

## 蛇行流路における Sorting 現象および平衡河床形状に関する研究

芦田 和男・江頭 進治・劉 炳義・梅本 正樹

### SORTING AND BED TOPOGRAPHY IN MEANDER CHANNELS

By Kazuo ASHIDA, Shinji EGASHIRA, Bingyi LIU and Masaki UMEMOTO

#### Synopsis

It is often found that a coarse surface layer exists in the outer-bank region, and meanwhile a finer one in the inner-bank region of natural stream bends. This phenomenon generally results from the sorting of graded bed load. Some attempts have been made to relate the sorting to bed topography as well as flow characteristics. The available models, however, practically deal with the case of uniformly-curved bends in a steady-state. No comprehensive model is yet available that can predict the spatial and temporal variations of grain size distribution in meander channels.

In the present study, the sorting phenomenon and its effects on the bed topography in a meander channel is considered. The mechanics of sorting is simply illustrated by the force balance on a moving bed load grain. It shows that, the coarser a grain is, the greater the ration of the lateral downslope force of gravity to the upslope pull due to secondary currents is, so that coarser grains move toward the outerbank, while finer ones toward the innerbank. Four experiments is also conducted to investigate the features of sorting in a flume meander channel. One of the results is that the coarse surface layer forming in the outer bank region reduces the depth of deep scouring.

Furthermore, based on a two-dimensional shallow water flow model, a two-dimensional numerical model is developed, which can predict the bed topography and the surface bed material size distribution coupling with the consideration on the sorting of heterogeneous bed load. The validity of the model is verified by the comparison of calculated results with experimental data.

#### 1. 緒 言

沖積河川の河道形成過程は流れがその境界形状を変化させ、また境界形状が流れを規定するという相互作用を伴う複雑な現象である。その典型的な一例である蛇行あるいは湾曲形状を有する流路では、河床に砂州や深掘れが形成されており、流れが強く三次元性を帯びるため、その現象を解明することは河川水文学上最も困難な研究課題の一つとされてきた。

実河川の河床は、一般に広い粒度分布を持つ混合砂礫から構成されているが、これまでの蛇行・湾曲流路の河床変動に関する研究の多くは、大局的な流砂機構を究明することに着目して、一様砂の場合を対象として行われてきた。これらの研究は、流れ場の解析手法の違いによって理論解析と数値解析とに大きく分けられる。一方、蛇行流路のような曲率をもつ流路における sorting 現象は、二次流や流路形状（横断勾配）の影響によって流砂量と流砂の方向が粒径ごとに、且つ場所的に異なることより、直線流路におけ

るものと異なり、二方向性（縦・横断）を持つ。

混合砂礫床蛇行・湾曲流路の河床形状および粒度分布に関しては、これまでにいくつかの研究がなされてきた。以下、これらを概観してみる。

最初の研究は、一様湾曲流路を対象とするもので、砂粒子に作用する力のつり合い式（Allen<sup>1)</sup>, Bridge<sup>2)</sup>）、あるいは限界掃流力の考え方をういて（Odgaard<sup>3)</sup>）粒径の横断分布を求めている。Allen<sup>1)</sup>は、Rozovskii<sup>4)</sup>の湾曲部の二次流の理論を用いて、砂粒子に作用する内岸向きの二次流による引力と外岸向きの重力の分力とのつり合い式より、湾曲部の粒径分布を求めている。Bridge<sup>2)</sup>は、Engelund<sup>5)</sup>の横断河床形状に関する理論とAllenの考え方を結合して、横断形状と粒径の横断分布を同時に求めている。Odgaard<sup>3)</sup>は、湾曲部における限界掃流力の考え方を導入して、水深、粒径および鉛直平均の主流速について横断的な分布を求めている。しかし、これらの解析には、共通の欠点がある。これは、全体の流砂の粒度分布は独立に与えられるものではなく、流路の曲率などの条件より、モデルから決定される従属変量となっている。池田ら<sup>6)</sup>の理論にはこの欠点が除けられた。彼らは、縦断方向の流速の分布を強制渦型とし、川幅—水深比が大きく、河床の横断勾配が比較的小さいことを仮定した上で簡略化された渦度方程式より二次流を求める。この結果を用いて、横断方向の流砂量が動的平衡状態において0となることより、平衡横断形状および粒径分布の式を導き出した。ただし、全体の粒度分布の変化が考慮できない。一方、理論的に蛇行流路の河床形状および平均粒径の分布を論じたのは、Parker & Andrews<sup>7)</sup>の研究が最初であろう。彼らは、蛇行流路における平均粒径の場所的変化を、摂動法を用いて線形一次解析を行うことより、解析的に求めている。

以上のように、蛇行・湾曲流路における Sorting 現象および平衡河床形状に関する研究は、まだ例が少なく、更なる研究が必要である。そこで、本論文は、混合砂礫床蛇行流路における砂礫の sorting 機構を理論的、実験的に考察するとともに、且つ粒度分布の河床形状への影響についても検討を行う。さらに、流れ場を二次元浅水流モデルで解析し、それより混合砂礫床の二次元河床変動シミュレーションモデルを開発する。その妥当性は、粒度分布と平衡河床形状の実験結果より検証する。

## 2. 砂礫の Sorting 機構

実河川の河床において、内岸側が細粒化され、外岸側が粗粒化されていることが認められている。以下は、その形成機構について簡単に解釈してみる。

Fig. 1 に示されているような曲率と横断勾配を持つ流路において、河床上に移動する粒子を働く力を考える。各記号は図示のとおりであり、 $s$ ,  $n$ ,  $z$  は、それぞれ縦断方向、横断方向と鉛直方向を表し、砂粒子の移動速度ベクトルを  $V_p(u_p, v_p)$ 、底面の流速ベクトルを  $V_b(u_b, v_b)$  とする。 $F_D$  は流体抗力、 $F_L$  は流体揚力、 $F_r$  は粒子と床面間の摩擦力、 $W$  は重力、 $\theta_s$ 、 $\theta_n$  は縦・横断方向の傾斜角、 $\delta$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  はそれぞれ  $F_D$ ,  $V_p$ ,  $V_b$  と  $s$  方向の偏角である。粒子が近似的に定常運動をすると設定すれば、縦・横断方向のつり合い式は、それぞれ

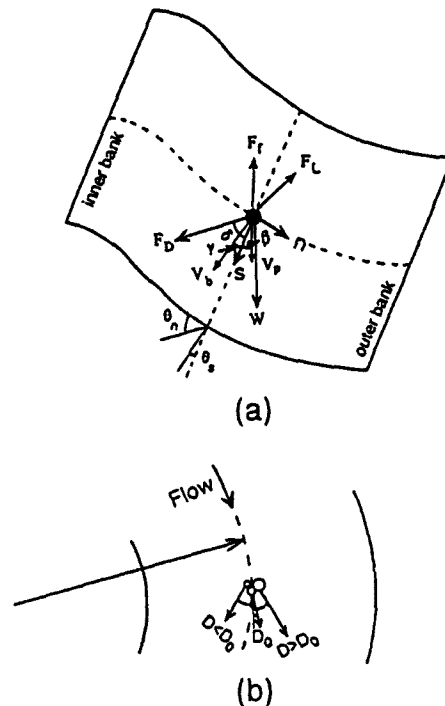


Fig. 1. (a) Forces on a sediment particle.  
(b) Paths taken by the sediment particles.

$$s \text{ 方向 : } W \sin \theta_s + F_D \cos \delta - F_f \cos \beta = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$n \text{ 方向 : } W \sin \theta_n - F_D \sin \delta - F_f \sin \beta = 0 \dots\dots\dots (2)$$

となる。また、 $F_D$  と  $W$  は、それぞれ (3) と (4) 式のように表される。

$$F_D = \frac{\rho}{2} C_D \frac{\pi}{4} D^2 \{ (u_b - u_p)^2 + (v_b - v_p)^2 \} \dots\dots\dots (3)$$

$$W = \frac{\pi}{6} D^3 (\rho_s - \rho) g \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $D$  は粒径、 $\rho$ 、 $\rho_s$  はそれぞれ流体および砂粒子の密度、 $C_D$  は抗力係数、 $g$  は重力加速度である。以上の式より、粒子の移動方向については、次式が得られる。

$$\tan \beta = \frac{k \sin \theta_n D - \sin \delta}{k \sin \theta_s D + \cos \delta} \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 $k = 4Rg/3C_D \{ (u_b - u_p)^2 + (v_b - v_p)^2 \}$ 、 $R = (\rho_s/\rho - 1)$ 。よって、

$$\frac{\partial(\tan \beta)}{\partial D} = \frac{k \sin \theta_n \cos \delta + k \sin \theta_s \sin \delta}{(k \sin \theta_s D + \cos \delta)^2} > 0 \dots\dots\dots (6)$$

(6) 式より、ある粒径  $D_0$  の移動角度を  $\beta_0$  とすると、

$$\begin{cases} \beta > \beta_0 & (D > D_0) \\ \beta < \beta_0 & (D < D_0) \end{cases} \dots\dots\dots (7)$$

という関係がある。すなわち、Fig. 1 に示すように、 $D > D_0$  の粗い粒子はそれより外岸側へ、逆に  $D < D_0$  の細い粒子はそれより内岸側へ移動する。結果として、内岸の河床が細粒化され、外岸の方が粗粒化されることになる。

次に、混合砂礫床の河床変動方程式 (掃流砂のみの場合) より平衡状態における蛇行流路および一様湾曲流路の場合の粒度の分布特性について考察する。縦・横断方向の単位幅掃流砂量 ( $q_{bs}$ ,  $q_{bn}$ ) および河床位 ( $z_b$ ) は粒子の体積存在確率密度関数 ( $p(D, s, n, z)$ ) を用いて、それぞれ (8), (9) および (10) 式のように定義する。

$$q_{bs} = \int_{D_{min}}^{D_{max}} \phi_s p_b dD \dots\dots\dots (8)$$

$$q_{bn} = \int_{D_{min}}^{D_{max}} \phi_n p_b dD \dots\dots\dots (9)$$

$$z_b = \int_{D_{min}}^{D_{max}} \omega dD \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $D_{max}$ ,  $D_{min}$  はそれぞれ河床材料の最大粒径と最小粒径、 $p_b$  は河床表層の粒子の体積存在確率密度関数 ( $= p(D, s, n, z_b)$ )、 $\phi_s$ ,  $\phi_n$  はそれぞれ水理条件、河床形状および粒度分布に依存する縦・横断方向の流砂量強度関数、 $\omega$  は粒子の堆積関数 ( $= z_0 p_0 + \int_{z_0}^{z_b} p dz$ )、 $z_0$  は河床位の基準値、 $p_0$  は  $z_0$  以下の粒子の平均体積存在確率密度関数である。従って、質量保存則より、(s, n, z) 座標系における蛇行・湾曲流路の混合砂礫床の河床変動式は、

