

条件付確率場の理論とその工学的応用

盛川 仁・亀田 弘行

THEORY OF CONDITIONAL RANDOM FIELDS AND ITS ENGINEERING APPLICATION

By *Hitoshi MORIKAWA* and *Hiroyuki KAMEDA*

Synopsis

This paper outlines the theory of conditional random fields and its application. Probabilistic relations of conditional random fields are analytically developed; that is conditional means, first passage solution of conditional random fields, and method of digital simulation. In particular, an approximate method of digital simulation is presented that ensures stability of computational calculations. Conditional fields of earthquake ground motions are discussed for power spectral density and coherence functions determined statistically or derived from analysis of elastic waves propagating through a random medium. Time variations of wind speed are digitally simulated, as another engineering application of a conditional random field, using power spectral density functions fitted for observation in a wind tunnel.

1. 序 論

空間的, 時間的に不規則に生起, あるいは分布する現象や物理量を確率場として取扱い, 種々の解析を行う手法は, 地震波動場^{1)~3)}, 風速変動場⁴⁾, 乱流場⁵⁾, 海洋の波浪場⁶⁾, 材料の応力場⁷⁾等, 広い分野にわたって応用されている。本論文では, 従来の確率場の理論^{5), 8), 9)}の拡張として, ある確率場において観測によって得られたサンプル場を条件として含む確率場を「条件付確率場」と定義し, 空間内の任意の地点で, 時間軸上の実現値が得られている条件付確率場の確率論的性質を明らかにする。さらに, 地震波動場及び風速変動場に対して, 条件付確率場の理論をあてはめ, 数値計算を行った例を示す。

一般に n 次元 m 変数の確率場は n 次元ベクトルを引数とする m 個の不規則関数のベクトルとして,

$$U(\mathbf{x}, t) = [U_1(\mathbf{x}, t), U_2(\mathbf{x}, t), \dots, U_m(\mathbf{x}, t)]^T \dots\dots\dots (1)$$

と表すことができる⁸⁾。ただし, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_{n-1}]^T$ で, $[\cdot]^T$ は転置を表す。今, ある物理現象において, 不規則に変動する物理量が式 (1) のように表し得るものとし, ある瞬間 (または時間) にある地点 (または領域) でその物理量の実現値を観測等によって得ることができたとする。そのとき観測点ではその観測値と厳密に一致するような確率場を, 「条件付確率場 (conditional random fields)」と定義し, 一般に $U(\mathbf{x}, t | u(\mathbf{x}_i, t_j); i=1, 2, \dots, j=1, 2, \dots)$ と表されるものとする。ここで $u(\mathbf{x}_i, t_j)$ は, 位置 $\mathbf{x}_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{i(n-1)}]^T$, 時刻 t_j において得られた, 対象としている物理量の実現値である。

工学の分野においてしばしば問題となるのは, 観測によって得られたあるサンプル場を含む条件付確率場

である。このような問題の評価法として、推定誤差が最小となるように線形補間を行う kriging と呼ばれる手法¹⁰⁾がよく知られている。kriging では、主として空間軸上の観測値間の補間が目的とされ、補間推定量の確率分布特性には注意が払われていなかったが、kriging と同様の手法を用いて、空間軸上で観測値が得られている場合の条件付確率場の確率分布特性に着目した研究もなされている¹¹⁾。

本論文では、時空間確率場を対象として、空間内の特定の位置において観測された時間関数の実現値を条件とする条件付確率場について議論を進める。このような条件付確率場のシミュレーション手法については、川上ら¹²⁾や Vanmarcke ら¹³⁾により、先駆的な優れた研究成果が示されているが、いずれも条件付確率場の確率論的構造を明らかにしようとしたものではなかった。亀田・盛川^{14)~16)}は、振動数領域において、フーリエ係数の条件付確率密度関数を解析的に求めることで、条件付確率場の確率論的構造を厳密に与える理論を構築した。その後、Hoshiya ら^{17),18)}はこの問題を時間領域における解析によって体系化した。これら2つの解析方法は確率論的に等価であると理解されている¹⁹⁾。

