

## 振動流・一方向流共存場での掃流過程の確率モデルに関する研究

中川 博次・辻本 哲郎・後藤 仁志

### STOCHASTIC MODEL OF BED-LOAD MOVEMENT IN OSCILLATION-CURRENT COEXISTING FLOW

By *Hiroji NAKAGAWA, Tetsuro TSUJIMOTO, Hitoshi GOTOH*

#### Synopsis

In order to explain the bed-load transport process by water flow, stochastic model is one of the useful methods which can describe the behavior of individual particle of alluvial system.

Most of the studies of bed-load transport process by stochastic model has been carried out only for the steady-uniform flow. But, the effect of flow unsteadiness on bed-load transport process should be considered in some real alluvial systems. In this study, stochastic model of the bed load transport process in unsteady but uniform flow characterized by oscillation-current coexisting flow is proposed. And then, applicability of the present model is investigated by experimental results of bed load behavior. Agreement of computed result with experiment is fairly good, and thus the unsteady uniform alluvial system can be described with the aid of the present model.

#### 1. 緒 言

河川における掃流砂れきの運動についてはこれまで砂粒子レベルでの流砂力学の確立を目的とした種々の研究が行われた。とくに流砂現象の本質はその素過程である個々の砂粒子の運動であるという観点から個々の砂粒子の運動過程に着目した議論が展開され、定常等流下の流砂現象を対象とした stochastic model に基づく流砂の非平衡の理論としてまとめられている。移動床現象は不規則で確率的なパラメータに支配されているから、パラメータの確率特性を組み込める stochastic model は流砂現象の本質の記述に有利な手段とすることができる。

これまでの stochastic model による研究は定常等流を対象として進められ、固定床移動床接続部下流等に見られる軽微な非平衡性の記述や、河床波の発生機構を説明する際の流砂の遅れ距離についての合理的説明などが可能となった<sup>1),2)</sup>。こうした従来の stochastic model は定常状態を対象として空間軸上で展開されているが、実現象が空間的に非一様でしかも時間的に非定常であることを考えると空間軸上に展開された従来のモデルを時空間に拡張するべきであり、時空間的 stochastic model の準備的段階としての時間軸上に展開された stochastic model が必要である。

砂粒運動の非定常性が卓越する例としては漂砂現象が挙げられる。現象の素過程が個々の砂粒子の運動である点では漂砂現象も流砂現象と同一であり、この観点から流砂現象と漂砂現象は時空間に展開された stochastic model により統一的に記述されることが期待される。

従来の漂砂機構に関する研究の多くは半周期ないしは一周期の net の漂砂量を対象としたものであり、

各位相における漂砂量や種々の特性量を取り扱った研究は、相対的に少ない。各位相における流砂量の変化の計測例としては、Sleath<sup>3)</sup>による振動トレイを用いた半周期内流砂量の位相別変化の計測が挙げられ、(i) 加速位相における流砂量の迅速な増加、(ii) 流砂量のピークの流速のピークに対する位相の進み等の特性が見いだされている。また山下・沢本<sup>4)</sup>により stochastic model の適用が試みられている。彼らは著者ら<sup>1),2)</sup>の流砂の stochastic model の考え方を基礎とした漂砂の stochastic な取扱いを行って、沖浜帯での少量の砂の掃流移動を対象に漂砂の初期移動機構と掃流移動過程について検討し、その結果として半周期平均掃流砂量式および瞬間的掃流砂量式を提案している。山下らは波動場における位相別の pick-up rate 及び deposit rate について実験的検討も行い、pick-up rate, deposit rate が位相によって大きく変化し、移動開始位相と停止位相とがかなり明確に区分されていることを指摘している。

本研究では、場所的に一様で時間的に非定常な流れ場における砂粒子の運動を stochastic model によって一般的に理解することを目的とする。すなわち、振動流・一方向流共存場における掃流粒子の運動に関する実験を通じて場所的に非定常な流れ場における砂粒子の運動過程を検討し、pick-up rate と moving period を構成要素として時間軸上で展開された stochastic model の振動流・一方向流共存場への適用性について検討するものである。