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \left\{ \frac{\partial(\phi_s p_b)}{\partial s} + \frac{\partial(\phi_n p_b)}{\partial n} + \frac{\phi_n p_b}{r} \right\} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

となる。ここに、 $t$  は時間、 $\lambda$  は砂礫間の空隙率、 $r$  は流路 (s-lines) の曲率半径である。

砂粒子が移動しているものの、河床形状および粒度分布は時間的に変化しないという動的平衡状態

( $\partial\omega/\partial t=0$ ) において, (11)式を  $p_b$  について書けば,

$$\phi_s \frac{\partial p_b}{\partial s} + \phi_n \frac{\partial p_b}{\partial n} + \left( \frac{\partial \phi_s}{\partial s} + \frac{\partial \phi_n}{\partial n} + \frac{\phi_n}{r} \right) p_b = 0 \dots\dots\dots (12)$$

となる。以下は, (12)式より, 議論を進める。

一様湾曲流路の場合では,  $\partial/\partial s=0$  であるため,

$$r\phi_n p_b = \text{const} \dots\dots\dots (13)$$

が得られる。側壁において,  $\phi_n p_b = 0$  という条件より, 任意の地点において,

$$\phi_n p_b = 0 \dots\dots\dots (14)$$

となる。 $\phi_n = \phi_s \tan \beta$  より, 移動している粒子 ( $\phi_s \neq 0$ ) にとって, 次式が成立する。

$$p_b \tan \beta = 0 \dots\dots\dots (15)$$

もし同一の地点において, 表層粒度分布が一様でなければ ( $p_b \neq 0$ ), 上式によると, 違う粒径の粒子が同じ方向 ( $\beta=0$ ) に移動するという矛盾した結果になる (式(6)に違反する)。従って, ある地点の粒度分布が一様でなければならない。また,  $\beta=0$  より, 各地点における砂粒子の移動跡は各地点に対応する曲率半径を持つ同心円状になる。

以上の議論より, 一様湾曲流路においては, 動的平衡状態に達した時, 河床表層の粒度は各地点ごとに一様となり, かつその粒径は内岸から外岸に向かって大きくなる。一様湾曲流路におけるこの現象は pure sorting と呼ばれている<sup>6)</sup>。

一方, 蛇行流路の場合では,  $\partial/\partial s \neq 0$  であるため, 粒度分布が縦・横断方向に変化し, 一様湾曲の場合のような現象が起こり得ない。

### 3. 実野的考察

#### 3.1 実験の概要

実験は, 式(16)に示す sine-generated curve の蛇行水路 (Fig. 2) を用いて行われた。

$$\theta = \theta_{max} \sin(2\pi s/L) \dots\dots\dots (16)$$

ここに,  $\theta$  は  $x$  軸との偏角,  $\theta_{max}$  は  $\theta$  の最大値,  $L$  は蛇行長,  $s$  は蛇行水路中心曲線に沿って計った距離である。蛇行水路は水路全長 10 m に 4 波長半を配置した。測定は, 上流から 3 波長めの 1 波長で行われた。

実験は, Table 1 に示すように, 4 ケースについて行った。case 1 と case 2 は混合砂の実験で, case

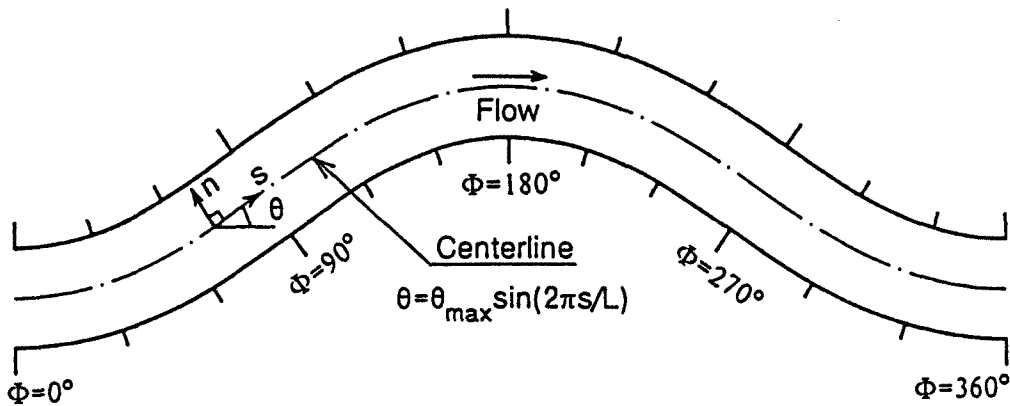


Fig. 2. Definition diagram of the experimental channel.

Table 1. Experimental conditions

Exp. Number	B (cm)	L (cm)	$\theta_{max}$	$i$	Q (l/s)	h (cm)	$Q_s$ (gr/s)	$D_m$ (mm)	$\sigma$	$U_*$ (cm/s)	$U_{*cm}$ (cm/s)	$U_{*cmax}$ (cm/s)
CASE 1	20	220	35°	0.009	1.2	1.65	0	1.74	2.20	3.81	3.38	4.28
CASE 2	20	220	35°	0.009	3.6	4.26	6.67	1.74	2.20	6.13	3.38	4.28
CASE 3	20	220	35°	0.009	1.2	1.70	0.08	1.68	1.55	3.87	3.30	3.99
CASE 4	20	220	35°	0.009	3.6	4.11	5.34	1.68	1.55	6.02	3.30	3.99

3 と case 4 は、粒度分布の河床形状への影響を調べるために、それぞれ case 1 と case 2 と同じ流量で、一様砂に近いものを用いた実験である。実験条件は、Table 1 に示すとおりである。ここに、 $B$  は水路幅、 $i$  は河床勾配、 $Q$  は流量、 $h$  は一波長の平均水深、 $Q_s$  は給砂量、 $D_m$  は平均粒径、 $\sigma$  は標準偏差 ( $=\sqrt{D_{84}/D_{16}}$ )、 $u_*$  は平均摩擦速度、 $u_{*cm}$  は平均粒径の限界摩擦速度、 $u_{*cmax}$  は最大粒径の限界摩擦速度である。平衡状態に達した時の流砂量から見ると、case 1 と case 3 は、流砂量がごく少量で、静的平衡状態に近いものであり、これに対し、case 2 と case 4 は動的平衡状態のものであることが分かる。実験用砂の粒度分布は、Fig. 3 に示すようなものである。case 1 と case 2 の河床材料の粒度分布測定のための採砂は、1 波長を流下方向に 12 等分、横断方向に 4 等分して計 48 の区間に分割し、各区間 4 mm の厚さで 3 層にわたって行った。

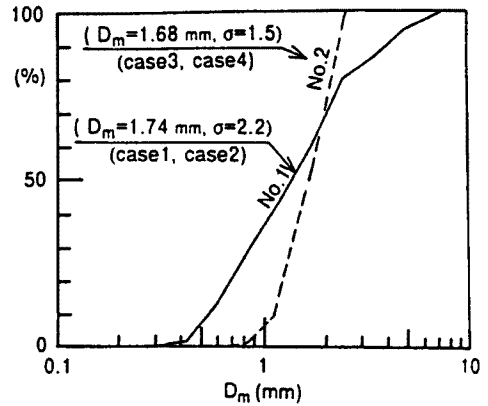


Fig. 3. Grain size distribution of sediment for the experiments.

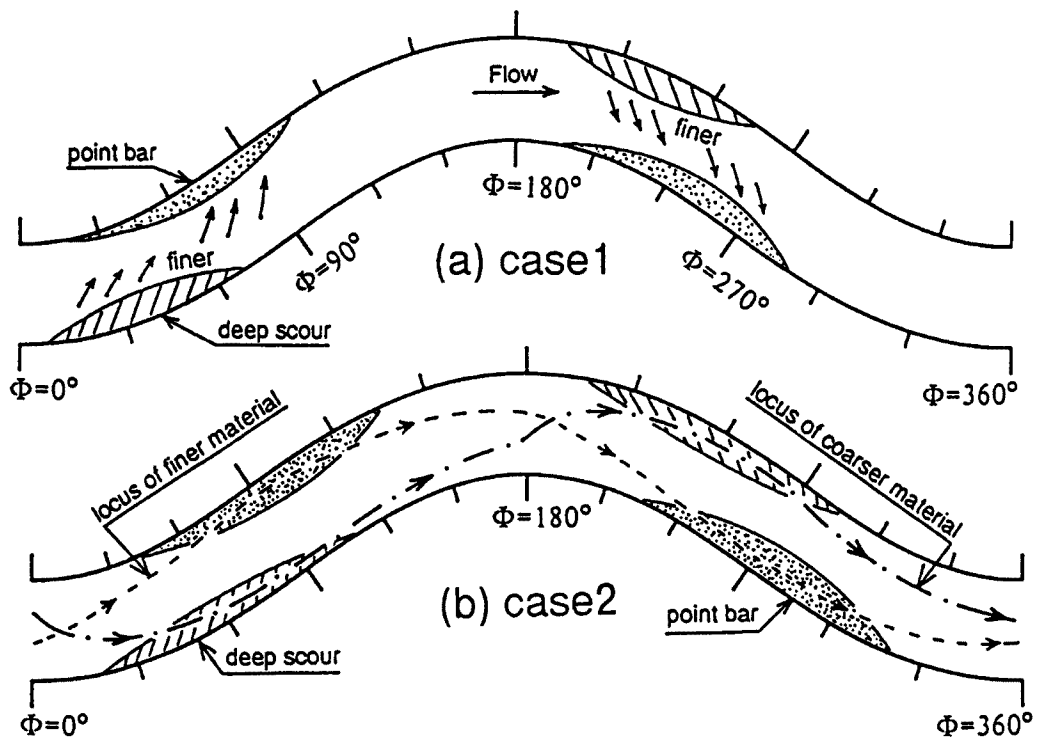


Fig. 4. Sketch for the pattern of grains moving on the meandering channel bed.

