

## 連続体手法による掃流砂量式に関する研究

江頭 進治・芦田 和男・田野中 新・高橋 徹也

### BED-LOAD FORMULA DERIVED FROM CONSTITUTIVE EQUATIONS OF SOLID PARTICLE-WATER MIXTURE

By Shinji EGASHIRA, Kazuo ASHIDA, Shin TANONAKA and Tetsuya TAKAHASHI

#### Synopsis

In the previous paper<sup>1)</sup> the authors presented a bed-load equation which was derived from their constitutive relations of debris flow. The equation underestimates somewhat the bed-load rate in the range of non-dimensional shear stress smaller than 0.2. This paper discusses a refinement of the constitutive equations in smaller range of shear stress, but greater than the critical value of initiation of sediment movement. A bed-load equation, then, is derived from the refined constitutive relations. The formula is tested in terms of the data obtained from flume tests carried by using both of sand particles and glass beads.

#### 1. 緒 言

移動床水理現象における掃流砂の果たす役割は大きく、これまでに多くの掃流砂量式が提案されている。次元解析に基づく経験式を別にすれば、これらの流砂量式はほとんどが質点系力学に基づいて議論されている。文字通り、粒子移動を単粒子として追跡できる場合には、あるいは掃流砂を単粒子の運動に置き換えて議論できる範囲においては質点力学は有効である。このような条件では、粒子に働く外力と平均的な抵抗力が評価し易いからである。

しかし、掃流力が限界掃流力を大きく上まわると移動粒子同士の衝突や、移動粒子と水流との interaction などのため、単体としての粒子運動を記述することが困難になる。これに代わる評価法として、掃流砂の運動を固体粒子と水との混合物からなる連続体と見なし、連続体の支配方程式を用いて掃流砂の運動を解析する方法が考えられる。この解析法によれば、混合物の流れに関するエネルギー散逸機構を評価すれば、移動層の流速分布と濃度分布が得られ、これらの積分によって掃流砂量が求められる<sup>1)</sup>。したがって、散逸関数をいかに与えるかがこの方法のキーとなる。

著者らは、上述のような観点から彼らの土石流に関する構成式を適用して掃流砂に関する議論を進めており、先の研究<sup>1)</sup>において掃流砂の移動層厚に関する推定式ならびに掃流砂量式を提案した。この掃流砂量式は、移動砂層厚が粒径よりも小さくなるような掃流力の領域において実際よりも少し小さな値を与える。これは、流速分布を求めるときのせん断力の構造に起因するものであって、せん断応力が実際よりも大きく与えられたことによるものであると考えられる。そこで、本研究においては、まず、せん断変形速度の小さい領域においては間隙の乱れは発生しないものとしてせん断応力の構造に若干修正を加え、これに基づいて流速分布ならびに流砂量式を導く。ついで、砂粒子およびビーズを用いた水路実験について述べ、これらのデータと改良された流砂量式を比較検討する。

2. 移動砂層厚と流速分布

先の研究<sup>1)</sup>と同様、Fig. 1 のような 2 次元等流を考える。図中、 $h_s$  は水と砂粒子の混合物の流れの層であり、この領域を移動砂層と呼ぶ。 $h_w$  は水流の層、 $h_t$  は移動砂層と水流層とを合わせた全流動層である。流れ方向に  $x$  軸、直角上向きに  $z$  軸をとると、移動砂層の運動方程式は次のように表される。

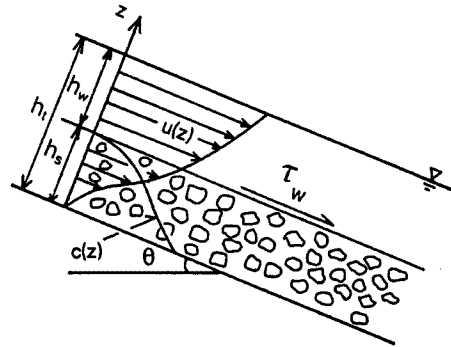


Fig.1. Uniform flow with active bed loads and definition of symbols.

$$0 = \rho_m g \sin \theta + \frac{\partial \tau}{\partial z} \dots\dots\dots (1)$$

$$0 = -\rho_m g \cos \theta - \frac{\partial p}{\partial z} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $\rho_m$  は、移動砂層の密度であり、次式で与えられる。

$$\rho_m = \rho \left\{ \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c + 1 \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\sigma$  は固体粒子の密度、 $\rho$  は水の密度、 $c$  は粒子の体積濃度である。固体粒子と水との混合物の流れにおいて、粒子が掃流運動をする領域において、せん断応力は次式で与えられるものとする<sup>1),2)</sup>。

$$\tau = \tau_y + \tau_g + \tau_f \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\tau_y$  は粒子間摩擦による降伏応力（クーロン力）、 $\tau_g$  は粒子非弾性衝突にともなう散逸応力、 $\tau_f$  は間隙流体の変形にともなう散逸応力である<sup>3),4)</sup>。先の研究によれば、これらの応力は次のようである<sup>1),2)</sup>。

$$\tau_y = \frac{1}{1+\alpha} \int_z^{h_s} \rho g \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) c dz \tan \phi_s \dots\dots\dots (5)$$

$$\tau_g = k_g \sigma (1-e^2) d^2 c^{1/3} \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \dots\dots\dots (6)$$

$$\tau_f = (1-c) \mu \frac{\partial u}{\partial z} + k_f \rho \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}} d^2 \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\alpha = (\tan \phi_s - \tan \phi_k) / \tan \phi_k = 0.25$ 、 $\phi_s$  は粒子の静摩擦角、 $\phi_k$  は動摩擦角、 $e$  は粒子同士の反発係数、 $d$  は粒子径、 $\mu$  は水の粘性係数である。 $k_g$ 、 $k_f$  は土石流の水路実験で同定された係数であって、 $k_g = 0.0828$ 、 $k_f = 0.16 \sim 0.25$  である<sup>3)</sup>。

Fig. 2 は、移動砂層  $h_s$  に働く外力と内力の分布の模式図である。先の研究においては、移動砂層全域にわたって式(4) の形を仮定したが、実際には  $\tau - \tau_y$  が小さくなる  $z = 0$  の近傍においてはひずみ速度が小さくなり、粒子間隙において乱れは発生せず、このような領域においては  $\tau_f$  のうちのレイノルズ応力の項は消失するものと考えられる。さらに、 $\tau_g$  の大きさと  $\tau_f$  に含まれる粘性項を比較すれば、通常の条件では粘性項も省略できることが明らかである。 $\tau_f$  を省略できる領域の設定については今後の検討課題であるが、ここでは移動砂層の厚さが粒径以下になるような領域では  $\tau_f$  を省略できるものとする。すなわち、

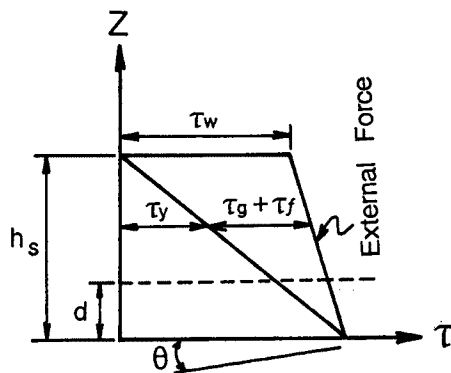


Fig. 2. Schematics of internal and external forces.

$$0 \leq z \leq d \text{ において } \tau = \tau_y + \tau_g \dots\dots\dots (8)$$

$$d \leq z \leq h_s \text{ において } \tau = \tau_y + \tau_g + \tau_f \dots\dots\dots (9)$$

また、移動砂層厚が粒径  $d$  よりも小さい場合には、

$$0 \leq z \leq h_s \text{ において } \tau = \tau_y + \tau_g \dots\dots\dots (10)$$

なお、移動砂層厚は著者らによれば、

$$\frac{h_s}{d} = \frac{2}{c_* \cos \theta \{ \tan \phi_s / (1 + \alpha) - \tan \theta \}} \tau_* \dots\dots\dots (11)$$