## 2. 非平衡流砂モデルのフレームワーク

pick-up rate と step length とから成る掃流砂モデルにより、pick-up rate を入力とし流砂量を出力とする一つのシステムとして掃流過程を捉え、流砂量の局所的水理量に対する空間的遅れ機構を簡単かつ明瞭に説明することができる。空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流過程のこのような取扱いは非平衡流砂モデルとして知られ、著者ら<sup>1),2)</sup>によれば局所掃流砂量及び deposit rate はそれぞれ、

$$q_B(x) = \frac{A_3 d}{A_2} \int_0^\infty p_s(x-\lambda) \int_\lambda^\infty f_B(\eta | x-\lambda) d\eta d\lambda \dots\dots\dots (1)$$

$$p_d(x) = \int_0^\infty p_s(x-\lambda) f_B(\eta | x-\lambda) d\lambda \dots\dots\dots (2)$$

と表わされる。ここに、 $A_2, A_3$  は、2次元、3次元の形状係数、 $d$  は砂粒子の粒径、 $p_s(x)$  は、位置  $x$  における pick-up rate、 $f_B(\eta | x)$  は、位置  $x$  で pick-up された砂粒子の step length  $\eta$  の確率密度関数である。

さらに、空間的な非一様性がそれほど大きくない場合は、移動床場は軽微な非平衡性を呈し、step length の確率密度関数が砂粒子の移動開始位置に存在しない。このような現象の最も単純な例は、固定床・移動床接続部下流の掃流砂量の変化に認められ、ここから階段関数的入力に対する系の応答性を知ることができる。

一方、空間的には一様で、時間的に非定常な場合の掃流過程は、式(1)、(2)を時間軸上で展開した形式で書けて、時刻  $t$  での瞬間掃流砂量及び時刻  $t$  での瞬間 deposit rate はそれぞれ、

$$q_B(t) = \frac{A_3 d}{A_2} \int_0^\infty p_s(t-\tau) u_g(t | t-\tau) \int_\tau^\infty f_T(\zeta | t-\tau) d\zeta d\tau \dots\dots\dots (3)$$

$$p_d(t) = \int_0^\infty p_s(t-\tau) f_T(\tau | t-\tau) d\tau \dots\dots\dots (4)$$

となる。ここに、 $p_s(t)$  は、時刻  $t$  の pick-up rate、 $f_T(\zeta | t)$  は、時刻  $t$  に pick-up された砂粒子の moving period が  $\zeta$  である確率密度関数、 $u_g(t | t-\tau)$  は、時刻  $t-\tau$  に pick-up された砂粒子の時間  $\tau$  後のすなわち時刻  $t$  における移動速度である。

流砂量式について見ると、空間的に一様・時間的に非定常な場合の掃流過程の方は砂粒子の移動速度が入ってくる点で、空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流過程と異なった表現となっているが、deposit rate式においては、空間的に非一様・時間的に定常な場合の掃流過程と空間的に一様・時間的に非定常な場合の掃流過程とは同様の形式で表現され、前者のstep lengthが後者のmoving periodに対応している。式(4)は第4章で、時間軸上の非平衡流砂過程に適用され、本フレームワークの有効性が検証される。

### 3. 振動流・一方向流共存場における掃流過程に関する実験的検討

#### 3.1 実験の概要

場所的には一様で時間的に非定常な場の例として振動流・一方向流共存場を選び、Fig. 1に示すアクリル製の重力式U字管振動流装置を用いて、掃流過程に関する実験を行った。本研究で用いた振動流装置には、一方向流が共存できる様に上下流に一方向流の流出入口が設けられている。なお、一方向流は回転数を電子制御できるポンプから供給されており、ポンプの回転数と流量には良好な線形関係が確認されている。

計測区間は、水平部の中央80cmの移動床区間(断面は高さ10cm×幅40cm)のほぼ中央の区間で、下流側20cmの区間は堆砂箱が設けられており砂粒子の流失を防いでいる。なお計測区間の上部は開閉が可能となっている。

砂粒子の移動状況は、水路上方よりCCDカメラを用いてビデオ撮影された。撮影は水路の幅40cmの中央部の約20cmの部分について行い、側壁の影響があると思われる両端10cmの部分の粒子は対象としないこととした。撮影されたのは移動床区間のほぼ中央の20cm×20cmの領域である。

実験は、以下に示す順序で進められた。(i)移動床部に砂粒子を敷き詰め蓋をする。(ii)ball valveを閉めて注水し、水頭差を設定する。(iii)一方向流を流し、撮影を開始し、ball valveを開けて振動流を発生させる。(iv)移動する砂粒子がなくなれば撮影を終わる。(v)撮影後、移動床に凹凸が生じてい