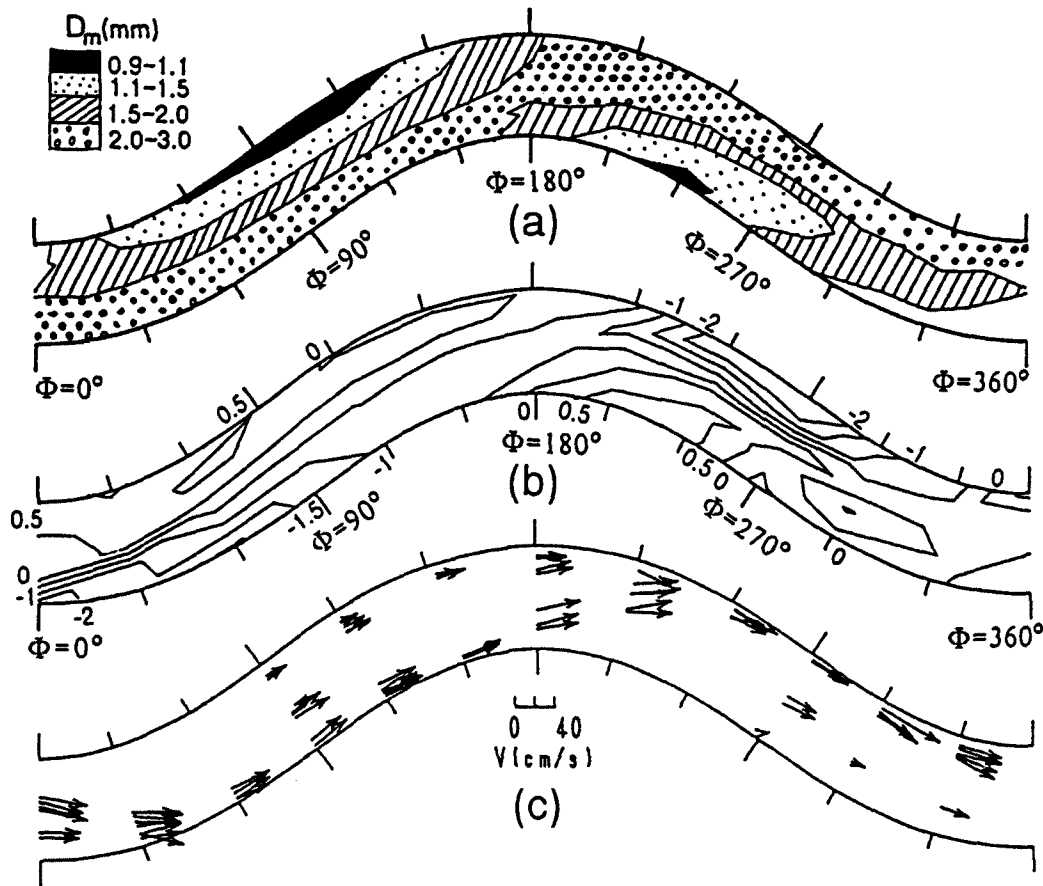


Fig. 5. Experimental results of case 1. ( $Q=1.2$  l/s)

- (a) Map of mean grain size distribution  
 (b) Equilibrium bed topography  
 (c) Vectors of surface-velocity

### 3.2 砂礫のSorting過程

Fig. 4 (a), (b) は粗い粒子と細かい粒子の運動軌跡を実験中に一つ一つの粒子の移動に着目してスケッチしたものである。これらは2.章に示した粒子の移動方向に関する考察と一致している。case 1 は掃流力が小さいため、最大級の粒子がほとんど動かず、細かい粒子が二次流によって外岸域から内岸域に輸送され、堆積する。結果として、外岸域では侵食による粗粒化と内岸域では堆積による細粒化が生じる。時間の経過に伴い流砂量が減少し、静的平衡状態に近づいていく。この現象は直線流路の armoring 現象と類似している。一方、case 2 では掃流量が大きくて、すべての粒子が活発に動いている。図示のように、蛇行頂点 ( $\phi = 0^\circ$  および  $\phi = 180^\circ$ ) 付近の領域において、二つの軌跡が交わっている。これは、上述したように、河床横断勾配、二次流の強度および粒子の受ける流体力の織りなす現象であって、大きい粒子は、斜面勾配による重力の影響によって外岸側へ輸送され、小さい粒子は、重力よりも二次流による流体力が卓越して、内岸側へ輸送されるからである。

Fig. 5 (a), (b), (c) と Fig. 6 (a), (b), (c) は、それぞれ case 1 と case 2 の河床表層の平均粒径の分布、平衡河床形状および浮子の写真撮影から求めた表面流速ベクトルを示している。これらの結果より、次のような特徴が見られる：

(a) 全体を概観してみれば、流線の集中するラインに沿って、河床材料は粗くなっており、粗粒化している領域の対岸側では、細粒化しているのが分かる。これらは Fig. 4 に示された粒子の運動軌跡と対

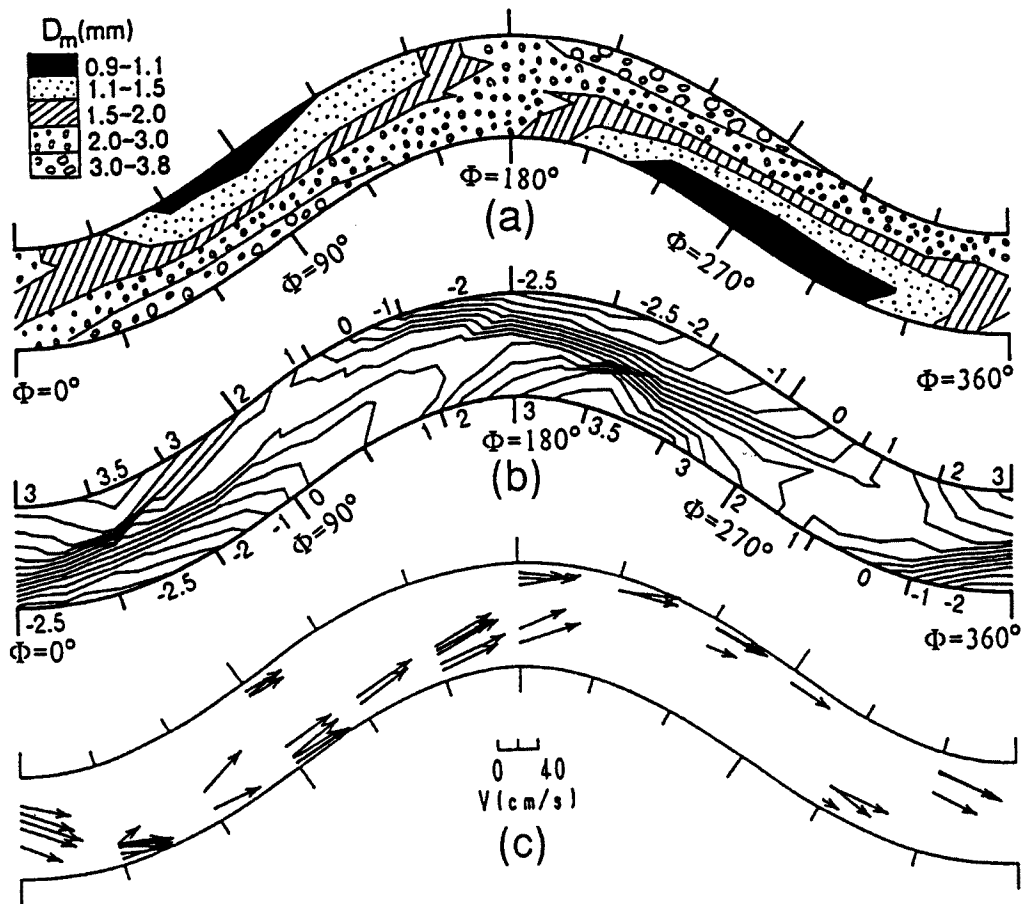


Fig. 6. Experimental results of case 2. ( $Q=3.6(l/s)$ )  
 (a) Map of mean grain size distribution  
 (b) Equilibrium bed topography  
 (c) Vectors of surface-velocity

応している。粗粒化は、らせん流によって、細粒成分が対岸へ輸送されることと、場合によっては細粒成分が粗粒成分の間隙に落ち込むために形成されたものと思われる。

(b) 最粗粒化領域と最細粒化領域は、それぞれ深掘れと砂州の位置よりも、さらに下流へシフトしており、しかも最細粒化領域の位相は、最粗粒化領域のものよりも下流へシフトしている。言い換えれば、深掘れにおいては、その上流側の粒度が下流側のそれより小さく、これとは逆に、砂州上においては、その上流側の粒度が下流側のそれより大きくなっている。前者は粒子の慣性による河床形状への応答性の遅れによるものであり、後者は細かい粒子が内岸に向かって輸送される間に下流へも流され、且つその度合は横断勾配や二次流の強度等に左右されると推察される。

(c) 横断方向に粒度がほとんど変化しない領域が存在している。case 2 においては、それが蛇行頂点付近に位置し、且つその位相が横断勾配のない領域より  $60^\circ$  ほど下流へシフトしている。また、この領域は Fig. 3 (b) に示したように粗い粒子と細かい粒子がそれぞれ対岸に移行する境となっている。

以上のことから、最大洗掘深の位置および粗粒化する位置は、主流の集中する領域に大きく依存し、細粒化する位置は、二次流と河床横断形状に支配されるということが分かる。

Fig. 7 (a), (b), (c) と Fig. 8 (a), (b), (c) は、それぞれ case 1 と case 2 の河床各層の粒度分布 (平均粒径と標準偏差の分布) を示している。掃流力が最大粒径の限界掃流力より小さい case 1 では、一