以下、2.~4.において、筆者らがこれまでに行ってきた振動数領域での解析から得られた条件付確率場の確率論的性質を整理する。5.では、この条件付確率場の理論を地震波動場に適用した数値計算例を示す。また、空間的に非定常な条件付確率場の計算例として、風速変動場の数値シミュレーションを行った結果²⁰⁾を6.に示す。

2. 条件付確率場の理論

2.1. 問題の設定

本論文では、空間内の任意の地点で時系列データが観測された場合に、それを条件として含む空間全体の変動を評価するという問題に対応して、与えられた有限個の位置 $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_m$ において時間関数 $u(\mathbf{x}_i, t)$; $i=1, 2, \dots, m$ が確定的に与えられた場合の条件付確率場 $U(\mathbf{x}, t | u(\mathbf{x}_i, t); i=1, 2, \dots, m)$ の確率論的性質について議論する。ただし、ベクトル U の成分の一つだけに着目し、多次元1変数の確率場 $U(\mathbf{x}, t | u(\mathbf{x}_i, t); i=1, 2, \dots, m)$ を考える。さらに、相互スペクトルを導入することにより空間軸上で離散化し、離散的な多数の点における多変量の確率過程 $U_j(t | u_i(t); i=1, 2, \dots, m); j=m+1, \dots, n$ として扱う。ここで u_i, U_j は、それぞれベクトル u, U の成分ではなく、添字の i, j は観測点および未観測点の番号を示す。このように空間軸を離散化することで、スペクトル特性の空間内での変動が、任意の非一様性を持つ場合についても扱うことができる。

以下では、観測点 \mathbf{x}_i において観測により確定的に与えられた時間関数 $u_i(t)$ を確定波、確定波によって条件づけられた未観測点 \mathbf{x}_j における確率過程 $U_j(t | u_i(t); i=1, 2, \dots, m)$ を条件付確率過程と呼ぶこととする。なお、 $U_j(t | u_i(t); i=1, 2, \dots, m)$ は、簡単のために $U_j(t | \text{cnd.})$ と表す。ここで、記号「cnd.」は、ある確率変数（例えば $U_j(t)$ ）が $u_i(t); i=1, 2, \dots, m$ によって条件づけられていることを示す。

解析的な取り扱いを容易にするために、確定波によって条件づけられていない任意の地点における確率過程は平均値0の定常正規過程とし、そのような確率過程の実現値の一つとして確定波が与えられているものとする。このような仮定のもとで、任意の地点 $\mathbf{x}_i (i=1, 2, \dots, n)$ における確率過程 $U_i(t)$ をフーリエ級数に展開して、

$$U_i(t) = \sum_k (A_{ik} \cos \omega_k t + B_{ik} \sin \omega_k t) \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad \dots \dots \dots (2)$$

と表し、振動数 ω_k におけるフーリエ係数 A_{ik}, B_{ik} の確率論的性質について解析を行う。確定波が与えられていない場合には、 $A_{ik}, B_{ik} (i=1, 2, \dots, n)$ は、互いに独立な平均値が0の正規確率変数で、その共分散行列 V_k は、地点 \mathbf{x}_i におけるパワースペクトル $S_i(\omega_k)$ 、及び地点 $\mathbf{x}_i, \mathbf{x}_j$ なる2地点間の相互スペクトル $S_{ij}(\omega_k)$ によって決定される。

確定波 $u_i(t) (i=1, 2, \dots, m)$ は確率過程 $U_i(t)$ の実現値であるから、フーリエ係数 A_{ik}, B_{ik} の実現値 $\tilde{a}_{ik}, \tilde{b}_{ik}$

を用いて、式 (2) と同様に次のように表すことができる。

$$u_i(t) = \sum_k (\tilde{a}_{ik} \cos \omega_k t + \tilde{b}_{ik} \sin \omega_k t) \quad (i=1, 2, \dots, m) \dots\dots\dots(3)$$

