

無巻水路トンネル内の流れの抵抗則について

岩佐 義朗・細田 尚・平岡 順次・岡川 一義

RESISTANCE LAW OF FLOWS IN HEADRACE TUNNEL WITHOUT CONCRETE LINING

By *Yoshiaki IWASA, Takashi HOSODA, Junji HIRAOKA and Kazuyoshi OKAGAWA*

Synopsis

This paper deals with the resistance law of flows in the headrace tunnel without concrete lining. The fundamental experiments have performed simulating the flows by using the triangular roughness element. The equation, which is compatible with the experimental results, is also derived theoretically. It is pointed out in view of the comparison between experimental results and observed ones that these results are applicable for the flows in the headrace tunnel without concrete lining.

The numerical simulation model for the flow over a triangular roughness element is also developed by means of the refined $k-\epsilon$ model. The numerical procedures are firstly described with the boundary conditions at the wall and the free surface. The calculated results are discussed with the experimental ones indicating the necessity of further investigations concerning the refinement of numerical model.

1. 緒 言

本研究は、流れ込み式発電所などの水路トンネルの建設費を削減するために、吹付ロックボルト工法などで施工された後のコンクリート巻立を省略した無巻水路トンネル内の流れの水理特性について考察したものである。すなわち、コンクリート巻立を省略することによる粗度の増加および凹凸近傍の流況の変化を、トンネル側壁の凹凸形状から定量的に推定する方法を検討することにより、無巻水路トンネル設計のための基礎資料を得ることを目的としている。

まず、無巻トンネルの側壁の凹凸を二等辺三角形で模擬した水理実験を行い、相当粗度と粗度の幾何学的諸量および流れの水理諸量の関係を示す。さらに、流れを単純化して水理学的考察を加えることにより、実験結果の特性を表現できる簡易式を導く。これらの実験結果および簡易式の現場への適用性についても、実際の水路トンネル素掘部における凹凸形状の計測結果を用いて検証を試みる。上記した抵抗則の考察だけでなく、流速分布や乱れ特性量などのより詳細な流れの特性を把握するために、乱流モデルを用いた数値解析モデルを示した。計算結果と実験結果を比較することによりモデルの実用化の検証を行うとともに、問題点も指摘する。

2. 水理実験による抵抗則の検討

水路トンネル無巻部の状況を **Photo. 1** に示した。側壁の凹凸形状にはトンネルの掘進方向による規則



Photo. 1. Headrace tunnel without concrete lining. (Shimo-Nishitani run of the river hydropower station, Chugoku Electric Co. Ltd.)

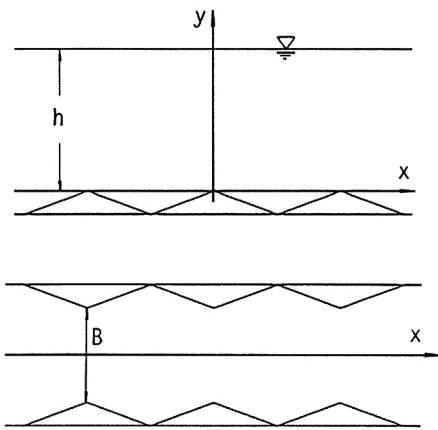


Fig. 1. Schematic diagram of experiment.

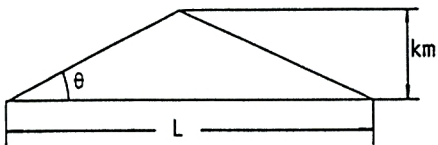


Fig. 2. Definition sketch of roughness element.

Table 1. Geometrical variables of triangular roughness element

$\tan \theta$	k_m (cm)
0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.0	1.0, 2.0, 5.0

性はなく、側壁粗度を模擬する模型形状の選定は容易ではないが、角錐形状が多いこと、実験結果の整理の容易さおよび従来の研究¹⁾を考慮して二等辺三角形波形を採用した。

2.1 水理実験の概要

水理実験は、中国電力技術研究所に設置された幅0.6 m、長さ40 mの長方形断面水路を用いて行われた。路床勾配を1/500に設定し、路床と側壁に Fig. 1 に示したように二等辺三角形粗度模型を設置し通水した。模型の幾何学的諸量の定義を Fig. 2 に示した。粗度模型の高さ k_m と角度 θ を Table 1 のように変化させることにより、流れの抵抗則を考察した。

各粗度模型に応じた水理諸量の範囲を Table 2 に示した。ただし、水深および水路幅は、Fig. 1 に示したように各々粗度の山と水面および山と山の距離として定義している。

2.2 実験結果の考察

慣用に従い、便宜的に対数則を適用して求められた相当粗度 (k_s) と粗度模型の幾何学的諸量および水理諸量の関係を考察する。まず、各粗度模型に対応する k_s/k_m の範囲と $\tan \theta$ の関係を Fig. 3 に示した。この

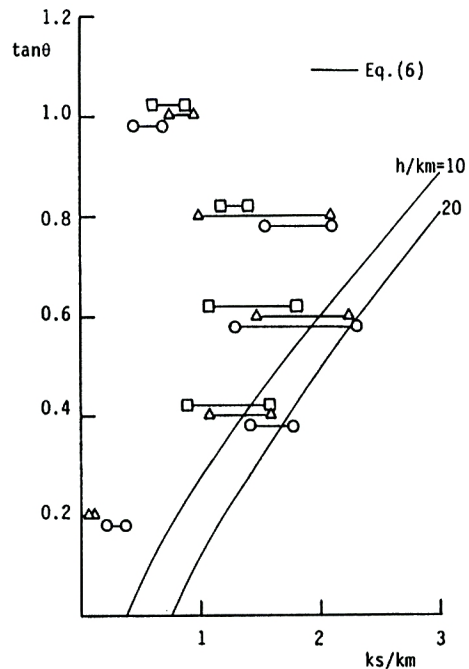


Fig. 3. Relation between k_s/k_m and $\tan \theta$.

Table 2. Hydraulic variables of experiments

No.	Depth h (cm)	Width B (cm)	Mean Velocity (cm/s)	Reynolds Number	Froude Number	$\tan \theta$	k_m (cm)	$\frac{k_s}{k_m}$
Run 1	7.2~ 22.9	58	47.8~ 75.5	28000~ 140400	0.50~ 0.57	0.2	1.0	0.22~ 0.37
Run 2	7.3~ 22.5	56	49.1~ 79.6	29800~ 149100	0.54~ 0.60	0.2	2.0	0.076 0.11
Run 3	9.3~ 30.8	58	36.8~ 61.6	32300~ 178900	0.33~ 0.39	0.4	1.0	1.41~ 1.78
Run 4	10.3~ 32.4	56	35.0~ 54.9	30800~ 152100	0.31~ 0.35	0.4	2.0	1.08~ 1.59
Run 5	5.8~ 41.5	50	18.5~ 48.6	11600~ 219600	0.23~ 0.25	0.4	5.0	0.90~ 1.51
Run 6	9.1~ 34.3	58	37.6~ 60.2	33200~ 200900	0.33~ 0.40	0.6	1.0	1.29~ 2.30
Run 7	10.8~ 40.6	56	32.8~ 52.8	33400~ 212100	0.26~ 0.32	0.6	2.0	1.48~ 2.25
Run 8	13.4~ 43.5	50	29.9~ 41.3	38800~ 174800	0.20~ 0.26	0.6	5.0	1.07~ 1.81
Run 9	10.1~ 33.6	58	35.7~ 63.1	38500~ 225300	0.35~ 0.37	0.8	1.0	1.54~ 2.10
Run 10	6.5~ 39.6	56	27.1~ 54.7	19500~ 240700	0.28~ 0.34	0.8	2.0	0.99~ 2.09
Run 11	13.6~ 44.3	50	29.1~ 45.2	38500~ 194200	0.22~ 0.25	0.8	5.0	1.18~ 1.41
Run 12	8.4~ 25.4	58	41.3~ 74.5	32500~ 178600	0.46~ 0.47	1.0	1.0	0.46~ 0.69
Run 13	9.6~ 34.5	56	37.1~ 62.1	33700~ 202200	0.34~ 0.38	1.0	2.0	0.75~ 0.96
Run 14	11.9~ 42.8	50	33.3~ 51.3	37400~ 202200	0.25~ 0.31	1.0	5.0	0.62~ 0.88

