。土壌水分量は液水と水蒸気の和と考え、 $\theta = \theta_a + \theta_v$ と定義する。 θ_a 、 θ_v はそれぞれ液水、水蒸気の土壌水分量であり、 θ_v は凝結した状態でのものとする。また、土壌内の温度を地温 T (Kelvins) とする。土壌水分量と地温に関するフラックス (流束) はそれぞれ水分フラックス q_m 、熱フラックス q_h と呼ぶことにする。

水分フラックスと熱フラックスは、両者ともに地温と土壌水分量のプロファイルに起因されるものであるため、 θ と T が連立された方程式になっている。水分フラックス q_m ($\text{g}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$) は、土中での水分フラックスを液水のフラックス q_l と水蒸気のフラックス q_v に分離して、次のように与える。

$$\frac{q_l}{\rho_l} = -D_{\theta l} \nabla \theta_l - D_{Tl} \nabla T + Ki \dots \dots \dots (1)$$

$$\frac{q_v}{\rho_v} = -D_{\theta v} \nabla \theta_v - D_{Tv} \nabla T \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 D は拡散係数であり、サフィックスの l 、 v はそれぞれ液水、水蒸気という意味をもち、 θ は等温での τ は非等温 (温度勾配による拡散係数) でのという意味をもつ。 K は不飽和透水係数 (cm/s)、 i は鉛直方向の単位ベクトルであり、重力の方向に正とする。(1)、(2) を合わせると水分フラックスは次式のように得られる。

$$\frac{q_m}{\rho_l} = -D_{\theta} \nabla \theta - D_T \nabla T + Ki \dots \dots \dots (3)$$

一方、熱フラックス q_h ($\text{cal}/\text{cm}^2 \cdot \text{s}$) は次のように与える。

$$q_h = -\lambda \nabla T - \rho_l L D_{\theta v} \nabla \theta_v + c_l (T - T_0) q_m \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 λ は見掛けの熱伝導率 ($\text{cal}/\text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{K}$)、 ρ_l は液水の密度 (g/cm^3)、 L は気化熱 (cal/g)、 c_l は液水の比熱 ($\text{cal}/\text{g} \cdot \text{K}$)、 T_0 は基準温度 (273 K) である。

さらに、連続式は以下のように与える。

土壌中の単位体積に含まれる水分量は、 $\rho_l \theta_l + \rho_v \theta_v$ となりその連続式は次のように与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_l \theta_l + \rho_v \theta_v) = -\nabla \cdot q_m \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $\theta_a = n - \theta_l$ (n : 間隙率) また、 ρ_v は水蒸気の密度であり、次のように与えられる。

$$\rho_v(\theta_v, T) = \rho_0 h = \rho_0(T) \exp(\Psi(\theta_l)g/RT) \dots \dots \dots (6)$$

ここに、 h は相対湿度、 ρ_0 は飽和状態での水蒸気密度 (g/cm^3)、 Ψ はマトリックポテンシャル (cm)、 g は

重力加速度 (cm/s^2), R は水蒸気の気体定数 ($\text{erg/g} \cdot \text{K}$) である⁴⁾。これより, 水分質量の連続式は次式で与えられる。

$$\left\{ 1 - \frac{\rho_v}{\rho_l} + \frac{\theta_a}{\rho_l} \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} \right\} \frac{\partial \theta_l}{\partial t} + \left\{ \frac{\theta_a}{\rho_l} \frac{\partial \rho_v}{\partial T} \right\} \frac{\partial T}{\partial t} = -\nabla \cdot \left(\frac{q_m}{\rho_l} \right) \dots \dots \dots (7)$$

土中の単位体積に含まれる熱量 S_h は湿潤熱 (heat of wetting) を無視すれば次式によって与えられる。

$$S_h = (C_d + c_p \rho_l \theta_l + c_p \rho_v \theta_a)(T - T_0) + L_0 \rho_v \theta_a \dots \dots \dots (8)$$

ここに, C_d は乾燥状態での体積熱容量 ($\text{cal/cm}^3 \cdot \text{K}$), c_l は液水の比熱 ($\text{cal/g} \cdot \text{K}$), c_p は水蒸気の定圧比熱 ($\text{cal/g} \cdot \text{K}$), L_0 は温度 T_0 における気化熱 (cal/g) である。 L は T の関数として次式のように与えられる。

$$L = L_0 + (c_p - c_l)(T - T_0) \dots \dots \dots (9)$$

この関係を用いて, 熱の連続式は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} & \left\{ C + (L + c_l(T - T_0)) \theta_a \frac{\partial \rho_v}{\partial T} \right\} \frac{\partial T}{\partial t} \\ & + \left\{ (L + c_l(T - T_0)) \theta_a \frac{\partial \rho_v}{\partial \theta_l} + \rho_l c_l (T - T_0) - \rho_v (L + c_l(T - T_0)) \right\} \frac{\partial \theta_l}{\partial t} \\ & = -\nabla \cdot q_h \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

ここに, $C = C_d + c_p \rho_l \theta_l + c_p \rho_v \theta_a$ であり, 湿った土壌の体積熱容量である。

2.2 境界条件

ここで与える境界条件は, 前章での背景から降雨の浸入を扱うため, Milly and Eagleson (1982)⁵⁾ が用いた方法にならった。以下, (7), (10) に対する境界条件を構成していくが, 本研究では鉛直一次元の方方程式系を取り扱う。その境界条件を設定するにあたっては, 地表面と底面のそれぞれにおける水分フラックス, 熱フラックスを定めることにする。その設定は以下に述べるとおりである。

(1) 地表面での境界条件

地表面での水分フラックス q_{m1} は, 地表面において湛水が生じている場合と生じていない場合に分けて, 以下のように与える。湛水は次の場合に生起すると仮定する。

第1層の土壌水分量を θ_1 として,

$$\theta_1 > \theta_{cr} \dots \dots \dots (11)$$

ここに, θ_{cr} は湛水開始水分量であり降雨強度 P の関数として与える。

$$\theta_{cr} = \theta_{sat}(1 - aP) \dots \dots \dots (12)$$

ここに, θ_{sat} は飽和土壌水分量, a は定数である。

湛水が生じていない場合には, 次式が成り立つ。

$$\frac{q_{m1}}{\rho_l} = P + E \dots \dots \dots (13)$$

ここに, P は降雨強度 (cm/s), E は蒸発強度 (cm/s) である。なお, フラックスは下向きに正である。

一方、湛水が生じている場合には、次式によって与える。

$$\frac{q_{m1}}{\rho_l} = K_s \dots\dots\dots (14)$$

ここに、 K_s は飽和透水係数である。さらに、地表面での水収支から湛水深 h_p の変化速度が次式によって与えられる。

$$\frac{dh_p}{dt} = P + E - K_s - R_s \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 R_s は地表面流出高 (cm/s) であり、次のように与える。

$$R_s = \begin{cases} P + E - K_s, & h_p = h_{pmax} \text{ and } P + E - K_s > 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、 h_{pmax} は最大湛水深である。

地表面での熱フラックス q_{h1} は、地表面での熱収支から次式のように与えられる。

$$q_{h1} = S = R_{net} + \rho_l(L + c_l(T_s - T_0))E + H + \rho_l c_l(T_a - T_0)P \\ - \rho_l c_l(T_s - T_0)R_s - \rho_l c_l \frac{d}{dt}(h_p(T - T_0)) \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 T_s は地表面温度、 T_a は気温 (K)、 S は地中熱フラックス、 R_{net} は純放射フラックス、 H は顕熱フラックス (cal/cm²・s) である。なお、上式の各項は下向きに正である。(17)は、熱貯留量の変化の割合 (右辺最後の項) が他のフラックスの総和と等しくなることから得られたものである。ここでは、地表面上の水温は地表面温度と、降雨の温度は気温と同一であると仮定している。右辺第4項は降雨による顕熱項、第5項は地表面流出による損失項を表わしている。以後、(17)を熱収支式と呼ぶことにする。