で与えられる<sup>1),2)</sup>。したがって、 $h_s/d = 1$  となる掃流力の条件は次式で与えられる。

$$\tau_* = \frac{1}{2} c_* \cos \theta \left( \frac{\tan \phi_s}{1 + \alpha} - \tan \theta \right) \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $c_*$  は静止堆積層の粒子濃度であり、 $\tau_*$  は無次元掃流力であって、 $\tau_* = h_t \sin \theta / (\sigma/\rho - 1)d$ 。ここに、 $h_t$  は全流動深 ( $h_t = h_s + h_w$ ) である。

以上より移動砂層の流速分布は次のような手順で求められる。まず、式(1) を  $z$  から  $h_s$  まで積分すれば、移動砂層の任意の面に働く外力が次のように得られる。

$$\tau(z) = \tau_w + \int_z^{h_s} \rho_m g \sin \theta dz \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 $\tau_w$  は移動砂層表面 ( $z = h_s$ ) に働く水流のせん断力、 $\tau_w = \rho g h_w \sin \theta$  である。

式(8)、(9) を式(13) に代入し、 $\tau_y$ 、 $\tau_g$ 、 $\tau_f$  の表示式 (式(5)、(6)、(7)) を適用し、さらに、 $c(z) = c_*/2 = \text{const.}^1)$  と近似すれば流速分布が次のように導かれる。式(12) で与えられる無次元掃流力を  $\tau_{*y}$  とすれば、

$\tau_{*y} \leq \tau_*$  ( $d < h_s$ ) のとき、

$$0 \leq z \leq d: u'(z') = \frac{2}{3} \frac{A^{1/2}}{\sqrt{f_g}} z'^{3/2} \dots\dots\dots (14)$$

$$d \leq z \leq h_s: u'(z') = \frac{2}{3} \frac{A^{1/2}}{\sqrt{f_f + f_g}} z'^{3/2} + u'_d \dots\dots\dots (15)$$

$\tau_* \leq \tau_{*y}$  ( $h_s < d$ ) のとき、

$$0 \leq z \leq h_s: u'(z') = \frac{2}{3} \frac{A^{1/2}}{\sqrt{f_g}} z'^{3/2} \dots\dots\dots (16)$$

ここに、

$$u' = \frac{u}{\sqrt{g h_s}}, \quad z' = \frac{z}{h_s}, \quad u'_d = \frac{2}{3} A^{1/2} \left( \frac{1}{\sqrt{f_g}} - \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \right) \left( \frac{d}{h_s} \right)^{3/2}, \quad A = \frac{h_s h_w}{d^2} \sin \theta$$

$$f_f = k_f \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}}, \quad (k_f = 0.16 \sim 0.25), \quad f_g = k_g \frac{\sigma}{\rho} (1-e^2) c^{1/3}, \quad (k_g = 0.0828)$$

なお、 $f_f$  および  $f_g$  に含まれる粒子体積濃度は  $c = c_*/2$  である。

以上、移動砂層における粒子濃度を一定として流速分布を求めた。本来、速度場と濃度場とは interaction によって決定される。したがって、これらの厳密解はそれぞれを規定している支配方程式、すなわち式(1) と式(2) の連立解として与えられる<sup>1)</sup>。勾配が大きくなり、粒子が水面にまで分散するような条件になると、近似解と厳密解との顕著な差が生ずるが、この条件から離れた領域では近似解でも十

分であることが分かっている<sup>1)</sup>。したがって、本報においては煩雑さを避けるため、厳密解については省略する。

水流の層  $h_w$  における流速分布は、 $z=h_s$  における混合距離を  $l_0$  として、その分布を  $l=l_0+\kappa(z-h_s)$  と置き、摩擦速度一定の近似のもとで次のように求められる<sup>1)</sup>。すなわち、

$$h_s \leq z \leq h_i: u(z) = \frac{u_{*w}}{\kappa} \ln \frac{l_0 + \kappa(z - h_s)}{l_0} + u(h_s) \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 $u_{*w}$  は  $z=h_s$  における摩擦速度、 $\kappa$  はカルマン定数で、不合理な面が現われない限り、 $\kappa=0.4$  とする。 $u(h_s)$  は  $z=h_s$  における流速であり、式(15)あるいは(16)を用いて次式で与えられる。

$$\tau_* \geq \tau_{*r} \text{ のとき } l_0 = \sqrt{f_f + f_g} d \dots\dots\dots (18)$$

$$\tau_* \leq \tau_{*r} \text{ のとき } l_0 = \sqrt{f_g} d \dots\dots\dots (19)$$

なお、先の研究<sup>1),2)</sup>においては  $z=h_s$  における速度勾配の連続条件を考慮していないため、 $l_0$  の表現は上式のものとは少し異なっている。

### 3. 掃流砂量式

単位幅流砂量を  $q_b$  とすれば、これは次式のように表される。

$$q_b = \int_0^{h_s} u(z)c(z)dz \dots\dots\dots (20)$$

粒子濃度分布に関して、前述の議論で用いた近似、 $c(z)=c_*/2=\text{const.}$  を使い、流速分布について式(14)、(15)あるいは式(16)を適用し、さらに、 $h_s$  について式(11)を用いれば、流砂量式が容易に求められる。得られた結果を無次元流砂量式の形にすれば次のようである。

$\tau_* \leq \tau_{*r} (h_s \leq d)$  :

$$\Phi = \frac{2}{15} \frac{1}{\sqrt{f_g}} \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\beta^{1/2}}{(\beta + \tan \theta)^{5/2}} (\sigma/\rho - 1)^2 c_* \tau_*^{5/2} \dots\dots\dots (21)$$

$\tau_* \geq \tau_{*r} (h_s \geq d)$  :

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{2}{15} c_* \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\beta^{1/2}}{(\beta + \tan \theta)^{5/2}} (\sigma/\rho - 1)^2 \tau_*^{5/2} \\ & \cdot \left[ 1 - \frac{3}{2} (\sqrt{1 + f_f/f_g} - 1) \left\{ c_* \cos \theta \left( \frac{\tan \phi_s}{1 + \alpha} - \tan \theta \right) \right\}^{5/2} \tau_*^{-5/2} \right. \\ & \left. + \frac{5}{2} (\sqrt{1 + f_f/f_g} - 1) \left\{ c_* \cos \theta \left( \frac{\tan \phi_s}{1 + \alpha} - \tan \theta \right) \right\}^{3/2} \tau_*^{-3/2} \right] \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

ここに、

$$\Phi = \frac{q_b}{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}}, \quad \tau_* = \frac{h_t \sin \theta}{(\sigma/\rho - 1)d}$$

$$\beta = \frac{1}{1 + \alpha} \frac{c_*}{2} (\sigma/\rho - 1) \tan \phi_s - \tan \theta \quad (\alpha = 0.25)$$

$$f_f = k_f \frac{(1 - c_*/2)^{5/3}}{(c_*/2)^{2/3}}, \quad (k_f = 0.16 \sim 0.25), \quad f_g = k_g \frac{\sigma}{\rho} (1 - e^2) (c_*/2)^{1/3}, \quad (k_g = 0.0828)$$

式(21) と式(22) とは,  $\tau_* = \tau_{*r}$  すなわち  $h_s = d$  のときに一致する。

なお, 先の研究<sup>1)</sup>において導かれた流砂量式は式(21) において  $\sqrt{f_g}$  を  $\sqrt{f_g + f_f}$  と置いたものに一致しており, また, 式(22) の大かっこ [ ] の中を 1 と置いたものに等しい。これを再記すれば, 次式のようにあった。

$$\phi = \frac{2}{15} \frac{1}{\sqrt{f_g + f_f}} \frac{1}{\cos^2 \theta} \frac{\beta^{1/2}}{(\beta + \tan \theta)^{5/2}} (\sigma/\rho - 1)^2 c_* \tau_*^{5/2} \dots\dots\dots (23)$$

式(21), (22) によれば, 流砂量は,  $\tau_*$  が  $\tau_{*r}$  よりも小さい領域で  $\tau_*^{5/2}$  に比例し, これより  $\tau_*$  が大きくなるに伴い式(23)に漸近して再び  $\tau_*^{5/2}$  に比例することを示している。Fig. 3 は,  $\tan \phi_s = 0.8$ , 反発係数  $e = 0.85$ ,  $\alpha = 0.25$ ,  $c_* = 0.6$  および  $\theta = 3^\circ$  としたときの式(21), (22) および式(23) を示している。