図から、 $\tan\theta$ が0から0.6までは θ の増加にともない k_s/k_m も増加するが、0.6を越えると k_s/k_m は減少し、 $\tan\theta$ が0.6程度を境に流速分布特性に変化が生じていることがわかる。これは、Fig. 4の概念図を用いて次のように定性的に説明される。 $\tan\theta$ が小さいときには凹部に剝離渦が生じないか、生じても小さいために、 $\tan\theta$ が増加すると粗度近傍の流線の蛇行が大きくなり、平均流によるせん断応力も増大する。これにともないレイノルズ応力が減少するため、流速勾配さらには平均流速が減少し、相当粗度が増加する。一方、 $\tan\theta$ が0.6より大きくなり粗度模型凹部に安定した渦が生じるようになると、流線の蛇行および平均流によるせん断応力も減少するため相当粗度が減少する。このような極値は、棧型粗度や河床波上の流れにも存在する²⁾。

次に、同一の $\tan\theta$ に対して k_s/k_m と R/k_m (R :径深)の関係を示したのがFig. 5(a)~(e)である。いずれも、 k_s/k_m の値は R/k_m の増加とともに増加し、ほぼ一定値に漸近するような挙動を示している。

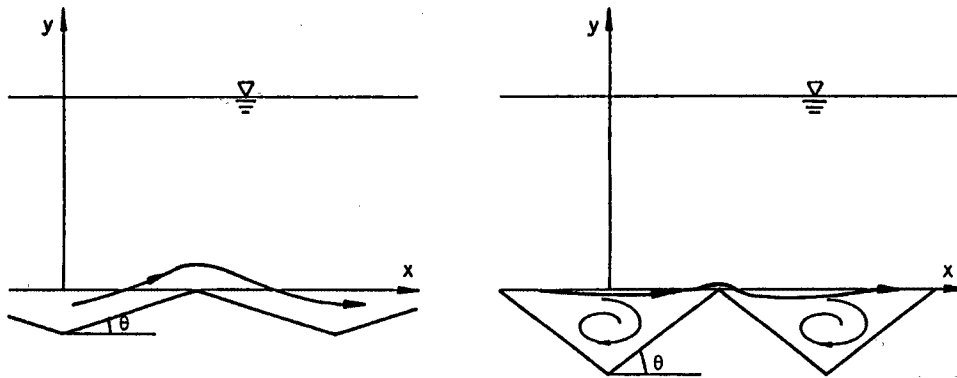


Fig. 4. Qualitative changes of flow patterns.
(a) $\tan \theta < 0.6$ (b) $\tan \theta > 0.6$

2.3 抵抗則に関する簡易式の誘導

上記した $\tan \theta$ が 0.6 より小さい領域 (剥離渦が生じないか、生じても小さい場合) の k_s の挙動について、粗度近傍の流れを単純化して水理学的考察を加えることにより、実験結果の特性を表す簡易式を導こう。

Fig. 6 を参照して、流れの運動方程式の x-成分

$$\frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} = g \sin \phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{u^2})}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{uv})}{\partial y} \dots\dots\dots (1)$$

を領域 A で積分すると次式となる。

$$A g \sin \phi = \int_0^L -UV_{(y=0)} dx + \int_0^L -\overline{uv}_{(y=0)} dx \dots\dots\dots (2)$$

ここに、(U, V); 平均流速ベクトルの x, y 方向成分, (u, v); 乱れ速度の x, y 方向成分, P; 平均圧力, ϕ; 路床勾配, A; 斜線部の面積。

粗度上の流れを, Fig. 6 (b) に示したように局所的平均流速 U_T , U_M および U_C を用いて単純化する。この Fig. 6 (b) を参照して, (2) 式の各項を次のように表す。

$$A g \sin \phi = u_*^2 L, \int_0^L -\overline{uv}_{(y=0)} dx = \frac{f_0}{2} U_C^2 L, (u_* = \sqrt{gh \sin \phi}) \dots\dots\dots (3)$$

$$\int_0^L -UV_{(y=0)} dx = \int_0^{L/2} -a U_T U_T \tan \theta dx + \int_{L/2}^L a U_C U_T \tan \theta dx$$

$$= a \frac{L}{2} \left[\left(1 + \frac{k_m}{h} \right) U_T^2 - U_T^2 \right] \tan \theta = a \frac{L}{2} U_T^2 \frac{k_m}{h} \tan \theta \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 f_0 は平均流速と x 軸上の乱れ速度によるせん断応力の関係を表す摩擦係数, a は粗度近傍での流速の減少を表すパラメータである。(3) および (4) 式を (2) 式に代入して得られる関係式と、慣用の対数則

$$\frac{U_C}{u_*} = 6.0 + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h}{k_s}, (\kappa = 0.4) \dots\dots\dots (5)$$