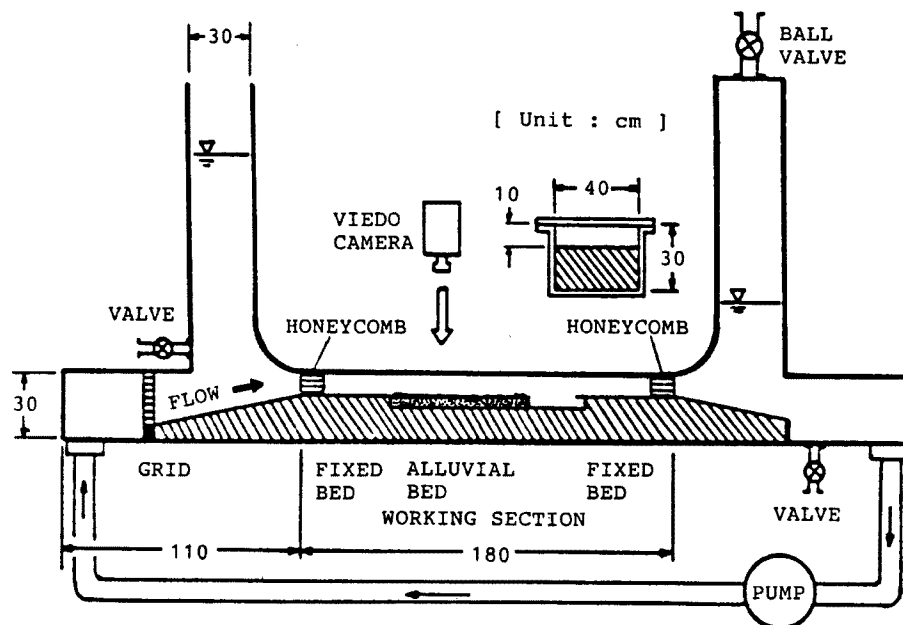


Fig. 1. Experimental installation.

Table 1 Experimental conditions

Run	H(cm)	$u_c$ (cm/sec)	$U_w$ (cm/sec)	$U_w/u_c$	T(sec)
1	7.0	18.0	32.81	1.82	4.0
2	10.5	18.0	41.01	2.28	4.0

れば、排水し、蓋を開けて凹凸を修正し、(ii)に戻る。凹凸が生じていなければ、そのまま(ii)に戻る。なお、実験に用いた装置は重力式の振動流装置で減衰が早いため、粒子の移動の観察は最初の1周期(4秒間)を対象として行った。また、砂粒子の運動は各周期間で閉じており、何周期にもわたって継続的に移動する砂粒子は観察されなかった。

実験は粒径  $d = 0.4$  cm、比重  $\sigma/\rho = 1.48$  の粒子を用いて、Table 1 に示す実験条件で行われた。表中に示す  $H$  は水頭差、 $u_c$  は一方向流の断面平均流速、 $U_w$  は河床からの高さ  $y = d/2$  における振動流の流速振動、 $T$  は振動の周期である。振動流の流速振幅  $U_w$  については、河床付近の流速の計測値を片対数紙上で外挿することにより、河床からの高さ  $y = d/2$  における値を求めている。なお、実験条件の設定に際しては、一方向流の流量を砂粒の移動限界を僅かに下回る程度に固定し、それに対して振動流の流速振幅を変化させる様にした。

### 3.2 実験結果

#### (1) 流速場の計測結果

流速場の計測は、移動床と同一の粒子で粗度付けされた固定床を設置し、3 mm径の小型プロペラ流速計を用いて行われた。流速の計測は、80 cmの計測区間の下流側から30 cmの地点で、水路上部よりプロペラ流速計を挿入し、河床からの高さを順次変化させて行われた。流速計測の際には、U字管の水面の振動と計測区間の流速とを同時に記録するため、U字管の水面に波高計を設置し、流速計及び波高計からの出力電圧は、TEAC社製のデータレコーダーDRF1に記録され、パーソナルコンピュータで処理された。

