

### 3次元不整形地盤の震動特性について

土岐 憲三・佐藤 忠信・清野 純史・福井 基史

## CHARACTERISTICS OF EARTHQUAKE MOTIONS FOR THE GROUND WITH THREE-DIMENSIONAL IRREGULAR INTERFACE

By *Kenzo TOKI, Tadanobu SATO, Junji KIYONO and Motofumi FUKUI*

#### Synopsis

Underground structures such as buried gas or water pipeline will be heavily damaged if the ground has locally large responses during an earthquake. These life-line systems that extend for long distances along or below the ground are affected by the seismic response of layered media that have an irregular interface. If an irregular interface exists in a layered media, the ground motion above this interface may be amplified. The effects of surface waves generated from the edge of the interface can not be ignored.

We here described the characteristics of seismic ground motion on irregular profile. The method used for simulating ground motion is the three dimensional (3D) discrete wave number method, which was devised to calculate the elastic wave field in a layer-over-half-space media with an irregular interface. Ground strain which affects on the seismic behaviour of underground structures was examined. The 3D wave field was investigated by changing the shape of basin and compared with the results from the 2D analysis.

#### 1. ま え が き

ガス、水道管などの地中管路、さらに共同溝やトンネル、パイプラインのように規模の大きな地下構造物は、その展開距離が地震波の波長に対して長く、その地震時挙動は2点間の地盤の相対変位や地盤ひずみに大きく影響される。しかし地表面上の2地点で観測される地震波形は、地盤の不均一性、各観測点に到達する波動の伝播経路の違いや局所的な回折、散乱、屈折、反射などの理由により、地震動の位相差だけでなく波形自体のゆがみが生じ、応答値が局所的に大きく変動する。近年、水平方向及び鉛直方向に数点地震計を配置した、いわゆる3次元アレー観測が行われるようになり、従来の単点観測ではなく空間的に接近したアレー観測データも徐々に集積されてきている。その結果、特に基盤と堆積層間に存在する不整形境界面が地震動に大きな影響を及ぼしていることが明らかになってきた。

表層地盤の震動解析には、これまで重複反射理論に代表される1次元波動論がよく用いられてきた<sup>1)</sup>が、これは地盤の不整形性による波動エネルギーの局所的な集中に起因する諸現象を十分に表現し得ないことから、この不整形地盤の震動特性を把握するための解析手法として、差分法<sup>2)</sup>、境界要素法<sup>3)</sup>、有限要素法<sup>4)</sup>、ハイブリット法<sup>5)</sup>などが採用されている。また、Aki & Larnerは、不整形な境界を持つ2層構造の地盤に平面SH波が入射した場合の地表面での応答計算法として、離散化波数法<sup>6)</sup>を提案した。堀家<sup>7)</sup>は、この離散化波数法を複数の曲がった境界面を有する媒質の地震動応答計算法へと拡張している。

不整形地盤上の地震動の増幅特性や表面波による継続時間の伸長等の特徴を予測しようという試みは従来から数多く行われてきたが、定性的な特徴はうまく捕えられるものの、定量的に満足いく結果はあまり得られてはいない。これは、実際の地盤は3次元的なものであるにもかかわらず、プログラム構築の容易さや計算時間、コストの問題により奥行き方向に均質な構造という仮定の下で2次元解析を行っていることがその主な原因であろう。しかし、最近の計算機の発達による計算容量の飛躍的な増大によって大がかりな計算が可能になり、3次元モデルでの計算も徐々に行われるようになってきた。堀家<sup>8)</sup>は非軸対称の地盤モデルについて、Aki & Larnerの離散化波数法を3次元に拡張し、地震動応答の計算をしている。また、大堀<sup>9)</sup>はポテンシャルの新たな関数形を導入し、同様の方法で地盤条件の堆積層の形状を変えてケーススタディを行っている。

本研究では、この堀家<sup>8)</sup>、大堀<sup>9)</sup>の手法を用い、3次元不整形地盤に平面SH波が鉛直入射する場合を対象として地震動解析を実施する。そして、ここで得られた周波数応答関数を用い、地震動が入射した場合の地表面での応答波形を求め、地盤の不整形形状が波形に与える影響を調べるとともに、この結果を踏まえた上で、埋設管などに影響を及ぼす地震時の地盤内ひずみ分布特性について検討する。また、2次元解析と3次元解析の違いが周波数応答倍率や応答波形に与える影響を調べ、両解析手法の特徴を考察する。

## 2. 不整形地盤の震動解析手法

### 2.1 3次元離散化波数法

Fig. 1 (a), (b) に示すような3次元地下構造の基盤層から、 $x$ - $z$ 平面に垂直な振動成分を有する角周波数 $\omega$ の平面SH波が入射する場合を考える。入射波の水平方向波数を $k_{x0}$ ,  $k_{y0}$ とした場合、境界が全て水平な層からなる地盤であれば $k_{x0}$ ,  $k_{y0}$ 以外の散乱波は生じない。しかし、地盤内に不整形境界面が存在する場合には $k_{x0}$ ,  $k_{y0}$ 以外の散乱も生じるため、水平及び鉛直方向の変位を求めるには波数領域での二重無限積分が必要となる。ここで、地下構造が $x$ 方向、 $y$ 方向に対してそれぞれ長さ $L_x$ ,  $L_y$ で繰り返されるという周期性を仮定することにより、波数の無限積分を級数和の形に離散化して近似的に評価する手法が離散化波数法である。

まず、各層の地盤定数として、第 $j$ 層に対するP波速度を $v_{pj}$ , S波速度を $v_{sj}$ , 地盤密度を $\rho_j$ とする。地表面から基盤層までの深さは $x$ ,  $y$ の関数として $z(x, y)$ で表す。

3次元弾性体の中を伝播する波動の運動方程式は次式で表現される。

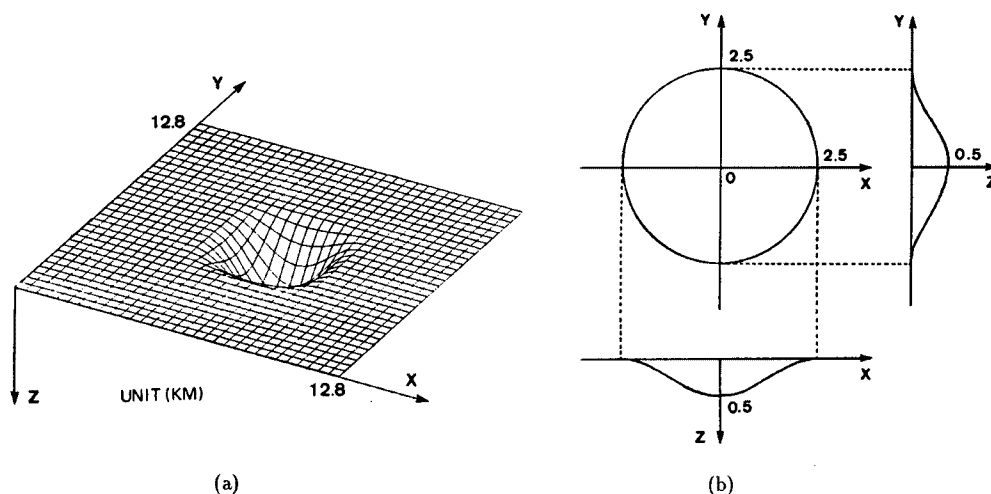


Fig. 1. Configuration of axisymmetric layered-media and coordinate axes.