を形式的に等置すると、 k_s/k_m と h/k_m および $\tan \theta$ の関係式として次式が得られる。

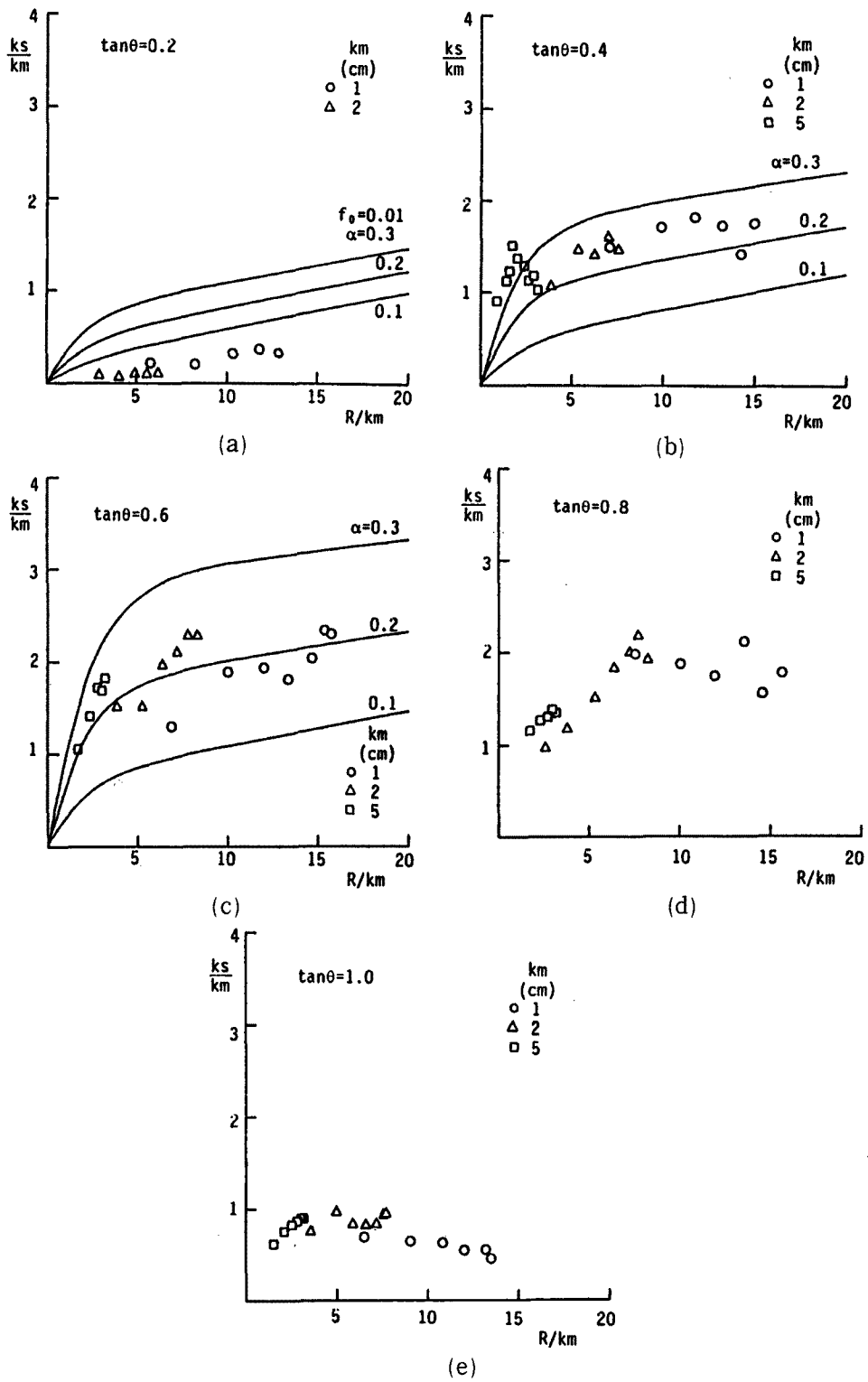


Fig. 5. Relation between k_s/k_m and R/k_m .

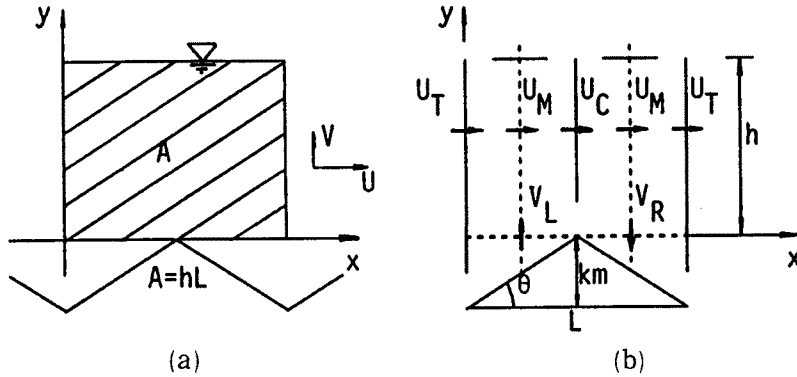


Fig. 6. Schematic diagram for theoretical consideration.
 (a) Domain of integral (b) Simplification of flow

$$\frac{k_s}{k_m} = \frac{h/k_m}{\exp\left[\kappa\left(\frac{1}{\sqrt{f_0}} + \alpha \frac{\tan\theta}{2} \frac{k_m/h}{(1+k_m/h)^2} - 6.0\right)\right]} \dots\dots\dots (6)$$

Fig. 3 および Fig. 5 (a)~(c) には、 $f_0 = 0.01$ として計算した (6)式を示してあり、 $\alpha = 0.2$ のとき (6)式は実験結果とほぼ一致していることがわかる。

3. 現場への適用

実際の水路トンネル素掘部において計測された側壁の凹凸形状と所要の水理諸量を用いて、 k_s/k_m と $\tan\theta$ および R/k_m の関係を求め、2. の実験結果と比較した。まず、凹凸の計測結果を示す。

3.1 側壁の凹凸の計測結果

調査対象としたのは、鳥取県天神川水系に既設の中国電力・下西谷発電所（流れ込み発電所）導水路トンネル素掘部である（Photo 1 参照）。トンネル内の数断面で、Fig. 7 に示した測線に沿って側壁の凹凸が計測された。各断面形状と水位痕跡から水深

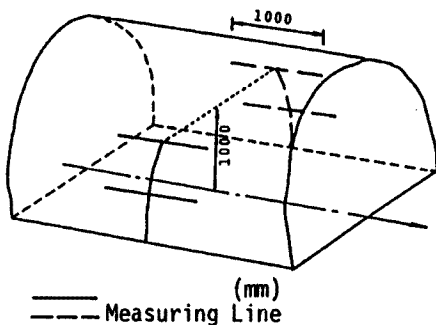


Fig. 7. Measurement of roughness along side wall in headrace tunnel.

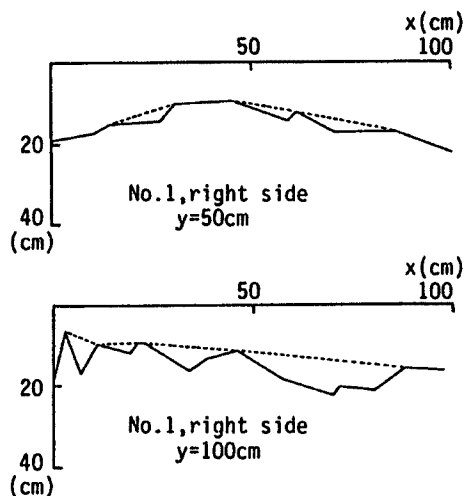


Fig. 8. Observed results of roughness along side wall.

Table 3. Observed results of roughness in headrace tunnel

No.	km (m)	tan θ	ns	Rs (m)	ks (m)
1	0.058	0.52	0.031	0.53	0.150
2	0.082	0.63	0.033	0.58	0.186
3	0.118	0.61	0.036	0.66	0.277
4	0.070	0.67	0.029	0.54	0.115
5	0.074	0.76	0.022	0.41	0.032
6	0.039	0.38	0.023	0.45	0.036

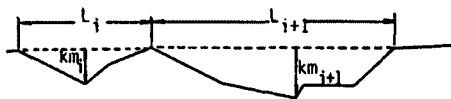


Fig. 9. Definition of geometrical characteristics of roughness.

した。

$$k_m = \frac{\sum_{i=1}^N L_i k_{mi}}{L} \quad L = \sum_{i=1}^N L_i \quad \tan\theta = \frac{\sum_{i=1}^N L_i k_{mi}}{L \cdot L/2} \dots\dots\dots (7)$$

得られた k_m と $\tan\theta$ の値を **Table 3** に示した。 $\tan\theta$ は 0.4 から 0.7 の範囲にある。ただし、モルタル吹付を行った場合には 0.3 程度になるという報告もある¹⁾。

3.2 現場計測結果と実験結果の比較

凹凸に関する特性量が得られたので、次に側壁の相当粗度を計算する。通水断面を、慣用に従い **Fig. 10** に示すように路床に支配されている領域と側壁に支配されている領域に分割し、Einstein の仮定のもとに導かれる (8) 式を用いて側壁の粗度係数 n_s を求める²⁾。

$$s_b + s_s = \left(\frac{n_s}{n}\right)^{3/2} \cdot s_s + \left(\frac{n_b}{n}\right)^{3/2} \cdot s_b \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 n は全断面の粗度係数 $n = A \cdot R^{2/3} I^{1/2} / Q$ であり、流量、通水断面および水路床勾配から計算される。路床の n_b の値は、ほとんどの断面で砂の堆積が見られたので、コンクリート巻立を行った水路に対して用いられる 0.013 より多少大きい 0.02 を用いた。これらの値を (8) 式に代入し、未知数 n_s を計算した。さらに、 n_s を (9) 式を用いて相当粗度 k_s に変換した。

$$\frac{n_s}{k_s^{1/6}} = \frac{1}{\sqrt{g}} \left(\frac{R_s}{k_s}\right)^{1/6} \cdot \left(6.0 + 2.5 \ln \frac{R_s}{k_s}\right)^{-1} \dots (9)$$

ただし、 $R_s = (n_s/n)^{3/2} R$ である。このようにして求められた n_s と k_s を **Table 3** に示した。

k_s/k_m と $\tan\theta$ の関係を実験結果とともに示したのが **Fig. 11** である。現場計測結果はほぼ実験結果の範囲にある。また、**Fig. 11** の中の $\tan\theta$ が 0.5 以上 0.7 以下の

も計測された。

凹凸の計算例を **Fig. 8** に示した。このような断面の凹凸の特性量を **Fig. 9** のようにして求めた。すなわち、**Fig. 8** の中で、点線と実線で囲まれる凹部を一つの三角形と見なして、点線の長さ L_i 、最大深さ k_{mi} を求め、次式を用いて各断面の平均的な k_m および $\tan\theta$ を推定

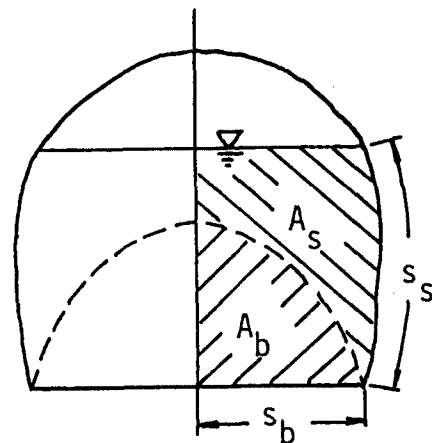


Fig. 10. Estimation of side wall roughness coefficient.