次節において、 $\tilde{a}_{ik}, \tilde{b}_{ik}; i=1, 2, \dots, m$ を条件とする $A_{jk}|cnd., B_{jk}|cnd.; j=m+1, \dots, n$ の確率分布特性を導く。なお、フーリエ係数 A_{jk}, B_{jk} から変数変換により、調和成分の振幅・位相を算出することができるが、その確率分布特性は振動問題を現象論的に把握するうえで有用である。その解析については文献(14), (15)を参照されたい。

2.2. 条件付確率過程の確率論的性質

振動数 ω_k におけるフーリエ係数 $A_{ik}, B_{ik}; i=1, 2, \dots, n$ に関する $2n$ 次元の結合正規確率密度関数は上述の共分散行列 V_k を用いて求められる。従って、フーリエ係数の実現値 $\tilde{a}_{ik}, \tilde{b}_{ik}; i=1, 2, \dots, m$ によって条件づけられたフーリエ係数 $A_{jk}, B_{jk}; j=m+1, \dots, n$ に関する $2(n-m)$ 次元の条件付の結合確率密度関数を解析的に求めることができる。得られた条件付確率密度関数により、推定すべきフーリエ係数、すなわち $n-m$ 個の条件付確率過程の確率論的性質は厳密に記述されたことになる。

確率過程を推定すべき $n-m$ 個の地点 $x_j; j=m+1, \dots, n$ のうちで、どの地点にどの番号を与えても本質的には同じであるから、以下では $x_j; j=m+1$ なる地点に注目して議論を進める。

(1) フーリエ係数の条件付確率密度関数

上で述べた振動数 ω_k なる調和成分のフーリエ係数に関する $2(n-m)$ 次元の条件付確率密度関数の周辺分布をとることにより、注目している地点 x_j におけるフーリエ係数 A_{jk}, B_{jk} の条件付確率密度関数を求めることができる^{15),16)}。そのようにして求めた2次元の条件付確率密度関数より、振動数 ω_k なる調和成分の条件付フーリエ係数 $A_{jk}|cnd., B_{jk}|cnd.$ は互いに独立な正規変量で、その平均及び分散はそれぞれ次のようになる。

$$\begin{cases} \langle A_{jk}|cnd. \rangle = -\frac{\sum_{i=1}^m ({}^{(0)}q_{ijk} \tilde{a}_{ik} - {}^{(0)}r_{ijk} \tilde{b}_{ik})}{{}^{(0)}p_{jk}} \\ \langle B_{jk}|cnd. \rangle = -\frac{\sum_{i=1}^m ({}^{(0)}r_{ijk} \tilde{a}_{ik} + {}^{(0)}q_{ijk} \tilde{b}_{ik})}{{}^{(0)}p_{jk}} \end{cases} \dots\dots\dots(4)$$

$$\sigma^2 A_{jk}|cnd. = \sigma^2 B_{jk}|cnd. = \frac{1}{{}^{(0)}p_{jk}} \dots\dots\dots(5)$$

ここで $\langle \cdot \rangle$ は期待値を表し、係数 ${}^{(h)}p_{ik}, {}^{(h)}q_{ijk}, {}^{(h)}r_{ijk}$ は以下のような漸化式によって決定される係数である。

$$\begin{cases} {}^{(h-1)}p_{ik} = {}^{(h)}p_{ik} - \frac{{}^{(h)}q_{ihk}^2 + {}^{(h)}r_{ihk}^2}{{}^{(h)}p_{hk}} \\ {}^{(h-1)}q_{ijk} = {}^{(h)}q_{ijk} - \frac{{}^{(h)}q_{ihk} {}^{(h)}q_{ihk} + {}^{(h)}r_{ihk} {}^{(h)}r_{ihk}}{{}^{(h)}p_{hk}} \\ {}^{(h-1)}r_{ijk} = {}^{(h)}r_{ijk} + \frac{{}^{(h)}q_{ihk} {}^{(h)}r_{ihk} - {}^{(h)}r_{ihk} {}^{(h)}q_{ihk}}{{}^{(h)}p_{hk}} \end{cases} \dots\dots\dots(6)$$

($h=n, n-1, \dots, m+3, m+2$)