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad } \theta + \mu \nabla^2 \mathbf{u} \dots\dots\dots (1)$$

$$\theta = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \dots\dots\dots (2)$$

また、一般的な3次元変位場  $\mathbf{u} = (u, v, w)$  は、ヘルムホルツの定理よりスカラーポテンシャル  $\phi$  の勾配とベクトルポテンシャル  $\psi$  の回転を導入することにより次式で与えられる。

$$\mathbf{u} = \text{grad } \phi + \text{rot } \psi \dots\dots\dots (3)$$

ただし、

$$\psi = (\psi_1, \psi_2, 0) \dots\dots\dots (4)$$

式(3)を式(1)に代入して整理すると、ポテンシャル  $\phi$ 、 $\psi$  は次式を満たすことになる。ただし、 $\lambda$ 、 $\mu$  はラメの定数である。

$$\rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = (\lambda + 2\mu) \nabla^2 \phi \dots\dots\dots (5)$$

$$\rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \mu \nabla^2 \psi \dots\dots\dots (6)$$

上式からわかるように、 $\phi$ 、 $\psi$  はそれぞれP波、S波を代表するスカラーおよびベクトルポテンシャルである。なお、一般的に知られる3次元変位場の表現式は、式(3)においてベクトルポテンシャル  $\psi$  を

$$\psi = (0, 0, \psi_1) + \text{rot}(0, 0, \psi_2) \dots\dots\dots (7)$$

なる形で用いているが、SH鉛直入射を可能にするために式(4)の形を用いている<sup>9)</sup>。

これらのポテンシャル成分を用いて3次元変位場を表現すると、表層では

$$\begin{aligned} \phi^{(1)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{A_1^{(1)}(k_x, k_y) e^{i\nu_p t^2} + B_1^{(1)}(k_x, k_y) e^{-i\nu_p t^2}\} e^{i(k_x x + k_y y)} e^{i\omega t} dk_x dk_y \\ \phi_1^{(1)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{A_2^{(1)}(k_x, k_y) e^{i\nu_s t^2} + B_2^{(1)}(k_x, k_y) e^{-i\nu_s t^2}\} e^{i(k_x x + k_y y)} e^{i\omega t} dk_x dk_y \\ \phi_2^{(1)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{A_3^{(1)}(k_x, k_y) e^{i\nu_s t^2} + B_3^{(1)}(k_x, k_y) e^{-i\nu_s t^2}\} e^{i(k_x x + k_y y)} e^{i\omega t} dk_x dk_y \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

基盤層では、

$$\begin{aligned} \phi^{(2)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_1^{(2)}(k_x, k_y) e^{i\nu_p z^2} e^{i(k_x x + k_y y)} e^{i\omega t} dk_x dk_y + e^{-i(\nu_p z^2 + k_{x0} x + k_{y0} y)} e^{i\omega t} \\ \phi_1^{(2)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_2^{(2)}(k_x, k_y) e^{i\nu_s z^2} e^{i(k_x x + k_y y)} e^{i\omega t} dk_x dk_y + e^{-i(\nu_s z^2 + k_{x0} x + k_{y0} y)} e^{i\omega t} \\ \phi_2^{(2)} &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A_3^{(2)}(k_x, k_y) e^{i\nu_s z^2} e^{i(k_x x + k_y y)} e^{i\omega t} dk_x dk_y + e^{-i(\nu_s z^2 + k_{x0} x + k_{y0} y)} e^{i\omega t} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここに、 $k_{x0}$ 、 $k_{y0}$ 、 $\nu_0$  はそれぞれ入射波の波数の  $x$ 、 $y$ 、 $z$  成分、 $k_x$ 、 $k_y$ 、 $\nu$  は波数の  $x$ 、 $y$ 、 $z$  成分である。また、 $A_j(k_x, k_y)$ 、 $B_j(k_x, k_y)$  はそれぞれ媒質の中を進行する下降波、上昇波に対する散乱係数である。 $\nu$  の添字  $p$ 、 $s$  はそれぞれP波、S波に対するものを表している。以下では、時間項  $e^{i\omega t}$  は適宜省略するものとする。

さらに、第  $j$  層での水平方向波数と鉛直方向波数の間には次式のような関係が成り立つ。

$$\begin{aligned} \nu_{pj} &= \left[ \left( \frac{\omega}{v_{pj}} \right)^2 - k_x^2 - k_y^2 \right]^{1/2} \\ \nu_{sj} &= \left[ \left( \frac{\omega}{v_{sj}} \right)^2 - k_x^2 - k_y^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \dots\dots\dots (10)$$

式(8), (9) を式(3), (4) に代入すると, 次式のように各層での変位が得られる。表層では

$$\begin{aligned} u_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [ik_x \{A_1^{(1)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{p1}z} + B_1^{(1)}(k_x, k_y) e^{-i\nu_{p1}z}\} \\ &\quad - i\nu_{s1} \{A_3^{(1)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{s1}z} + B_3^{(1)}(k_x, k_y) e^{-i\nu_{s1}z}\}] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \\ v_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [ik_y \{A_1^{(1)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{p1}z} + B_1^{(1)}(k_x, k_y) e^{-i\nu_{p1}z}\} \\ &\quad + i\nu_{s1} \{A_2^{(1)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{s1}z} - B_2^{(1)}(k_x, k_y) e^{-i\nu_{s1}z}\}] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \\ w_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [i\nu_{p1} \{A_1^{(1)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{p1}z} - B_1^{(1)}(k_x, k_y) e^{-i\nu_{p1}z}\} \\ &\quad - ik_y \{A_2^{(1)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{s1}z} + B_2^{(1)}(k_x, k_y) e^{-i\nu_{s1}z}\} \\ &\quad + ik_x \{A_3^{(1)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{s1}z} + B_3^{(1)}(k_x, k_y) e^{-i\nu_{s1}z}\}] e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

基層では

$$\begin{aligned} u_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{ik_x A_1^{(2)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{p2}z} - i\nu_{s2} A_3^{(2)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{s2}z}\} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \\ &\quad + i\nu_{s0} e^{i(k_{x0}x + k_{y0}y - \nu_{s0}z)} + ik_{x0} e^{i(k_{x0}x + k_{y0}y - \nu_{s0}z)} \\ v_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{ik_y A_1^{(2)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{p2}z} + i\nu_{s2} A_2^{(2)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{s2}z}\} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \\ &\quad - i\nu_{s0} e^{i(k_{x0}x + k_{y0}y - \nu_{s0}z)} + ik_{y0} e^{i(k_{x0}x + k_{y0}y - \nu_{s0}z)} \\ w_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{i\nu_{p2} A_1^{(2)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{p2}z} \\ &\quad - ik_y A_2^{(2)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{s2}z} + ik_x A_2^{(2)}(k_x, k_y) e^{i\nu_{s2}z}\} e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \\ &\quad - i\nu_{p0} e^{i(k_{x0}x + k_{y0}y - \nu_{p0}z)} - ik_{x0} e^{i(k_{x0}x + k_{y0}y - \nu_{p0}z)} - ik_{y0} e^{i(k_{x0}x + k_{y0}y - \nu_{p0}z)} \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

2層構造の地盤における境界条件は, 不連続面での変位  $\mathbf{u}$  と応力  $\mathbf{p}$  の連続条件, 自由表面での応力が 0 という条件である。

$$\begin{aligned} z = \xi(x, y) : \mathbf{u}_1[x, y, \xi(x, y)] &= \mathbf{u}_2[x, y, \xi(x, y)] \\ &\quad \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_2 \dots\dots\dots (13) \\ z = 0 : \mathbf{p}_1 &= 0 \end{aligned}$$

ここで, 境界  $\xi(x, y)$  での法線ベクトルを  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)$  とすると, このベクトルの成分は次式のように表現できる。

$$\begin{aligned} n_x &= -(\partial\xi/\partial x) [1 + (\partial\xi/\partial x)^2 + (\partial\xi/\partial y)^2]^{-1/2} \\ n_y &= -(\partial\xi/\partial y) [1 + (\partial\xi/\partial x)^2 + (\partial\xi/\partial y)^2]^{-1/2} \dots\dots\dots (14) \\ n_z &= [1 + (\partial\xi/\partial x)^2 + (\partial\xi/\partial y)^2]^{-1/2} \end{aligned}$$