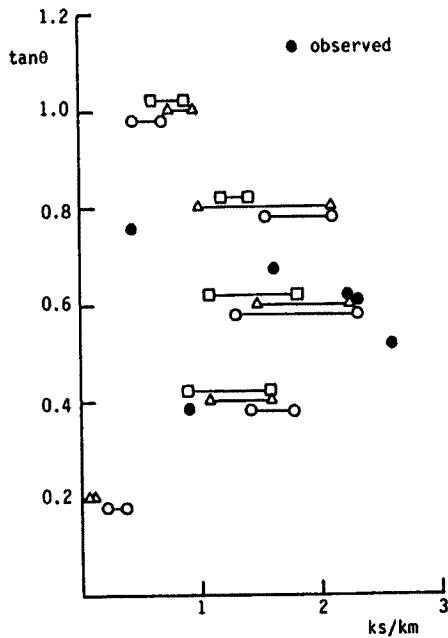


Fig. 11. Relation between k_s/k_m and $\tan \theta$.

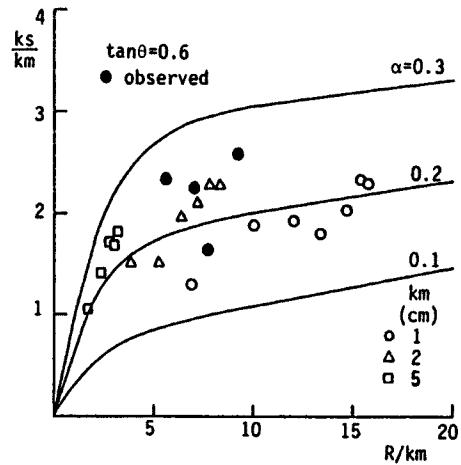


Fig. 12. Relation between k_s/k_m and R/k_m .

断面の資料について k_s/k_m と R_s/k_m の関係を Fig. 12 に示した。この場合も現場計測結果と実験結果はほぼ適合している。これらのことから、2. で述べた実験結果の現場への適用性が示唆される。

4. 粗度模型上の流れの数値解析

これまで、二等辺三角形上の流れの抵抗則について、相当粗度と粗度模型の幾何学的諸量および水理諸量の関係を実験的に検討するとともに、その現場への適用性の検証を試みた。しかし、実験の条件にはその規模などに限界があり、実験の困難な条件下での流れの抵抗則を把握するためには、各種水理条件（流量、水路床勾配、粗度の大きさや形状など）の変更が容易な数値解析モデルを用いる方法が有効と考えられる。数値解析結果を用いれば、剝離渦や流況の把握も可能で、実験結果の考察も容易になる。

本章では、上記した事項を実際に行うために、少なくとも本研究の実験結果を再現するための数値解析モデルの作製を試みる。ただし、簡単のため路床にのみ粗度模型を設置した場合を考え、鉛直2次元流れとしての解析法を示す。

4.1 基礎式

対象としている流れには、粗度の凹部に渦が存在し、その中の流れは十分に発達した乱流とは考えられない。そこで、基礎式として乱れの弱い領域から十分発達した乱流領域への遷移を再現可能な、乱れレイノルズ数の低い領域を考慮した $k-\epsilon$ モデルを用いる。このモデルには、Jones・Launder 型と Lam・Bremhorst 型の二種類あるが^{3, 4, 5)}、本研究では壁面近傍の壁面に直角方向の乱れの急激な減衰による渦動粘性係数の減少を考慮している L・B 型を改良した基礎式を用いる^{6, 7)}。ただし、基礎式中の諸関数は笠木等の提案するものを用いた⁶⁾。

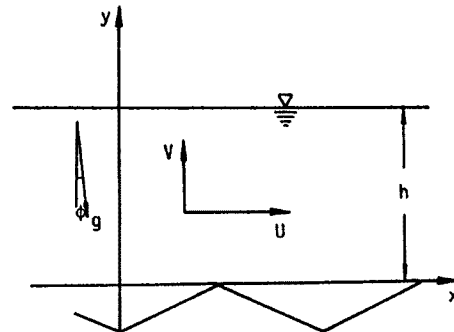


Fig. 13. Coordinate system.

基礎式を Fig. 13 に示した座標系のもとで示せば次のようになる。

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial U^2}{\partial x} + \frac{\partial UV}{\partial y} = g \sin \phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{u^2})}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{uv})}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial UV}{\partial x} + \frac{\partial V^2}{\partial y} = -g \cos \phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial(-\overline{uv})}{\partial x} + \frac{\partial(-\overline{v^2})}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) \dots\dots\dots (12)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial Uk}{\partial x} + \frac{\partial Vk}{\partial y} = D \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \epsilon \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{D}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{D}{\sigma_k} + \nu \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right] \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \frac{\partial U\epsilon}{\partial x} + \frac{\partial V\epsilon}{\partial y} = c_{\epsilon_1} D \frac{\epsilon}{k} \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - c_{\epsilon_2} \frac{\epsilon^2}{k} \\ + \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{D}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{D}{\sigma_\epsilon} + \nu \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

$$-\overline{u_i u_j} = D \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} k, \quad D = c_\mu f_s(y) \frac{k^2}{\epsilon} \dots\dots\dots (15)$$

ここに、(U, V) または (U₁, U₂)；平均流速ベクトル U の x, y 成分, (u, v)；乱れ速度ベクトルの成分, P；平均圧力, k；乱れエネルギー, ε；乱れエネルギー散逸率, φ；路床勾配, f_s；自由表面近傍の水深方向の乱れの減衰による渦動粘性係数の減少を表す関数。添字 i, j は 1 または 2 の値をとり, 1 は x 方向, 2 は y 方向を表す。また、添字 i, j に関して総和の規約が用いられている。

用いた c_μ, c_{ε2} および f_s の関数形を示せば次のようになる。

$$\begin{aligned} c_\mu = c_{\mu\infty} (1 + 3.45/\sqrt{Re_T}) (1 - \exp(-\Delta y_b^+/70)), \quad Re_T = \frac{k^2}{\nu \epsilon} \\ c_{\epsilon_2} = c_{\epsilon_2\infty} \left[1 - \frac{2}{9} \exp((-Re_T/6)^2) \right] (1 - \exp(-\Delta y_b^+/5))^2 \\ f_s(y) = 1.0 - \exp \left[-B \frac{\Delta y_s \cdot \epsilon_s}{k_s^{3/2}} \right] \quad (B=10, \text{添字 } s \text{ は自由表面の値を示す。}) \\ \Delta y_b^+ = u_* \Delta y_b / \nu \quad (\Delta y_b = y - y_b, \quad y_b \text{ は路床の } y \text{ 座標値}), \quad \Delta y_s = h - y \end{aligned}$$

4.2 数値解析法

(1) 離散化の方法

基礎式をコントロール・ボリューム（以後 c. v. と略記する。）で積分した後離散化し、数値解析を行った。この過程を簡単に示せば次のようになる。運動方程式の x-成分 (11) 式を、Fig. 14 に示した路床に接する c. v., 内部および自由表面に接する c. v. について積分すると次式になる。