以上のようにして、 q_{m1} 、 q_{h1} が与えられる。しかし、それらを評価する際に必要となる量のうち、与え得る量 (観測データ) は純放射フラックス R_{net} 、気温 T_a 、水蒸気密度 ρ_{va} 、風速 u 、降雨強度 P の5項目であるとし、地表面温度 T_s 、地表面水蒸気密度 ρ_{vs} は未知の値として扱う。実際、地表面における温度、特に水蒸気密度の観測は困難であり、正確な値は得られていないのが現状である。そのため、熱収支式の各項を T_s の関数として表わし、そこから得られる T_s の陰関数よりその値を求める。その手順については、次章において詳しく述べる。また、地表境界層における各熱フラックスの算定方法は次節において述べることとする。

(2) 底面での境界条件

土層底面での境界条件は、何通りかの与え方が考えられる。ここでは、水分の移動は重力によってのみ起こるとし、熱の移動はそれともなう顕熱移動と考える。

土層底面での水分フラックス $q_{m \cdot n+1}$ と熱フラックス $q_{h \cdot n+1}$ は次のように与える。

$$\frac{q_{m \cdot n+1}}{\rho_l} = K_{n+1} \dots\dots\dots (18)$$

$$q_{h \cdot n+1} = c_l(T_{n+1} - T_0)q_{m \cdot n+1} \dots\dots\dots (19)$$

サフィックスの $n+1$ は、 $n+1$ 番目の境界を意味する。土層の分割については次章において述べる。

2.3 モデルパラメーターの設定

(1) 土壌内のパラメーターの設定

以下では、おもに、Camillo and Schmugge (1981)⁶⁾ が Philip and de Vries (1957) の基礎方程式を実際の問題に適用するに際して用いたモデルパラメーターの設定方法を取り上げる。

土壌内の種々のパラメーターは、土壌水分量あるいは地温の関数となっている。このモデルにおいては、このパラメーターを以下のように与えていく。

(a) 不飽和透水係数 K とマトリックポテンシャル Ψ

不飽和透水係数 K とマトリックポテンシャル Ψ については様々な与え方があるが、ここでは、土壌水分量の関数として次式のように与える。

$$K(\theta) = K_s (\theta/\theta_{sat})^{2b+3} \dots\dots\dots (20)$$

$$\Psi(\theta) = \Psi_s (\theta/\theta_{sat})^{-b} \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 K_s と Ψ_s はそれぞれ、飽和状態での透水係数とマトリックポテンシャルである。 b は土壌の特性によって決まる値である。

本研究では、(20)、(21) におけるパラメーターを決定するために、飽和透水係数の測定、pF 試験を行なった。pF 試験は、砂柱法 (飽和～pF 1.5) と加圧板法 (pF 1.5～3.0) の試験法を併用して、脱水過程での Ψ - θ 関係を測定した。観測露場は建設残土処分地で整地されたものであり、不均一性が大きく安定した結果は得られなかったが、ほぼ直線で近似できるものとなっている。そこで、(21) に最小二乗法を適用し Ψ_s と θ_{sat} の値を求めた。Table 1 には、試験に用いたサンプルの名前とその深さを示すとともに、 θ_{sat} 、 K_s 、 Ψ_s 、 b および乾燥密度 ρ_d を示しておいた。

Table 1. Parameters of equation (20) and (21) obtained through pF-test

Sample name	T45	D21	T8	T60	T38	T10	T14	T6	L5
Depth (cm)	0	10	10	10	15	20	20	20	20
θ_{sat} (%)	33.80	38.32	34.76	31.58	34.93	36.88	32.36	32.85	32.99
K_s (cm/sec.)	1.71×10^{-4}	1.10×10^{-3}	1.19×10^{-3}	9.70×10^{-4}	1.83×10^{-3}	3.58×10^{-3}	1.14×10^{-3}	5.29×10^{-3}	1.78×10^{-3}
Ψ_s (cm)	-1.63	-0.54	-2.64	-1.37	-0.52	-0.03	-0.29	-0.08	-0.11
b	13.44	18.01	8.28	20.99	47.27	26.55	31.97	33.90	33.84
ρ_d (g/cm ³)	1.70	1.54	1.60	1.77	1.70	1.60	1.72	1.67	1.66

θ_{sat} : Saturated soil moisture K_s : Saturated hydraulic conductivity Ψ_s : Saturated matric potential
 ρ_d : Dry density

(b) 拡散係数 D_{θ} 、 $D_{\theta v}$ 、 D_{Tb} 、 D_{Tv}

Philip and de Vries (1957) によれば、それぞれの拡散係数は次のように与えられる。

$$D_{\theta} = K \frac{\partial \Psi}{\partial \theta} \dots\dots\dots (22)$$

$$D_{\theta v} = \frac{D_{am} f(\theta) \rho_0 g h (\partial \Psi / \partial \theta)}{\rho_i R T} \dots\dots\dots (23)$$

$$D_{Tb} = K \frac{\partial \Psi}{\partial T} = K \gamma \Psi \dots\dots\dots (24)$$

$$D_{Tv} = D_{am} f(\theta) h \frac{d\rho_0}{dT} \dots\dots\dots (25)$$

上式中のパラメーターは以下のように与える。

γ は温度に依存するが 10 ~ 30°C の範囲では近似的に $-2.09 \times 10^{-3} \text{°C}$ と定数で与える。 D_{atm} は水蒸気の分子拡散係数であり、次のように与える。

$$D_{atm} = D_0 (T/273.16)^{1.75} \dots\dots\dots (26)$$

ここに、 D_0 は 0.229 (cm²/s) である。

間隙率と屈曲度を表わす係数 $f(\theta)$ は、次のように与える。

$$f(\theta) = \alpha(n - \theta) \dots\dots\dots (27)$$

ここに、 n は間隙率、 α は屈曲度を表わす項で 0.67 を与える。飽和状態における水蒸気密度 ρ_0 は、次のように近似される。

$$\rho_0(T) = \exp \{R_0 - (R_1/T)\} \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 R_0 は 6.0035, R_1 は 4975.9 (K) である。さらに、水蒸気密度の T に関する微分 ($d\rho_0/dT$) は、

$$d\rho_0/dT = (R_1/T^2)\rho_0 \dots\dots\dots (29)$$

のように与える。

(25) 中の f は、次のように与えられる³⁾。

$$f = \begin{cases} n & \theta_i \leq \theta_k \\ \theta_a + \frac{\theta_a}{n - \theta_k} \theta_i & \theta_i > \theta_k \end{cases} \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 θ_k は液水の移動が無視できるような水分量である。 ζ は空気の平均温度勾配に対する全体の平均温度勾配の比であり、

$$\zeta = \frac{(\overline{\nabla T})_a}{\overline{\nabla T}} \dots\dots\dots (31)$$

のように表わせる。この値の与え方は次の (c) において述べる。

(c) 熱に関するパラメーター C および λ

土壌の体積熱容量 C はその構成要素の重み平均で与える。すなわち、

$$C = (1-n)C_s + \theta_l C_l + \theta_a C_a \dots\dots\dots (32)$$

ここに、 C_s, C_l, C_a はそれぞれ土粒子、液水、空気の体積熱容量である。

熱伝導率 λ は次のように与える。

$$\lambda = \frac{\theta_l \lambda_l + k_s(1-n)\lambda_s + k_a \theta_a (\lambda_a + \lambda_v)}{\theta_l + k_s(1-n) + k_a \theta_a} \dots\dots\dots (33)$$