まず、振動流・一方向流共存場での計測に先立って一方向流のみの場合の流速分布及び乱れ強度分布の計測が実施され、全域に亘る対数則の成立と乱れ強度の指数分布関係の成立が確認されている。

振動流の計測例をFig. 2に示す。図中の実線は、瞬間流速の時系列、これに重なるように描かれた破線は後述の定義による平均流速である。図中の上方には初期の水面位置をゼロとした際のU字管の水位変動を併せて示している。平均流速の定義については、(i) 移動平均法、(ii) アンサンブル平均法、(iii) 波動成分分離法(周波数領域法)などがある。本研究では振動が長時間維持できないので、(ii)の方法に必要なサンプル数を確保するのは難しい。さらに(i)の方法は、周波数領域法におけるローパスフィルターに相当するが、フィルターの形状が不明確で、どの領域の成分をカットしたのかが不明となる欠点がある。そこで、ここでは(iii)の方法で平均流を評価することとした。流速値の時系列を離散型のFourier変換にかけて周波数領域に移した後、基本振動、2倍、3倍、4倍、5倍振動までを取り出して合成し、Fourier逆変換して平均流速とした。

また、変動成分は瞬間流速と上記の定義で求めた平均流速との偏差で定義することとした。その標準偏差として求められる乱れ強度(1/10周期毎に平均処理した値)は、立ち上がり部分で大きく、一旦ピーク付近で減少し

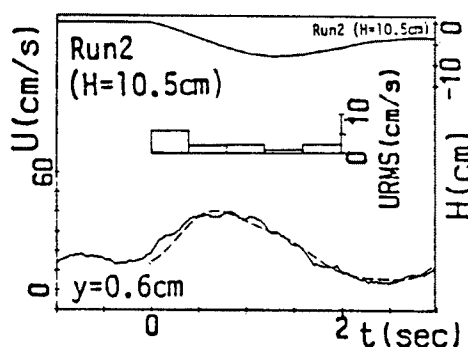


Fig. 2. Time series of velocity.

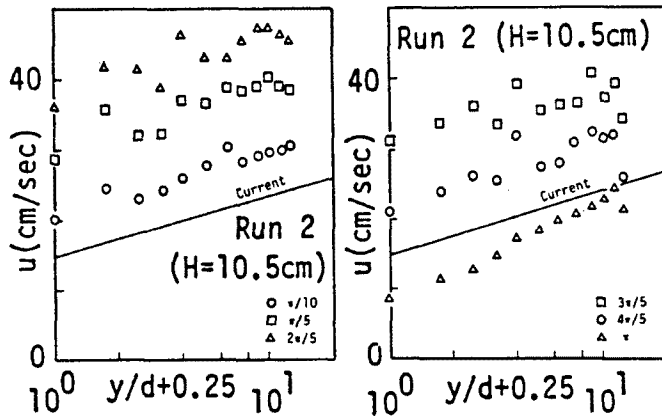


Fig. 3. Velocity profile.

象範囲から移動を開始する全ての砂粒子の運動軌跡を記録した。この運動軌跡の記録からある位相に移動を開始する砂粒子の個数とある位相に停止する砂粒子の個数とが求められ、これらを計測単位時間（0.1秒）と計測対象区間で表面に露出して存在する砂粒子の個数で除して、pick-up rate, deposit rateのそれぞれが求められる。これらについては統計的信頼性を増すため、複数のビデオ画像についてのアンサンブル平均を行った。こうして得られた pick-up rate と deposit rate の位相別の変化を示したのが Fig. 4 である。なお、図中の破線は底面付近（高さ  $y=d/2$ ）における流速の時系列を示している。pick-up rate は、加速期の初期に急増して位相  $\pi/3$  付近で最大値をとった後緩やかに減少する非対象分布となっている。とくに Run 2 の pick-up rate は底面付近の流速に対しても位相の進みを示している。

deposit rate の位相別分布は、pick-up rate のそれと線対象（即ち、pick-up rate の分布を折り返したような）の関係にあり、穏やかに増加し急に減衰する特性がある。なお、deposit rate の方が pick-up rate に比べて広い範囲に分布している。