この漸化式の初項は、

$$\begin{cases} {}^{(n)}p_{ik} = \Lambda_{2i-1, 2i-1, k} \\ {}^{(n)}q_{ijk} = \Lambda_{2i-1, 2j-1, k} \\ {}^{(n)}r_{ijk} = \Lambda_{2i-1, 2j, k} \end{cases} \dots\dots\dots(7)$$

であり、 $\{\Lambda_{ij}\}_k$ は振動数 ω_k なる調和成分のフーリエ係数に関する共分散行列 V_k の逆行列の ij 要素で、 $\{\Lambda_{ij}\}_k = \Lambda_k = V_k^{-1}$ である。

(2) 条件付確率過程の平均と分散

条件付フーリエ係数 $A_{jk}|cnd.$, $B_{jk}|cnd.$ が正規変量であることから条件付確率過程 $U_j(t|cnd.)$ は正規過程となるが、その平均はもはや0ではなく、式(4)より、次のような時間に依存する平均を有する。

$$\mu_{U_j|cnd.}(t) = \sum_k \{ \langle A_{jk}|cnd. \rangle \cos \omega_k t + \langle B_{jk}|cnd. \rangle \sin \omega_k t \} \dots\dots\dots(8)$$

式(8)は、地点 x_j が確定波に近い場合には確定波とよく似た形状となるのに対し、確定波から離れるにつれて条件が無い場合の平均である0に近づいていく。また、式(5)より、条件付確率過程 $U_j(t|cnd.)$ の分散は、フーリエ係数の実現値 \tilde{a}_{ik} , \tilde{b}_{ik} ($i=1, 2, \dots, m$) 及び時間のいずれにも依存せず、確定波の個数にのみ依存し、次のようになる。

$$\sigma^2_{U_j|cnd.} = \sum_k \frac{1}{\Omega p_{jk}} \dots\dots\dots(9)$$

なお、初通過問題の解析に必要な、条件付確率過程の時間微分 $\dot{U}_j(t|cnd.)$ の平均及び分散は、式(8), (9)より次のように求められる。

$$\begin{aligned} \mu_{\dot{U}_j|cnd.}(t) &= \dot{\mu}_{U_j|cnd.}(t) \\ &= \sum_k \omega_k \{ -\langle A_{jk}|cnd. \rangle \sin \omega_k t + \langle B_{jk}|cnd. \rangle \cos \omega_k t \} \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

$$\sigma^2_{\dot{U}_j|cnd.} = \sum_k \frac{\omega_k^2}{\Omega p_{jk}} \dots\dots\dots(11)$$

(3) 条件付確率過程の平均からの変動成分

条件付確率過程を、平均と平均からの変動成分の和という形で、

$$U_j(t|cnd.) = \mu_{U_j|cnd.}(t) + U_j^*(t|cnd.) \dots\dots\dots(12)$$

と書き改めると、 $U_j^*(t|cnd.)$ は平均値0の定常正規過程となる。なぜなら、 $U_j^*(t|cnd.)$ を、

$$U_j^*(t|cnd.) = \sum_k (A_{jk}^*|cnd. \cdot \cos \omega_k t + B_{jk}^*|cnd. \cdot \sin \omega_k t) \dots\dots\dots(13)$$

と表すと、 $A_{jk}^*|cnd.$, $B_{jk}^*|cnd.$ は、それぞれ $A_{jk}|cnd.$, $B_{jk}|cnd.$ の平均からの変動成分であり、式(9)と同じ分散を持つ互いに独立な平均値0の正規変量となるからである。

条件付確率過程 $U_j(t|cnd.)$ のパワースペクトルは、エネルギーの散逸または吸収がない限り、あらかじめ与えられている $S_j(\omega_k)$ に等しいが、変動成分 $U_j^*(t|cnd.)$ のパワースペクトルは次のようになる。

$$S_{U_j^*|cnd.}(\omega_k) d\omega = \frac{\langle \{A_{jk}^*|cnd.\}^2 + \{B_{jk}^*|cnd.\}^2 \rangle}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\Omega p_{jk}} \dots\dots\dots(14)$$