地盤の直ひずみ，せん断ひずみをそれぞれ  $\varepsilon_{ii}$ ， $\gamma_{ij}$  とすると，地盤内の応力  $\sigma_{ii}$ ， $\tau_{ij}$  はラメの定数  $\lambda$ ， $\mu$  を用いて次のように表される。

$$\begin{aligned}\sigma_{ii} &= \lambda\theta + 2\mu\varepsilon_{ii} \quad (i=x, y, z) \\ \tau_{ij} &= 2\mu\gamma_{ij} \quad (i, j=x, y, z; i \neq j) \dots\dots\dots (15) \\ \theta &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz}\end{aligned}$$

この地盤内応力と境界上の法線ベクトルを用いて境界上での応力を表現する。

$$\mathbf{p} = \begin{Bmatrix} p_x \\ p_y \\ p_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (16)$$

式(13) に式(11), (12), (16) を代入すると，水平方向波数に関する二重積分方程式を得る。

$$\begin{aligned}\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \{ & A_1^{(1)}(k_x, k_y) g_{1j}(k_x, k_y, x, y) + B_1^{(1)}(k_x, k_y) g_{2j}(k_x, k_y, x, y) \\ & + \dots + A_2^{(2)}(k_x, k_y) g_{8j}(k_x, k_y, x, y) + A_3^{(2)}(k_x, k_y) g_{9j}(k_x, k_y, x, y) \} dk_x dk_y \\ & = h_j(x, y) \quad (j=1, 2, \dots, 9) \dots\dots\dots (17)\end{aligned}$$

$x$ ， $y$  方向に対しての地盤の不整形性の周期長さを  $L_x$ ， $L_y$  と仮定することにより，二重積分方程式を連続した波数に対してではなく，次式のように離散化された波数  $k_{xm}$ ， $k_{ym}$  に対する散乱係数を含む無限和の形に展開できる。

$$\begin{aligned}\sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \{ & A_1^{(1)}(n, m) g_{1j}(n, m, x, y) + B_1^{(1)}(n, m) g_{2j}(n, m, x, y) \\ & + \dots + A_2^{(2)}(n, m) g_{8j}(n, m, x, y) + A_3^{(2)}(n, m) g_{9j}(n, m, x, y) \} \\ & e^{j(2\pi nx/L_x + 2\pi my/L_y)} \Delta k_x \Delta k_y = h_j(x, y) \quad (j=1, 2, \dots, 9) \dots\dots\dots (18)\end{aligned}$$

ここに，

$$\begin{aligned}k_{xn} &= k_{x0} + (2\pi/L_x) \cdot n = k_{x0} + \Delta k_x \cdot n \quad (n=0, \pm 1, \pm 2, \dots) \dots\dots\dots (19) \\ k_{ym} &= k_{y0} + (2\pi/L_y) \cdot m = k_{y0} + \Delta k_y \cdot m \quad (m=0, \pm 1, \pm 2, \dots)\end{aligned}$$

さらに，この関係式における波数を  $x$  方向に  $\pm N_x$ ， $y$  方向に  $\pm N_y$  で打ち切ると，散乱係数を含む離散化された波数に対する有限和の形に近似される。

$$\begin{aligned}\sum_{n=-N_x}^{N_x} \sum_{m=-N_y}^{N_y} \{ & A_1^{(1)}(n, m) g_{1j}(n, m, x, y) + B_1^{(1)}(n, m) g_{2j}(n, m, x, y) \\ & + \dots + A_2^{(2)}(n, m) g_{8j}(n, m, x, y) + A_3^{(2)}(n, m) g_{9j}(n, m, x, y) \} \\ & e^{j(2\pi nx/L_x + 2\pi my/L_y)} \Delta k_x \Delta k_y = h_j(x, y) \quad (j=1, 2, \dots, 9) \dots\dots\dots (20)\end{aligned}$$

式(20) に水平方向の二重フーリエ変換を施し，散乱係数の関係式を整理すれば，最終的に  $9(2N_x+1)(2N_y+1)$  元の連立方程式が得られる。

$$\begin{aligned}\sum_{n=-N_x}^{N_x} \sum_{m=-N_y}^{N_y} [ & A_{1nm}^{(1)} G_{nmn'm'}^{1j} + B_{1nm}^{(1)} G_{nmn'm'}^{2j} \\ & + \dots + A_{2nm}^{(2)} G_{nmn'm'}^{8j} + A_{3nm}^{(2)} G_{nmn'm'}^{9j} ] = H_{jn'm'} \\ & (j=1, 2, \dots, 9; n' = -N_x, \dots, 0, \dots, N_x; m' = -N_y, \dots, 0, \dots, N_y) \dots\dots (21)\end{aligned}$$

$$G_{nm'm'}^{(ij)} = \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} g_{nm'm'}^{ij} e^{i(2\pi(n-n')x/L_x + 2\pi(m-m')y/L_y)} dx dy$$

$$H_{j'n'm'} = \frac{1}{L_x L_y} \int_0^{L_x} \int_0^{L_y} h_j(x, y) e^{i(-2\pi n'x/L_x - 2\pi m'y/L_y)} dx dy \dots\dots\dots (22)$$

$$A_{inn}^{(k)} = A_i^{(k)}(n, m) \Delta k_x \Delta k_y$$

これを解くことにより得られる散乱係数を用いて、与えられた周波数についての任意地点での応答を求めることができる。離散化波数法では式(21)に示す連立方程式を解く場合、数値解の安定性を得るために周波数にわずかの虚数を加えた複素周波数を用いているが、これは地盤に減衰性を持たせることと同義である。周波数の実数部を  $\omega_R$  とすると

$$\omega = \omega_R(1 + \varepsilon i) \dots\dots\dots (23)$$

ここに  $\varepsilon$  は定数、 $i$  は虚数単位である。ここでは  $\varepsilon = 0.1$  とした。

2.2 モデル地盤の構築

Fig. 1 (a), (b) に示したように、解析に用いた軸対称地盤モデルは1つの不規則境界面と水平な自由表面から成る。堆積層と基盤層との不連続面は、堀家<sup>8)</sup>にならいうの式で表すことにする。

$$A(x) = (x - 0.5L_x) / W_x \dots\dots\dots (24)$$

$$B(y) = (y - 0.5L_y) / W_y \dots\dots\dots (25)$$

$$\xi(x, y) = \begin{cases} \frac{D}{4}(1 + \cos \pi A)(1 + \cos \pi B) : \text{if } |A, B| \leq 1 \\ 0 : \text{otherwise} \end{cases} \dots\dots\dots (26)$$

すなわち、最大深さ  $D$ 、 $x$  方向に最大幅  $2W_x$ 、 $y$  方向に最大幅  $2W_y$  で、コサイン型の断面を持つ堆積地盤である。ここでは、 $D = 0.5$  km、 $W_x = 2.5$  km、 $W_y = 2.5$  kmとしている。地盤物性は Table 1 に示す通りである。以下ではこのモデルを基本モデルとして各種の解析を行う。なお、フーリエ変換にともなう空間座標の離散化は  $n' = 32$ 、 $m' = 32$  としている。

Table 1. Soil parameters

	Density (t/m <sup>3</sup> )	S-wave Velocity (km/s)	P-wave Velocity (km/s)
Sediment	1.80	1.00	1.87
Base Rock	2.40	1.73	3.00

2.3 打ち切り波数に対する検討

3次元問題を取り扱う上での問題は、地盤物性、地盤形状、波数などの変数の多様さによる計算機の計算時間や記憶容量の問題である。 $x$  方向、 $y$  方向の打ち切り波数をそれぞれ  $N_x$ 、 $N_y$  とすると、 $9(2N_x + 1)(2N_y + 1)$  元の連立方程式を得る。この  $N_x$ 、 $N_y$  が大きいほど正確な結果が得られるが、実際の解析では  $N_x$ 、 $N_y$  が大きくなるにつれて、計算時間と記憶容量が急増するために、これらをできるだけ小さくすることが要求される反面、この  $N_x$ 、 $N_y$  は、解析する周波数  $f$  において水平方向の離散化波数の最大値をラブ波およびレーレー波による波数よりも大きくとる必要がある。できるだけ小さな値の  $N_x$ 、 $N_y$  でこれらの条件を満足させるためには、単純に地盤の不整形性の周期を小さくしたり S 波速度を大きくすればよいが、不整形性の周期を短くするとモデルにその影響が残ることになり、解析上好ましくない。また、S 波速度を大きくすることも現実的には限界がある。以上のことを考慮した上で、ここでは以下のように