(路床に接する台形の c. v. で積分した結果)

$$\frac{\partial U_{i,jb}}{\partial t} \Delta x \Delta y = - \left[-\Delta y (U^2)_{i-1/2,jb} + \Delta x (VU)_{i-1/2,jb+1/2} + \frac{\Delta x}{2} (VU)_{i-1/2,jb+1/2} \right]$$

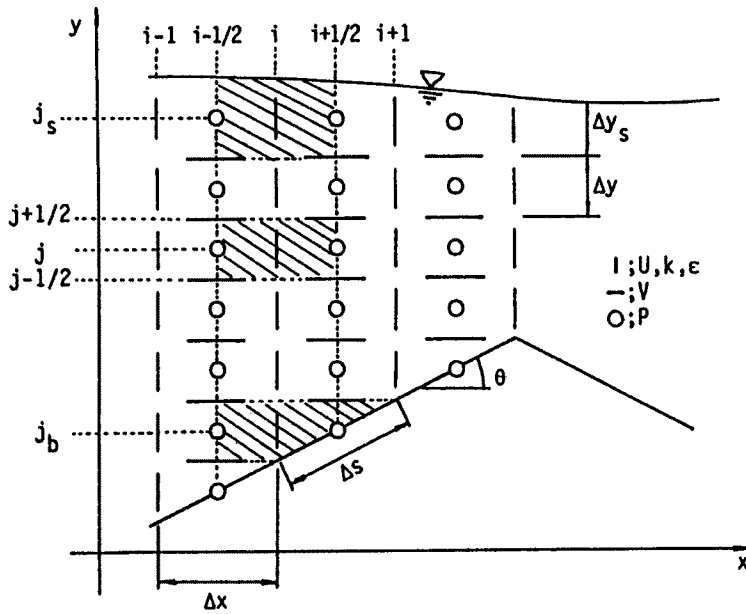


Fig. 14. Control volume for x-component of equation of motion.

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\Delta x}{2}(VU)_{i-1/2,jb-1/2}] + g\sin\phi\Delta x\Delta y - \left[\left(\frac{P}{\rho}\right)_{i+1/2,jb} - \left(\frac{P}{\rho}\right)_{i-1/2,jb} \right] \Delta y \\
 & + \left[\Delta x \left(-\bar{w} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{i+1/2,jb+1/2} + \frac{\Delta x}{2} \left(-\bar{w} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{i-1/2,jb+1/2} \right. \\
 & \left. - \frac{\Delta x}{2} \left(-\bar{w} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{i-1/2,jb-1/2} - \Delta y \left(-\bar{u}^2 + \nu \frac{\partial U}{\partial x} \right)_{i-1/2,jb} - \frac{\tau_{bx_{i-1/2}} \Delta s}{\rho} \right] \dots \dots \dots (16)
 \end{aligned}$$

ここに、 τ_{bx} は路床に作用する応力ベクトル τ_b の x 成分、 (i, j) は Fig. 14 に示したように空間の位置を表す添字である。

(内部の c. v. で積分した結果)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial U_{ij}}{\partial t} \Delta x \Delta y = & - \left[\Delta y (U^2)_{i+1/2,j} - \Delta y (U^2)_{i-1/2,j} + \Delta x (VU)_{ij+1/2} - \Delta x (VU)_{ij-1/2} \right] \\
 & + g\sin\phi\Delta x\Delta y - \left[\left(\frac{P}{\rho}\right)_{i+1/2,j} - \left(\frac{P}{\rho}\right)_{i-1/2,j} \right] \Delta y + \left[\Delta x \left(-\bar{w} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{ij+1/2} \right. \\
 & \left. - \Delta x \left(-\bar{w} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{ij-1/2} + \Delta y \left(-\bar{u}^2 + \nu \frac{\partial U}{\partial x} \right)_{i+1/2,j} - \Delta y \left(-\bar{u}^2 + \nu \frac{\partial U}{\partial x} \right)_{i-1/2,j} \right] \dots (17)
 \end{aligned}$$

(表層の c. v. で積分した結果)

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Delta y_s U}{\partial t} = & -\frac{1}{\Delta x} \left[(U^2 \Delta y_s)_{i+1/2,j_s} - (U^2 \Delta y_s)_{i-1/2,j_s} - (VU)_{i,j_s-1/2} \Delta x \right] + g\sin\phi \Delta y_s \\
 & -\frac{1}{\Delta x} \left[\frac{1}{\rho} (P \Delta y_s)_{i+1/2,j_s} - \frac{1}{\rho} (P \Delta y_s)_{i-1/2,j_s} \right] + \frac{1}{\Delta x} \left[-\Delta x \left(-\bar{w} + \nu \frac{\partial U}{\partial y} \right)_{i,j_s-1/2} \right. \\
 & \left. + \left(\left(-\bar{u}^2 + \nu \frac{\partial U}{\partial x} \right) \Delta y_s \right)_{i+1/2,j_s} - \left(\left(-\bar{u}^2 + \nu \frac{\partial U}{\partial x} \right) \Delta y_s \right)_{i-1/2,j_s} \right] \dots \dots \dots (18)
 \end{aligned}$$

k -方程式および ϵ -方程式についても同一の c. v. を用いて積分される。また、運動方程式の y 成分 (12) 式に対して、Fig. 15 に示した c. v. が用いられる。得られた結果は (16)~(18) 式と同様であるので、

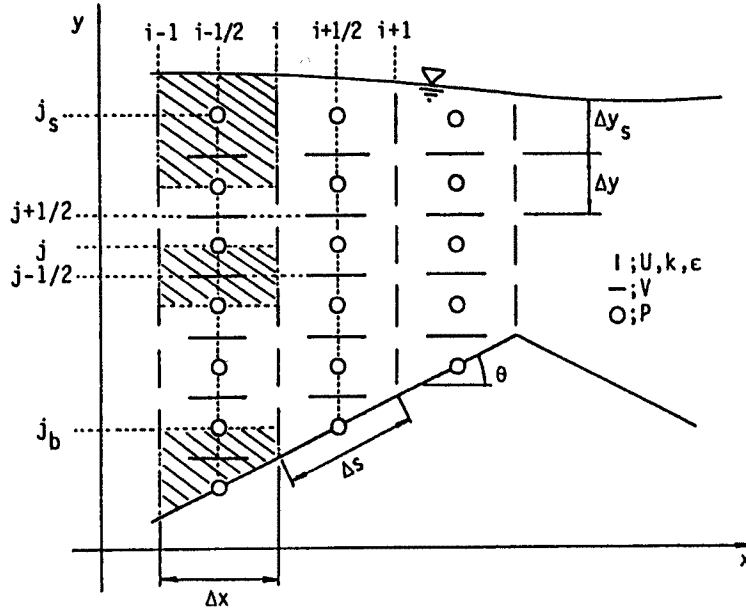


Fig. 15. Control volume for y-component of equation of motion.