ここに、 k_s, k_a は重み係数であり、液水の平均温度勾配に対するそれぞれの要素の平均温度勾配の比を表わす。例えば、 k_s は次のように与えられる。

$$k_s = \frac{2}{3} \left\{ 1 + \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_l} - 1 \right) g_s \right\}^{-1} + \frac{1}{3} \left\{ 1 + \left(\frac{\lambda_s}{\lambda_l} - 1 \right) (1 - 2g_s) \right\}^{-1} \dots\dots\dots (34)$$

ここに、 g_s は shape factor と呼ばれるものである。 k_a は λ_s, g_s を λ_a, g_a に置き換えて求める。

λ_v は水蒸気の流れによって助長される熱伝導率であり、次のように表わす。

$$\lambda_v = D_{am} L h \frac{d\rho_0}{dT} \dots\dots\dots (35)$$

(31) の ζ は、(34) において与えた重み係数を用いて、

$$\zeta = \frac{k_a}{\theta_i + k_s(1-n) + k_a\theta_a} \dots\dots\dots (36)$$

のように与える。

2.4 大気境界層のフラックスの算定

地表面の境界条件を設定する際、蒸発強度 E 、顕熱フラックス H さらには、地中熱フラックス S を T_s の関数と考えることは前節において述べた。ここでは、その算定法について述べていく。

地中熱は、次のように与える。

$$S(T_s) = -\lambda_1 \{(T_1 - T_s)/z_1\} + c_1(T_s - T_0)q_{m1} \dots\dots\dots (37)$$

ここに、第1項は熱伝導による項、第2項は水分の顕熱移動による項である。

E 、 H を算定する際には、大気の安定度を考慮に入れる。その方法は以下に示すとおりである。各輸送量を表わす式として、ここでは次の式を採用する⁷⁾。

$$\rho_{vs} - \rho_{va} = \frac{E}{\kappa u_*} \{\ln(z/z_0) - \Psi_{sv}(\zeta)\} \dots\dots\dots (38)$$

$$u = \frac{u_*}{\kappa} \{\ln(z/z_0) - \Psi_{sm}(\zeta)\} \dots\dots\dots (39)$$

$$T_s - T_a = \frac{H}{\kappa u_* c_p} \{\ln(z/z_0) - \Psi_{sh}(\zeta)\} \dots\dots\dots (40)$$

ここに、 κ はカルマン定数 (0.4)、 u_* は摩擦速度 (cm/s)、 ρ は空気の密度 (1.15×10^{-3} g/cm³)、 c_p は空気の定圧比熱 (0.24 cal/g・K)、 z_0 は粗度長 (cm) である。

(38) ~ (40) の Ψ_{sv} 、 Ψ_{sm} 、 Ψ_{sh} は大気の安定度により決まる関数であり、以下のように与える。

ここでは、大気の安定度を決定する値として Richardson 数を用いる。

$$Ri = \frac{gz(T_a - T_s)}{T_a u_*^2} \dots\dots\dots (41)$$

Richardson 数が正ならば、安定であり、負ならば不安定である。

① 不安定の場合 ($Ri < 0$)

$$\Psi_{sv} = \Psi_{sh} = 2 \ln \{(1+x^2)/2\} \dots\dots\dots (42)$$

$$\Psi_{sm} = 2 \ln \{(1+x)/2\} + \ln \{(1+x^2)/2\} - 2 \arctan(x) + \pi/2 \dots\dots\dots (43)$$

ここに、

$$x = (1 - 16\zeta)^{1/4}, \zeta = z/L$$

なる値である。ここで示した L はオブコフの長さである (L, ζ は前節までの表記と重複するが、ここでは一般に使われている表記によった)。なお、この場合には、 $Ri = \zeta$ とおく。

② 安定の場合 ($Ri > 0$)

$$\Psi_{sv} = \Psi_{sm} = \Psi_{sh} = -7\zeta \dots\dots\dots (44)$$

この場合、Richardson 数は、

$$\zeta = Ri / (1 + 7Ri) \dots\dots\dots (45)$$

という関係を用いる⁸⁾。

以上より、地中熱 S 、蒸発強度 E 、顕熱フラックス H を算定する。先に述べたように、ここでは熱収支式の各項を地表面温度の関数として扱う。地中熱フラックスと顕熱フラックスが地表面温度 T_s の関数となることは (37)、(40) より明らかである。蒸発強度を算定する際、必要となる要素のうちの ρ_{vs} は (6) を用いて地表面温度の関数として与える。このようにして、これらの量を地表面温度 T_s の関数として表わす。前節で与えた境界条件を含め、その具体的な算出方法は次章において述べることにする。

3. 基礎方程式の解法

ここでは、(7)、(10) の連続式を差分法によって深さ方向、時間軸方向両者にわたって数値解析することを考える。ここでも、Camillo and Schmugge (1981) の方法にならって数値解析を展開する。

3.1 第 i 層における連続式

ここでは、土壌を n 層に分割する。各層の厚さは必ずしも同じでなくても良い。しかし、隣り合う2つの層の土壌水分量と地温の値が線形内挿によって十分に説明できる厚さとしておかなければならない。土壌を n 層に分割するため、連続式は $2n$ 個となる。それらは、第 i 層 ($1 \leq i \leq n$) において、次のように与えられる。

$$s_1 \left(\frac{\partial \theta_l}{\partial t} \right)_i + s_2 \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_i = - \frac{1}{\rho_l} \left(\frac{\partial q_m}{\partial Z} \right)_i \dots\dots\dots (46)$$

$$s_3 \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right)_i + s_4 \left(\frac{\partial \theta_l}{\partial t} \right)_i = - \left(\frac{\partial q_h}{\partial Z} \right)_i \dots\dots\dots (47)$$

ここに、 s_1, s_2, s_3, s_4 は (7)、(10) によって定義される値である。さらに、第 i 層におけるフラックス q_{mi}, q_{hi} は次式のように与えられる。

$$\frac{q_{mi}}{\rho_l} = -D_{\theta} \left(\frac{\partial \theta_l}{\partial Z} \right)_i - D_{T_i} \left(\frac{\partial T}{\partial Z} \right)_i + K_i \dots\dots\dots (48)$$

$$q_{hi} = -\lambda_i \left(\frac{\partial T}{\partial Z} \right)_i - \rho_l L D_{\theta} \left(\frac{\partial \theta_l}{\partial Z} \right)_i + c_i (T_i - T_0) q_{mi} \dots\dots\dots (49)$$

3.2 深さ Z に関する積分

時間ステップを進めていくために、フラックス q_{mi}, q_{hi} の z に関する差分値すなわち、(46)、(47) の右辺の値が必要となる。そこで、ここでは Fig. 1 のように土壌を n 層に分割し、各層の厚さを dZ_i とする。また、地表面から下向きに各層の中心までの距離を Z_i とする。したがって、境界の数は $n + 1$ 個と

なる。

まず、地表面と底面の境界を除く $n-1$ 個の q_{mi} , q_{hi} を求める。 Z_i を設定し、土壤水分量と地温の初期プロフィール θ_{hi} , T_i および湛水深 h_p を与えれば以下のように、 q_{mi} , q_{hi} を求めることができる。

前章で与えた設定法により、各層において不飽和透水係数 K_i , マトリックポテンシャル Ψ_i , 熱伝導率 λ_i , 体積熱容量 C_i , 拡散係数 $D_{\theta v}'_i$ を計算する。ここに、

$$D_{\theta v}'_i = D_{\theta v}'_i (\partial \Psi / \partial \theta_i) \dots\dots\dots (50)$$