打ち切り周波数を求めた。

打ち切り波数の値を変えて、同一の周波数の下で単位振幅のSH波入射に対する地表面での周波数応答を求めた結果がFig. 2である。また解析にかかる計算時間をTable 2に示す。応答曲線は谷の中央でピークを持ち、 $N_x, N_y$ が3, 4, 5と大きくなるにしたがってピーク値も増加するが、 $N_x=6, N_y=6$ と $N_x=7, N_y=7$ では、堆積層上においてほぼ同様の応答を示す。また、打ち切り波数の小さいものほど基盤層での応答が変動している。この結果より $N_x=6, N_y=6$ 以上の打ち切り波数では同様の結果を示すと判断し、計算時間上の問題からも $N_x=6, N_y=6$ として解析を行うことにした。

### 3. 3次元不整形地盤における地震応答特性

#### 3.1 周波数応答特性

ここでは、特定の周波数に対する応答の地表分布について検討する。解析は、 $\Delta f=0.1$  Hzとして0.1 Hzから2.0 Hzまでの20の周波数について行った。Fig. 3 (a), (b) に示されるモデルは、 $y=0$ ,  $x-z$ 平面で軸対称モデルと同一の断面を持ち、奥行き $y$ 方向に2倍したモデル地盤、すなわち式(25)において示した不連続面の式で $W_y=5.0$  km, また $L_y=25.6$  kmとした非軸対称モデル地盤である。なお、非軸対称モデルの地盤の物理定数は軸対称モデルと同一のものとし、解析での打ち切り波数は $N_x=6, N_y=8$ , 座標空間は $n'=32, m'=64$ で離散化した。

Table 2. Comparison of CPU times for various wavenumbers

Wave Number	Computer	CPU Time
$N_x=N_y=3$	SONY NWS-3260	25 min.
$N_x=N_y=4$	SONY NWS-3260	80 min.
$N_x=N_y=5$	SONY NWS-3260	>5 hours
$N_x=N_y=6$	FACOM M-780	28 min.
$N_x=N_y=7$	FACOM M-780	65 min.

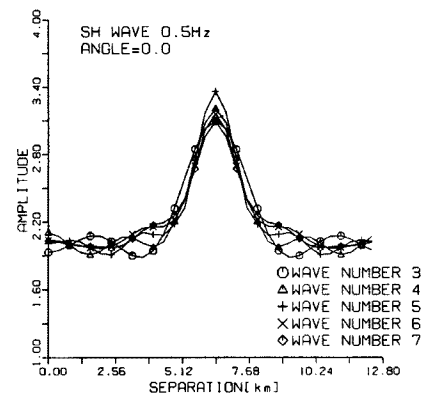


Fig. 2. Effects of wavenumber truncation on response amplitudes.

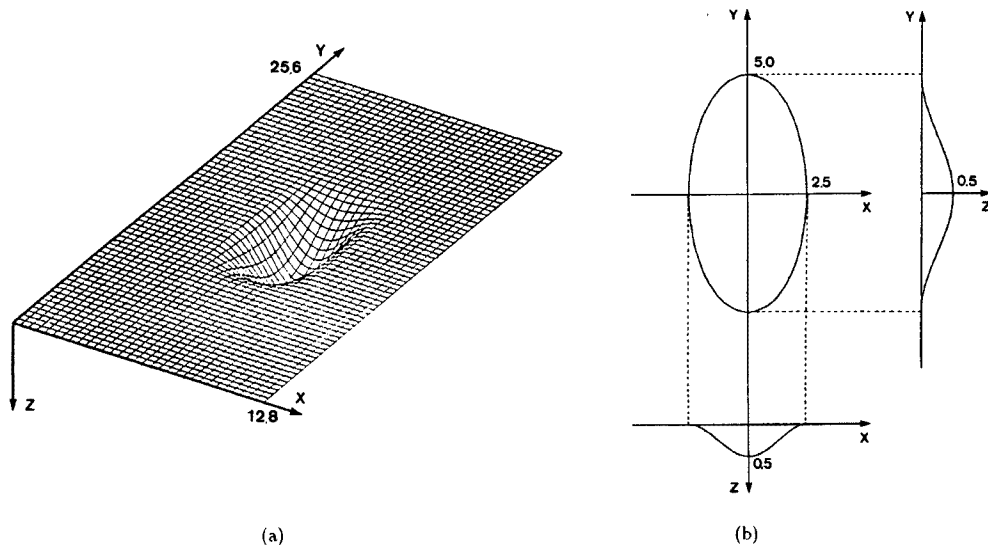


Fig. 3. Configuration of non-axisymmetric layered media and coordinate axes.

重複反射理論に代表される 1 次元波動理論によれば、深さ  $D$ 、せん断波速度  $v_{s1}$  の水平 2 層地盤での一次卓越周波数  $f_1$  は次式で表される。

$$f_1 = \frac{v_{s1}}{4D} \dots\dots\dots (27)$$

これより、モデル地盤の最深部  $D = 0.5 \text{ km}$  での一次卓越周期は  $0.5 \text{ Hz}$  となる。Fig. 4 に堆積層中央部を通る  $x$  軸方向の直線上での、 $f/f_1 = 0.6, 1.0, 1.4, 1.8, 2.2$  の 5 つの周波数に対する地表面応答を示す。各図とも左側が軸対象モデル、右側が非軸対象モデルでの周波数応答である。応答はこの軸上の  $x, y$  及び  $z$  成分 (□, ×, \* 印) について、それぞれ周波数応答値を入射波の振幅で基準化して表している。また、横軸の位置を表す座標の下には、地盤の形状の概略図を示している。

$f/f_1 = 0.6$  より小さな値では、不整形形状に比して入射波長が長いために  $y$  成分に関しては不整形の影響は顕著には現れない。 $f/f_1 = 1.0$  では、堆積層中央部において非軸対称モデルの応答が軸対称モデルの応答を少し上回る。しかし、2 つの地盤ともここではまだ最大値をとらず、更に応答値が大きくなる。軸対称モデルでは  $0.8 \sim 0.9 \text{ Hz}$ 、非軸対称モデルでは  $0.7 \sim 0.8 \text{ Hz}$  あたりが堆積層中央部での 1 次卓越周波数であることが確認できる。これより、それぞれの地盤での 1 次卓越周波数は 1 次元解析の結果よりかなり大きくなっていることが分かる。これは、従来行われてきた 2 次元解析の結果でも見られる傾向である。そして、地盤形状の変化により、非軸対称モデル地盤での 1 次卓越周波数が軸対称モデル地盤の 1 次卓越周波数に比べ小さくなっていることも確認される。また、応答の最大値を与える地点も堆積層の厚い堆積層中央点ではなく、不整形面の傾斜の大きい地点であることが確認される。 $f/f_1$  が  $2.0$  を越えるあたりから増幅のパターンは極めて複雑になっている。

Fig. 5 はそれぞれのモデルでの、 $0.5, 0.7, 0.9, 1.1 \text{ Hz}$  に対する  $y$  成分の周波数応答の空間分布を示したものである。 $0.9, 1.1 \text{ Hz}$  の応答に顕著に現れているように、非軸対称モデルにおける堆積地盤のまわりの基盤上での応答は、軸対称モデルに比べ変化が少ない。これは、非軸対称モデルは  $y$  軸方向に長い構造をしているため、3 次元的不整形の影響が小さくなるのに対し、軸対象モデルでは表層地盤内に閉じこめられる地震動のエネルギーが大きくなるため、このような応答を示すものと推察される。