3. 条件付確率過程の初通過問題

以上の解析結果を用いて、工学的に重要と考えられる初通過問題について考察する。この問題の解析解を閾値通過が独立に生起するという仮定のもとで、時間 $[0, \tau]$ における最大値の確率分布という形で与える。記号「 $cnd.$ 」は添字にも付けるべきであるが、3.では条件付確率過程のみを取り扱うので、特に混乱がない限り省略する。

最初に、微小な時間 $[t, t+dt]$ において $U_j(t|cnd.)$ が閾値 ζ を上向き、または下向きに通過する平均回数

$\nu^{\pm} U_j(\zeta; t) dt$ を求める。ここで、+は上向き、-は下向きの通過を表す。 $\nu^{\pm} U_j(\zeta; t)$ は直接求めることも可能であるが、式(8)及び2.2.(3)より $U_j(t|cnd.)$ は時間に依存する平均をもつものの、 $U_j^*(t|cnd.)$ は平均値0の定常正規過程であるから、このことを利用して求めることもできる。その場合には、 $U_j^*(t|cnd.)$ が時間に依存する閾値 $\zeta - \mu U_j(t)$ を通過するという問題に置き換えて取り扱わなくてはならない。この問題は Shinozuka and Yao²¹⁾により、異なる観点から議論されている。いずれにしても $U_j^*(t|cnd.)$ は定常であるので、 $U_j^*(t|cnd.)$ と $\dot{U}_j^*(t|cnd.)$ が無相関となることに注意すれば、結局、次式を得る。

$$\nu^{\pm} U_j(\zeta; t) = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma U_j}{\sigma U_j} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\zeta - \mu U_j(t)}{\sigma U_j} \right)^2 \right] \cdot \left[\exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\dot{\mu} U_j(t)}{\sigma U_j} \right)^2 \right] \pm \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{\dot{\mu} U_j(t)}{\sigma U_j} \left\{ 1 + \operatorname{erf} \left(\pm \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\dot{\mu} U_j(t)}{\sigma U_j} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots(15)$$

ここで、 $\operatorname{erf}(\cdot)$ は誤差関数を表す。

今、 $\zeta(>0)$ を上向きに通過するか、 $-\zeta$ を下向きに通過する単位時間当りの平均回数を $\nu^{\pm} U_j(\zeta; t)$ とすると、 $\nu^{\pm} U_j(\zeta; t) = \nu^{+} U_j(\zeta; t) + \nu^{-} U_j(-\zeta; t)$ である。従って、時間 $[0, \tau]$ における $|U_j(t)|$ の最大値 Z の確率分布関数は、閾値通過が独立に生起するものと仮定すれば、

$$F_Z(\zeta; \tau) = a_0(\zeta) \exp \left[-\int_0^{\tau} \nu^{\pm} U_j(\zeta; t) dt \right] \dots\dots\dots(16)$$

によって求められる。ただし、 $P[\cdot]$ が括弧内の事象が生起する確率を表すものとする、 $a_0(\zeta) = P[|U_j(0|cnd.)| \leq \zeta]$ である。

4. 条件付確率過程のデジタル・シミュレーション

4.1. シミュレーションの原理

条件付確率場の数値シミュレーションを行うためには、2.2.の冒頭で述べた確定波のフーリエ係数 $\bar{a}_{ik}, \bar{b}_{ik}; i=1, 2, \dots, m$ によって条件づけられたフーリエ係数 $A_{jk}|cnd., B_{jk}|cnd.; j=m+1, \dots, n$ の $2(n-m)$ 次元の条件付確率密度関数を満足するように、 $n-m$ 組の A_{jk}, B_{jk} の実現値をシミュレートし、フーリエ逆変換を行えばよい。