なる値である。

次に、第 i 番目の境界における Ψ と T の勾配を差分により次のように計算する。

$$\left(\frac{\partial \Psi}{\partial Z} \right)_i = \frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{Z_{i+1} - Z_i} = \frac{\Psi_{i+1} - \Psi_i}{(dZ_i + dZ_{i+1})/2} \dots\dots\dots (51)$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial Z} \right)_i = \frac{T_{i+1} - T_i}{Z_{i+1} - Z_i} = \frac{T_{i+1} - T_i}{(dZ_i + dZ_{i+1})/2} \dots\dots\dots (52)$$

さらに、第 i 番目の境界における K , λ , D_T , $D_{\theta v}'$, T の値を隣り合う2つの層の値を用いて、次のように計算する。

$$\bar{K}_i = \frac{K_i dZ_{i-1} + K_{i-1} dZ_i}{dZ_i + dZ_{i+1}} \dots\dots\dots (53)$$

同じようにして、 $\bar{\lambda}_i$, \bar{D}_{T_i} , $\bar{D}_{\theta v}'_i$, \bar{T}_i の値を求める。

第2番目から第 n 番目までの第 i 境界におけるフラックスは次式によって計算する。

$$\frac{q_{mi}}{\rho_i} = -(\bar{K}_i + \bar{D}_{\theta v}'_i) \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Z} \right)_i - \bar{D}_{T_i} \left(\frac{\partial T}{\partial Z} \right)_i + \bar{K}_i \dots\dots\dots (54)$$

$$q_{hi} = -\bar{\lambda}_i \left(\frac{\partial T}{\partial Z} \right)_i - \rho_i L \bar{D}_{\theta v}'_i \left(\frac{\partial \Psi}{\partial Z} \right)_i + c_i (\bar{T}_i - T_0) q_{mi} \dots\dots\dots (55)$$

以上より、地表面と底面を除く境界におけるフラックスが得られた。次に、地表面のフラックスを計算する。地表面での水分フラックス q_{m1} , 熱フラックス q_{h1} は 2.1 で述べた条件を用いて与える。

(17) の各項はすべて、未知の値 T_s と観測値として与えられる R_{net} , T_a , ρ_{vap} , u , P で表される。したがって、 T_s の値が得られれば、各項の値を得ることができる。(37) を変形すると、次式ようになる。

$$T_s = T_1 + (Z_1 / \lambda_1) \{ S - c_1 (T_s - T_0) q_{m1} \} \dots\dots\dots (56)$$

上式の S に (17) の右辺を代入すると、 $T_s = F(T_s)$ すなわち T_s の陰関数となる。したがって、逐次計算法をもって T_s の値を得ることができる。 T_s の初期値としては、 T_a を用いる。ここでは、両辺の T_s の値の差の絶対値が 0.1 (K) 以下になったとき収束とみなした。

次に底面でのフラックスを設定しなければならない。ここでは、(18), (19) を用いて与えるが、底面での不飽和透水係数 K_{n+1} , 地温 T_{n+1} はともに第 n 層における値で代用することとする。最後に、(46), (47) の右辺における値を次のように求める。

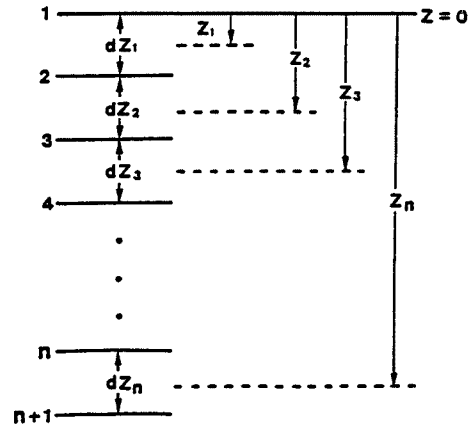


Fig. 1. Diagram showing the division of soil profile into n layers, each one of thickness is dz_i .

$$\left(\frac{\partial q_m}{\partial Z}\right)_i = \frac{q_{m,i+1} - q_{m,i}}{\Delta Z_i} \dots\dots\dots (57)$$

$$\left(\frac{\partial q_h}{\partial Z}\right)_i = \frac{q_{h,i+1} - q_{h,i}}{\Delta Z_i} \dots\dots\dots (58)$$

以上より、(46)、(47)を用いて θ と T の時間微分を計算する。

3.3 時間 t に関する積分

時間ステップを進めていくために、ここではアダムスの方法を用いる。この方法は、多段型の公式であり過去のデータを活用して離散化誤差を小さくおさえる方法である。陽公式のアダムス・バッシュフォース法と陰公式のアダムス・モウルトン法があり、前者を予測子、後者を修正子として用いるのが普通である。また、後者をもっと効率の良い予測子と組み合わせて使用したり、前者だけで修正せずに進める方法もある。いずれにしても安定であるので、安心して計算を進めることができる。比較的よく用いられている公式を **Table 2** に示す。

この方法によって解析できる微分方程式の一般形は、次のように表わされる。

$$d\mathbf{y}/dt = f(t, \mathbf{y}) \dots\dots\dots (59)$$

ここに、 \mathbf{y} は時刻 t における列ベクトルである。アダムスの方法は次のような手順で計算を進めていく。

Step 1. 既知の値 $\mathbf{y}(t), f(t, \mathbf{y}), f(t - \Delta t, \mathbf{y}), f(t - 2\Delta t, \mathbf{y}), \dots, f(t - k\Delta t, \mathbf{y})$ を用いて $\mathbf{y}(t + \Delta t)$ を計算する。この $\mathbf{y}(t + \Delta t)$ を予測子といい、 $\mathbf{y}^{(p)}(t + \Delta t)$ と表わす。

Step 2. Step 1 で求めた $\mathbf{y}^{(p)}(t + \Delta t)$ を用いて、 $f(t + \Delta t, \mathbf{y})$ を計算する。

Step 3. Step 2. で求めた $f(t + \Delta t, \mathbf{y})$ と既知の値 $\mathbf{y}(t), f(t, \mathbf{y}), \dots, f(t - (k - 1)\Delta t, \mathbf{y})$ を用いて、再び $\mathbf{y}(t + \Delta t)$ を計算する。この $\mathbf{y}(t + \Delta t)$ を修正子といい、 $\mathbf{y}^{(c)}(t + \Delta t)$ と表わす。

ここで、 $|\mathbf{y}^{(p)}(t + \Delta t) - \mathbf{y}^{(c)}(t + \Delta t)|$ の値を求め、この値が設定された誤差の範囲内に収まるまで

Step 2. と Step 3. を繰り返し計算する。

この方法をモデルに適用すると、列ベクトル \mathbf{y} は、 θ_i, T_i に対応する。なお、本研究では、**Table 2** の4段型の公式を用いて、計算を進めていった。

Table 2. Formulas of an Adams-Bashforth and an Adams-Moulton numerical integration scheme

	b_{-1}	b_0	b_1	b_2	b_3	D	error
Adams-Bashforth		1				1	Δt^2
		3	-1			2	Δt^3
		23	-16	5		12	Δt^4
		55	-59	37	-9	24	Δt^5
$y_{k+1} = y_k + (b_{-1} \cdot f_{k+1} + b_0 \cdot f_k + b_1 \cdot f_{k-1} + b_2 \cdot f_{k-2} + b_3 \cdot f_{k-3}) \cdot \Delta t / D$							
Adams-Moulton	1					1	Δt^2
	1	1				2	Δt^3
	5	8	-1			12	Δt^4
	9	19	-5	1		24	Δt^5