### 3.2 時刻歴応答特性

ここでは、特定の地震動に対する時刻歴応答についての検討を行う。入射波としては次式で表される Ricker の波を用いた。

$$f(t) = \frac{\pi^{\frac{1}{2}}(a-0.5)e^{-a}}{2} \dots\dots\dots (28)$$

$$a = \left| \frac{\pi(t-t_0)}{t_p} \right|^2$$

ここに、 $t_0$  は Ricker の波が最小値をとる時刻であり、 $t_p$  は Ricker の波の卓越周期である。解析は 3 次元モデルの堆積層中央部での 1 次卓越周波数付近でパワースペクトルがピークを持つような波形と、1 次元解析による 1 次卓越周波数がピークとなる 2 種類の波形について行った。Fig. 6 (a) にそれぞれの場合の波形を示す。Fig. 6 (b) は Ricker の波のパワースペクトル密度関数であり、ベル型の周波数特性を持つ。対象地点での時刻歴応答波形は、入射波のフーリエ変換値に本手法で求めた伝達関数を乗じた上でフーリエ逆変換を行うことにより得られる。

Fig. 7 は  $t_p/T_1 = 0.6, 1.0$  の周波数特性を持つ入射波に対する応答波形である。両図とも左側が軸対象モデル地盤、右側が非軸対象モデル地盤での結果である。ただし、 $T_1 (= 1/f_1)$  は 1 次元解析によって得られる堆積層中心部での 1 次卓越周期である。堆積層上で境界面による散乱波が主要動に遅れて到達し



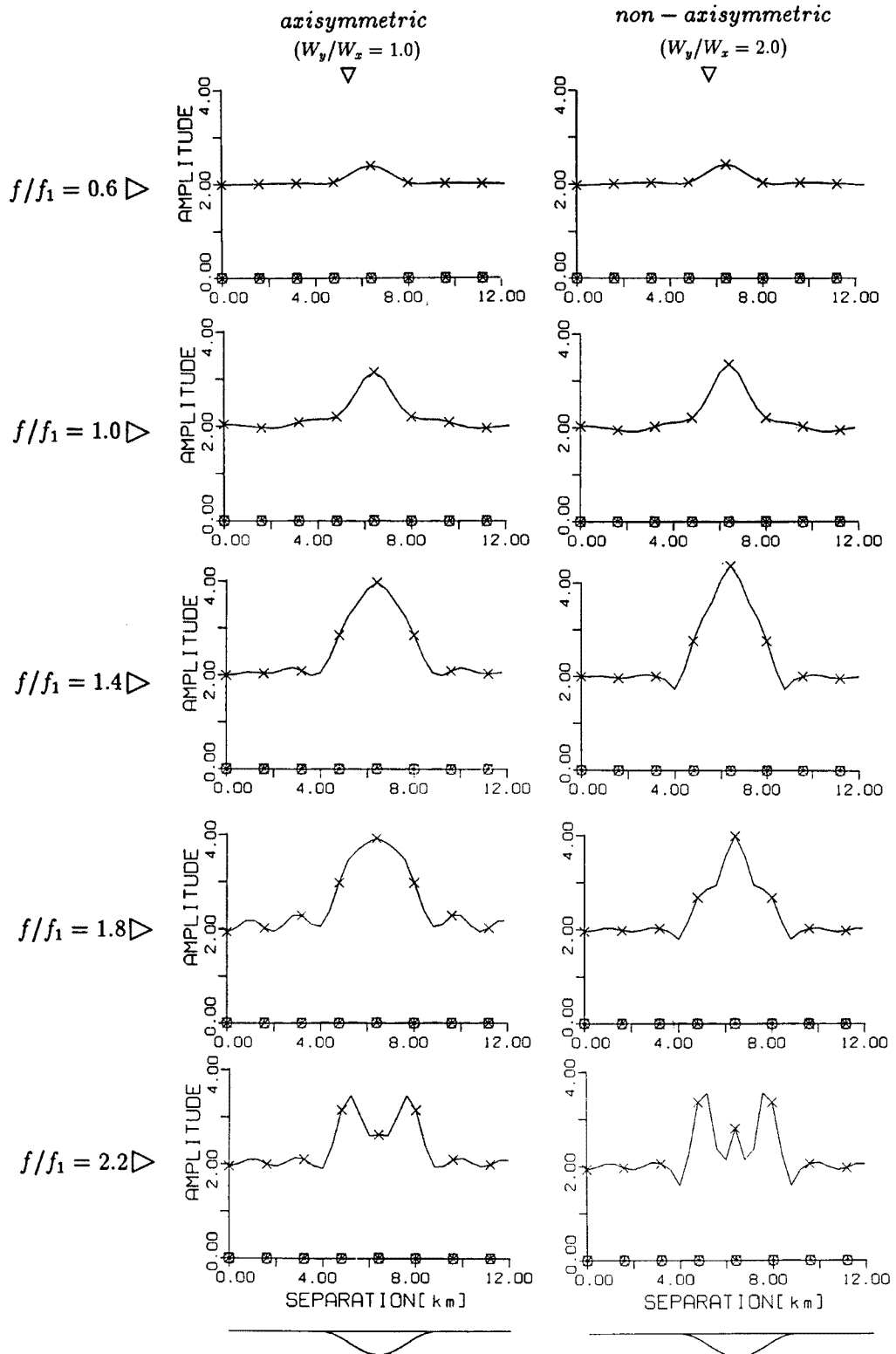


Fig. 4. Response amplitudes of axisymmetric and non-axisymmetric model for five different input frequencies.