今、任意の $l(l=1, 2, \dots, n-m)$ について、上記の $2(n-m)$ 次元条件付確率密度関数から2.2.(1)と同様の

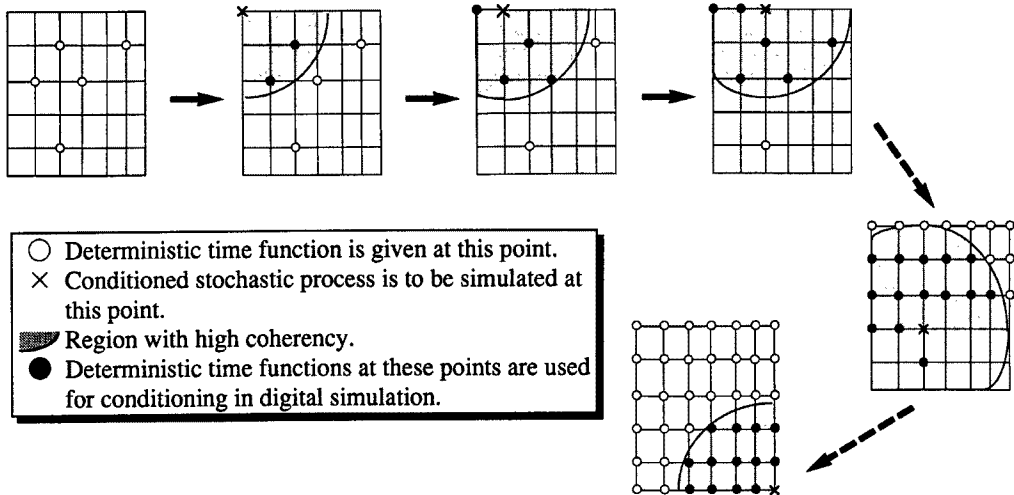


Fig. 1. Concept of truncated numerical simulation for conditional random fields.

手順により、フーリエ係数の実現値 $\bar{a}_{ik}, \bar{b}_{ik}; i=1, 2, \dots, m+l-1$ によって条件づけられたフーリエ係数 $A_{m+l,k}, B_{m+l,k}$ の周辺確率密度関数を求めることができる¹⁶⁾。このとき、条件付の $A_{m+l,k}, B_{m+l,k}$ は互いに独立な正規変量で、その平均及び分散は、それぞれ式 (4), (5) において $m \rightarrow m+l-1, j \rightarrow m+l$ という置き換えを行ったものとなる。このことを利用して、以下のような手順により $n-m$ 組のフーリエ係数 $A_{m+l,k}, B_{m+l,k}; l=1, 2, \dots, n-m$ をシミュレートする。すなわち、まず最初に、 $A_{ik}, B_{ik}; i=1, 2, \dots, n$ に関する $2n$ 次元の共分散行列 Λ_k の逆行列を求めて、漸化式 (6) により係数 ${}^{(h)}p_{ik}, {}^{(h)}q_{ijk}, {}^{(h)}r_{ijk}; h=m+1, \dots, n$ を求めておく。そのうえで $l=1$ として条件付の $A_{m+1,k}, B_{m+1,k}$ の平均及び分散を計算し、そのような平均及び分散を有する正規乱数を発生させてフーリエ係数の実現値 $\bar{a}_{m+1,k}, \bar{b}_{m+1,k}$ をシミュレートする。次に $l=2$ として $\bar{a}_{ik}, \bar{b}_{ik}; i=1, 2, \dots, m+1$ を条件とするフーリエ係数 $A_{m+2,k}, B_{m+2,k}$ の平均及び分散を求めてその実現値をシミュレートする。以下、 $l=n-m$ となるまで、 $\bar{a}_{ik}, \bar{b}_{ik}; i=1, 2, \dots, m+l-1$ を条件とする $A_{m+l,k}, B_{m+l,k}$ を順々にシミュレートしていけばよい。