なお, 式(21), (22) によれば, 無次元流砂量は, 勾配の関数になっているが,  $\beta = 0$  となる勾配のごく近傍を除いて勾配による変化は微小である。ちなみに,  $\beta = 0$  となるときの勾配  $\theta$  は, 水流の層が形成されない勾配を意味している。すなわち, 固体粒子が自由表面まで分散する条件を示している。

#### 4. 理論と水路実験データとの比較

##### 4.1 水路実験

前報の実験<sup>1)</sup>では掃流力の比較的大きい領域を対象とした。そこで今回は, 砂粒子については無次元掃流力  $\tau_*$  が 0.05 から 0.1 の領域のデータおよび  $\tau_*$  が 1 以上の土石流に近い領域のデータがなるべく多く得られるよう留意した。さらに, 砂粒子と粒子の物理的特性の異なるビーズを用いた実験を行い,  $\tau_*$  の広い範囲においてデータを得ている。

実験は 2 種類のほぼ一様な砂を用いた。それぞれ粒径は 0.144 cm および 0.368 cm, 比重はいずれも 2.65, 静止摩擦角は  $\phi_s = 38.5^\circ$  である。ビーズは比重 2.48, 粒径 0.389 cm, 静止摩擦角  $\phi_s = 26.5^\circ$  である。反発係数  $e$  の測定は行っていないが, 砂粒子のそれは 0.85, ビーズは 0.90 程度の値を見込んでいる。また, 砂粒子の静止堆積濃度は, 粒径 0.144 cm の材料において 0.58 ~ 0.59, 粒径 0.368 cm のものは 0.59 ~ 0.60 であり, ビーズのそれは 0.61 ~ 0.62 程度の値になった。したがって, これらの値には有為な差がないものと考えて, 以下体積濃度として  $c_* = 0.6$  を用いる。

実験に用いた水路は 3 種類 (A, B, C) で, A 水路の長さは 4 m, 幅 10.5 cm, 片側壁はガラス張りになっている。B 水路は, 長さ 4 m, 幅 10 cm であり, C 水路の長さは 4 m, 幅は 20 cm である。A 水路では勾配が  $3^\circ$  以上の実験に用い, B 水路では勾配が  $1^\circ \sim 3^\circ$  程度の実験を行い, C 水路においては勾配が  $1^\circ$  以下の実験を行っている。A, B 水路における実験では, 上流端より給水と給砂を定期的に行い, 下流区間において等流区間が形成されていることを確認した後, 下流端流砂量, 移動砂層厚, 全流動深, 移動床あるいは水面勾配等の測定を行った。C 水路の実験でも同様の測定を行っているが, この実験では給

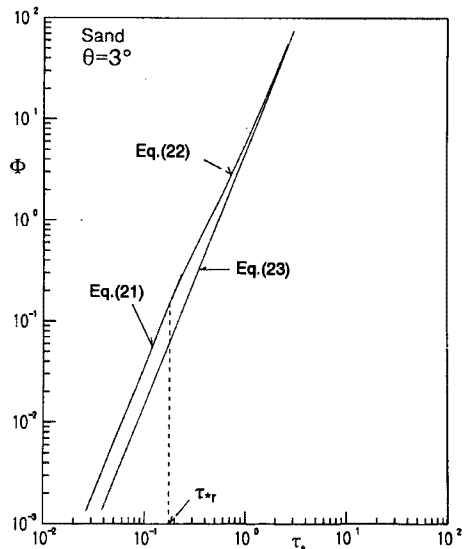


Fig. 3. Comparison of present formula and previous one.