4. 数値解析モデルの適用と考察

4.1 初期条件その他の設定

ここでの数値計算においては、その差分間隔は、深さ方向には、 $Z_1=1.25$ (cm) とし、それ以下は Z_2 から順に5.0 (cm) 間隔で5.0, 10.0, ……、50.0, 55.0 (cm) まで土壌を12分割し、これに対して時間軸方向には1ステップ300秒とした。これらの差分間隔は、シミュレーション期間として1ヵ月程度の長時間の解析を目指していること、実際の観測値を用いてシミュレーションを行なうこと、地表面の境界条件などを考慮して決定した。なお、モデルへのインプットである純放射フラックス、気温、水蒸気密度、風速、降雨強度の観測は5分毎に記録されているが、計算の安定化を図るために、1時間平均値に加工し、それをさらに内挿することにより5分間隔のデータとして用いた。

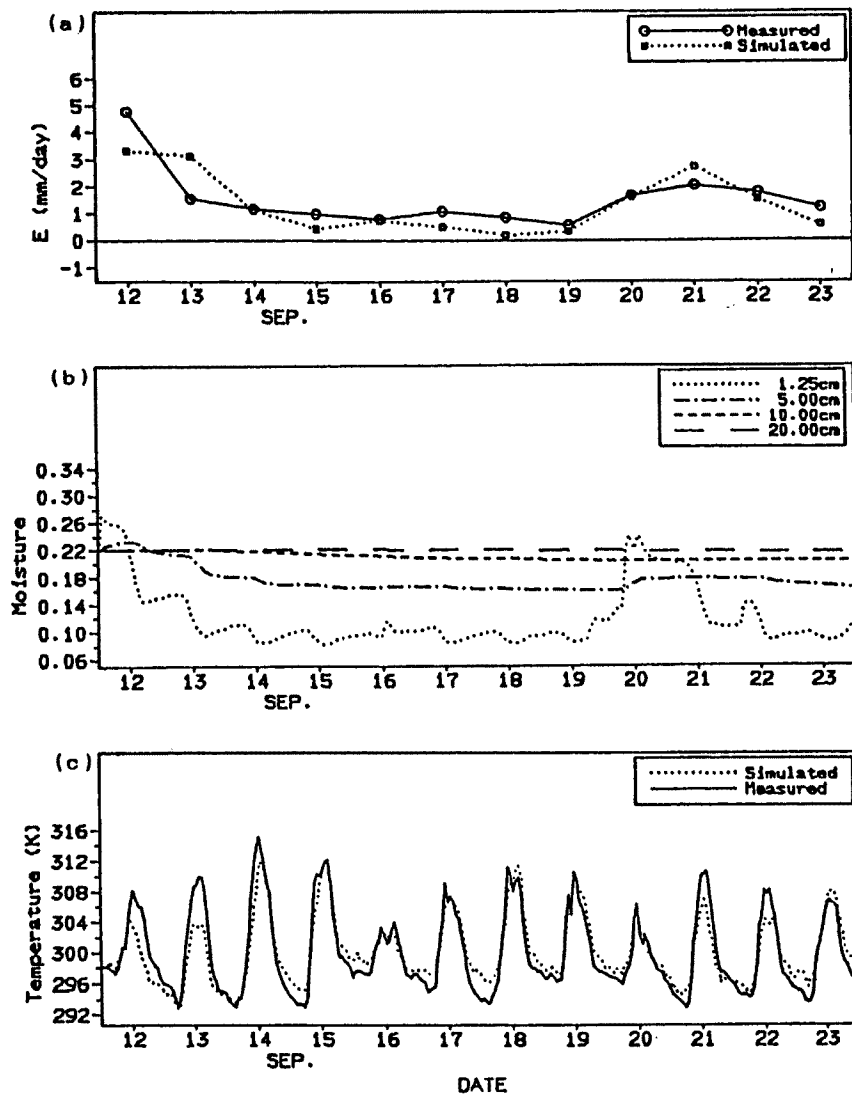


Fig. 2. Variation of simulated and measured evaporation(a), soil moistures(b) and simulated and measured surface temperature(c), when initial value of soil moistures is 0.25 and period is 9/12~9/23.

計算を実行するにあたって、土壌水分量と地温のプロファイルおよび湛水深を初期条件として与えなければならない。実験場では土壌水分量と地温のプロファイルの測定が行なわれているが、土壌水分量に関しては、63年度はテンションメーターの測定は行なわなかったこと、比熱式水分計の精度に期待できないことから、そのプロファイルを与えることは困難である。地温に関してはその観測値を内挿することによりそのプロファイルを与えることが可能となるが、ここでは実用モデルの構成といった観点から、初期プロファイルは両者ともに全層一定値を与えることにする。また、初期湛水深は0と与えることにする。

9月12日午前0時から12日間にわたって、土壌水分量の違いによって、日蒸発量、土壌水分量、地表面温度それぞれのモデル計算値がどの程度の違いをもたらすかを示した一例がFig. 2, 3である。Fig. 2は初期値として全層0.25を、Fig. 3は0.22を与えたもので、地温の初期値はすべて全層298(K)を与えた。両者を比較すると、初期水分値を0.25と大きく設定した場合の蒸発量は、0.22と設定したものと

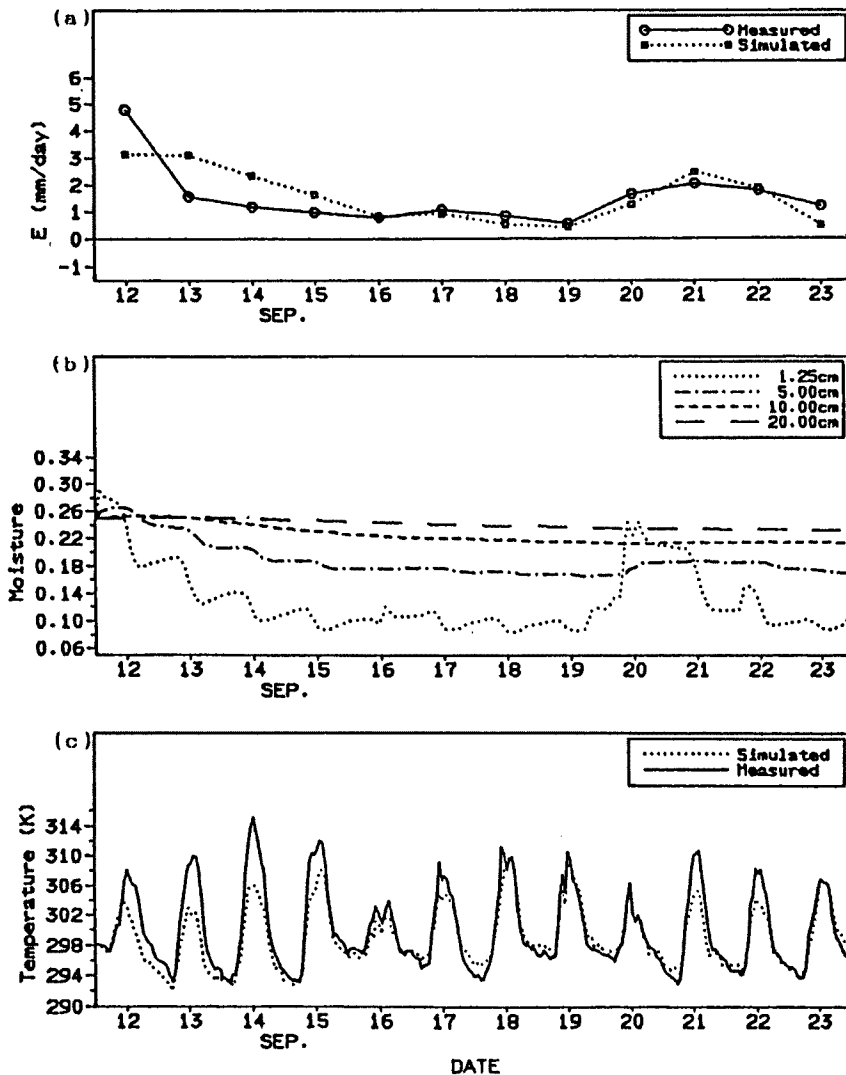


Fig. 3. Variation of simulated and measured evaporation(a), soil moistures(b) and simulated and measured surface temperature(c), when initial value of soil moistures is 0.22 and period is 9/12~9/23.