省略する。

(2) 数値解析の手順

数値解析の手順は、岩佐・松尾等⁸⁾が鉛直気泡プリュームの解析に用いたものとほぼ同様であって、簡条書にして示せば次のようになる。

- ① 時刻 $t = n \cdot \Delta t$ の水理量 $U^n, V^n, P^n, k^n, \epsilon^n$ および $t = (n+1/2) \cdot \Delta t$ の表層厚さ $\Delta y_s^{n+1/2}$ を既知とする。 $(\Delta t$ は計算時間間隔を表す。)
- ② (1) 離散化の方法で述べたような離散式を用いて、 $t = (n+1) \cdot \Delta t$ の $U^{n+1}, V^{n+1}, P^{n+1}, k^{n+1}, \epsilon^{n+1}$ を計算する。 U について計算すれば次のようになる。

$$\text{(路床および内部)} \quad \frac{U_{ij}^{n+1} - U_{ij}^n}{\Delta t} = (\text{圧力項})^n + (\text{残りの項})^n$$

$$\text{(表層)} \quad \frac{U_{ij_s}^{n+1} \Delta y_s^{n+1/2} - U_{ij_s}^n \Delta y_s^{n+1/2}}{\Delta t} = (\text{圧力項})^n + (\text{残りの項})^n$$

k および ϵ については、このようにして求められた k^{n+1} および ϵ^{n+1} が $t = (n+1) \cdot \Delta t$ の値となる。 U および V については、 U^{n+1} および V^{n+1} が連続式を満たすように以下のような収束計算を行う。

- ③ U^{n+1} および V^{n+1} を用いて、連続式に関する誤差 er を Fig. 16 に示した c. v. を用いて次のように計算する。ただし表層ではこの計算は行わない。

$$\text{(路床)} \quad er_{i+1/2, j_b} = \frac{U_{i, j_b}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{V_{i+1/2, j_b+1/2}^{n+1}}{\Delta y}$$

$$\text{(内部)} \quad er_{i+1/2, j} = \frac{U_{i+1, j}^{n+1} - U_{ij}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{V_{i-1/2, j+1/2}^{n+1} - V_{i+1/2, j-1/2}^{n+1}}{\Delta y}$$

- ④ 表層を除く連続式に適用される c. v. の $|er|$ と基準値 er_0 の大小を判断する。 $|er| \geq er_0$ となっ

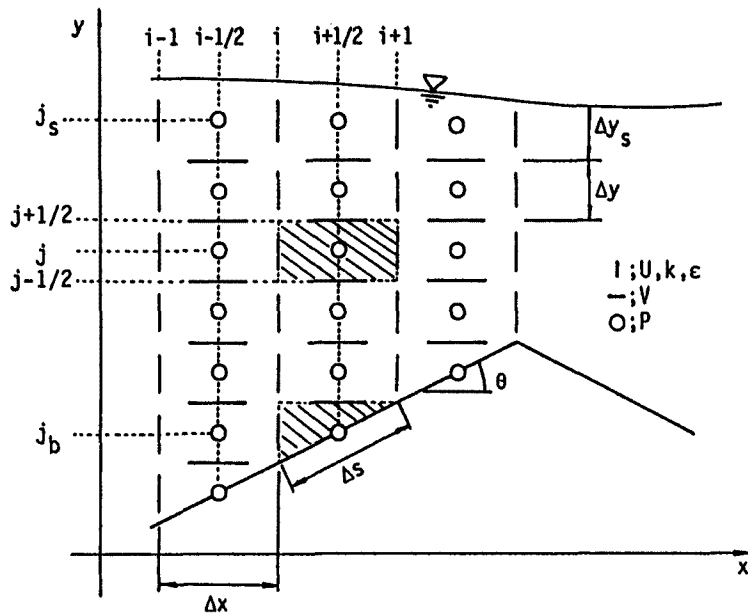


Fig. 16. Control volume for continuity equation.

ている c. v. については, Hirt・Cook⁹⁾ が示した次式により, その圧力を修正する。

$$P \rightarrow P + \delta P$$

$$\frac{\delta P}{\rho} = - \frac{\omega \cdot er}{2\Delta t \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} \right)} \quad (\omega; \text{収束パラメータで0.5を用いた。})$$

このように圧力を修正した後②に戻る。この過程をすべての c. v. で $|er| < er_0$ になるまで繰り返し, 収束したとき, この U, V および P を時刻 $t = (n+1) \cdot \Delta t$ の値とする。ただし, この収束計算の過程で, 表層の c. v. の圧力を次式で計算している (Fig. 17 参照)。

$$P_{i+1/2, j_s} = P_{i+1/2, j_s-1} \cdot \Delta y_s / (2\Delta y_s + \Delta y)$$

⑤ U^{n+1} および V^{n+1} を用いて $t = (n+3/2) \cdot \Delta t$ の表層厚さ $\Delta y_s^{n+3/2}$ を次式で求める。

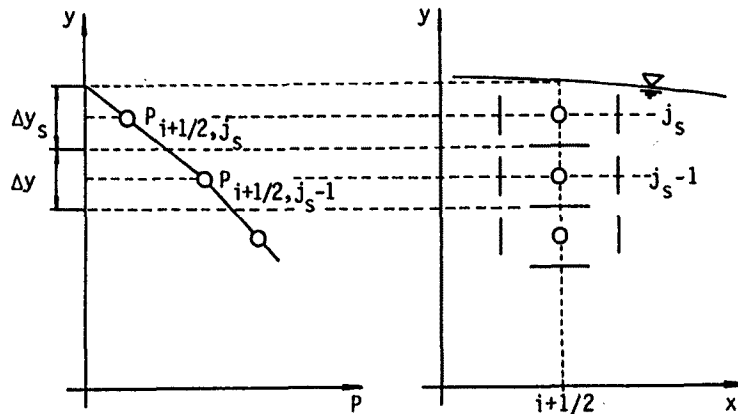


Fig. 17. Calculation of pressure in control volume including free surface.

$$\frac{\Delta y_{s_i+1/2}^{n+3/2} - \Delta y_{s_i+1/2}^{n+1/2}}{\Delta t} = V_{i+1/2, j_s-1/2}^{n+1} + \frac{U_{i+1, j_s}^{n+1} \cdot (\Delta y_{s_i+3/2}^{n+1/2} + \Delta y_{s_i+1/2}^{n+1/2})/2}{\Delta x}$$

$$\frac{U_{i, j_s}^{n+1} \cdot (\Delta y_{s_i-1/2}^{n+1/2} + \Delta y_{s_i-1/2}^{n+1/2})/2}{\Delta x}$$

⑥ ①～⑤を所定の時刻まで繰り返す。

(3) 慣性項および移流項の差分スキーム

運動方程式の差分スキームとして QUICK スキーム¹⁰⁾を、 k および ε -方程式の移流項には上流差分スキームを用いた。

(4) 計算の境界条件

流れは、水路床の粗度模型に対応して x -方向に周期的に変化すると考えられるので、一つの粗度模型上の流れをその上流端の水量が下流端のそれに等しいとして計算する。

路床および自由表面の境界条件は次のようにして与えた。

(a) 路床における境界条件

本研究では Lam・Bremhorst 型のモデルを用いているので、路床の水量を $U=0$, $V=0$, $k=0$, $\varepsilon=\varepsilon_b$ とすればよい。しかし、この境界条件を用いるときには粘性底層内の詳細な流れを再現する必要があるため、非常に細かい格子分割を用いなければならない。この計算を実行するためには膨大な計算時間を必要とするので、実用的でない。そこで、本研究では実用可能な格子分割のもとで、以下に述べる境界条件を用いる。

U および V の計算には、(16)式に見られるように、路床に作用する応力ベクトル τ_b の成分を求める必要がある。本研究では路床の接線方向の応力ベクトル τ_{bt} の大きさを次のようにして求めた。

- i. Fig. 18 の路床に接する U の定義点 B における流速ベクトル V を $V = (U_{i, j_b} (V_{i+1/2, j_b+1/2} + V_{i-1/2, j_b-1/2})/2)$ として、これから路床に平行な成分 V_b を求める。
- ii. Fig. 18 に示す Δn の方向に、層流速分布から対数流速分布への遷移を表す van Driest 関数が成立しているとして、 V_b と Δn から摩擦速度 u_* さらには τ_{bt} を求める。 τ_{bt} の成分を τ_{b_x} および τ_{b_y} として計算に用いる。

路床に接する格子の k および ε は次のように与えた。路床が平坦な場合、路床のごく近傍では k および ε は垂直方向に増加し極値に達してから減少することが知られている (Fig. 19 参照)^{5,6,7)}。本研究でも、取りあえずこの結果を援用する。すなわち、Fig. 19 の分布形を次式のように単純化して表し、路床に接する c. v. の k および ε の値とした。

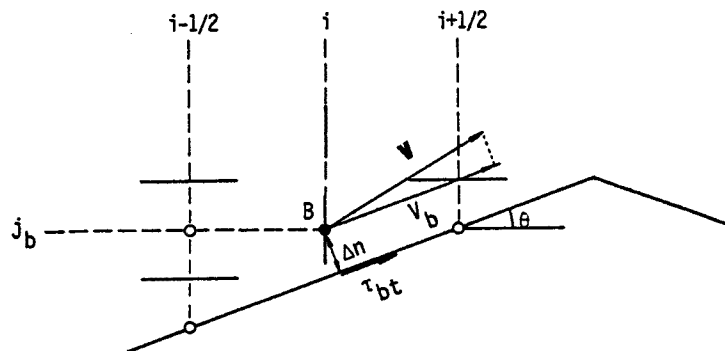


Fig. 18. Calculation of channel bed shear stresses.