Table 1. Experimental condition and results

| RUN No. | $\theta$ (deg.) | $d$ (cm) | $q_s$ (cm <sup>2</sup> /s) | $q_w$ (cm <sup>2</sup> /s) | $q_m$ (cm <sup>2</sup> /s) | $c_m$     | $\Phi$  | $\tau$ | $h_{s1}$ (cm) | $h_{s2}$ (cm) | $h_s$ (cm) |
|---------|-----------------|----------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------|---------|--------|---------------|---------------|------------|
| 1       | 10.92           | 0.389    | 58.3                       | 144.0                      | 202.2                      | 0.288     | 6.31    | 1.17   | 3.56          | 3.56          | 2.95~3.56  |
| 2       | 10.92           | 0.389    | 51.9                       | 144.5                      | 196.5                      | 0.264     | 5.62    | 1.09   | 3.32          | 3.32          | 2.62~3.32  |
| 3       | 10.19           | 0.389    | 45.0                       | 144.7                      | 189.7                      | 0.237     | 4.87    | 0.998  | 3.25          | 3.25          | 2.50~3.25  |
| 4       | 10.01           | 0.389    | 43.1                       | 143.6                      | 186.7                      | 0.231     | 4.66    | 0.956  |               |               | 2.51~3.17  |
| 5       | 9.63            | 0.389    | 42.4                       | 140.3                      | 182.6                      | 0.232     | 4.58    | 0.877  | 3.02          | 3.02          | 2.32~3.02  |
| 6       | 8.87            | 0.389    | 30.3                       | 144.0                      | 174.3                      | 0.174     | 3.28    | 0.730  | 2.73          | 2.09          | 2.73       |
| 7       | 7.71            | 0.389    | 24.1                       | 145.0                      | 169.1                      | 0.143     | 2.61    | 0.589  | 2.53          | 1.99          | 2.53       |
| 8       | 7.46            | 0.389    | 21.8                       | 144.9                      | 166.7                      | 0.131     | 2.36    | 0.518  | 2.30          | 1.60          | 2.30       |
| 9       | 7.10            | 0.389    | 19.9                       | 144.0                      | 163.9                      | 0.121     | 2.15    | 0.523  | 2.42          | 1.62          | 2.44       |
| 10      | 5.66            | 0.389    | 14.2                       | 145.3                      | 159.5                      | 0.0892    | 1.54    | 0.435  | 1.71          | 1.46          | 2.54       |
| 11      | 5.43            | 0.389    | 13.0                       | 145.3                      | 158.3                      | 0.0822    | 1.41    | 0.363  | 1.54          | 1.25          | 2.21       |
| 12      | 5.03            | 0.389    | 6.99                       | 147.5                      | 154.5                      | 0.0453    | 0.757   | 0.350  |               |               | 2.30       |
| 13      | 4.90            | 0.389    | 5.88                       | 140.3                      | 146.1                      | 0.0402    | 0.636   | 0.336  | 1.12          | 1.02          | 2.26       |
| 14      | 4.88            | 0.389    | 7.62                       | 144.7                      | 152.3                      | 0.0500    | 0.825   | 0.338  | 1.41          | 1.17          | 2.29       |
| 15      | 4.70            | 0.389    | 7.14                       | 145.0                      | 152.1                      | 0.0470    | 0.773   | 0.341  | 1.70          | 1.47          | 2.40       |
| 16      | 4.60            | 0.389    | 6.43                       | 147.5                      | 153.9                      | 0.0418    | 0.696   | 0.330  | 1.57          | 1.16          | 2.37       |
| 17      | 4.12            | 0.389    | 3.04                       | 140.3                      | 143.3                      | 0.0212    | 0.329   | 0.269  | 1.12          | 0.88          | 2.15       |
| 18      | 2.70            | 0.389    | 0.330                      | 39.71                      | 40.04                      | 0.00825   | 0.0328  | 0.0899 |               |               | 1.10       |
| 19      | 2.63            | 0.389    | 1.24                       | 96.51                      | 97.75                      | 0.0127    | 0.134   | 0.158  |               |               | 1.98       |
| 20      | 2.53            | 0.389    | 1.80                       | 148.7                      | 150.48                     | 0.0120    | 0.195   | 0.190  | 1.02          | 0.71          | 2.48       |
| 21      | 2.45            | 0.389    | 0.666                      | 66.19                      | 66.86                      | 0.00996   | 0.0720  | 0.117  |               |               | 1.57       |
| 22      | 2.47            | 0.389    | 1.79                       | 152.4                      | 154.15                     | 0.0116    | 0.194   | 0.192  | 1.12          | 0.91          | 2.57       |
| 23      | 2.44            | 0.389    | 1.14                       | 125.2                      | 126.38                     | 0.00899   | 0.123   | 0.141  |               |               | 1.91       |
| 24      | 2.34            | 0.389    | 0.887                      | 96.51                      | 97.40                      | 0.00911   | 0.0960  | 0.139  |               |               | 1.96       |
| 25      | 2.26            | 0.389    | 1.41                       | 152.4                      | 153.77                     | 0.00918   | 0.153   | 0.188  |               |               | 2.76       |
| 26      | 2.26            | 0.389    | 0.189                      | 39.71                      | 39.90                      | 0.00474   | 0.0205  | 0.0779 |               |               | 1.14       |
| 27      | 2.13            | 0.389    | 0.491                      | 66.19                      | 66.68                      | 0.00736   | 0.0531  | 0.103  |               |               | 1.60       |
| 28      | 2.11            | 0.389    | 1.16                       | 152.4                      | 153.52                     | 0.00757   | 0.126   | 0.165  | 0.85          | 0.66          | 2.59       |
| 29      | 2.07            | 0.389    | 0.116                      | 39.71                      | 39.83                      | 0.00291   | 0.0126  | 0.0733 |               |               | 1.17       |
| 30      | 1.88            | 0.389    | 0.824                      | 125.2                      | 126.07                     | 0.00654   | 0.0892  | 0.132  |               |               | 2.31       |
| 31      | 1.83            | 0.389    | 0.352                      | 66.19                      | 66.54                      | 0.00529   | 0.0381  | 0.0852 |               |               | 1.54       |
| 32      | 1.72            | 0.389    | 0.425                      | 96.51                      | 96.94                      | 0.00439   | 0.0460  | 0.102  | 0.46          | 0.31          | 1.96       |
| 33      | 1.55            | 0.389    | 0.599                      | 152.4                      | 152.96                     | 0.00392   | 0.0649  | 0.120  |               |               | 2.56       |
| 34      | 1.49            | 0.389    | 0.416                      | 125.2                      | 125.66                     | 0.00331   | 0.0450  | 0.100  |               |               | 2.21       |
| 35      | 1.41            | 0.389    | 0.117                      | 66.19                      | 66.31                      | 0.00177   | 0.0127  | 0.0725 |               |               | 1.70       |
| 36      | 1.21            | 0.389    | 0.124                      | 96.51                      | 96.63                      | 0.00128   | 0.0134  | 0.0759 | 0.32          | 0.16          | 2.08       |
| 37      | 0.720           | 0.389    | 0.166                      | 198.5                      | 198.6                      | 0.000084  | 0.0180  | 0.0760 |               |               | 3.49       |
| 38      | 0.687           | 0.389    | 0.0383                     | 146.3                      | 146.4                      | 0.000262  | 0.00414 | 0.0593 |               |               | 2.85       |
| 39      | 0.680           | 0.389    | 0.0916                     | 173.7                      | 173.8                      | 0.000527  | 0.00991 | 0.0661 |               |               | 3.21       |
| 40      | 0.647           | 0.389    | 0.0192                     | 139.3                      | 139.3                      | 0.000137  | 0.00207 | 0.0573 |               |               | 2.93       |
| 41      | 0.632           | 0.389    | 0.186                      | 223.4                      | 223.6                      | 0.000832  | 0.0201  | 0.0717 |               |               | 3.74       |
| 42      | 0.606           | 0.389    | 0.218                      | 317.1                      | 317.3                      | 0.000686  | 0.0236  | 0.0883 |               |               | 4.80       |
| 43      | 0.577           | 0.389    | 0.370                      | 463.4                      | 463.8                      | 0.000799  | 0.0401  | 0.101  |               |               | 5.78       |
| 44      | 0.577           | 0.389    | 0.104                      | 236.6                      | 236.7                      | 0.000441  | 0.0113  | 0.0685 |               |               | 3.92       |
| 45      | 0.536           | 0.389    | 0.0208                     | 173.2                      | 173.2                      | 0.000120  | 0.00225 | 0.0563 |               |               | 3.46       |
| 46      | 0.492           | 0.389    | 0.122                      | 404.9                      | 405.0                      | 0.000300  | 0.0132  | 0.0860 |               |               | 5.77       |
| 47      | 0.449           | 0.389    | 0.0543                     | 285.4                      | 285.4                      | 0.000190  | 0.00588 | 0.0672 |               |               | 4.93       |
| 48      | 0.423           | 0.389    | 0.0223                     | 251.2                      | 251.2                      | 0.0000886 | 0.00241 | 0.0567 |               |               | 4.42       |
| 49      | 0.335           | 0.389    | 0.0306                     | 356.1                      | 356.1                      | 0.0000859 | 0.00331 | 0.0604 |               |               | 5.94       |
| 50      | 0.332           | 0.389    | 0.131                      | 536.6                      | 536.7                      | 0.000244  | 0.0142  | 0.0683 |               |               | 6.79       |
| 51      | 3.95            | 0.368    | 3.03                       | 144.4                      | 147.5                      | 0.0206    | 0.338   | 0.271  |               |               | 2.39       |
| 52      | 2.40            | 0.368    | 1.03                       | 144.4                      | 145.5                      | 0.00711   | 0.115   | 0.169  |               |               | 2.45       |
| 53      | 0.629           | 0.368    | 0.0189                     | 236.6                      | 236.6                      | 0.0000798 | 0.00210 | 0.0747 |               |               | 4.13       |
| 54      | 0.617           | 0.368    | 0.0990                     | 270.7                      | 270.8                      | 0.000366  | 0.0110  | 0.0790 |               |               | 4.46       |
| 55      | 0.560           | 0.368    | 0.0862                     | 309.8                      | 309.8                      | 0.000278  | 0.00960 | 0.0776 |               |               | 4.82       |
| 56      | 0.369           | 0.368    | 0.0149                     |                            |                            |           | 0.00165 | 0.0923 |               |               | 8.71       |
| 57      | 0.284           | 0.368    | 0.0266                     | 419.5                      | 419.5                      | 0.0000634 | 0.00296 | 0.0508 |               |               | 6.22       |
| 58      | 16.3            | 0.144    | 102.7                      | 142.9                      | 245.6                      | 0.418     | 46.7    | 4.19   |               |               | 3.54       |
| 59      | 14.7            | 0.144    | 90.5                       | 142.9                      | 233.4                      | 0.388     | 41.2    | 3.67   |               |               | 3.43       |
| 60      | 13.5            | 0.144    | 63.2                       | 142.9                      | 206.1                      | 0.307     | 28.8    | 2.56   |               |               | 2.62       |
| 61      | 13.2            | 0.144    | 62.7                       | 142.9                      | 205.6                      | 0.305     | 28.5    | 2.43   |               |               | 2.54       |
| 62      | 12.7            | 0.144    | 58.0                       | 142.9                      | 200.9                      | 0.289     | 26.4    | 2.19   |               |               | 2.38       |
| 63      | 3.24            | 0.144    | 2.89                       | 142.3                      | 145.2                      | 0.0199    | 1.32    | 0.474  |               |               | 1.99       |
| 64      | 2.44            | 0.144    | 2.08                       | 142.3                      | 144.4                      | 0.0144    | 0.948   | 0.381  |               |               | 2.13       |
| 65      | 2.37            | 0.144    | 1.61                       | 132.4                      | 134.0                      | 0.0120    | 0.731   | 0.344  |               |               | 1.98       |