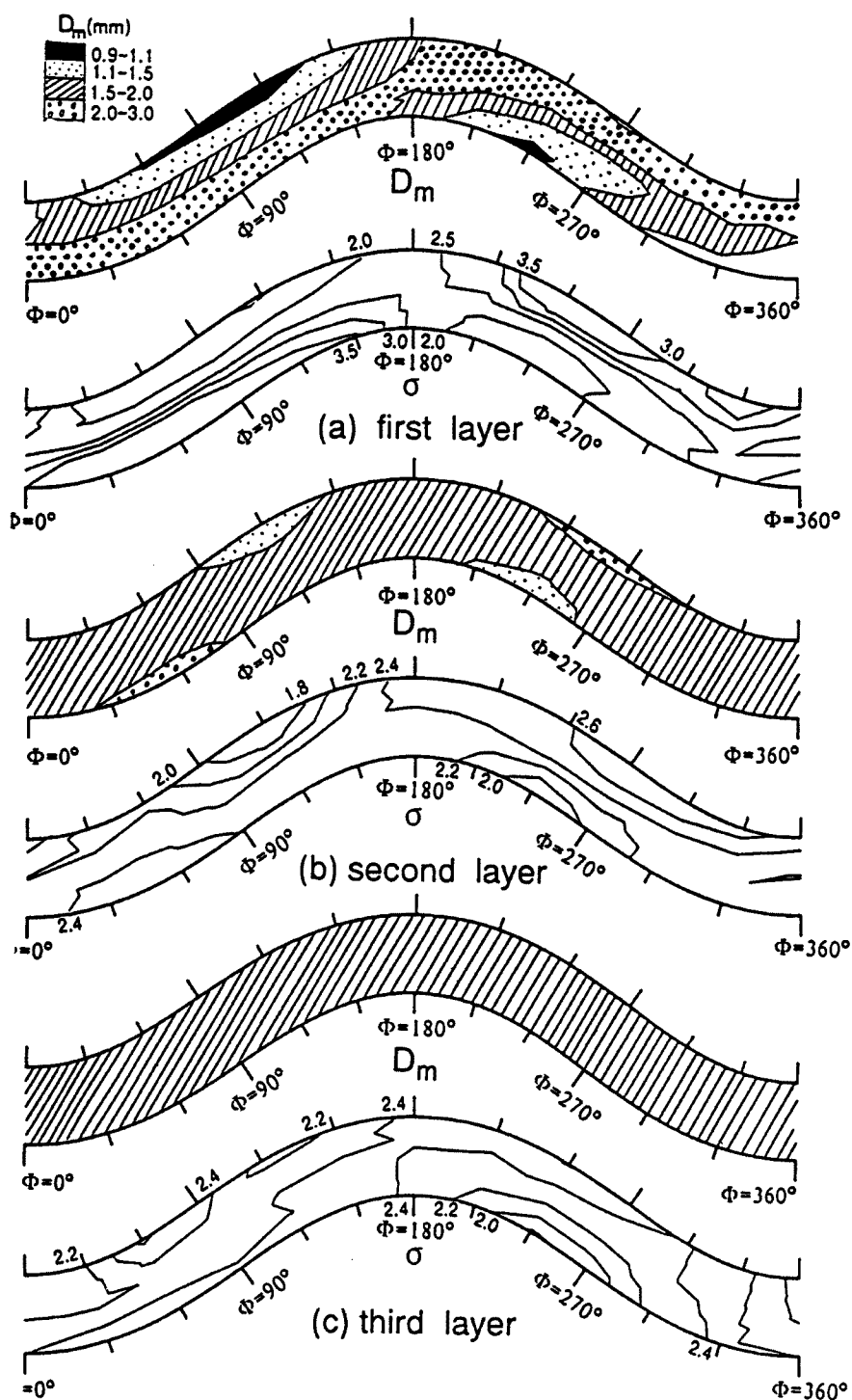


Fig. 7. Experimental results of grain size distribution of the bed material after sorting. (case 1,  $Q=1.2(1/s)$ )



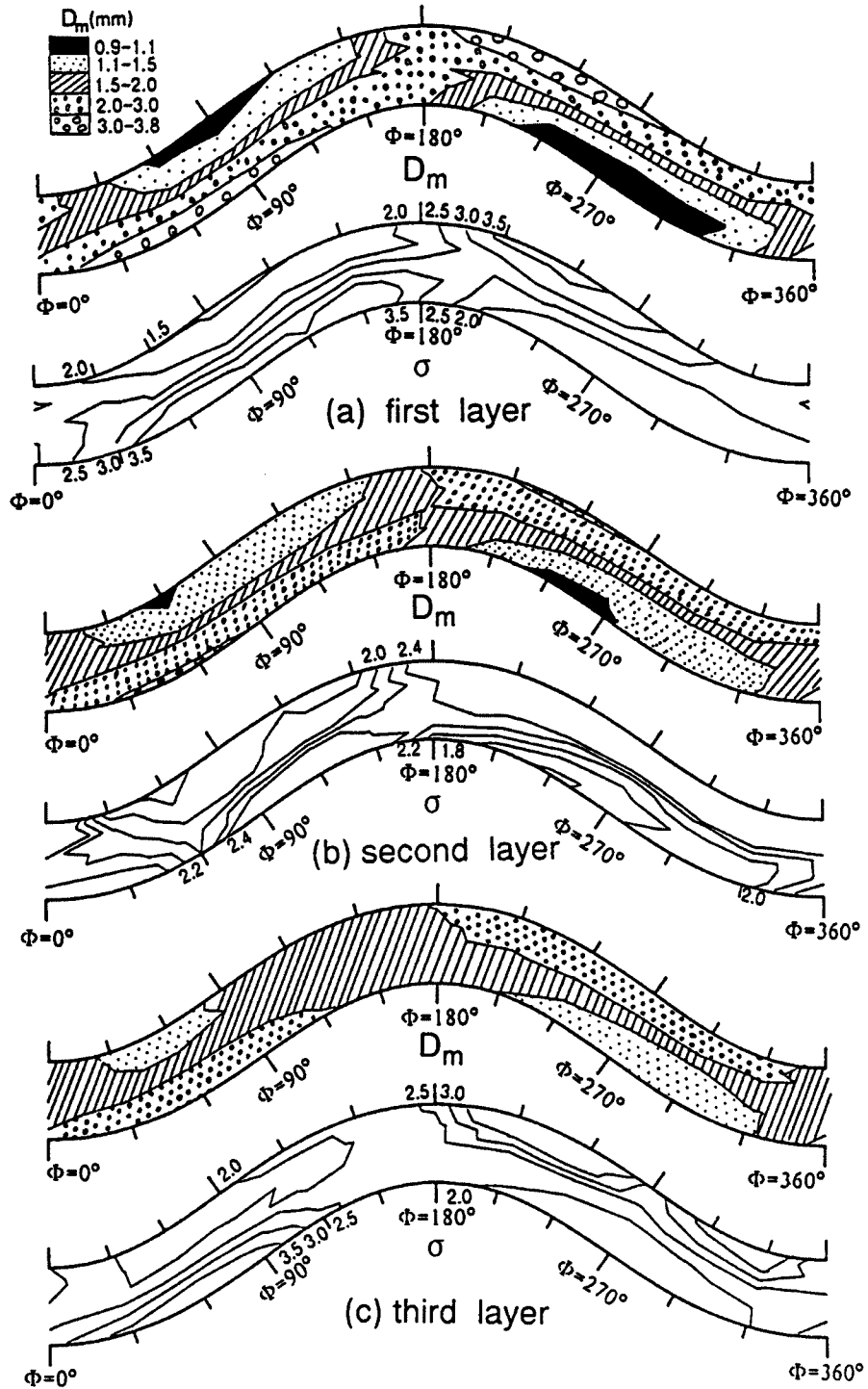


Fig. 8. Experimental results of grain size distribution of the bed material after sorting. (case 2,  $Q=3.6(l/s)$ )

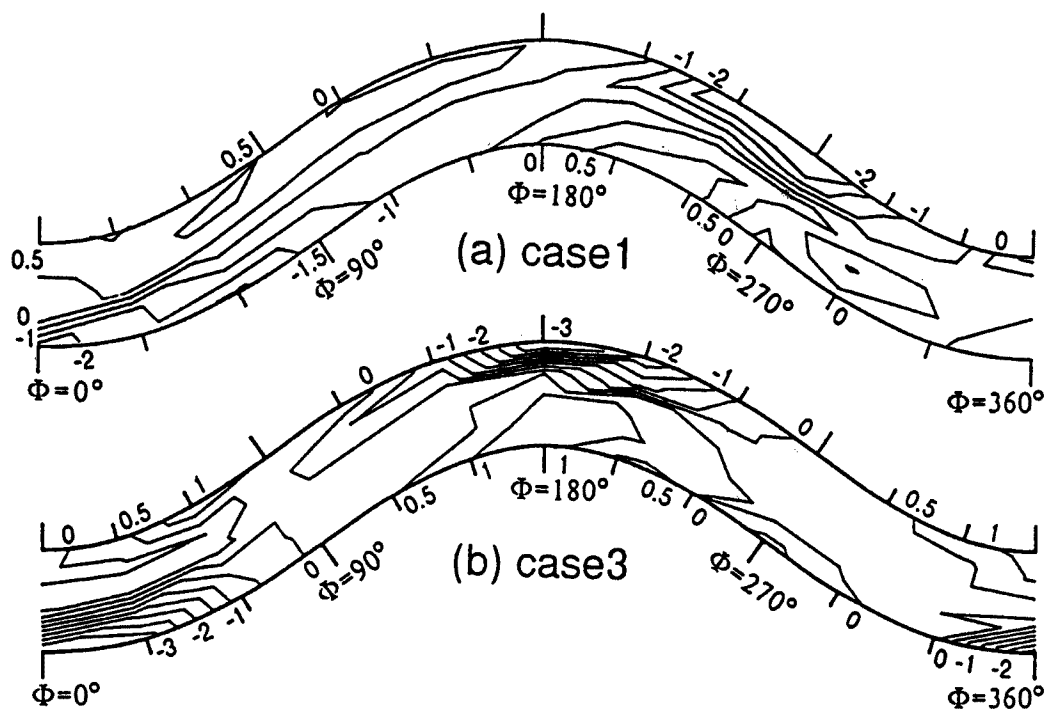


Fig. 9. Diagram illustrating the suppression effect of sorting to the deep scouring.