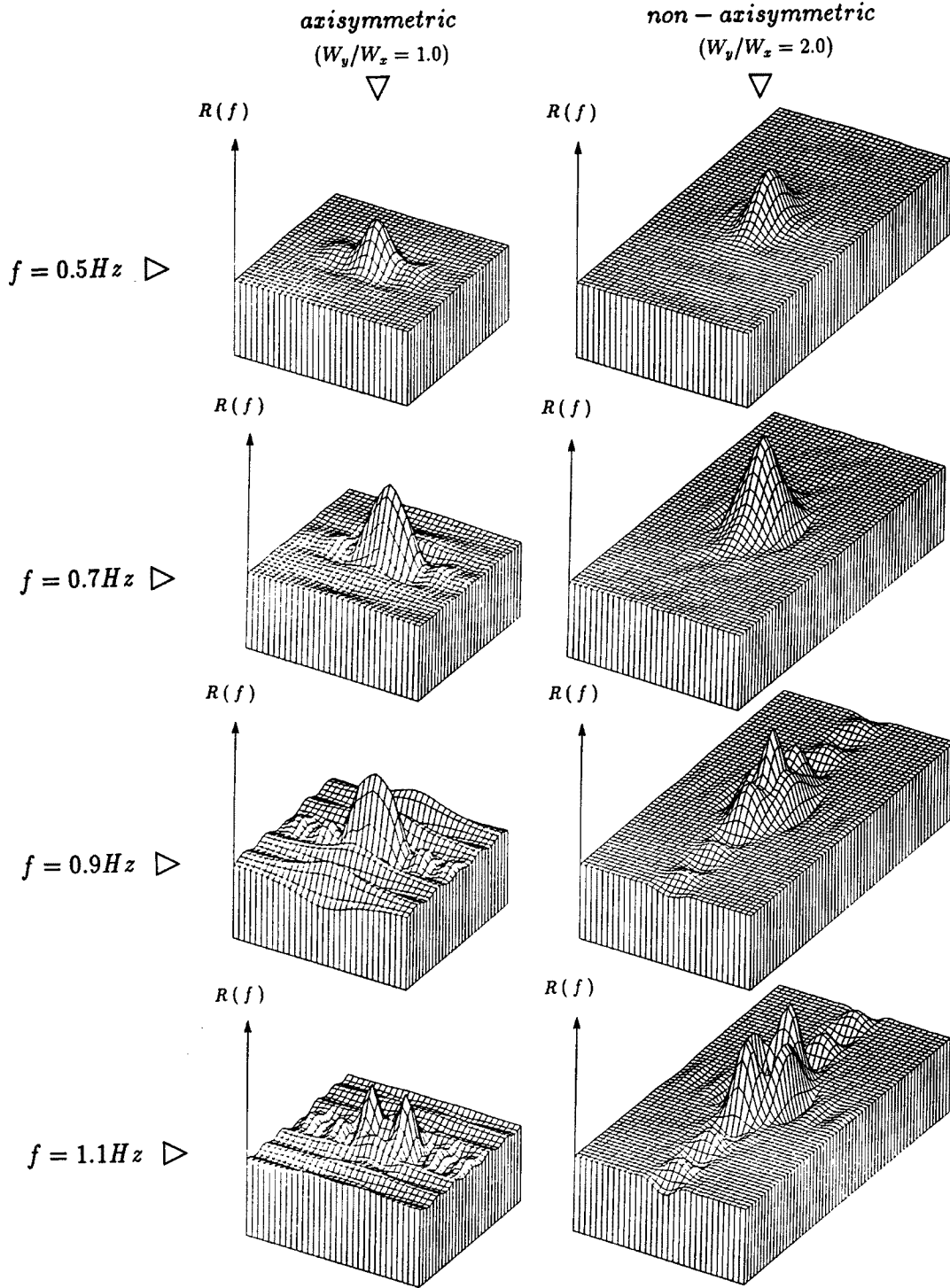


Fig. 5. Comparison of spatial responses between axisymmetric and non-axisymmetric model for four different frequency ratios.

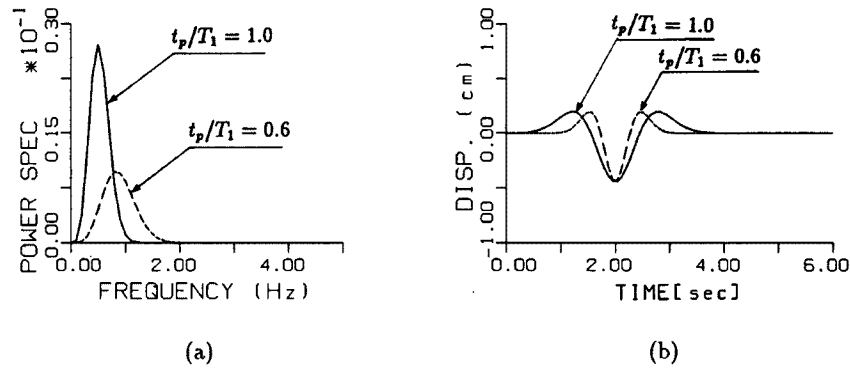


Fig. 6. Power spectra and time functions of Ricker's wavelets.

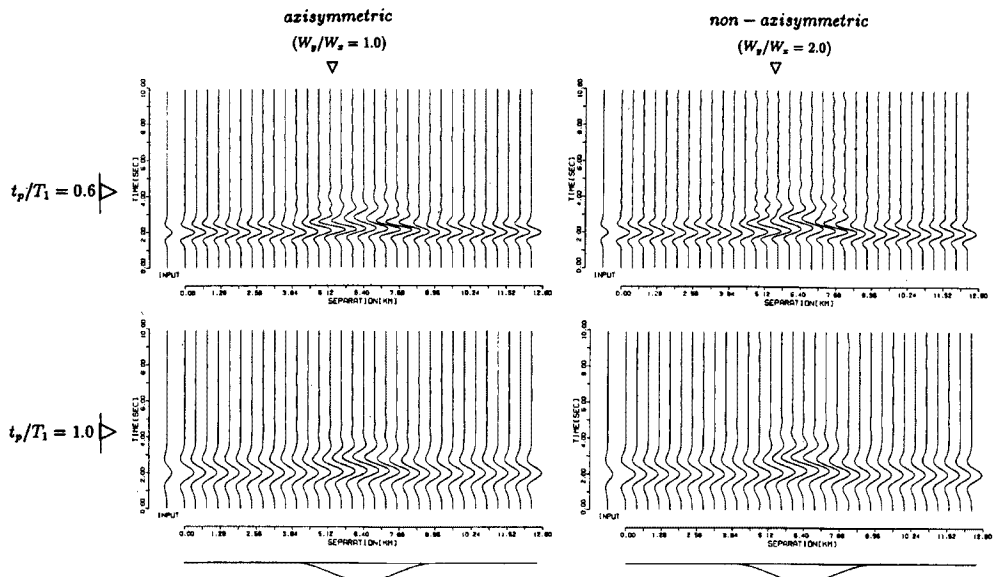


Fig. 7. Time histories of ground motions for Ricker's wavelet inputs.

ていることが分かる。これは、主要動の去った後に堆積層端部より生成される表面波に起因するもので、いわゆるあとゆれと呼ばれる現象である。また、堆積層上で波形の変化が大きいこと、波の継続時間が周りの基盤に比べ伸長していることが分かる。地盤形状による波形の変形の違いは、 $t_p/T_1 = 1.0$  においては大きくはみられないが、 $t_p/T_1 = 0.6$  のときに顕著に表れる。この理由としては、非軸対称モデル地盤の1次卓越周波数が軸対称な場合に比べ小さくなるので、Fig. 6 に示す入射波の卓越する周波数成分がより大きく励起されるためである。

Fig. 8 は、軸対称モデル地盤に  $t_p/T_1 = 0.6$  の周波数特性を持つ Ricker の波が入射したときの地表面での応答の様子を、時間ごとに表したものである。1.25 sec から 1.72 sec までは堆積層の周りの基盤面に遅れて堆積層上の応答が大きくなっていく様子が分かる。このことは、堆積層の厚い地点で顕著にみられる。1.88 sec から 2.66 sec においては、周りの基盤面の応答に遅れて主要動が到達し、周辺に比べてかなり大きく増幅している。2.81 sec から 3.75 sec で基盤の震動は比較的緩やかになってきているが、堆積層では依然として震動が継続している。

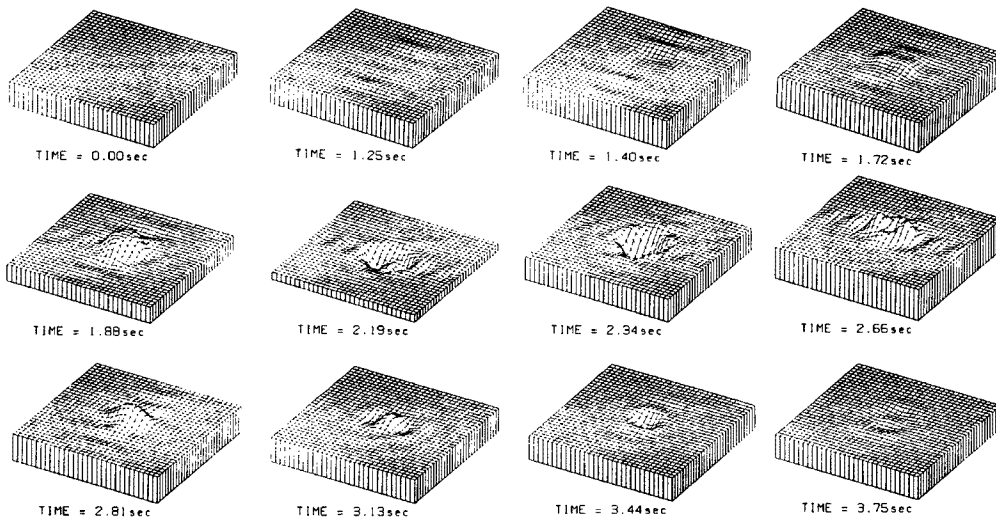


Fig. 8. Time varying surficial responses of ground motions. (axisymmetric model,  $t_p/T_1=0.6$ )

3.3 地盤ひずみに対する検討

展開距離の長い地下構造物の地震時挙動は、慣性力が支配的な地上構造物とは異なり、地盤の相対変位、地盤ひずみに大きく左右される。特に不整形地盤においては、散乱波の影響で応答が局所的に変化する可能性があるため、その不均一な震動が地盤ひずみに及ぼす影響を明らかにすることは重要である。ここでは、軸対象地盤モデルの地下200m、500mのx、y軸方向を対象として、その軸ひずみを求める。