Fig. 4 によれば、振動流の効果が強い方が pick-up rate のピークが進み、deposit rate のピークが遅れていることが確認できる。また、Run 1 と比べて、振動流の効果が強い Run 2 の方が pick-up rate, deposit rate とともに分布の裾の部分が広くなり、広範囲に分布している。すなわちこれらの特性は、(i) pick-up rate, deposit rate 両分布の交点の位置と (ii) 両分布のピーク間の lag の特性に集約され、振動流の効果が強い方が、(i) 交点の位置は降下し、(ii) ピーク間の lag は増加

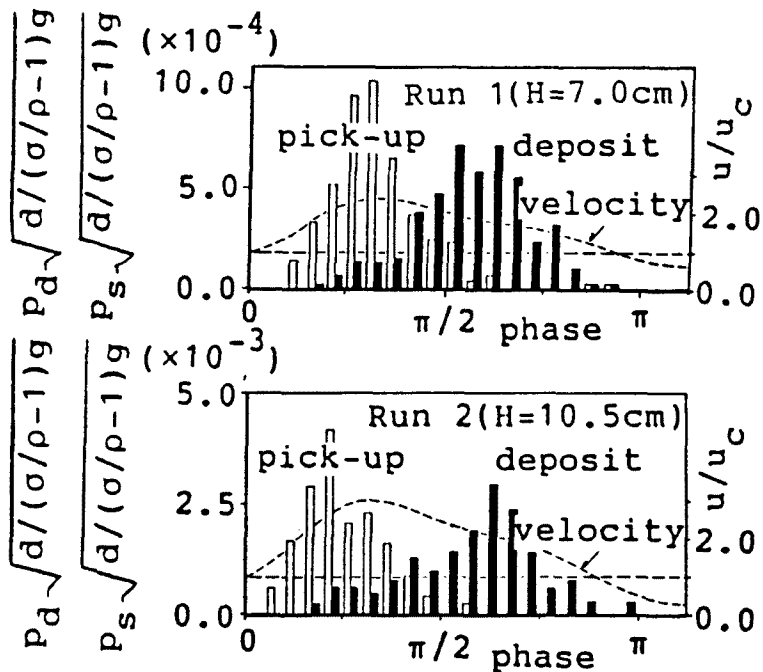


Fig. 4. Variation of the pick-up rate and deposit rate during the course of a half oscillation cycle.

た後、一定ないしは増大する傾向を持っている。

平均流速を片対数紙上にプロットしたのが、Fig. 3 である。流速分布は大まかに見るとどの時刻でも対数関係にあるが、加速期に底面付近で流速の先走り現象ともとれるような分布の膨らみがみられ、流速分布の一様化が生じているようである。

(2) pick-up rate と deposit rate の位相別変化

ビデオ画像をコマ送りで再生することにより、最初の 1 周期の間に計測対象

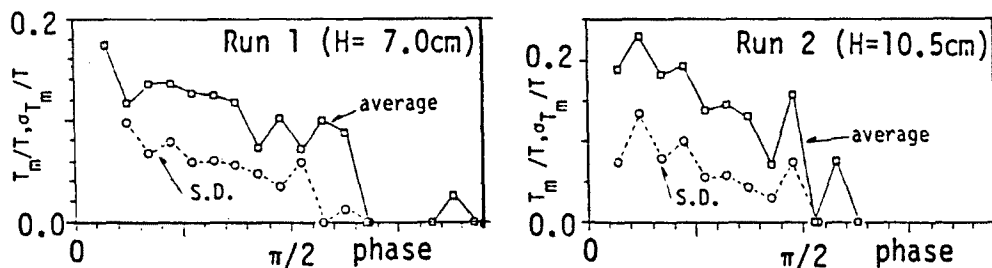


Fig. 5. Variation of moving period.

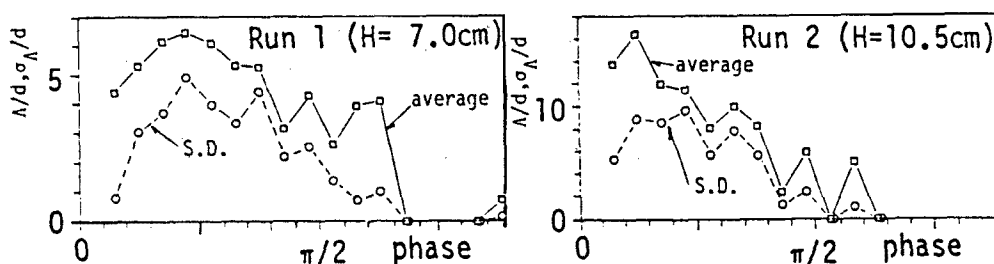


Fig. 6. Variation of step length.