比べて、その低減する速度は遅く、全体的にその量も大きくなっている。土壌水分量に関しては、その低減する幅は0.25と大きく設定した場合の方が大きくなっているが、時間とともにほぼ同じ値に落ち着くように見受けられる。このことから、長時間にわたって計算を行えば初期値設定の誤差による影響が小さくなっていくと思われる。したがって、水分量の初期条件としては大きめの値を採用することとし、以下行なう計算ではすべて0.25を用い、また地温に関しては298 (K)を用いることとする。

4.2 モデルパラメーターの感度分析

ここでは、土壌・大気におけるパラメーターが、蒸発量をはじめとするモデルのアウトプットにどのような影響を及ぼすのかを調べていく(以下、感度分析という)。なお、初期条件は前節の最後に述べた値を用いるが、初期条件の違いによるアウトプットに対する影響は前節で示したとおりであり、ここではその初期条件に対して各パラメーターの感度分析を行なうこととなる。

基礎方程式、境界条件の中には数多くのパラメーターが存在し、それらすべてについて感度分析を行なうことはできない。ここでは、土壌水分特性を端的に表現するものとして不飽和透水係数、マトリックポテンシャルを取り上げ、(20)、(21)で扱ったパラメーター K_s 、 b を動かすことを考える。また、熱関係のパラメーターとして感度が大きいと思われる熱伝導率 λ_s を取り上げる。これら3つの量の値の組み合わせとして、土壌の試験結果や物理的妥当性からTable 3のような値の組を用いて感度分析を行なう。また、モデルのアウトプットも数多く存在するので、ここでは、日蒸発量、土壌水分量、地表面温度についてのモデル計算値で考察を進めた。Fig. 4は一例としてケース5に対するものである。日蒸発量に対しては、ライシメーターによる観測値を、地表面温度に対しては赤外放射温度計による観測値を付して示した。なお、ここで示した期間は1988年9月12日から9月23日までであり、すべて地表面流出量は0と計算された。

他の結果ともあわせ考察すると以下のとおりである。

Table 3. Parameters to simulate for each case

Case	K_s	b	λ_s
1	10^{-3}	10	0.01
2	10^{-4}	10	0.01
3	10^{-5}	10	0.01
4	10^{-4}	8	0.01
5	10^{-4}	12	0.01
6	10^{-4}	10	0.005
7	10^{-4}	10	0.015
8	* $10^{-4}/10^{-3}$	12	0.01
9	* $10^{-5}/10^{-4}$	12	0.01
**10	* $10^{-4}/10^{-3}$	12	0.01

λ_s : Thermal conductivity
(cal/cm \cdot sec \cdot K)

Note

- *) upper-layer/lower-layer
- **) Neutral case for reference

① 飽和透水係数 K_s による比較 (Case 1, 2, 3)

日蒸発量は、 K_s の値が大きくなるほどその低減の割合が緩やかになっている。その一方で、 K_s の値が小さくなるほど、降雨直後(21日)の蒸発量が大きくなっている。また、水分量は、 K_s の値が大きくなるほどその低減が緩やかになっており、また降雨(20日)による上昇幅も小さくなっている。これらのことから、 K_s の値が大きいほど水分の動きが活発であり、無降雨日が続いても下方から上方へ水分が供給される量が大きくなるものと思われ、また降雨の侵入に対しては、 K_s の値が小さいと下方へ伝わる量が小さくなるために上層における水分量の増加が見られ、その直後の蒸発量が大きくなるものと思われる。

② b の値による比較 (Case 4, 2, 5)

日蒸発量は、 b の値が小さくなるほどその低減の割合が緩やかになっている。これは、 b の値が小さいと(20)より透水係数が大きくなる方向にあることから考えれば、①で述べた傾向に合致する。また、 b の値が小さくなるほど、無降雨時(15日から19日、23日)の水分量は小さいところで推移し、また蒸発量の値は大きくなっている。これは、(21)と(6)から b の値が小さいほど、相対湿度が大きくなるため

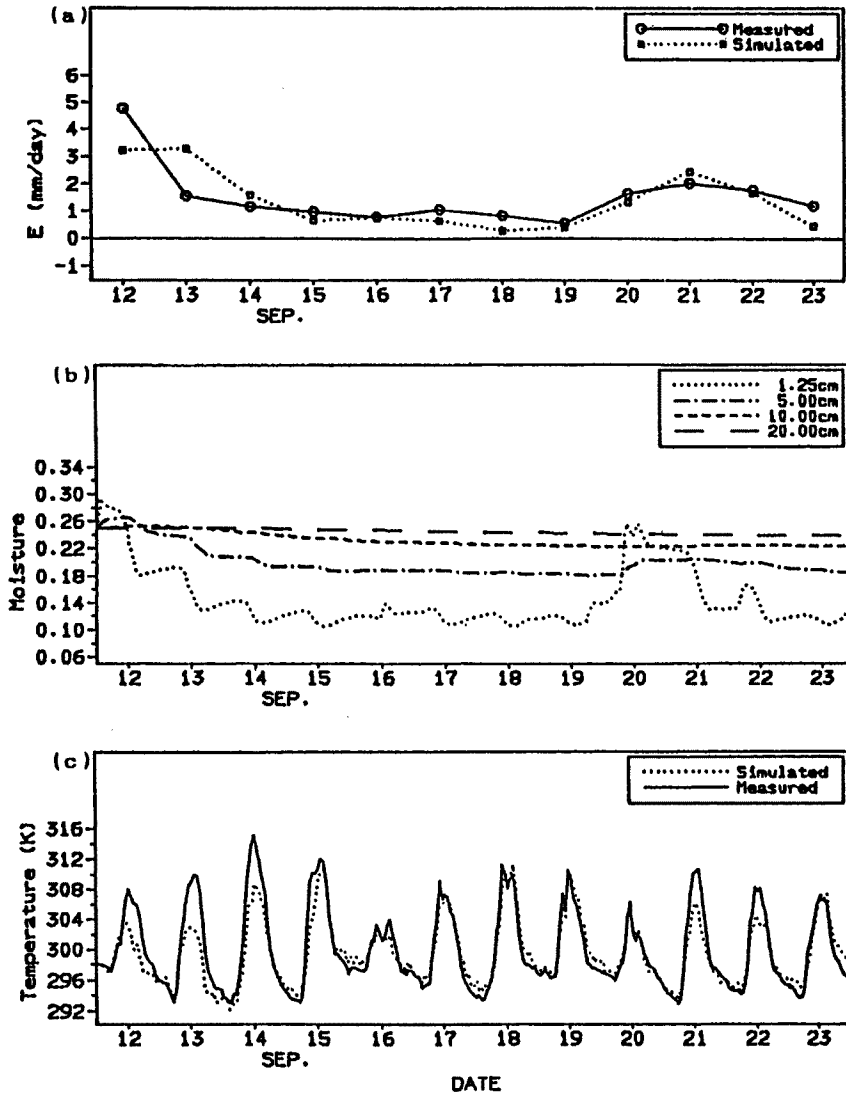


Fig. 4. Variation of simulated and measured evaporation(a), soil moistures(b) and simulated and measured surface temperature(c) in case 5.