(a) Bed contour lines of case 1 ( $\sigma = 2.2$ )

(b) Bed contour lines of case 3 ( $\sigma = 1.5$ )

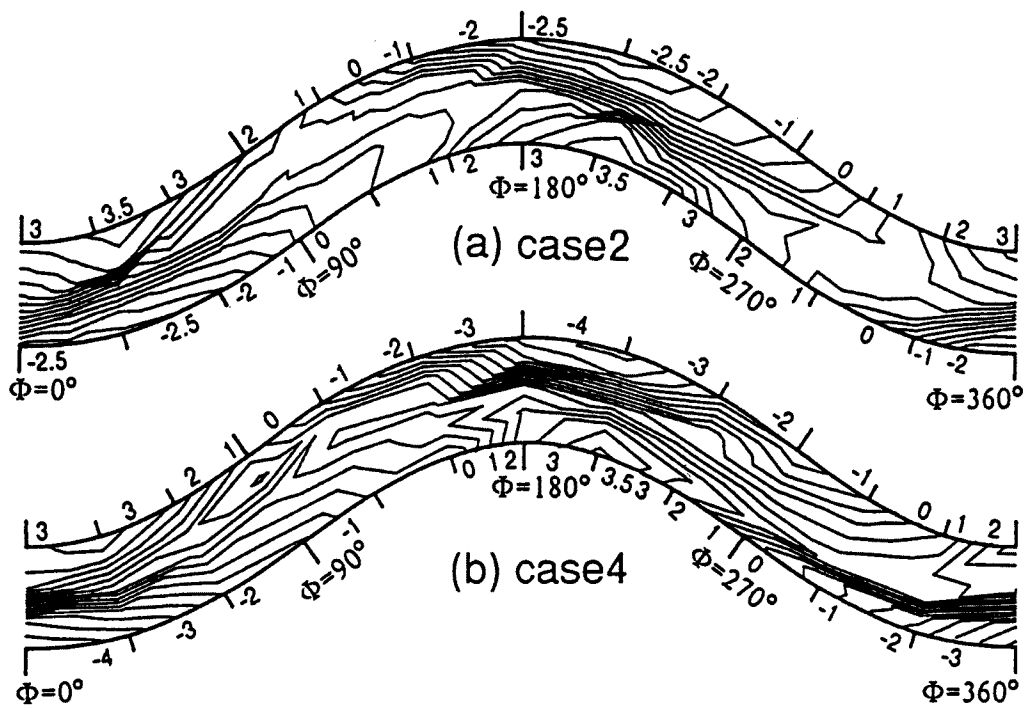


Fig. 10. Diagram illustrating the suppression effect of sorting to the deep scouring.

(a) Bed contour lines of case 2 ( $\sigma = 2.2$ )

(b) Bed contour lines of case 4 ( $\sigma = 1.5$ )

層目は横断方向に分級しているものの、二層目と三層目は、ほぼ元の河床材料と同じ粒度分布になっている。case 1とは逆に、case 2では、sorting作用が三層目まで発達しており、且つ各層の粒度分布は場所によってかなり異なった形を呈している。

### 3.3 平衡河床形状に及ぼす粒度分布の影響

Fig. 9 (a), (b) と Fig. 10(a), (b) は、それぞれほぼ同一の水理条件である case 1 (混合砂) と case 3 (ほぼ一様砂) および case 2 (混合砂) と case 4 (ほぼ一様砂) の平衡河床形状を示している。両者はいずれも混合砂の方の洗掘深が小さいことを明示している。このことは、sortingによる洗掘部の粗粒化によって洗掘が大きく抑制されていることを意味している。

また、内岸の堆積規模は、外岸の洗掘規模と比べ、case 3とcase 4よりcase 1とcase 2の方が強い傾向を示している。これは、混合砂の場合には洗掘が抑えられることによって二次流の強度が弱くなるものの、細粒成分があって、これが横断方向へ輸送されやすいからである。

以上のことより、広い粒度分布のもつ実河川の河床形状を予測する際、明らかに、洗掘深および横断河床形状への混合砂の sorting による影響を考慮する必要がある。

## 4. 数値解析モデル

### 4.1 支配方程式

混合砂礫床蛇行流路の二次元変動ならびに粒度分布の数値計算に際し、流れの計算には、その有効性を検証されてきた定常二次元浅水流モデル<sup>8)・9)</sup>を適用する。

s-方向の運動方程式

$$u \frac{\partial u}{\partial s} + v \frac{\partial u}{\partial n} + \frac{uv}{r} = -g \frac{\partial(z_b+h)}{\partial s} - \frac{\tau_{bs}}{\rho h} + 2 \frac{\partial}{\partial s} \left( \varepsilon \frac{\partial u}{\partial s} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( \varepsilon \frac{\partial u}{\partial n} \right) \dots\dots\dots (17)$$

n-方向の運動の方程式

$$u \frac{\partial v}{\partial s} + v \frac{\partial v}{\partial n} - \frac{u^2}{r} = -g \frac{\partial(z_b+h)}{\partial n} - \frac{\tau_{bn}}{\rho h} + \frac{\partial}{\partial s} \left( \varepsilon \frac{\partial v}{\partial s} \right) + 2 \frac{\partial}{\partial n} \left( \varepsilon \frac{\partial v}{\partial n} \right) \dots\dots\dots (18)$$

流れの連続式

$$\frac{\partial(uh)}{\partial s} + \frac{\partial(vh)}{\partial n} + \frac{vh}{r} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 $u, v$  は、それぞれ  $s, n$  方向の流速成分、 $h$  は水深、 $r$  は  $s$ -lines の曲率半径、 $g$  は重力加速度、 $\rho$  は水の密度、 $z_b$  は河床位、 $\tau_{bs}, \tau_{bn}$  は、それぞれ  $s, n$  方向の河床せん断力、 $\varepsilon$  は渦動粘性係数である。 $\tau_{bs}, \tau_{bn}$  は次のように与える。

$$\tau_{bs}/\rho = C_f \mu \sqrt{u^2 + v^2} \dots\dots\dots (20)$$

$$\tau_{bn}/\rho = C_f \nu \sqrt{u^2 + v^2} \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 $C_f$  は抵抗係数である。渦動粘性係数  $\varepsilon$  については水深方向へ対数則を仮定し、その平均値を用いて次のように与える。

$$\varepsilon = \kappa u_* h / 6 \dots\dots\dots (22)$$

数値計算上の便宜を図るため、河床材料を離散変量として取り扱う。従って、河床変動方程式 (流砂の連続式) および河床表層の粒度分布式は、質量保存則より、それぞれ次のように表される。

流砂の連続式

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)} \left\{ \frac{\partial q_{bs}}{\partial s} + \frac{\partial q_{bn}}{\partial n} + \frac{q_{bn}}{r} \right\} = 0 \dots\dots\dots (23)$$

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = \sum_{k=1}^{N_s} \frac{\partial z_{bk}}{\partial t} \dots\dots\dots (24)$$

$$q_{bs} = \sum_{k=1}^{N_s} q_{bsk} \dots\dots\dots (25)$$

$$q_{bn} = \sum_{k=1}^{N_s} q_{bnk} \dots\dots\dots (26)$$

交換層の粒度分布式

$$\frac{\partial f_{bk}}{\partial t} + \frac{1}{(1-\lambda)E_l} \left\{ \frac{\partial q_{bsk}}{\partial s} + \frac{\partial q_{bnk}}{\partial n} + \frac{q_{bnk}}{r} \right\} + \frac{1}{E_l} \frac{\partial z_b}{\partial t} \{ \eta f_{bk} + (1-\eta) f_{bk0} \} = 0 \dots\dots\dots (27)$$

$$\eta = \begin{cases} 1 & \partial z_b / \partial t > 0 \\ 0 & \partial z_b / \partial t < 0 \end{cases} \dots\dots\dots (28)$$

ここに、下付き  $k$  は粒径階の index,  $t$  は時間,  $\lambda$  は河床材料の空隙率,  $z_{bk}$  は粒径階  $D_k$  に対応する仮の河床位,  $q_{bsk}$   $q_{bnk}$  はそれぞれ粒径階  $D_k$  の  $s$ ,  $n$  方向の単位幅流砂量,  $f_{bk}$  は交換層の粒径階  $D_k$  の含有率,  $f_{bk0}$  は交換層の下層の粒径階  $D_k$  の含有率,  $E_l$  は交換層の厚さ ( $D_{90}$  とする),  $\eta$  は係数である。

粒径階  $D_k$  の流下方向の単位幅流砂量  $q_{bsk}$  の算定には、芦田・道上<sup>10)</sup>による次式で求める。

$$\frac{q_{bsk}}{\sqrt{RgD_k^3}} = 17f_{bk} \frac{u_{*e}^3}{(RgD_k)^{3/2}} \left( 1 - \frac{u_{*ck}^2}{u_*^2} \right) \left( 1 - \frac{u_{*ck}}{u_*} \right) \dots\dots\dots (29)$$

ここに、 $R$  は河床材料の水中比重,  $u_*$  は摩擦速度,  $u_{*e}$  は有効摩擦速度,  $u_{*ck}$  は粒径階  $D_k$  の限界摩擦速度である。 $u_{*e}$  は (30)式で求める。

$$\frac{u}{u_{*e}} = 6.0 + 5.75 \log \frac{h}{(1+2\tau_*)D_m} \dots\dots\dots (30)$$