する傾向がある。

本研究で扱った流れ場では、各周期内に移動を開始した砂粒はその周期内に停止しており、pick-up rateの位相別の変化がdeposit rateの位相別の変化に変換される過程は、moving periodの移動開始位相別の特長から説明が可能と考えられる。この変換過程についての非平衡流砂モデルによる解釈については後述する。

### (3) moving periodとstep lengthの特性

moving periodの平均値 $T_m$ と標準偏差 $\sigma_{T_m}$ の移動開始位相別特性を示したのが、Fig. 5である。なお、図中の $T$ は振動の周期である。moving periodは平均値・標準偏差とも単調減少傾向を示しており、(i)早い時刻に移動を開始した砂粒子ほど平均的には長時間移動すること、(ii)移動時間のばらつきは移動開始時刻が早いほど大きいことが理解できる。(ii)については移動開始時間が早いほど河床面に不規則に存在する突起と衝突する回数も増え、移動中に急激な衝突で運動量を奪われ突如停止してしまう砂粒子の出現頻度が増加することと関係していると思われる。

さらに、step lengthの移動開始位相別特性を示したのが、Fig. 6である。なお、図中の $d$ 、 $\lambda$ 、 $\sigma_\lambda$ はそれぞれ砂粒子の粒径、step lengthの平均値、標準偏差である。

とくにRun 1の場合の分布は初期に於いて小さなピークを持つようであり、moving periodの場合に比べて、平均値・標準偏差の実験ケース間の差は大きくなっている。これは、step lengthがmoving periodに比べて河床面の不規則性の影響を受け易いことを示しているものと考えられる。

一方、Run 2ではむしろ全体として単調減少の傾向が認められるが、この単調減少性は、山下・沢本<sup>4)</sup>が波動場を対象に行った実験でも確認されている。

## 4. pick-up rateからdeposit rateへの変換過程

ここでは、モデルの基本的特性を知るために、式(4)で表されるpick-up rateからdeposit rateへの

変換過程に関する考察を行う。

移動開始時刻の条件付き moving period の確率密度関数を次のように近似する。

$$f_T(t|\zeta) = \begin{cases} \frac{1}{t_p/2 + T_m(\zeta)} \frac{t}{t_p} & (0 < t \leq t_p) \\ \frac{1}{t_p/2 + T_m(\zeta)} \exp\left(-\frac{t-t_p}{T_m(\zeta)}\right) & (t_p < t) \end{cases} \quad (5)$$

$$T_m(\zeta) = T_0 \exp\left(-\frac{\zeta}{T_c}\right) \quad (6)$$

ここに、 $T_m$  は移動開始時刻  $\zeta$  での平均 moving period,  $T_0$  は  $\zeta = 0$  における  $T_m$ ,  $T_c$  は平均 moving period  $T_m$  の移動開始時刻  $\zeta$  軸上での平均値,  $t_p$  は分布がピークをとる時刻である。moving period の支配要因としては、(i) 河床との接触の効果 (着底の効果), (ii) 流れ場の時間変化 (粒子に作用する流体力の時間変化) の2つの効果がある。(i) の効果は主として移動継続時間に影響し、(ii) の効果は移動開始時刻に影響する。ここでは、(ii) の効果は、式(5)の平均 moving period  $T_m$  を通じて現れ、(i) の効果は、 $T_m$  で規格化された指数分布に従い、lag のみに依存した形となっている。この近似と実験結果との対応の例を Fig. 7 に示す (図中に  $t_p$  に相当する  $\tau(t_p/T)$  を矢印で示した)。

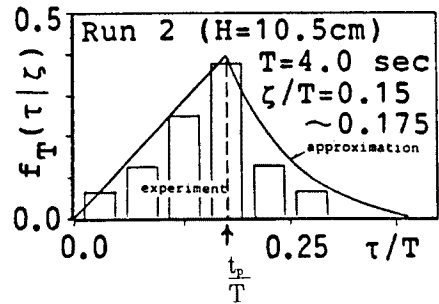


Fig. 7. Conditional probability density function of moving period.