であると考えられる。

③ 熱伝導率 λ_s による比較 (Case 6, 2, 7)

蒸発量, 水分量に与える影響は小さいが, 地表面温度は若干, 熱伝導率が小さくなるほど日内変化が大きくなる傾向が見られる。熱伝導率が小さければ, 地中に伝わる熱は小さくなるためであると思われる。

④ K_s を上層と下層で値を変えた場合 (Case 5, 8, 9)

Table 1で示した飽和透水係数の測定結果をみると, 下層に比べて表層の K_s の値が小さくなっている。この結果を活かすために, 第1, 2層と第3層以下で上層と下層とに分割し, そこで K_s の値を区別した。これらを比較すると, ①で述べた考察と同様な結果が得られたが, ここでは透水係数の層変化による特性は特に得られなかった。

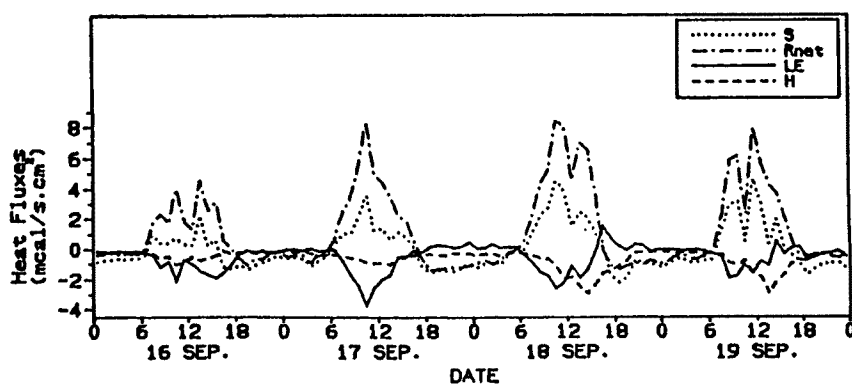


Fig. 5(a). Components of the surface energy balance in case 8.

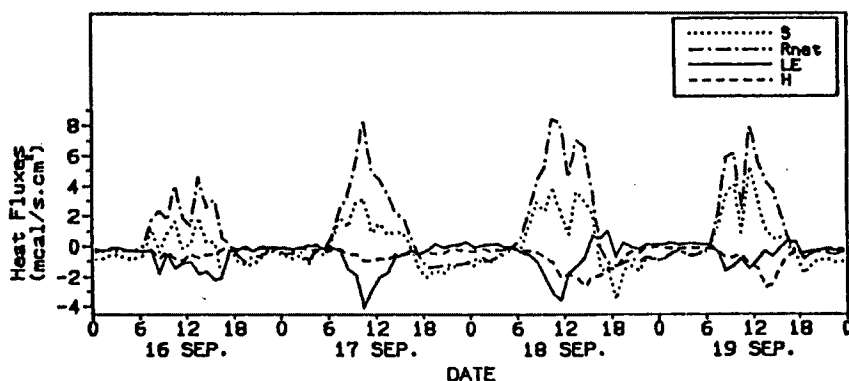


Fig. 5(b). Components of the surface energy balance in case 10.

⑤ 大気の安定度を評価した場合としない場合の比較 (Case 8, 10)

蒸発量を日量、半日量程度で扱う場合、大気の安定度を考慮しなくてもよいという結果が得られた。ここで、参考までに Fig. 5(a), (b)に、日内変化について両者の間に違いがみられるのかどうかを観察するために、地表面での主な熱フラックスとして地中熱フラックス S 、純放射フラックス R_{net} 、潜熱フラックス LE 、顕熱フラックス H の計算値を示した。ここでは、境界条件で T_s を未知として扱ったので、地表面温度の観測値とモデル計算値が比較的良好に合っている16日から19日までの例を示した。全体的変化としては、似通っているものの、局所的には、各フラックスに違いがみられる。なお、16日から19日までの計算値の T_s から得られた Richardson 数を見ると、この期間、地表面温度の方が常に高くなっており、 Ri 数は常に負の値となっている。

4.3 降雨日を含めたシミュレーション

前節において示したシミュレーション期間中も降雨日を含んでいるが、その全期間において地表面流出は0と計算されたことは先にも述べた。ここでは、9月の1ヶ月間のシミュレーションを行なうことにより、降雨日における蒸発量と地表面流出量の評価をし、その結果の妥当性について考えていく。

ここでも、飽和透水係数 K_s と最大湛水深 h_{pmax} を Table 4 に示すように6通りに分類し、比較・考察を行なっていく。(a) 日蒸発量の観測値とモデル計算値、(b) 土壌水分量のモデル計算値、(c) 降雨量の観測値と湛水深および地表面流出量のモデル計算値の一例を Fig. 6 に示した。なお、 b は12、 λ_s は0.01を用いた。また、初期値の影響をできるだけ小さくするために、計算は8月29日から実行し、図には9月1日からの結果を示した。また、参考のために Table 5 にはそれぞれのケースごとに9月1ヶ月間の総蒸発量、総地表面流出量のモデル計算値と総降雨量の観測値を示しておいた。

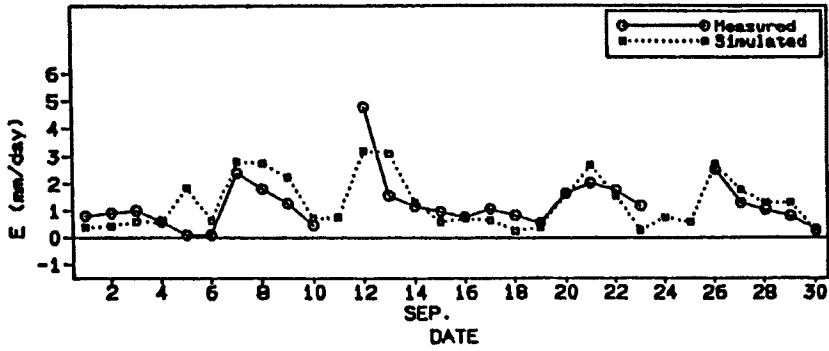


Fig. 6(a). Variation of simulated and measured evaporation in case 5.

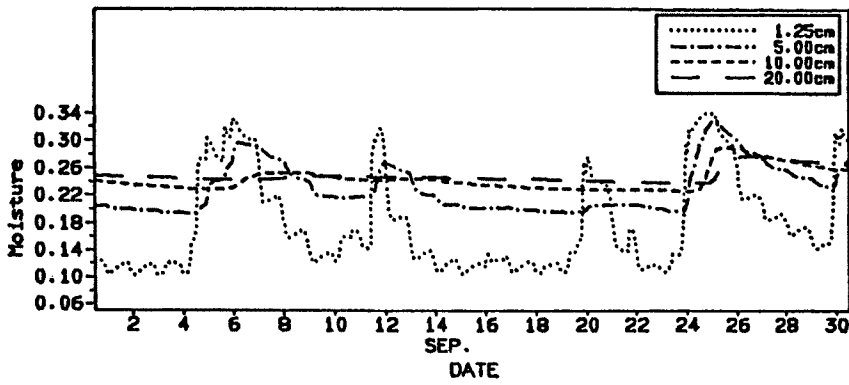


Fig. 6(b). Variation of simulated and measure, soil moistures in case 5.