ここに、 $\tau_*$  は無次元掃流力 ( $=u_*^2/RgD_m$ ),  $D_m$  は平均粒径である。

また、混合砂の粒径別の限界摩擦速度  $u_{*ck}$  は (31)式で示す修正 Egiazaroff の式<sup>10)</sup>で評価する。

$$\begin{cases} \frac{u_{*ck}^2}{u_{*cm}^2} = \frac{1.64}{(\log_{10} 19D_k/D_m)^2} \cdot \frac{D_k}{D_m} & D_k/D_m \geq 0.4 \\ \frac{u_{*ck}^2}{u_{*cm}^2} = 0.85 & D_k/D_m < 0.4 \end{cases} \dots\dots\dots (31)$$

ここに、 $u_{*cm}$  は  $D_m$  に対する限界摩擦速度で、岩垣の式<sup>11)</sup>で求める。

粒径階  $D_k$  の横断方向の単位幅流砂量  $q_{bnk}$  は、長谷川<sup>12)</sup>によって提案された一様砂の横断方向の流砂量式を適用して、次のように求める。

$$q_{bnk} = q_{bsk} \left( \frac{v_b}{u_b} - \frac{1}{\sqrt{\mu_s \mu_k}} \frac{u_{*ck}}{u_*} \frac{\partial z}{\partial n} \right) \dots\dots\dots (32)$$

ここに、 $\mu_s$ ,  $\mu_k$  はそれぞれ河床材料の静止および動摩擦係数である。(32)式の右辺第一項は二次流による流砂成分, 第二項は河床の横断勾配による流砂成分を表す。

次に、底面流速  $u_b, v_b$  の評価について考察する。 $u_b$  については、 $s$  方向に流速分布の対数則が成り立つと仮定し、相当粗度高さの流速を用いることにすれば、

$$u_b = 8.5u_* \dots\dots\dots (33)$$

で与えられる。 $v_b$  については、横断流速の水深方向の平均値 ( $v$ ) と水深方向に積分すると 0 になるようならせん流の底面成分 ( $v'_b$ ) の和として与えられる。

$$v_b = v + v'_b \dots\dots\dots (34)$$

ここに、 $v$  は上述の浅水流モデルによって解かれた値で与える。従来より一様湾曲流路における発達したらせん流の底面流速について、(35)式のような自由渦型の式が提唱されており、ここでは、蛇行流路においても (35)式が成立すると仮定して  $v'_b$  を算定する。

$$v'_b = -N_* \frac{h}{r} u_b \dots\dots\dots (35)$$

ここに、 $N_*$  は係数であり、Engelund<sup>4)</sup>の結果 ( $N_* = 7$ ) を用いる。

#### 4.2 計算法および境界条件

蛇行流路における平衡河床形状および粒度分布の計算は、以下の考え方と手順に従って行う。

- (a) ある初期河床 (通常は、実験のように平坦河床にする) から計算し始まる。
- (b) 計算進行中のある時刻  $t$  の河床性状に対する流れの定常解を二次元定常浅水流モデルより求める。
- (c) この流れが  $\Delta t$  時間維持するとして、この間の河床変動量を求め、次時刻 ( $t + \Delta t$ ) の河床形状および河床表層の粒度変化を算定する。
- (d) 平衡状態に達するまで、(b), (c) を繰り返して計算する。流れの定常解を解くために、Patankar<sup>13)</sup>によって開発されたSIMPLE法を採用した。

河床変動の解析において、流下方向に後退差分、横断方向に中央差分を用いている。粒度分布の計算に当たって、各地点における粒度分布の各計算 step の分布を記憶しておくべきであるが、step 数の増加に伴って、その情報量が膨大となり、記憶領域および計算時間の有限性を考慮すれば、とても無理である。しかし、侵食あるいは堆積一方の場合では、そうする必要がなくなる。本計算では、流量が一定であるため、計算時間 step のスケールを十分小さくすれば、ほぼ侵食あるいは堆積一方となる。

本計算は、連続する蛇行流路一波長についての平衡解を求めるものであるため、その周期性を活かして、境界条件として上流端および下流端において、ある変数 (流速、水深など) に対して、(36)式のように与えた。

$$\Psi(n, 0) = \Psi(n, 2\pi) \dots\dots\dots (36)$$

ここに、 $\Psi$  は計算変数を表す。側壁においては、 $v = 0$  とし、 $u$  については、

$$\tau_w / \rho = C_d u^2 \dots\dots\dots (37)$$

で与えた。ここに、 $\tau_w$  は側壁のせん断力、 $C_d$  は側壁摩擦係数である。

#### 4.3 計算結果と実験値との比較

計算の際に用いられた諸係数の値は、 $\mu_s = 0.6$ ,  $\mu_k = 0.48$ ,  $\lambda = 0.4$ ,  $N_* = 7$  である。また、抵抗係数に関しては、実験の結果から換算した値を用いている。なお、計算中に、これらの係数の時間変化を考慮していない。

##### (1) 平衡河床形状

Fig. 11, Fig. 12, Fig. 13 および Fig. 14 は、それぞれ Table 1 に示した実験条件に対する平衡河床形状の計算結果と実験結果との比較を示している。掃流力の大きい case 2 と case 4 においては、両者はほぼ一致している。一方、移動限界に近い case 1 と case 3 では、実験値と計算値はかなり異なっている。これは、二次流が十分に発達していないときそれが適切に評価されていないことや移動限界付近において

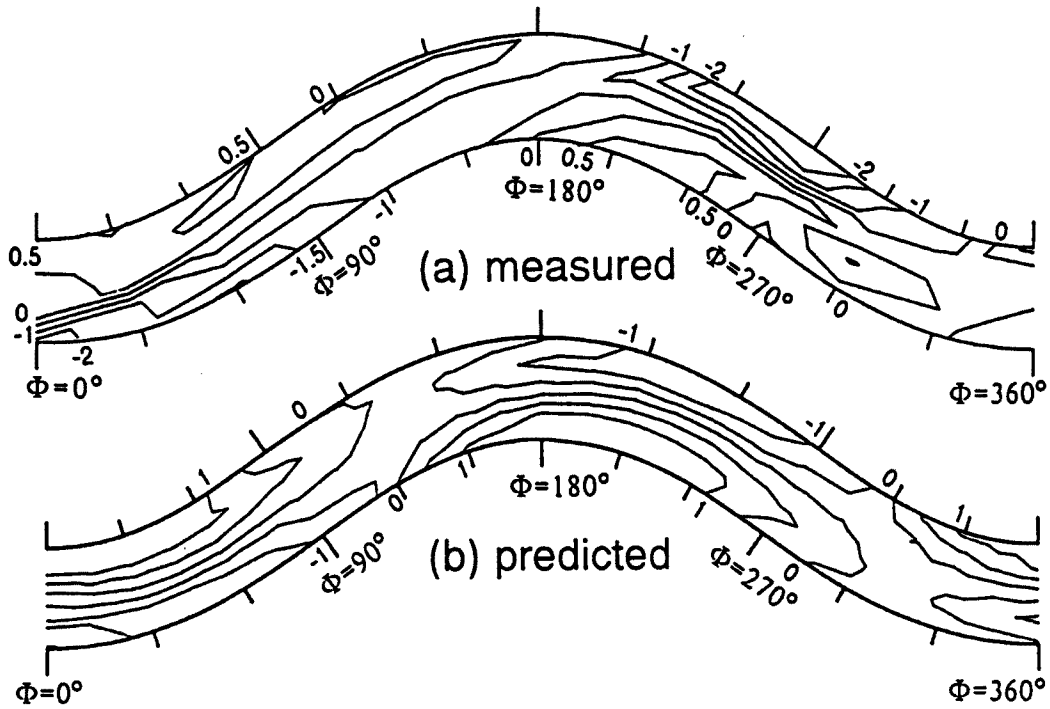


Fig. 11. Comparison of measured and predicted bed topography in a meandering channel. (case 1:  $Q=1.2(1/s)$ ,  $D_m=1.74(mm)$ ,  $\sigma=2.2$ )

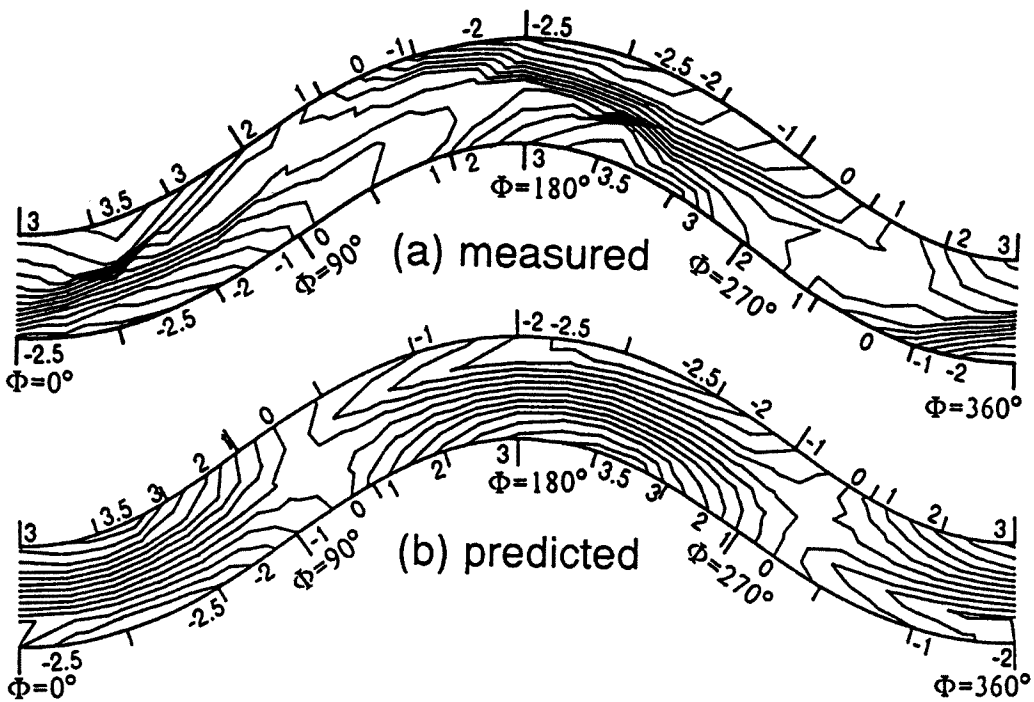


Fig. 12. Comparison of measured and predicted bed topography in a meandering channel. (case 2:  $Q=3.6(1/s)$ ,  $D_m=1.74(mm)$ ,  $\sigma=2.2$ )