Table 1. (Continued)

| RUN No. | $\theta$ (deg.) | $d$ (cm) | $q_s$ (cm <sup>3</sup> /s) | $q_w$ (cm <sup>3</sup> /s) | $q_m$ (cm <sup>3</sup> /s) | $c_m$     | $\Phi$  | $\tau_*$ | $h_{s1}$ (cm) | $h_{s2}$ (cm) | $h_s$ (cm) |
|---------|-----------------|----------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|-----------|---------|----------|---------------|---------------|------------|
| 66      | 2.30            | 0.144    | 0.357                      | 38.27                      | 38.63                      | 0.00924   | 0.162   | 0.177    |               |               | 1.05       |
| 67      | 2.25            | 0.144    | 0.205                      | 26.13                      | 26.33                      | 0.00778   | 0.0932  | 0.114    |               |               | 0.689      |
| 68      | 2.24            | 0.144    | 1.08                       | 99.70                      | 100.8                      | 0.0107    | 0.489   | 0.265    |               |               | 1.61       |
| 69      | 1.85            | 0.144    | 1.24                       | 143.7                      | 144.9                      | 0.00854   | 0.564   | 0.307    |               |               | 2.26       |
| 70      | 1.81            | 0.144    | 0.767                      | 99.70                      | 100.5                      | 0.00764   | 0.349   | 0.245    |               |               | 1.84       |
| 71      | 1.80            | 0.144    | 0.106                      | 26.13                      | 26.24                      | 0.00402   | 0.0480  | 0.103    |               |               | 0.774      |
| 72      | 1.67            | 0.144    | 0.761                      | 132.4                      | 133.2                      | 0.00571   | 0.346   | 0.281    |               |               | 2.33       |
| 73      | 1.61            | 0.144    | 0.164                      | 38.27                      | 38.43                      | 0.00427   | 0.0747  | 0.118    |               |               | 0.993      |
| 74      | 1.52            | 0.144    | 0.468                      | 99.70                      | 100.2                      | 0.00467   | 0.213   | 0.199    |               |               | 1.78       |
| 75      | 1.41            | 0.144    | 0.578                      | 143.7                      | 144.2                      | 0.00401   | 0.263   | 0.219    |               |               | 2.12       |
| 76      | 1.23            | 0.144    | 0.608                      | 143.7                      | 144.3                      | 0.00421   | 0.277   | 0.202    |               |               | 2.25       |
| 77      | 0.763           | 0.144    | 0.118                      | 82.93                      | 83.04                      | 0.00142   | 0.0535  | 0.111    |               |               | 1.98       |
| 78      | 0.606           | 0.144    | 0.122                      | 119.0                      | 119.1                      | 0.00103   | 0.0556  | 0.110    |               |               | 2.48       |
| 79      | 0.596           | 0.144    | 0.0521                     | 62.44                      | 62.49                      | 0.000834  | 0.0237  | 0.0841   |               |               | 1.92       |
| 80      | 0.560           | 0.144    | 0.0995                     | 110.2                      | 110.3                      | 0.000901  | 0.0453  | 0.0996   |               |               | 2.42       |
| 81      | 0.475           | 0.144    | 0.00356                    | 40.49                      | 40.49                      | 0.0000879 | 0.00162 | 0.0464   |               |               | 1.33       |
| 82      | 0.377           | 0.144    | 0.00384                    | 65.85                      | 65.86                      | 0.000058  | 0.00175 | 0.0508   |               |               | 1.83       |
| 83      | 0.371           | 0.144    | 0.0303                     | 108.8                      | 108.8                      | 0.000278  | 0.0138  | 0.0741   |               |               | 2.72       |
| 84      | 0.364           | 0.144    | 0.0731                     | 190.2                      | 190.3                      | 0.000384  | 0.0333  | 0.103    |               |               | 3.85       |
| 85      | 0.360           | 0.144    | 0.0553                     | 153.7                      | 153.7                      | 0.000360  | 0.0252  | 0.0904   |               |               | 3.42       |
| 86      | 0.324           | 0.144    | 0.0390                     | 130.7                      | 130.8                      | 0.000298  | 0.0177  | 0.0702   |               |               | 2.95       |
| 87      | 0.315           | 0.144    | 0.0551                     | 141.5                      | 141.5                      | 0.000389  | 0.0251  | 0.0734   |               |               | 3.17       |
| 88      | 0.289           | 0.144    | 0.0452                     | 170.7                      | 170.8                      | 0.000265  | 0.0206  | 0.0795   |               |               | 3.75       |

砂をしていない。なお、A水路においては、側面よりビデオ撮影を行い、移動砂層厚や流速分布の測定を行った。実験条件と実験結果を Table 1 に示す。RUN 1～50 はビーズに関する実験、RUN 51～57 は粒径  $d = 0.368$  cm を用いた実験、RUN 58～88 は  $d = 0.144$  cm の実験である。本表において、 $\theta$  は測定された移動床の平衡勾配、 $d$  は粒径、 $q_s$  は下流端流砂量、 $q_w$  は水の流量、 $q_m$  は  $q_s + q_w$  である。 $c_m$  は粒子の輸送濃度で  $q_s / (q_s + q_w)$ 、 $\Phi$  は無次元流砂量、 $\tau_*$  は無次元掃流力である。なお、 $h_{s1}$  は移動砂層厚の上限値、 $h_{s2}$  は移動砂層厚の平均的な厚さである。移動砂層の厚さが空欄になっているものは、掃流力が小さくて読み取りが困難であるか、あるいは読みとるための測定を行っていない実験である。

4.2 移動砂層厚、流速分布および全流動深

Fig. 4 および Fig. 5 は、それぞれ砂およびビーズの場合の移動砂層厚に関する実験値と式(11)とを示したものである。式(11)において  $c_* = 0.6$ 、 $\phi_s$  は砂の場合  $38.5^\circ$ 、ビーズにおいて  $26.5^\circ$  としている。 $\alpha$  は前述したように  $\alpha = 0.25$  としている。なお、砂に関するデータは前報<sup>1)</sup>のものも含んでいる。細部には検討の余地は残るものの、実験データは式(11)によってほぼ推定されているのが分かる。なお、式(11)は Sekine & Kikkawa<sup>5)</sup> のビーズを用いた実験の結果ともかなりよく適合している<sup>2)</sup>。

式(11)は連続体の基礎方程式から導かれたものであるので、掃流力の小さい領域に関する適用性については検討が必要である。その目安を得るために、粒子の移動限界に相当する移動厚がどの程度になるか、 $\tau_{*c} = 0.05$  として、 $\theta = 0^\circ$  のときの  $h_s/d$  を算定すると次のような値を得る。

$$(h_s/d)_{\tau_* = \tau_c} = 0.26$$

Fig. 6 および Fig. 7 は、それぞれ砂粒子 (RUN 64) およびビーズ (RUN 28) を用いた場合の流速分布に関する実験値と計算値の一例である。計算においてカルマン定数は  $\kappa = 0.4$  としている。図中には  $z = h_s$  に関する計算値も示している。図示のように流速分布の全体的な形は両者ともほぼ一致しているが、いずれの結果においても、特に水流の層において計算値の方が小さ目の値になっている。

水流の層における流速分布は、乱れの混合距離を前述のように仮定して古典的なプラントルの運動量輸送理論を適用して求めている。これによれば、乱れのスケールを規定するカルマン定数をいかに設定する

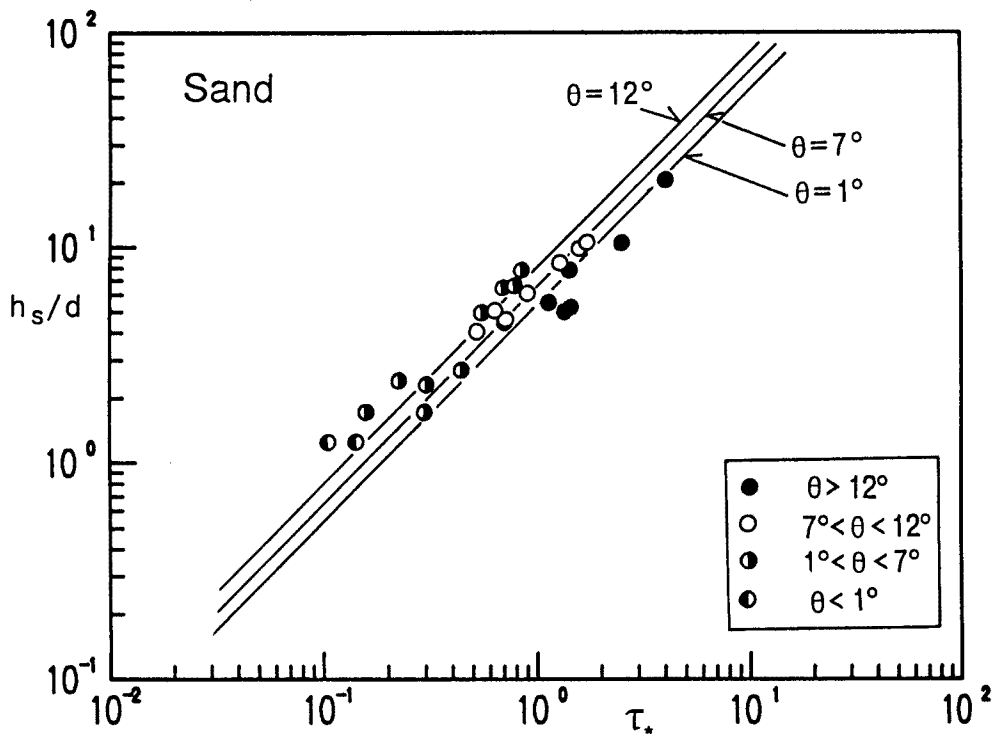


Fig. 4. Thickness of bed-load layer (in case of flume tests with sand particles).