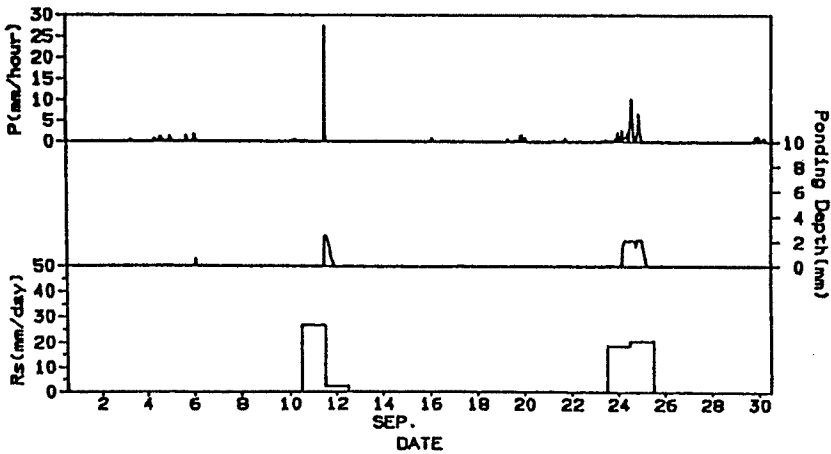


Fig. 6(c). Observed rainfall and calculated ponding depth and surface runoff in case 5.

Table 4. Parameters to analyze sensitivity

Case	h_{pmax}	$K_{s, upper}$	$K_{s, lower}$
1	0.2	10^{-4}	10^{-3}
2	0.1	10^{-4}	10^{-3}
3	0.2	0.5×10^{-4}	0.5×10^{-3}
4	0.1	0.5×10^{-4}	0.5×10^{-3}
5	0.2	10^{-5}	10^{-4}
6	0.1	10^{-5}	10^{-4}

h_{pmax} : Maximum ponding depth (cm)
 $K_{s, upper}$: K_s of upper layer (cm/sec.)
 $K_{s, lower}$: K_s of lower layer (cm/sec.)

Table 5. Simulated evaporation and surface runoff

Case	P	E	R_s
1	114.07	43.72	34.12
2		43.22	34.12
3		44.06	47.60
4		40.70	51.22
5		38.42	68.79
6		36.57	70.99

R_s : Surface runoff (mm)

他の結果とも合わせモデルの再現性について考察すれば次のようになる。それぞれの日蒸発量の比較図を見ると、降雨後、特に12日以後の計算値に乖離が大きく、透水係数の違いによりその低減する傾きが異なっている。Table 5によれば、透水係数の違いによって、地表面流出量の値にかなりの差があることがわかることから、この流出量の違いによって降雨後の蒸発量に違いがでてきたものと考えられる。土壌水分量は、実験場で得られた土壌水分量の観測値と比較してみる。深さが異なるので絶対値を比べることはできないが、表層の水分量は降雨時の立ち上がりやその後の低減していく様子において、共通部分が多くみられる。また流出量に関しては、Table 5の流出量を見るとCase 5, 6の流出量はやや過大のように思える。また、Table 1の試験結果を重視すれば上下層における飽和透水係数の組は、Case 1, 2の飽和透水係数の組に近いほうを妥当と考えるべきであろう。

以上のような背景から、観測値との比較からTable 4で示したケースのうち最適なパラメーターの組を見出すことは困難である。しかし、部分的な乖離はあるものの全体的にモデルの再現性は比較的良好であった。降雨日の蒸発量について考えればここで示したケースのいずれも0コンマ数mm程度の値をもっており、今まで不明確であった降雨日の蒸発量に一つの推定値が示された。

5. おわりに

以上、数値解析モデルの基礎方程式および境界条件の構成、その基礎方程式の解法、数値解析モデルの適用と考察について述べてきた。ここに得られた成果をとりまとめておく。

1) 降雨を伴う場合やさらに短い時間単位では、ライシメーターの精度上、観測的研究は困難となる。そこで、本研究では、De Vries (1958) が与えた、土壌中の水分と熱を同時に扱った基礎方程式を用いて数値解析を行なった。その地表面での境界条件は、大気の安定度、降雨の侵入を考慮に入れた式系を構成し、Camillo and Schmugge (1981) が与えた方法にならって、地表面温度を未知の関数として扱い、地表面での熱収支式を満足させるように与えた。そして、実験場での実際の観測データをインプットとして数値解析を行ない、飽和透水係数 K_s 、土壌水分特性曲線を近似する際に用いたパラメーター b 、および熱伝導率 λ_s について日蒸発量を始めとするモデルのアウトプットに対して感度分析を行なった。これから、日蒸発量や土壌水分量の変化に対して K_s 、 b の感度は大きく、 λ_s の感度はそれらに比べて小さいことがわかった。また、大気は常に中立と仮定して計算した結果と安定度を考慮したものとの比較を行なった。これによれば、日単位、半日単位という蒸発量に対しては両者の間にほとんど差がみられず、そういった時間単位で蒸発量を扱う場合、大気の安定度は考慮しなくても良いという結果が得られた。

2) さらに、降雨日を含む1ヶ月間のシミュレーションを透水係数などの値により6ケースに分けて行ない、モデルのアウトプットの再現性、有効性について検討した。ここでは、透水係数により地表面流出量の値に大きな差が生じることがわかった。また、透水係数が小さくなると、流出量は大きくなり、その損失のため蒸発量は小さくなることがわかった。モデルの再現性は、観測値との比較を行なうことにより検討したが、部分的に乖離は見られるもの、おおむね良好な再現性を示した。また、降雨日の蒸発量に対する一つの推定値が得られた。今後は、見られた乖離を補正するために地表面境界条件や土壌水分特性曲線を再検討する必要があると思われる。さらには、モデルの簡略化や差分間隔に対して感度分析を行なうことが必要であると思われる。

参 考 文 献

- 1) 池淵周一・土谷史郎・久保和幸・光田 寧：大型ライシメータによる裸地蒸発量の観測・評価，京都大学防災研究所年報，第31号 B-2，1988，pp. 275-285.
- 2) J. R. Philip and D. A. de Vries: Moisture Movement in Porous Materials under Temperature Gradients, EOS Trans. AGU, 38, 1957, pp. 222-228.
- 3), 7) D. A. de Vries: Simultaneous Transfer of Heat and Moisture in Porous Media, Trans. Amer. Geophys. Union, 39, 1958, pp. 909-916.
- 4) Edlefsen, N. E., and A. B. C. Anderson: Thermodynamics of Soil Moisture, Hilgardia, 15 (2), 1943, pp. 31-298.
- 5) Milly, P. C. D. and P. S. Eagleson: Parameterization of Moisture and Heat Fluxes across the Land Surface for Use in Atmospheric General Circulation Models, Tech. Rep. 279, R. M. Parsons Lab., Dep. of Civ. Eng., Mass. Inst. of Technol., Cambridge, 1982.
- 6) P. J. Camillo and T. J. Schmutge: A Soil and Atmospheric Boundary Layer Model for Evaporation and Soil Moisture Studies, Water Resour. Res., 19, 1983, pp. 371-380.
- 7) W. H. Brutsaert: Evaporation into the Atmosphere, D. Reidel Publishing Company, 1982, pp. 40-42.
- 8) 光田 寧・池淵周一・文字信貴・小尻利治・玉川一郎：大気と地表面間におけるエネルギー交換過程の観測 (2)，京都大学防災研究所年報，第30号 B-1，1987，pp. 287-295.