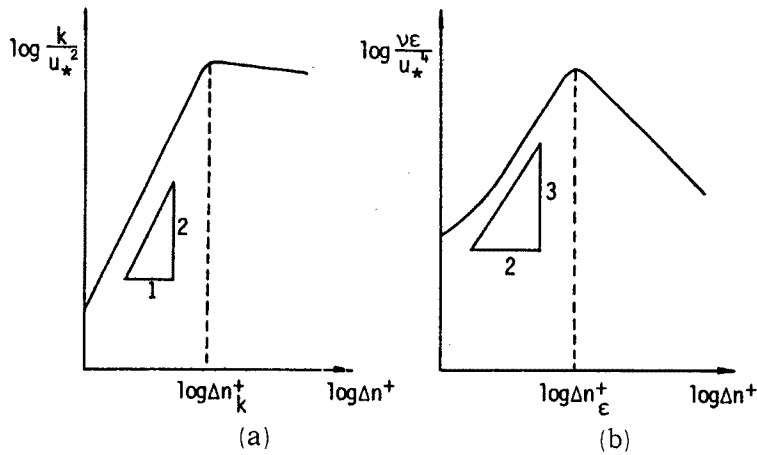


Fig. 19. Distribution of k and ε near channel bed.
(a) k , (b) ε

$$\frac{k}{u_*^2} = a_k \Delta n^{+2}; \Delta n^+ \leq \Delta n_k^+ \quad \left(a_k = \frac{1}{\sqrt{c_{\mu\infty}} \Delta n_k^{+2}} \right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{c_{\mu\infty}}}; \Delta n^+ > \Delta n_k^+$$

$$\frac{\nu\varepsilon}{u_*^4} = \frac{\nu\varepsilon_b}{u_*^4} + a_\varepsilon \Delta n^{+1.5}; \Delta n^+ \leq \Delta n_\varepsilon^+$$

$$= \frac{1}{\kappa \Delta n_\varepsilon^+}; \Delta n^+ > \Delta n_\varepsilon^+ \quad \left(\frac{\nu\varepsilon_b}{u_*^4} = \frac{2}{\sqrt{c_{\mu\infty}} \Delta n_k^{+2}}, a_\varepsilon = \frac{1}{\kappa \Delta n_\varepsilon^{+2.5}} - \frac{2}{\sqrt{c_{\mu\infty}} \Delta n_k^{+2} \Delta n_\varepsilon^{+1.5}} \right)$$

ここに、 $\Delta n^+ = u_* \Delta n / \nu$ 。パラメータ Δn_k^+ および Δn_ε^+ の値は 10 ~ 20 程度と考えられるが、本研究では試行錯誤の結果として $\Delta n_k^+ = 20$ と $\Delta n_\varepsilon^+ = 12.5$ を用いた。

(b) 自由表面における境界条件

自由表面の境界条件は、運動方程式に関しては自由表面に応力が作用していないことで、表層の c. v. での積分の過程で考慮されている。また、 k および ε に関しては、乱流拡散フラックスが 0 になることで、関数 f_s の効果により渦動粘性係数が自由表面で 0 になることから、自動的に満たされる。

4.3 計算結果の考察

数値計算の条件は、1. で述べた実験水路の路床にだけ粗度模型を設置して行われた実験の条件に合せた。計算の条件を Table 4 に示した。また、用いた定数の値を Table 5 に示した。 c_{e1} を慣用の 1.44 とすると数値解が発散したので、取りあえず Table 5 の値を用いている。

初期条件を適当に与え、流れがほぼ定常状態に達するまで計算を繰り返した。得られた結果を用いて粗度模型上の流れの特性について考察しよう。まず、流速ベクトル図を Fig. 20 に示した。Cal. 1 ($\tan\theta = 0.4$) の場合、三角形の背後に細長い渦が生じているものの、全体としてみると流れは粗度に沿っている。一方、Cal. 2 ($\tan\theta = 1.0$) の場合、凹部に安定した渦が生じている。このような流況の定性的相違が、Fig. 3 の k_s/k_m に及ぼす $\tan\theta$ の影響として現れている。Fig. 21 は、水深方向の流速分布について計算

Table 4. Hydraulic variables of numerical simulations

	h (cm)	$\sin \phi$	k_m (cm)	$\tan \theta$	Δx (cm)	Δy (cm)
Cal. 1	8.0	1/500	2	0.4	0.5	0.2
Cal. 2	5.0	1/500	2	1.0	0.2	0.2

Table 5. Model constants for numerical simulation

$C_{\epsilon 1}$	$C_{\epsilon 2\infty}$	$C_{\mu\infty}$	σ_k	σ_ϵ
1.37	1.92	0.09	1.0	1.3

結果と実験結果を比較したものである。 $\tan\theta = 1.0$ の場合十分には適合していないが、計算結果と実験結果は概ね一致している。乱れエネルギーと圧力の分布を Fig. 22 と Fig. 23 に示した。圧力はどちらも粗度模型の頂点の直下流で減少している。これは、頂点の近傍で流速が加速されるためと考えられる。ただし、Cal. 2 の場合頂点の直上流で圧力の増加が見られる。これは、流速ベクトル図 (Fig. 21(b)) に示されているように、頂点直上流で流れが粗度模型に衝突するためと考えられる。

上記したように、数値解析モデルを用いて本研究の実験結果をほぼ再現できることが分った。ただし、計算結果は、 k と ϵ の境界条件の設定に用いられるパラメータ Δn_k^+ と Δn_ϵ^+ の値 (この計算では 4.2 (4) で述べたように各々 20.0 と 12.5 が用いられている。) や格子間隔の大きさに依存するため、普遍的なモデルとしては不十分と考えられる。境界条件の与え方、計算方法およびモデル定数の値などについてより一層の検討が必要である。