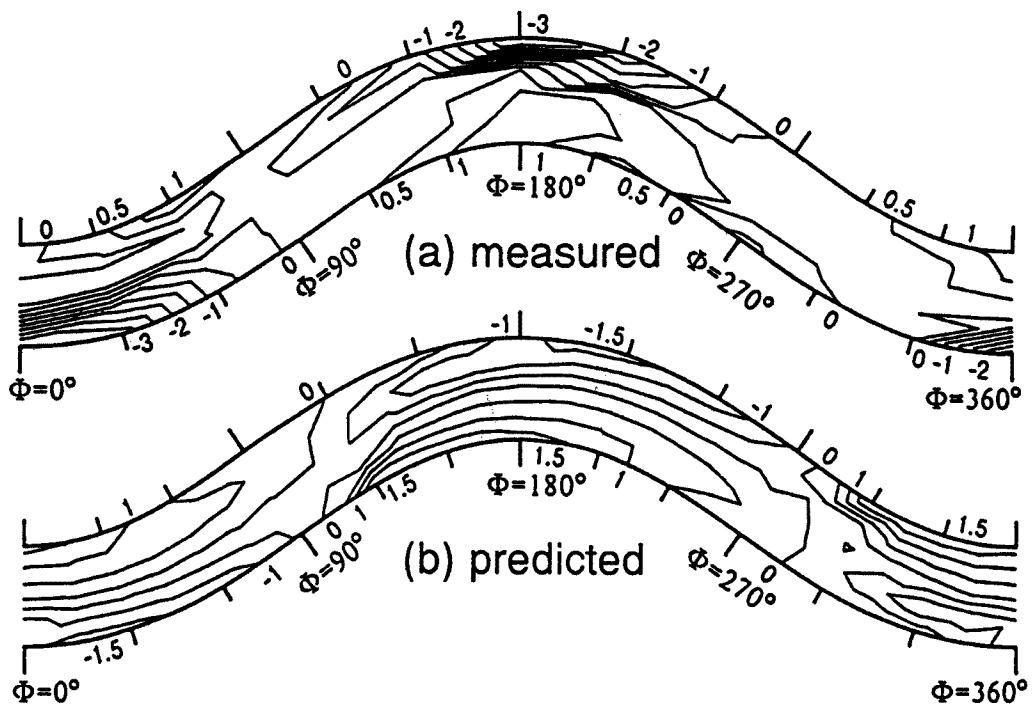


Fig. 13. Comparison of measured and predicted bed topography in a meandering channel. (case 3:  $Q=1.2(l/s)$ ,  $D_m=1.68(mm)$ ,  $\sigma=1.5$ )

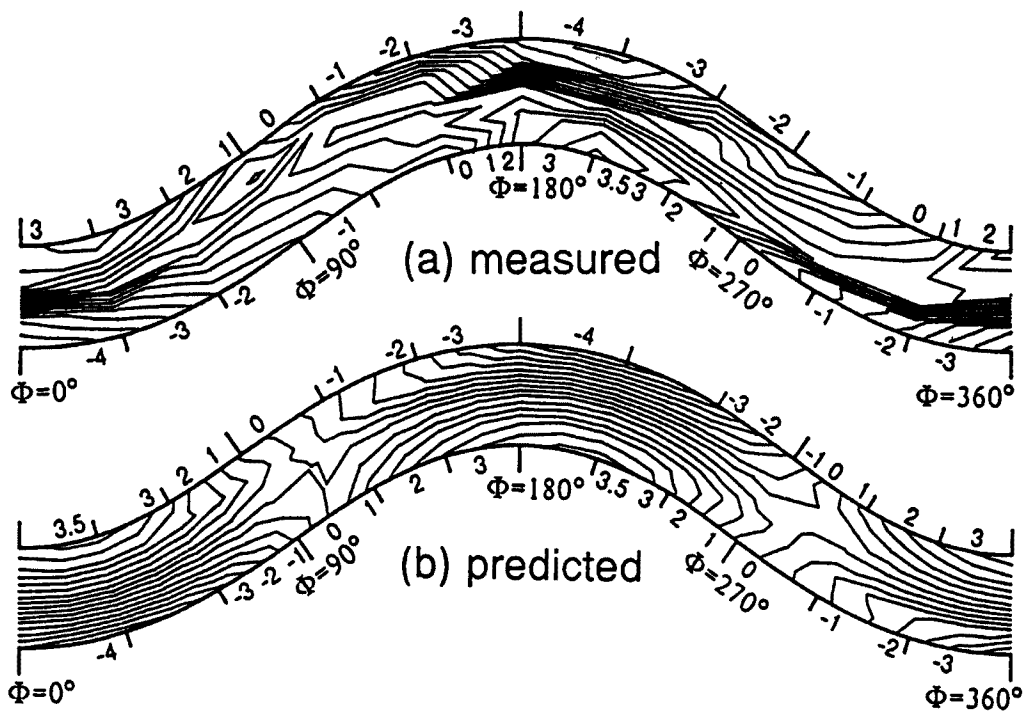


Fig. 14. Comparison of measured and predicted bed topography in a meandering channel. (case 4:  $Q=3.6(l/s)$ ,  $D_m=1.68(mm)$ ,  $\sigma=1.5$ )

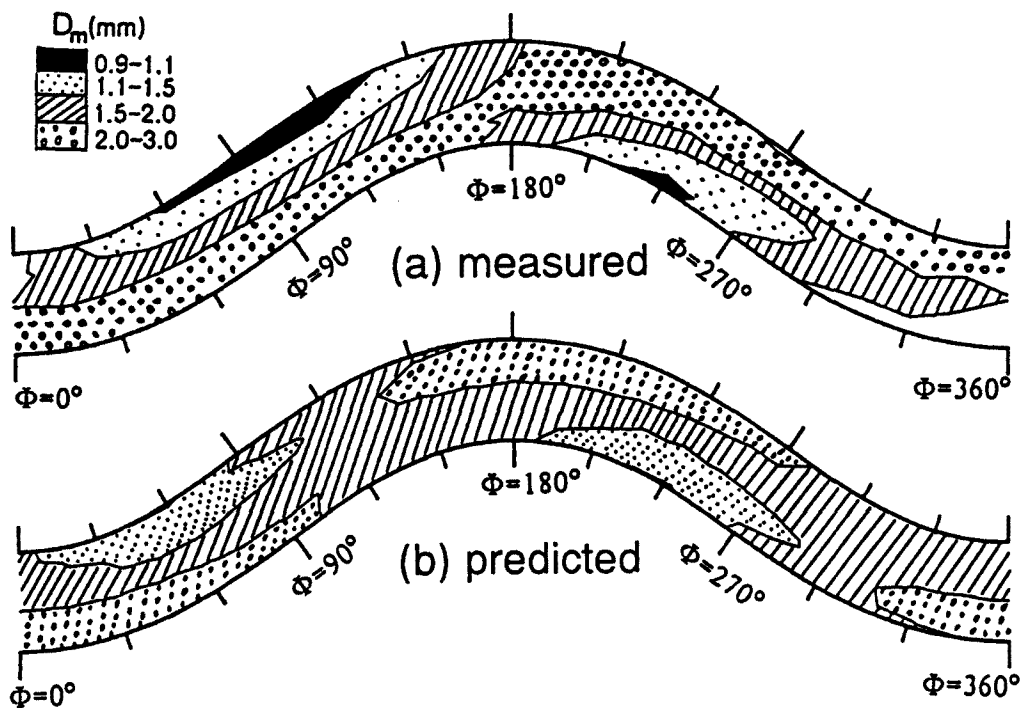


Fig. 15. Comparison of measured and predicted mean grain size distribution of surface layer in a meandering channel.  
(case 1:  $Q=1.2(1/s)$ ,  $D_m=1.74(mm)$ ,  $\sigma=2.2$ )

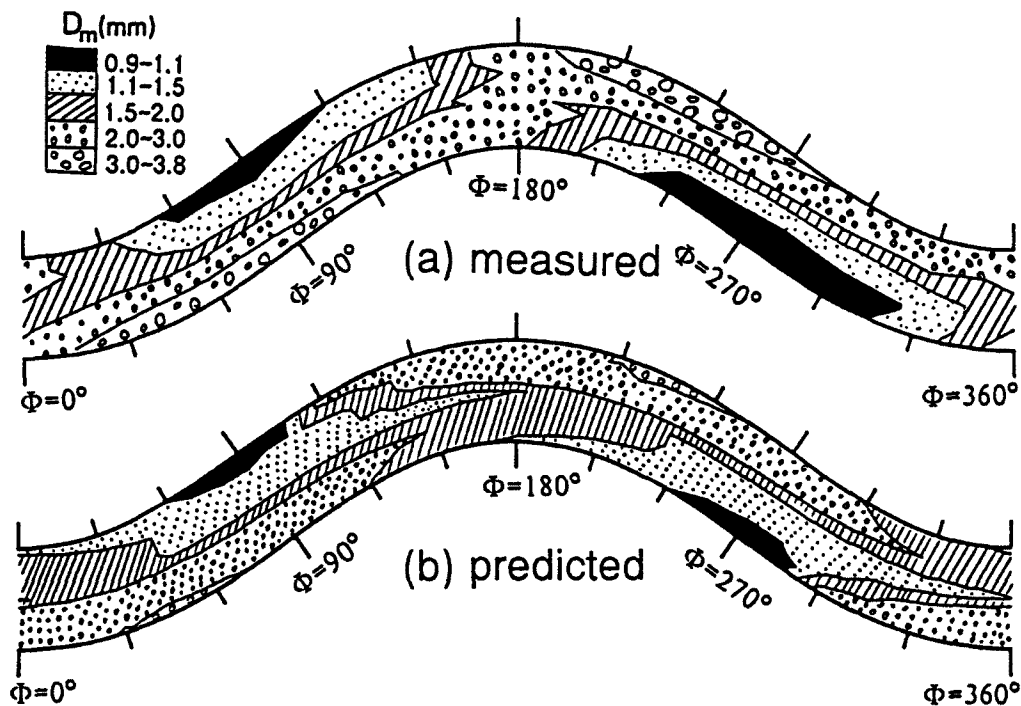


Fig. 16. Comparison of measured and predicted mean grain size distribution of surface layer in a meandering channel.  
(case 1:  $Q=3.6(1/s)$ ,  $D_m=1.74(mm)$ ,  $\sigma=2.2$ )