実験結果は、式(5)、(6)の近似でほぼ良好に表現されている。このように moving period の確率密度関数がピークを持つのは、非定常流れ場の特徴の一つであり以下のように解釈される。流れの加速位相において河床面から pick-up された砂粒子は流れによって加速され、徐々に速度を増すにつれ慣性が大きくなり停止しにくくなっていく。従って、流れが砂粒子の移動に十分な流速を持っている間は移動を継続することとなり、流れの変化のパターンの影響を受けて moving period もピークを持つこととなる。

次に、実験結果を用いて、条件付き確率密度関数  $f_T(\tau|\zeta)$  のパラメータを決定する方法について説明する。決定すべきパラメータは、 $T_0$ ,  $T_c$ ,  $t_p$  であるが、これらのパラメータと  $f_T(\tau|\zeta)$  との関係を概念的に示したのが Fig. 8 である。moving period の確率密度関数は移動継続時間  $\tau$  と移動開始時刻  $\zeta$  との同時確

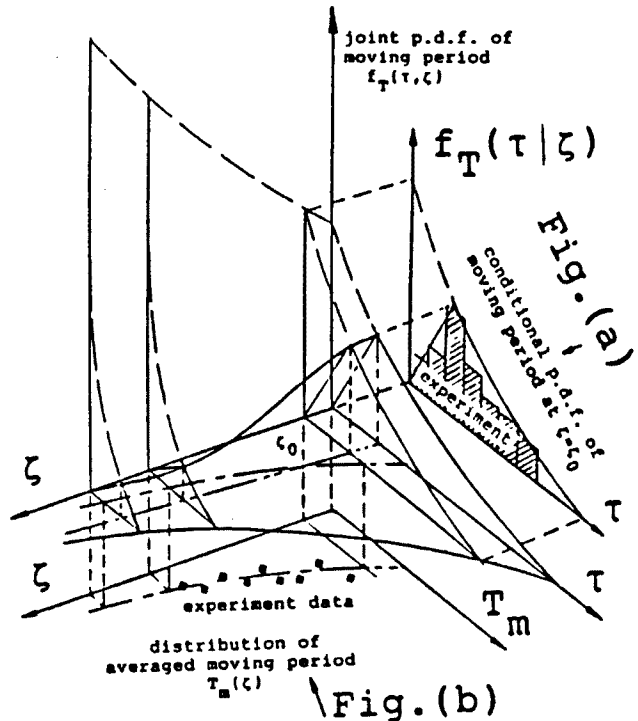


Fig. 8. Schematic expression of p. d. f. of moving period.

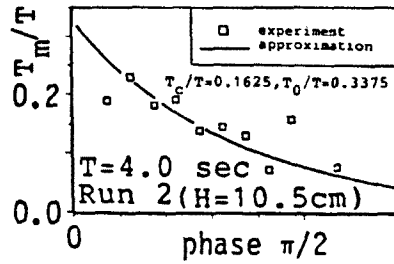


Fig. 9. Variation of averaged moving period.

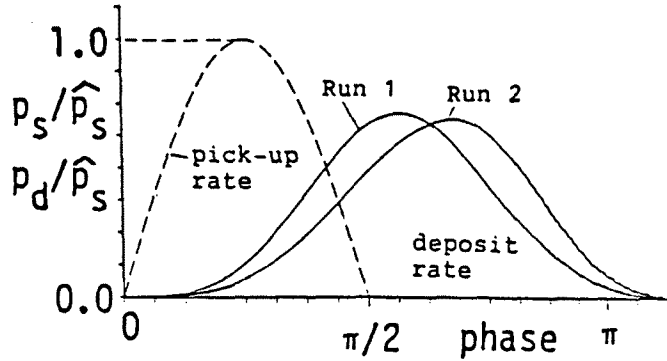


Fig. 10. Result of the present model.