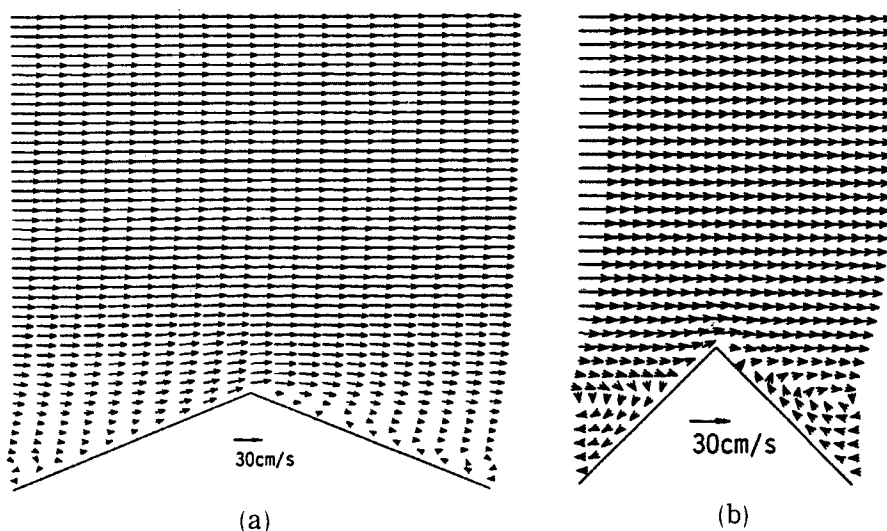


Fig. 20. Velocity vector of flow over roughness element. (a) Cal. 1, (b) Cal. 2

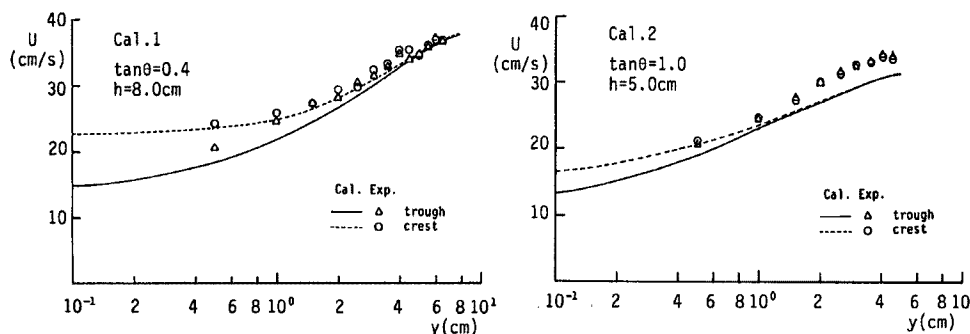


Fig. 21. Depthwise distributions of longitudinal component of velocity. (a) Cal. 1, (b) Cal. 2

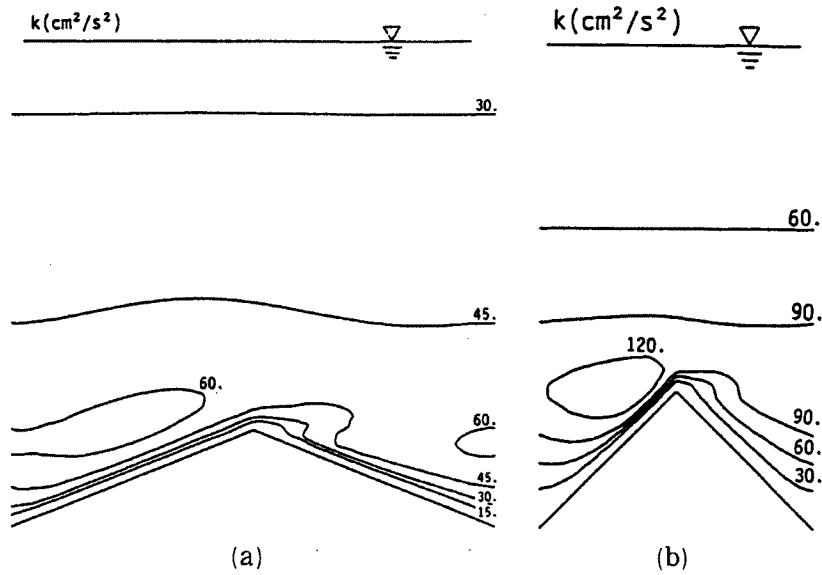


Fig. 22. Distribution of turbulent kinetic energy.
(a) Cal. 1, (b) Cal. 2

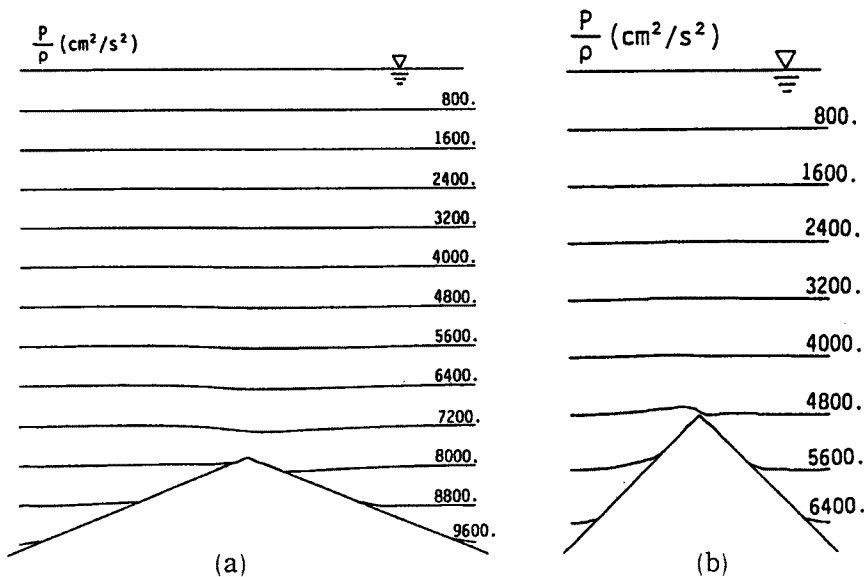


Fig. 23. Distribution of pressure.
(a) Cal. 1, (b) Cal. 2

5. 結 語

本研究は、コンクリート巻立を省略した水路トンネル内の流れの水理特性について考察したものである。得られた主要な結果をまとめると次のようになる。

(1) トンネル側壁の凹凸形状を二等辺三角形で模擬した水理実験結果を整理することにより、相当粗度と粗度の幾何諸量および水理諸量の関係を得た。

(2) 流れを単純化して水理学的考察を加えることにより、実験結果の特性を表す簡易式を導いた。さらに、実験結果および簡易式の現場への適用性についても、実際の水路トンネル素掘部における計測結果を用いて検証した。

(3) 実験の困難な条件下での流れの抵抗則を把握するために、各種水理条件（流量、水路床勾配、粗度の大きさや形状など）の変更が容易な数値解析モデルを作製した。この数値解析モデルを用いた計算結果は、本研究の範囲の実験結果をほぼ再現していることを確認した。ただし、計算結果は、 k と ε の境界条件に関するパラメータや格子間隔の大きさなどによって変化するので、普遍的なモデルを作製するために一層の検討が必要である。

最後に、本研究を行うに当たって多大な協力を頂いた現東京電力・河村直明氏、京都大学大学院・米山望氏および北原政宏氏に深く感謝いたします。

参考文献

- 1) 大萩 力・長澤清昭・白方 博：中小水力 p/s 水路の経済化に関する研究のうち発破工法により掘削したトンネルの粗度係数の推定，関西電力総研報告第 28 号，pp.187-189.
- 2) 足立昭平：水工水理学（石原藤次郎編） 6. 流水抵抗と安定河道，丸善，1972.
- 3) Jones, W.P. and B.E. Launder: The Prediction of Laminarization with Two-Equation Model of Turbulence, Int'l J. Heat Mass Transfer, Vol.15, 1972, pp.301-313.
- 4) Lam, C.K.G. and K.A. Bremhorst: Modified Form of the k - ε Model for Predicting Wall Turbulence, J. Fluid Eng., Vol.103, 1981, pp.456-460.
- 5) Patal, B.C., W. Rodi and G. Scheuerer: Turbulence Models for Near-Wall and Low Reynolds Number Flows: A Review, AIAA Journal, Vol.23, No.9, 1984, pp.1308-1319.
- 6) 明賢国・笠木伸英：低レイノルズ数型 k - ε 乱流モデルの再評価，第 3 回生産研究所 NST シンポジウム論文集，1988，pp.25-29.
- 7) 長野靖尚・新見幹夫・田川正人：壁近傍の乱流特性と逆圧力勾配の影響を考慮した k - ε 乱流モデル，第 3 回生産研究所 NST シンポジウム論文集，1988，pp.31-34.
- 8) 松尾直規・岩佐義朗・南部茂義・渡辺浩太郎：空気泡ブルームの水理特性に関する研究，京都大学防災研究所年報第 29 号 B-2，1986，pp.579-593.
- 9) Hirt, C.W. and J.L. Cook: Calculating Three-Dimensional Flows around Structures and over Rough Terrain, J. Computational Physics, Vol.10, 1972, pp.324-340.
- 10) 例えば 武本行正・阿部芳彦：シミュレーション技法の進歩，核融合研究第 54 巻 6 号，1985，pp.652-663.