流砂量が急激に変化する特性を持つことなどに起因するものであると推察される。

(2) 粒度分布

Fig. 15, Fig. 16 は、それぞれ平均粒径分布についての case 1 と case 2 の計算結果と実験結果の比較である。両者に若干違いが見られるものの、傾向としては sorting による粒度分布の変化の特性はかなり再現されている。粒度分布のサンプルにも精度の問題があることを考えれば、シミュレーションモデルは妥当であると思われる。

4.4 粒度分布の河床形状への影響

以上に検証されたシミュレーションモデルを用いて、河床形状に及ぼす粒度分布の影響をさらに調べる。その時、平均粒径を同一にし、標準偏差  $\sigma$  を変化させる。その結果を Fig. 17 に示している。ここに、(a) は一様砂の場合 ( $\sigma=1$ )、(b) は case 2 と同一のもの ( $\sigma=2.2$ )、(c) はかなり広い粒度分布をもつもの ( $\sigma=3.2$ ) である。三者を比較してみると、標準偏差が大きいほど、深掘れの洗掘深が小さく、且つその位相が大きくなっていることが分かる。これは、混合砂の場合には洗掘部で粗粒化が起り、粗粒成分が大きいほど、洗掘を抑制する効果が大きいからである。また、内岸の最大堆積厚 ( $D_B$ ) と外岸の最大洗掘深 ( $D_s$ ) の比 ( $D_B/D_s$ ) については、一様砂 (a) の場合においては、( $D_B/D_s$ ) が 1 より小さ

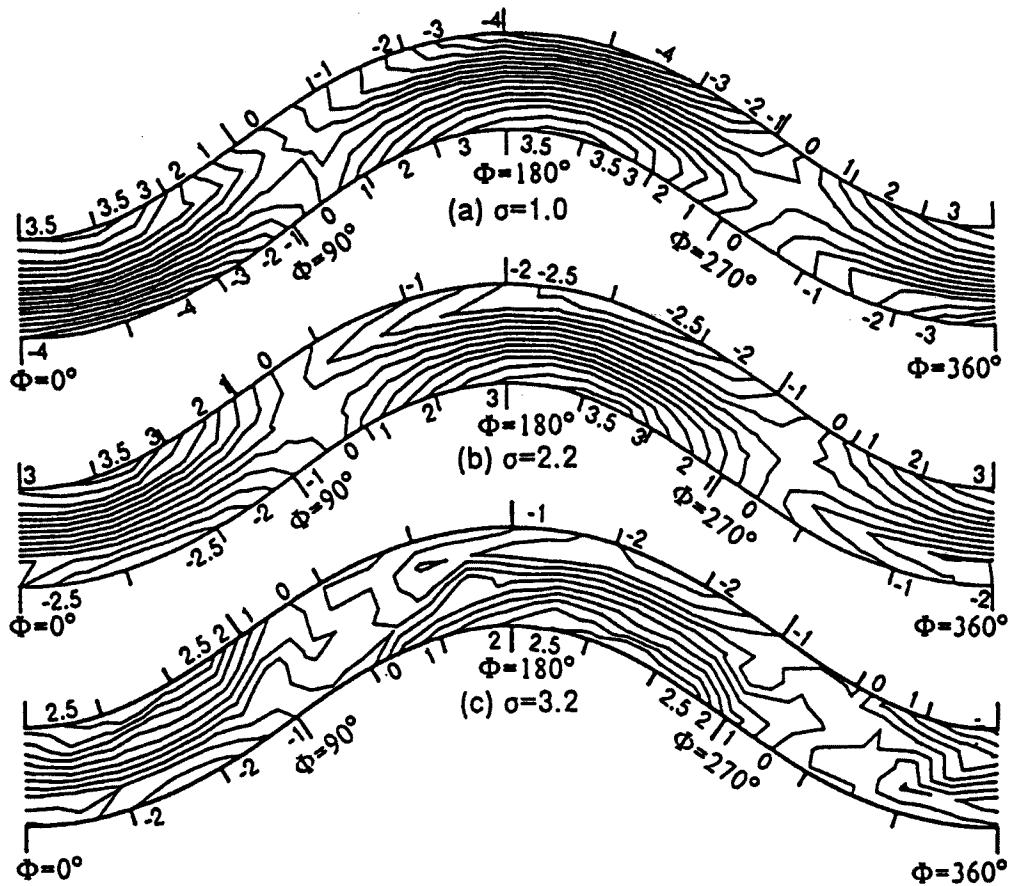


Fig. 17. Difference of bed topography due to the grain size distribution of bed material.

いが、これに対し、混合砂 (b) と (c) の場合においては、1より大きくなっている。これは、混合砂の場合には二次流の強度が弱くなるものの、細粒成分があって、これが横断方向へ輸送されやすいからである。

## 5. 結 語

蛇行流路における混合砂の Sorting 機構および平衡河床形状に及ぼす影響に関して、理論的、実験的に考察を行なった。また、それに関するシミュレーションモデルを提案し、その妥当性を実験結果によって検証した。以下、本研究によって得られた主要な成果を要約する。

- (1) 蛇行・湾曲流路において、外岸域が粗粒化され、内岸域が細粒化される現象は、砂粒子に作用する重力と流体力の織りなす現象であって、大きい粒子が横断勾配による重力の降り落とす力によって外岸側へ、小さい粒子が重力よりも二次流による流体力が卓越することによって内岸側へ輸送されることより生じたものである。
- (2) 動的平衡状態における流砂の連続式 (式(12)) より、一様湾曲流路と蛇行流路との sorting 現象の違いを明らかにした。前者においては、河床表層の粒度は各地点ごとに一様となり、且つその粒径は内岸から外岸に向かって増加する。これに対し、後者においては、粒度分布は、流路形状および水理条件に応じて縦・横断方向に変化する。
- (3) 河床材料の粗粒化や細粒化は、流れの集中や二次流とよい対応がある。すなわち、最大洗掘深の位置および粗粒化する位置は、主流の集中する領域に大きく依存し、細粒化する位置は、二次流と河床横断形状に支配される。
- (4) 深掘れにおいては、その上流側の粒度が下流側のそれより小さく、これとは逆に、砂州上においては、その上流側の粒度が下流側のそれより大きくなっている。前者は粒子の慣性による河床形状への応答性の遅れによるものであり、後者は細かい粒子が内岸に向かって輸送される間に下流へも流され、且つ、その度合は横断勾配、二次流の強度および粒径などに左右されるからであると考えられる。
- (5) 平均粒径の等しい一様砂の場合の平衡河床形状と比べ、混合砂の場合では、(a) 洗掘深が小さくなっていること、(b) 砂州の位置がより下流へシフトしていること、および (c) 内岸の堆積規模は、外岸の洗掘規模と比べ、促進されていること、などの特徴が見られる。(a) は、混合砂の sorting に伴う深掘れ部の粗粒化が洗掘を抑制することによって生じる現象であり、(b)、(c) は、細粒成分が縦断方向にも、横断方向にも輸送されやすいことに起因するものである。
- (6) 二次元浅水流モデルを基にして、粒度分布の変化をも考慮できる二次元河床変動の数値解析モデルを開発した。このシミュレーションモデルが、蛇行流路における sorting 現象をよく表現できており、かつ粗粒化による洗掘への抑制効果も適切に評価されていることは、平衡河床形状および粒度分布の計算結果と実験結果の比較より検証された。

以上示すように、興味あるいくつかの知見が得られたが、今後は、シミュレーションモデルの改良および実河川への適用を図っていくつもりである。

## 参 考 文 献

- 1) Allen, J.R.L.: A Quantitative Model of Grain Size and Sedimentary Structures in Lateral Deposits, *Journal of Geology*, Vol. 7, 1970, pp.129-146.
- 2) Bridge, J.S.: Bed Topography and Grain Size in Open Channel Bends, *Sedimentology*, Vol. 23, 1976, pp.407-414.

- 3) Odgaard, A. J.: Bed Characteristics in Alluvial Channel Bends, Proc. ASCE, Vol. 108, No. HY 11, 1982, pp. 1268 - 1281.
- 4) Rozovskii, I. L.: Flow of Water in Bends of Open Channels, Academy of Science of the U. S. S. R., Translated from Russian, Israel Program for Scientific Translations, 1957.
- 5) Engelund, F.: Flow and Bed Topography in Channel Bends, Journal of the Hydraulics Division, ASCE, Vol. 100, No. HY 11, Proc. Paper 10963, Nov., 1974, pp. 1631 - 1648.
- 6) 池田駿介・山坂昌成・千代田将明：混合砂礫床一様湾曲流路の平衡横断形状と Sorting について, 土木学会論文報告集, 第 375 号/II-6, 1986, pp. 151 - 160.
- 7) Parker, G. and E. D. Andrews: Sorting of Bed Load Sediment by Flow in Meander Bends, Water Resources Research, Vol. 21, No. 9, 1985, pp. 1361 - 1373.
- 8) 清水康行・板倉忠興：河川における 2 次元流れと河床変動の計算, 北海道開発局土木試験所報告 第 85 号, 1986.
- 9) 芦田和男・江頭進治・足立幸郎：蛇行水路における河床変動に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 31 号, B-2, 1988, pp. 443 - 459.
- 10) 芦田和男・道上正規：混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 14 号 B, 1971, 259 - 273.
- 11) 岩垣雄一：限界掃流力に関する基礎的研究：(I)限界掃流力の流体力学的研究, 土木学会論文報告集, 第 41 号, 1956, pp. 1 - 20.
- 12) 長谷川和義：沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究, 北海道大学学位論文, 1983.
- 13) Patankar, S. V.: Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, Hemi Sphere Publishing Corporation, 1980.