Fig. 9に周波数0.8Hzの単位振幅波が入射した場合の軸方向ひずみを示す。各点の軸ひずみは基盤中では大きな差異はないが、堆積層と基盤層の境界面との交点付近で著しく変化し、ピークをもつ。これは、前述した不整形地盤での局所的な応答の変化により、境界面付近で大きな地盤ひずみを生じるためである。また、y方向の軸ひずみは、x方向の軸ひずみの約10倍程度大きくなっているが、これはSH波鉛直入射による同方向の震動の影響と判断できる。

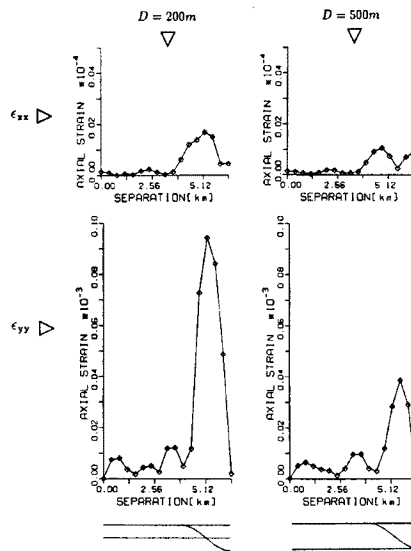


Fig. 9. axial strains of subsurface ground for depths of 200 m and 500m.

4. 2次元解析と3次元解析の比較

4.1 周波数領域における検討

2次元解析に用いられる地盤は、3次的にみれば奥行きに無限に展開するものと考えることができる。ここでは、3次元モデル地盤をFig. 10に示すように地盤形状を奥行きy方向に伸ばし、特定の周波数に対するx軸上での地表面応答を比較するとともに、2次元解析との比較も行った。2次元解析においては、不整形性の周期長さ  $L=12.8$  km、水平方向の打ち切り波数の個数  $N=24$ 、空間座標の離散化を  $n'=64$  とした。地盤物性は3次元解析と同様のものを用いた。

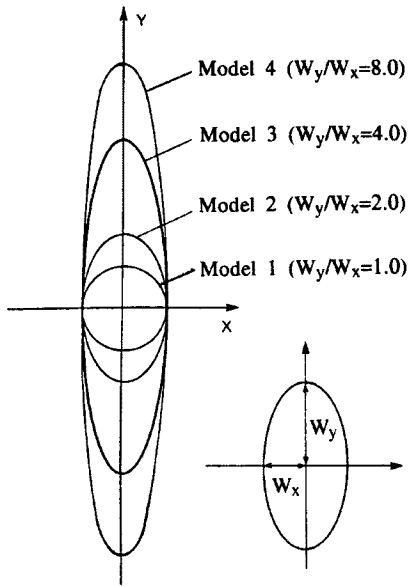


Fig. 10. Sediment models by changing the ellipticity.

地盤に限られることが分かる。

Fig. 12 は 2次元解析と 3次元軸対称モデル (Model 1), および奥行きを 2倍拡張した非軸対称モデル (Model 2) の周波数応答関数を示したものである。2次元解析では低周波数では堆積層の中心部での応答が一番大きく, 中心での応答が減少するにつれて堆積層端部の応答が増加し, 震動エネルギーの授受により基盤層の応答も変化している。また, 2次元解析の 1次卓越周波数は, 3次元解析による 1次卓越周期の約 0.5 から 0.6 倍であることが分かる。高周波域における不連続面の傾斜の大きい部分での地表面応答は, 3次元解析による結果の方がかなり大きい値をとる傾向にある。

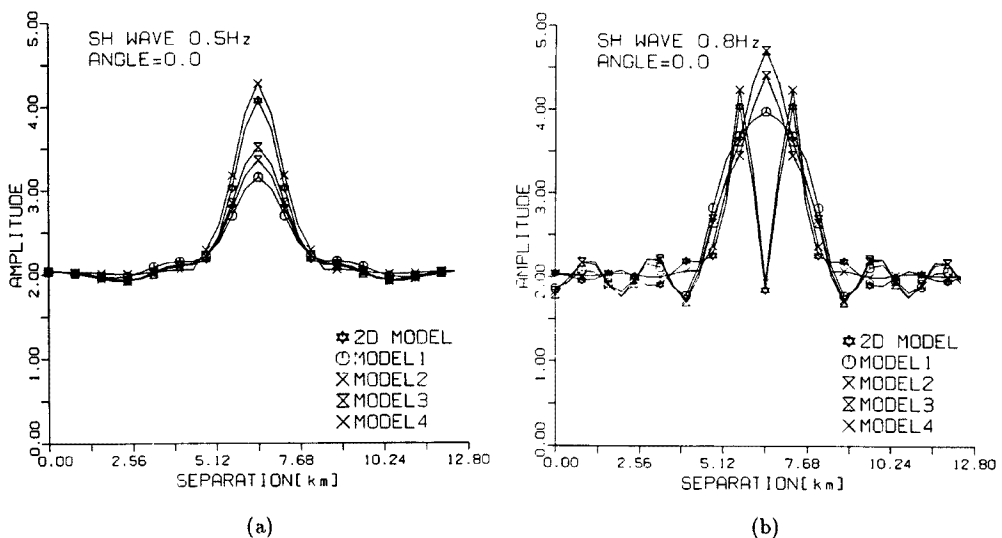


Fig. 11. Response amplitude of five models for 0.5Hz and 0.8Hz inputs.

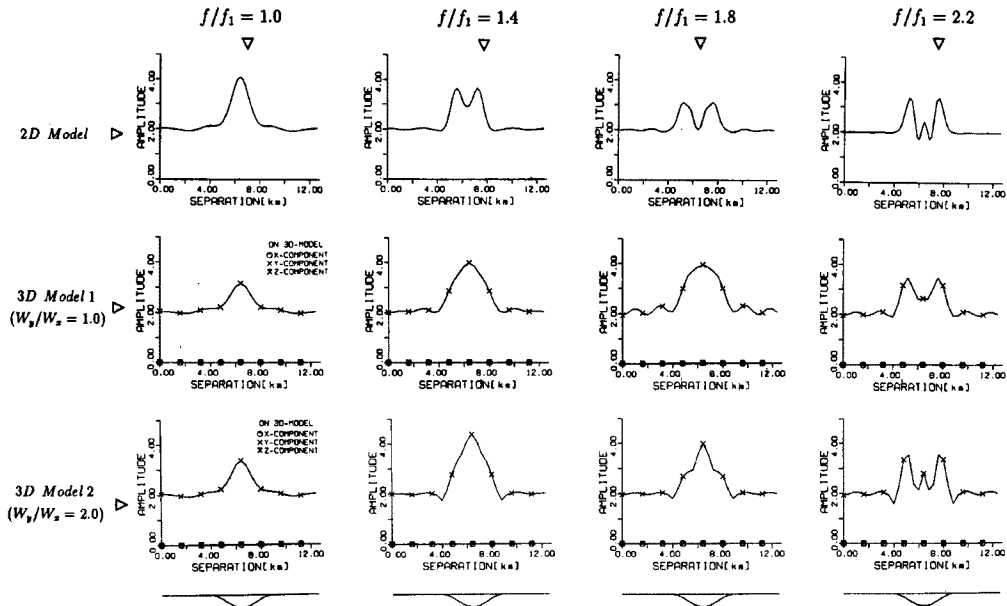


Fig. 12. Response amplitudes of 2-dimensional and 3-dimensional models for four different frequency ratios.