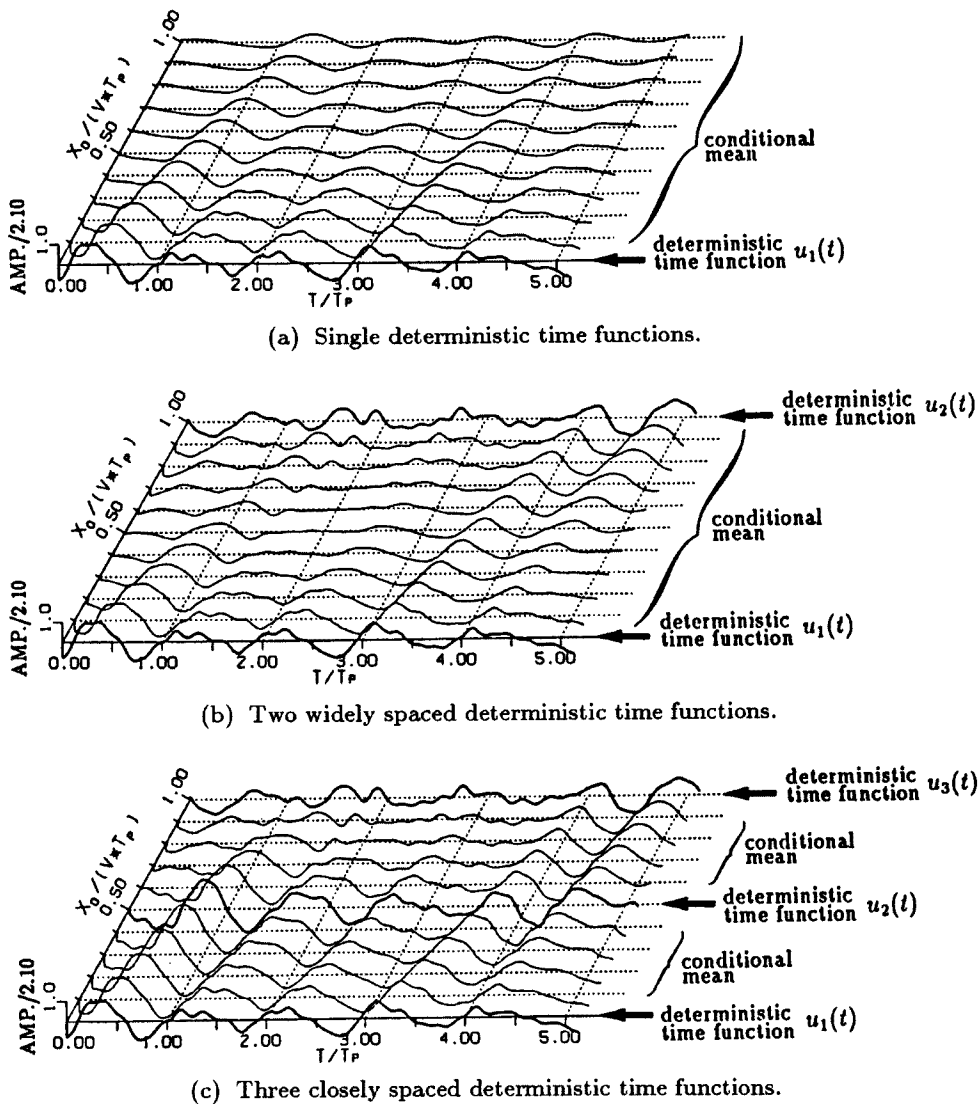


Fig. 2. Time-varying mean values conditioned by one, two or three deterministic time functions (distortion constant $\alpha=1.0$).

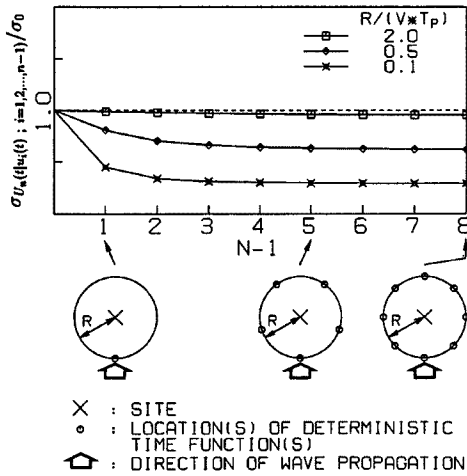


Fig. 3. Standard deviation of conditioned processes for various values of $n-1$ (distortion constant $\alpha=1.0$).