率密度関数として定義され、この同時確率密度関数を  $\xi = \xi_0$  平面で切断した切り口 (Fig. 8 (a)) が移動開始時刻  $\xi_0$  の条件付き確率密度関数となっている。Fig. 8 (a) のハッチを施した部分が実験から得られた分布を、実線が近似曲線をそれぞれ示しているが、この対応関係の実例はすでに Fig. 7 に示した通りである。また、個々の砂粒子 moving period の移動開始時刻別の平均値が  $T_m(\xi)$  であり、さらにそれを  $\xi$  軸方向に平均化すると  $T_c$  が求められる。この関係は、Fig. 8 (b) の  $\xi \sim T_m$  平面に示されている。この関係を実験で調べた例を示したのが Fig. 9 であるが、指数関係が概ね良好な近似を与えることがこの図から確認される。

計算を行う際に、pick-up rate は、以下の sin 型の分布で与えるものとする。

$$p_s(t) = \begin{cases} p_s \sin(\Omega t) & (0 < t \leq 2t_s) \\ 0 & (2t_s < t) \end{cases} \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $p_s$  は  $p_s$  の最大値、 $\Omega = \pi / (2t_s)$  である。式(4) を数値積分することにより、式(7) で表される pick-up rate を入力とした時の deposit rate が得られることとなる。

Fig. 4 に示す実験結果から、振動流の影響 (即ち非定常性の影響) が強まるにつれて、pick-up rate と deposit rate の分布が徐々に分離していくことが確認され、このことは、すでに述べたように (i) 両分布の交点の降下と (ii) 両分布のピーク間の lag の増加とに集約して表現される。

Fig. 10 に示したのが式(4)による計算結果である。図中の破線は pick-up rate を実線は各 Run の deposit rate を示している。この計算は、実験結果から得られる変換過程の定性的性質がモデルでどの程度再現可能かを確認するためのものであるため、pick-up rate も sin 型で与え、基本的特徴のみを抽出するにとどめている。計算結果は、先述の2つの特徴のいずれをも良好に再現しており、時間軸上に展開された非平衡流砂モデルにより、pick-up rate から deposit rate への変換過程を少なくとも定性的に記述可能であることが確認された。

### 5. 結 語

本研究においては、空間的に一様・時間的に非定常な場における非平衡流砂モデルを提案し、振動流・一方向流共存場において実験的検討を行った。この結果、空間的に一様・時間的に非定常な場における掃流粒子の運動過程を、stochastic model によって理解するための基本的枠組みが明らかにされた。主要な結論を以下に示す。

- 1) 空間的に一様・時間的に非定常な場における非平衡流砂モデルのフレームワークを示し、瞬間掃



流砂量式および瞬間 deposit rate 式を時間軸上の重畳積分形式で表現した。空間軸上のシステムの単位インパルス応答である step length は、時間軸上では moving period に相当し、空間軸上と時間軸上で deposit rate を表す式が相似となることが明らかとなった。

2) 空間的に一様・時間的に非定常な場の代表例としての振動流・一方向流共存場において、掃流粒子の運動特性を実験的に検討した。実験では一方向流の流速を固定して、振動流の流速振幅を変化させた。これによって流れの非定常性が掃流過程に及ぼす効果について検討し、非平衡流砂モデルのサブシステムである pick-up rate や moving period などについての情報を収集した。

3) 空間的一様性を伴う非定常流れ場における非平衡流砂モデルを用いて pick-up rate から deposit rate への変換過程についても検討した。計算結果は、少なくとも定性的には実験結果を良好に説明するものであり、本モデルが空間的一様性を伴う非定常流れ場に対して有効であることが確認された。

以上のように、本研究では、空間的に一様で時間的に非定常な場における掃流過程について stochastic model を用いたモデル化の枠組みを示し、その基本的特性について実験的検討を行った。今後は、さらに実験データの収集に努めるとともに、サブシステムの評価法について検討を進めて、モデルの汎用化を図りたい。

なお、本研究の遂行に当たり、京都大学大学院生・仙波 克君の協力を得たので、記して謝意を表す。

#### 参考文献

- 1) 中川博次・辻本哲郎：砂礫の運動に伴う移動床砂面の擾乱発生過程，土木学会論文報告集，第 291 号，1979，pp. 53 - 62.
- 2) Nakagawa, H. and T. Tsujimoto: Sand Bed Instability Due to Bed Load Motion, Proc. ASCE, Vol. 106, HY 12, 1980, pp. 2029 - 2051.
- 3) Sleath, J. F. A.: Measurements of Bed Load in Oscillatory Flow, Proc. ASCE, Vol. 104, WW 4, 1978, pp. 291 - 307.
- 4) 山下俊彦・沢本正樹・秋山義信・山崎泰助：波動場での砂粒子の移動確率と掃流砂量に関する研究，第 30 回海岸工学講演会論文集，1983，pp. 194 - 198.