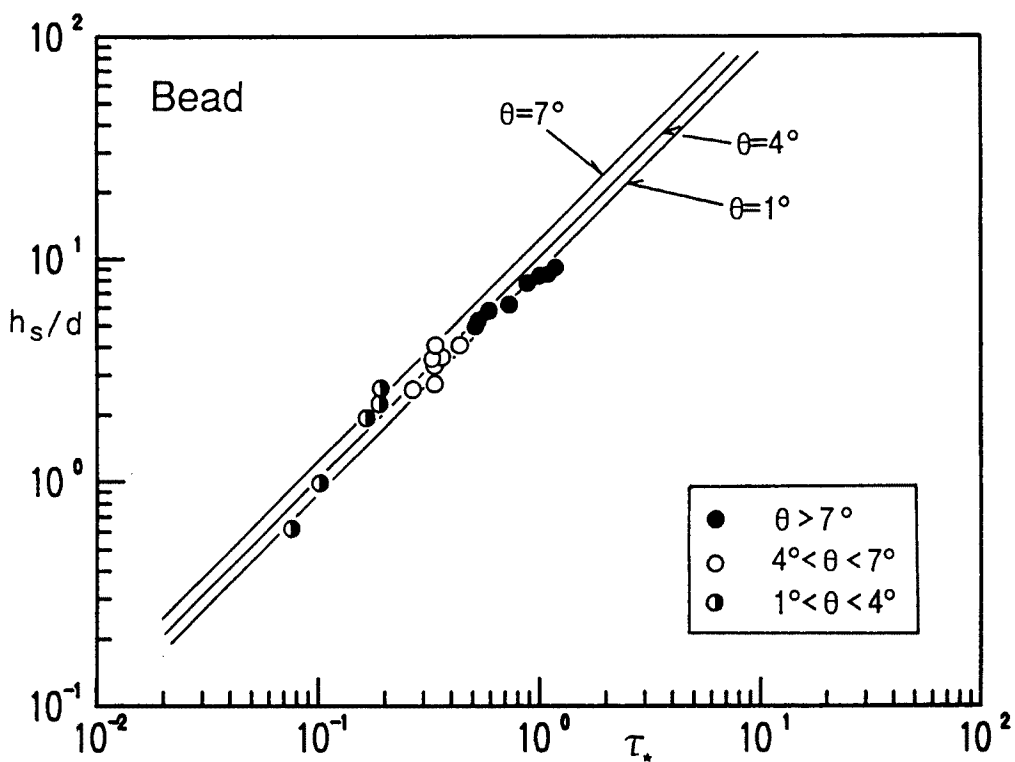


Fig. 5. Thickness of bed-load layer (in case of flume tests with glass beads).



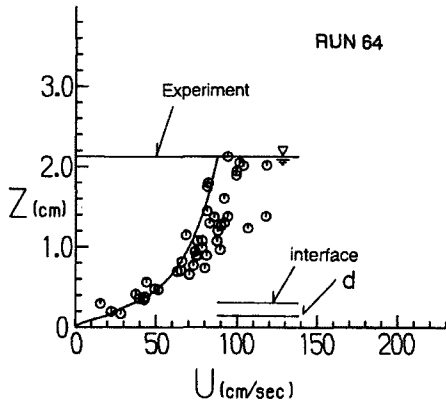


Fig. 6. Comparison between calculated and experimental results for velocity profile (RUN64).

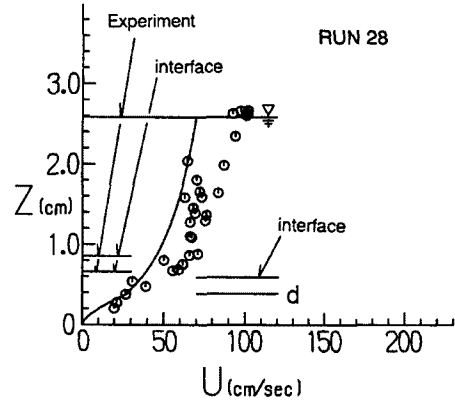


Fig. 7. Comparison between calculated and experimental results for velocity profile (RUN28).

かが重要であるが、上述の流速分布に関する比較は、 $\kappa$ が0.4よりも小さな値になっていることを示している。移動砂層と水流層との境界は極めてルーズであるから、通常の固定壁面よりも $\kappa$ が小さくなるのは当然のことかもしれない。

Fig. 8は全流動深 $h_t$ に関する計算値と実験値を比較したものである。実験値を表示した軸において $h_t$ の大きいデータ、例えば、3 cmよりも大きいデータは概して勾配が小さく、掃流力の小さいデータである。図の比較によれば、 $h_t$ の小さいところでは両者はほぼ一致しているが、 $h_t$ の大きい流れにおいて計算値がかなり大きくなっている。これは、流速分布の比較のところで述べたように、水流層の乱れのスケールが大きく見積られているためだと思われる。そのことを確認するために、水流層におけるカルマン定数を $\kappa = 0.2$ として全流動深を比較した結果 Fig. 9に示している。これによれば、 $h_t$ の大きいデータは Fig. 8のものよりもかなり改善されている。

固定床あるいは流砂のあまり活発でない開水路流れにおいては対数則がほぼ成り立つことが知られてい

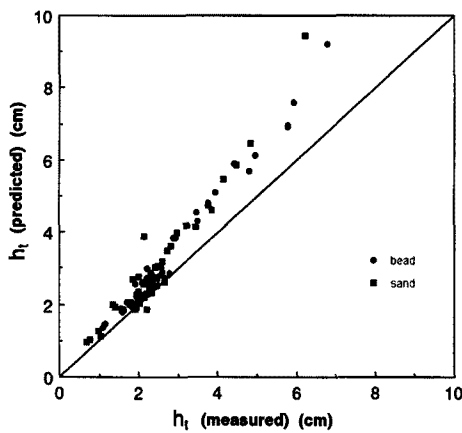


Fig. 8. Comparison between calculated and experimental results for total flow depths. Kármán constant of 0.4 is applied to the velocity formula.

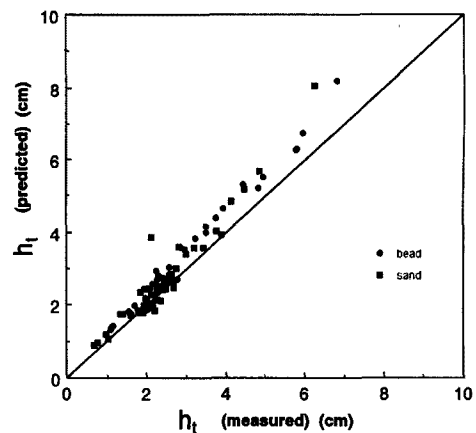


Fig. 9. Comparison between calculated and experimental results for total flow depths. Kármán constant of 0.2 is applied.

る。ここで対象としている流れが対数則によってどの程度評価できるか調べておくことも興味の一つである。Fig. 10は、 $\kappa = 0.4$ ，相当粗度を粒径  $d$  として全流動深を比較したものである。実験値を示す軸において、 $h_t$  が 1.5 cm ~ 3.5 cm の範囲にあるものは掃流力が大きく、粒子移動がかなり活発なデータである。図によれば、このようなデータは対数則では推定できないことがわかる。

4.3 流砂量

流砂量式は粒子移動層厚が粒径と等しくなる条件を境にして別々に与えられている。砂およびビーズの静摩擦角  $\phi_s$  をそれぞれ  $38.5^\circ$  および  $26.5^\circ$  とし、 $\theta = 3^\circ$  に対する  $h_s/d = 1$  となる無次元掃流力の条件  $\tau_{*r}$  を式(12)によって算定すると次のような値を得る。

砂:  $\tau_{*r} = 0.175$ , ビーズ:  $\tau_{*r} = 0.104$

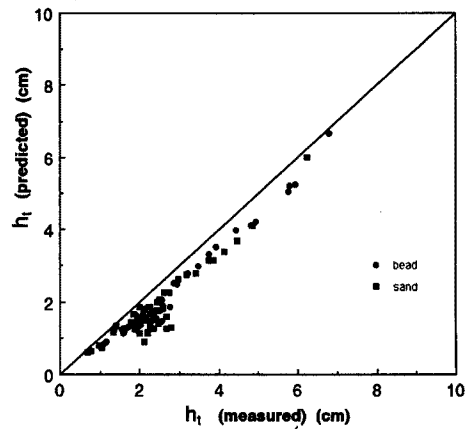


Fig. 10. Comparison between calculated and experimental results for total flow depths. Prediction is made in terms of logarithmic law with  $A_r = 8.5$ ,  $k_s = d$  and  $\kappa = 0.4$ .