4.2 時空領域における検討

$x$  軸の端部より 0.0, 1.6, 3.2, 4.8, 6.4 km の位置に観測点を取り, 順に point 1, point 2, point 3, point 4, point 5 とする。この 5 つの観測点において 2 次元モデルの応答波形と 3 次元軸対称モデルおよび非軸対称モデルの応答波形との比較を示したものが Fig. 13(a), (b), (c) である。(a) は 3 次元軸対称モデル, (b) は 2 倍拡張, (c) は 4 倍拡張モデルの結果である。なお, 入力波の中心周波数は 1 Hz であり, 2 次元解析の観測点での解析結果には○印を付けている。

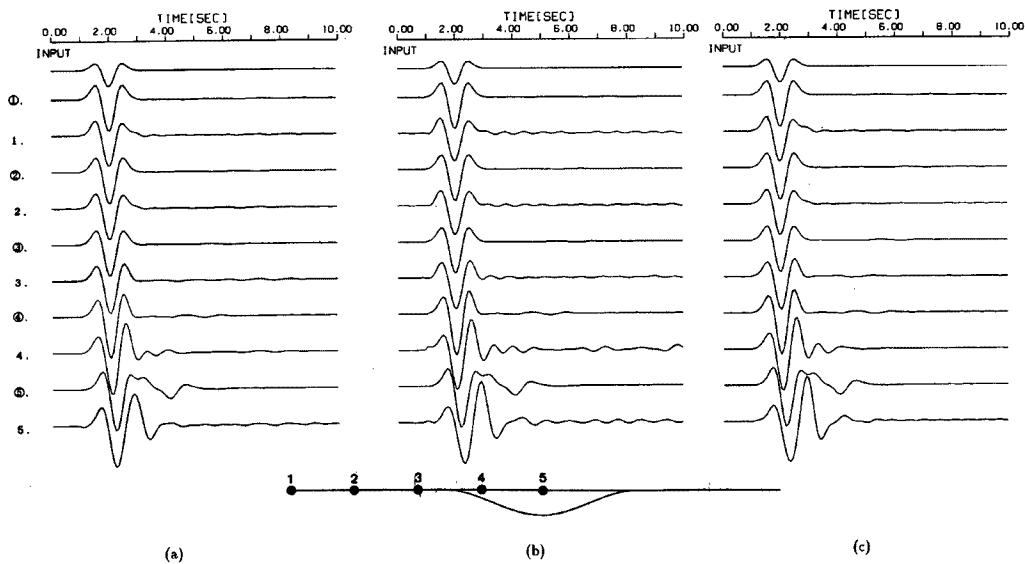


Fig. 13. Comparison of response time histories for 2-dimensional and 3-dimensional models.

堆積層の厚い地点では波の伝播速度の関係で主要動が遅れて到達し、その後散乱波のフォーカシング等の影響で波の振幅が大きくなるとともに震動継続時間の伸長がみられる。どちらの図においても、2次元解析と3次元解析の応答波形は特に堆積層上で観測される波形の後続波に大きな違いが現れており、盆地形状を持つ地形の震動解析を2次元モデルで行う場合にはこの点に留意する必要がある。

また、同じ3次元モデルにおいても軸対称モデルと2倍拡張モデル、4倍拡張モデルでは後続波の継続の様子が異なる。本計算例では2倍拡張モデルの後続波が最も顕著に現れており、軸対称モデルと4倍拡張モデルはほぼ同様の震動性状を呈している。軸対称モデル、4倍拡張モデルでも2次元解析と比較すると後続波がかなり明瞭に現れているが、2倍拡張モデルほど大きな振幅を持たない。2次元モデルと3次元モデルの応答波形の相違は解析上の本質的な違いに起因するが、2倍拡張モデルの後続波が軸対称モデル、4倍拡張モデルのそれよりも大きく励起されていることから、この後続波の消長は、 $x$ 方向と $y$ 方向の不整形性長さの比が関与する可能性のあることを示唆している。

今回解析したものはSH波入射に対する $x$ 軸上での $y$ 方向成分に対する時刻歴応答であるので、不整形境界で発生する主要な表面波はラブ波である。2層構造でラブ波の基本モードの分散曲線は長周期側で半無限媒質のS波速度に漸近する。ここでは、半無限媒質のS波速度は1.87 km/secであり、散乱波形から読み取れる散乱波の波速は約2.0 km/secである。両者は概ね一致しており、3次元解析ではこの表面波の伝播の様子もかなり正確に示すことができる。

## 5. ま と め

本研究では、3次元に拡張された離散化波数法を用いて不整形境界面を有する地盤モデルの震動解析を行った。そして、異なる構造を持つ地盤モデルに対して、平面SH波が鉛直入射した場合の不整形地盤の応答解析を行い、3次元不整形地盤上の周波数応答特性、入力地震波の応答特性が地盤の不整形性状によって受ける影響を調べるとともに、地盤内の軸ひずみ分布についても検討した。さらに、不整形地盤の震動解析をより現実的なものにするために、従来より用いられてきた2次元解析結果との比較も行った。

以下に本研究で得られた知見及び解析結果を示す。

1. 解析する次元が高くなるほど、1次卓越周波数も高くなる。不整形地盤上での1次卓越周波数は1次元解析によって求められる1次卓越周波数 $f_1$ に比べ、1.6～1.8倍の倍率をとる。また、異なる地盤構造を用いて解析を行った結果、震動の振幅方向に不整形境界面を拡張することにより、1次卓越周波数の低下が認められた。
2. 不整形境界で生じる散乱波の影響による後続波の出現、及びそれに伴う地震動継続時間の伸長等の現象が2次元解析と同様に再現できた。しかし、2次元解析に比べると堆積層での応答倍率が大きくなり、震動の継続時間も長くなる傾向がある。また、3次元解析は実際の堆積盆地形状をかなり正確に反映できるため、より現実に近い表面波の伝播の様子、堆積盆地での強震動現象を再現できる。
3. 不整形地盤では散乱波の影響で応答が局所的に変化するため、地盤内の軸方向ひずみは境界面及びその付近の堆積層で急激に大きな値をとる。この現象は宅地造成地において切土と盛土を横断する埋設管などの地震時挙動と一致する。
4. 地震動の振幅方向に不整形形状を拡張した4種類のモデル地盤の震動特性を比較した結果、長軸の伸長に伴う1次卓越周期の低下が確認された。また、本解析が対象とした地盤形状や地盤物性値に関する限りでは、2次元解析の結果とほぼ同様の結果を3次元解析で得るためには、 $x$ 軸方向の不整形の最大幅に対して8倍程度以上の $y$ 軸方向の不整形幅が必要であることがわかった。

## 参考文献

- 1) 土岐憲三: 新体系土木工学 11 構造物の耐震解析, 技報堂出版, 1981, pp.82-90.
- 2) Boore, D.M., K. Aki and K.L. Lerner: A comparison of two independent methods for the solution of wave-scattering problems; theoretical response of a sedimentary basin to vertically incident SH waves, Journal of Geophysical Research, Vol.76, 1971, pp. 558-569.
- 3) 竹宮宏和, 藤原章弘, 須田清隆: 時間領域 BEM による不整形地盤の遷移震動特性, 土木学会第 21 回地震工学研究発表会講演概要, 1991, pp.61-64.
- 4) 竹宮宏和, 石山 基, L. Maotian: 不整形沖積地盤の 2 次元非線形解析, 土木学会第 21 回地震工学研究発表会講演概要, 1991, pp.69-72.
- 5) 竹宮宏和, 友野達夫: 不整形地盤の定常調和増幅特性, 土木学会第 21 回地震工学研究発表会講演概要, 1991, pp.65-68.
- 6) Aki, K. and K.L. Lerner: Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, Journal of Geophysical Research, Vol.75, 1970, pp.933-954.
- 7) 堀家正則: 複数の曲がった境界を有する減衰のある媒質の地震動応答計算法への AL 法の拡張とそれを用いた堆積盆地の地震動の特性, 地震, 40 巻 2 号, 1987, pp.247-259.
- 8) 堀家正則: 不規則境界面を有する 3 次元堆積盆地の地震動応答, 地震学会春期大会講演予稿集, 1988, p.251.
- 9) 大堀道広: 不整形を有する沖積地盤の地震動解析, 東京大学博士論文, 1990.