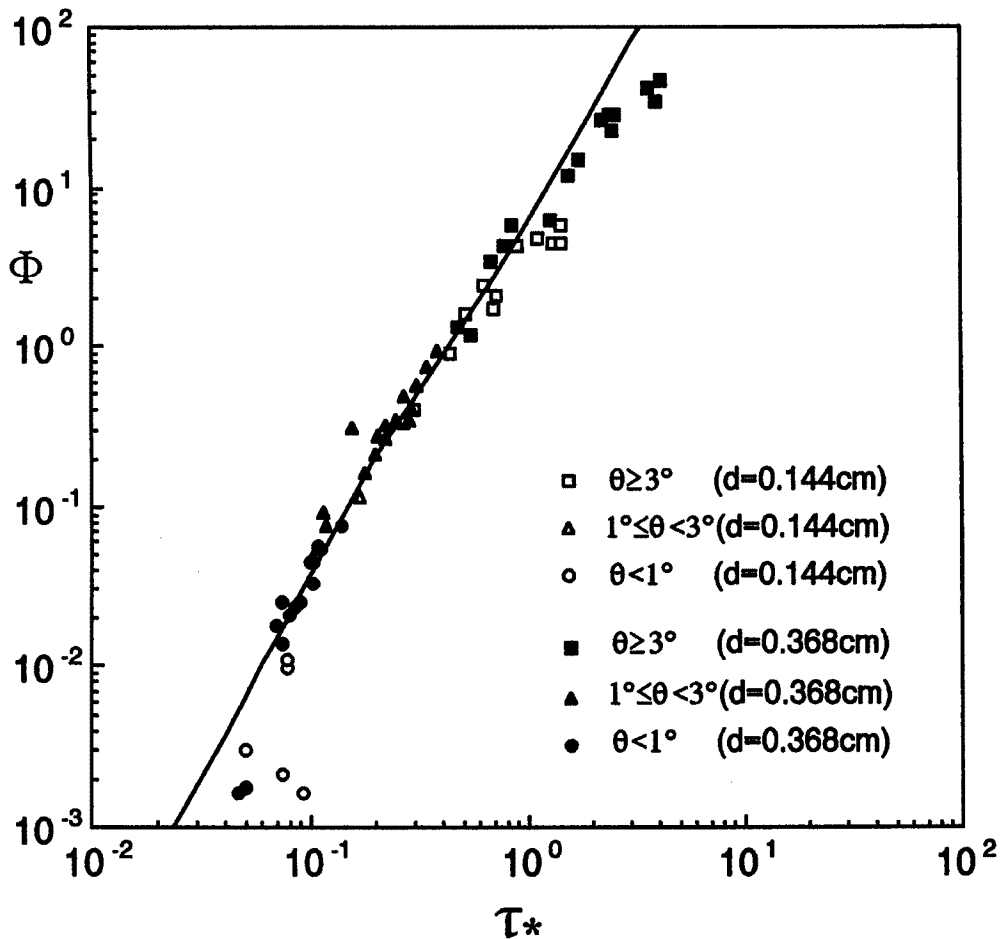


Fig. 11. Bed-load formula and flume data without sidewall correction (in case of sand particles).

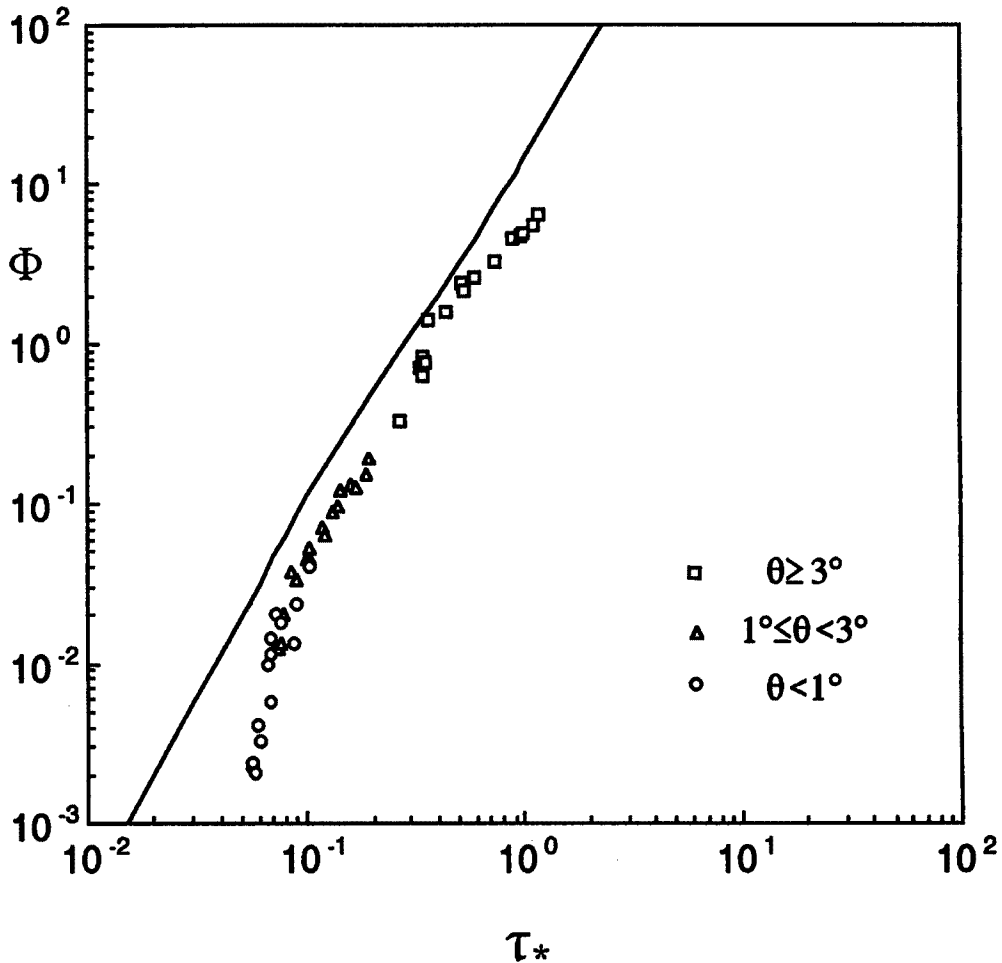


Fig. 12. Bed-load formula and flume data without sidewall correction (in case of glass beads).

無次元掃流力がこのような値をとるところで式(21)と(22)は接続している。

Fig. 11 および Fig. 12 はそれぞれ砂とビーズの無次元流砂量に関する実験値と計算式を比較したものである。Fig. 11 に示す砂に関するデータには前報<sup>1)</sup>のものも含まれている。式(21), (22) の適用に際し、摩擦角, 反発係数, 静止堆積層の濃度, 係数  $\alpha$ , 係数  $k_f$ ,  $k_g$  については前述のものを採用している。なお,  $k_f$ ,  $k_g$  は土石流の実験において同定した値  $k_f = 0.16$ ,  $k_g = 0.0828$  である。

まず, Fig. 11 の砂に関する結果についてみると, 無次元掃流力の小さい領域, 例えば  $\tau_* = 0.08$  よりも小さい領域を除けば実験データと流砂量式とはかなりよく一致しているのがわかる。ついで, Fig. 12 のビーズに関する結果をみると, 流砂量式は若干大き目の値, 例えば掃流力の大きい領域でみると 1.5 ~ 2 倍程度大きくなっている。砂およびビーズのデータとも無次元掃流力は全流動深を用いてプロットされており, 砂のケースに比較してビーズを用いた実験の流動深が大きいことを考慮すれば, この原因のひとつとして側壁の影響が考えられる。そこで側壁の影響を次式, すなわち

$$u_{*t} = gh_t \sin \theta - \frac{2h_t}{B} u_{*s}^2$$

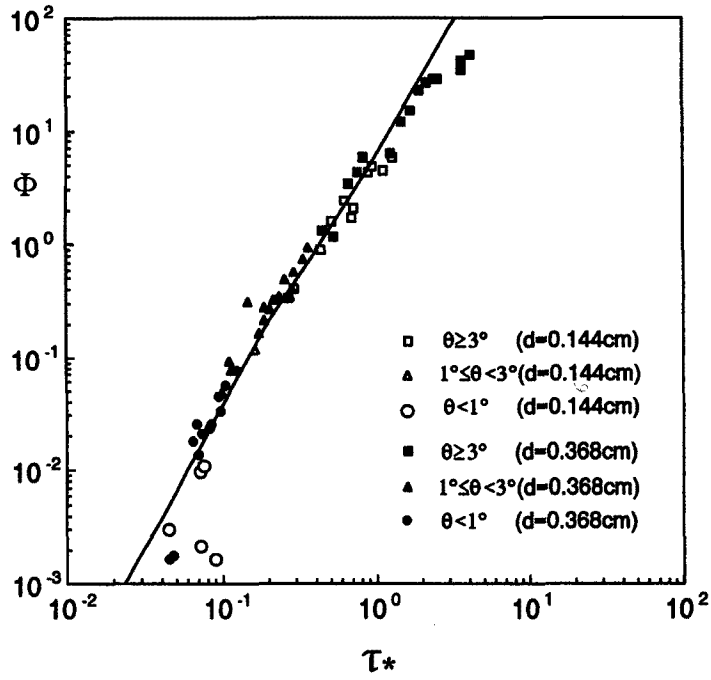


Fig. 13. Bed-load formula and flume data with sidewall correction (in case of sand particles).

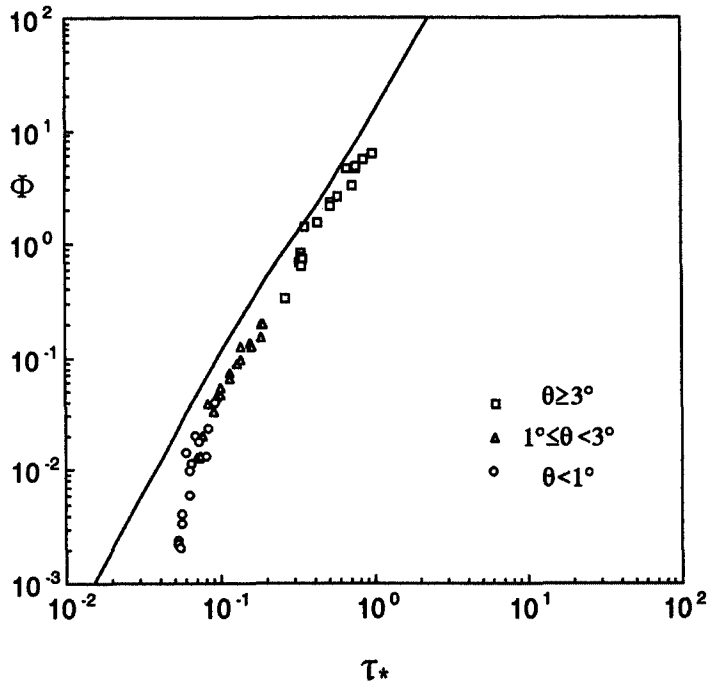


Fig. 14. Bed-load formula and flume data with sidewall correction (in case of glass beads).

によって除去し、これを用いた無次元掃流力を用いて先の結果を見直してみよう。上式において  $u_{*t}$  は全水深に基づく摩擦速度、 $u_{*s}$  は側壁の摩擦速度、 $B$  は水路幅である。なお、 $u_{*s}$  は Blasius の抵抗則を用いて算定する。

Fig. 13 および 14 は、それぞれ砂およびビーズについて上述の補正を加えたものと流砂量式とを比較し直したものである。Fig. 13 に関する結果は前述のものと同様両者はかなりよく一致している。一方、Fig. 14 のビーズに関するものは、Fig. 12 のものに較べて若干状態がよくなっている程度である。

## 5. 結 語

本報において検討した項目および新たに得られた知見を要約すれば以下のようである。

- (1) 前報において導かれた掃流砂量式によれば、流砂量が若干小さく算定される。そこで、粒子移動厚が粒子径よりも小さい領域において構成式に改良を加え、流速分布の議論をし直すとともに、それに基づいて流砂量式を新たに導いた。
- (2) 前報に引き続き砂およびビーズを用いて水路実験を行い、掃流力の広い領域にわたるデータを得るよう留意した。これらのデータは、従来の掃流砂の領域から土石流の下限値までカバーしている。
- (3) 砂粒子およびビーズの移動層厚に関する実験値と計算式とを比較した結果、両者はかなりよく一致しており、式(11)の妥当性が検証された。流速分布については粒子移動層においてはほぼ妥当な結果を得ているが、水流の層における流速分布については実際よりも小さく算定されることが示された。これは主としてカルマン定数にかかわる問題であり、これをいかに決定するかは今後の課題である。
- (4) 全流動深に関する計算値と実験値を比較した結果、流れ全体の抵抗は、掃流砂の移動が活発でない場合には、例えば、移動厚が粒径以下のときには通常の開水路流のものと顕著な差はみられないが、粒子移動が活発になると増加することがわかった。
- (5) 粒子の物理的特性の異なる砂およびビーズの流砂量のデータとここで提案した流砂量式とを比較した。構成式に含まれるパラメータを土石流の実験で同定したものをそのまま採用しているにもかかわらず、この流砂量式と実験値とはかなりよく適合することがわかった。とくに、無次元掃流力が 0.08 よりも大きい砂粒子のデータは驚くほどよく一致している。
- (6) この流砂量式は、連続体として導かれているため、限界掃流力をパラメータとして含んでいない。かりに限界掃流力を  $\tau_{*c} = 0.05$  とし、これに対応する移動砂層厚を算定すれば、砂の場合には  $h_s/d = 0.26$  程度になる。掃流力が限界掃流力程度のオーダーになると、ここで提案した流砂量式の適用性には問題がでてくるが、無次元掃流力が 0.08 を越える領域においては流砂量式の妥当性が示された。
- (7) 従来の掃流砂量式と比較してこの流砂量式の優れている点は、実験データによって式の係数を定めていないため、粒子摩擦係数や反発係数など式に含まれるパラメータの意義が明確なことや式の誘導過程の論理が明確なことなどである。一方、劣っている点として、掃流力が小さい領域でみられる粒子の選択的輸送を表現するのが難しいことが挙げられる。

今後、同様の手法を用いて粒子の鉛直分級や水平分級に関する検討を進めて行きたい。なお、本研究を進めるに当たり、砂防地すべり技術センターの宮本邦明氏、Univ. of Minnesota の G. Parker 氏、同根正人氏（現建設省土木研究所）、Colorado State Univ. の P. Julien 氏に有意義なコメントをいただいている。ここに記して感謝いたします。

## 参考文献

- 1) 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中新: エネルギー散逸機構に基づく流砂モデル, 京大防災研究所年報 第33号, B-2, 1990, pp.293-306.
- 2) 江頭進治・芦田和男・高濱淳一郎・田野中新: 連続体モデルに基づく流砂量式の誘導, 水工学論文集, 35巻, 1991, pp.441-446.
- 3) 江頭進治・芦田和男・矢島啓・高濱淳一郎: 土石流の構成則に関する研究, 京大防災研年報 第32号, B-2, 1989, pp.487-501.
- 4) 宮本邦明: Newton 流体を含む粒子流の流動機構に関する研究, 立命館大学学位論文, 1975, pp.39-72.
- 5) Sekine, M. and H. Kikkawa: A Fundamental Study on the Sediment Transport in an Open Channel Flow, Mem. School of Sci. & Eng., Waseda Univ., No.52, 1988, 103-141.