4.2. 漸次拡張方式と領域限定によるシミュレーションの安定化

4.1.で述べたデジタル・シミュレーションの手法は、どのような条件下であっても、原理的には計算可能である。しかしながら、実際に計算機内に条件付確率場の実現値を発生させるには、式(6)を計算する際に、 $A_{ik}, B_{ik}; i=1, 2, \dots, n$ に関する $2n$ 次元の共分散行列の逆行列演算が必要となるため、 n が大きい場合に、記憶容量と精度(桁落ち、桁あふれ)の点で制約を受ける。特に、 n が大きく各地点間の相関が高い場合には数値的に不安定となり正しい結果が得られない場合が生ずる。そこで本節では、漸次拡張方式と呼ばれる計算手法¹⁸⁾との組み合わせにより、安定してシミュレーションを行うための手法を示す。

漸次拡張方式とは、条件付確率場において、確定波がまだ得られていない地点を1点だけ選び、観測波とその地点に至るまでに行ったシミュレーション結果とを条件として、その地点における条件付確率過程の実現値をシミュレートするということを繰り返すことにより、全ての地点の実現値を得ようとするもので、4.1.で示した計算法と確率論的に等価である。漸次拡張方式によってシミュレーションを行う場合には、現在シミュレーションを実行しようとしている地点を x_{m+p} ($p=1, 2, \dots, n-m$)とすると、 $A_{ik}, B_{ik}; i=1, 2, \dots, m+p$ に関する $2(m+p)$ 次元の共分散行列の逆行列演算を行うこととなる。しかし、最後にシミュレーションを行う地点 $x_p; p=n-m$ では、結局 $2n$ 次元の共分散行列を扱わねばならず、計算の安定性に問題が生じるのは、4.1.で示した手法と同様である。

この問題を回避するため、本研究では現在シミュレーションを実行しようとしている地点からみて、相関が十分に低いと認められる地点は計算対象領域から除くという規範を導入することで、シミュレーションの厳密さは欠くものの、共分散行列の次元を低く抑えて安定した計算を実現した。このとき、シミュレーションを実行しようとする位置によって共分散行列の次元が変化するため、実際の数値計算は漸次拡張方式に準じて行うのが便利である (Fig. 1 参照)。

上記のような規範を導入してもなお、対象とする空間内の任意の2地点間の相関が非常に高い場合には、共分散行列の次元があまり低くならず、計算が不安定となることがある。そのような場合には、計算の安定性を優先し、シミュレーションを実行しようとしている地点との相関が高い地点から順に計算対象領域に加え、計算機の能力が許す限り高い次元の共分散行列を構成してシミュレーションを行う。

5. 地震波動場への適用例

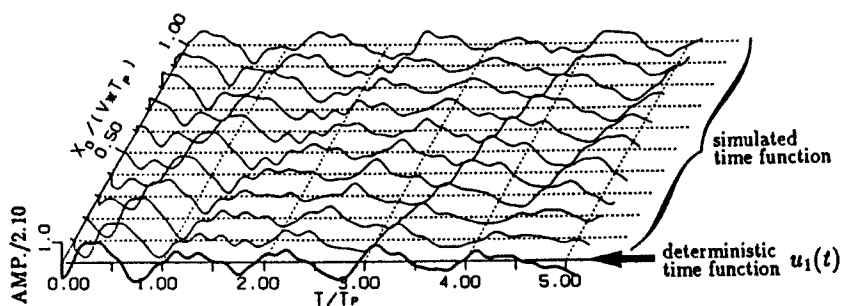
都市の耐震信頼性を向上させるための一つの方法として、地震動モニタリングシステムを構築することの意義が議論されているが^{19),22)}、このようなシステムでは地震計がセンサーとして用いられることが考えられる。そこで、5.では観測された地震動記録を条件として含む都市域全体の地震波動場を、確率論的に推定するという想定した数値計算を行う。実際の計算では、最初に与えておくスペクトルにより推定結果が大きく影響をうけるという点に留意して、以下では、既往の研究成果より、2種類のスペクトルを用いた計算例を示した。その際、条件付確率場の理論の妥当性が検証できるように、式(2), (3)において $n=11, m=1 \sim 3$ であるような比較的小規模で、簡単な場合を扱った。従って、式(6)を求める際に必要となる行列の次元も小さいため、デジタル・シミュレーションは4.1.で述べた計算手法によって行っている。

5.1. 統計的に与えられたスペクトルを用いる方法

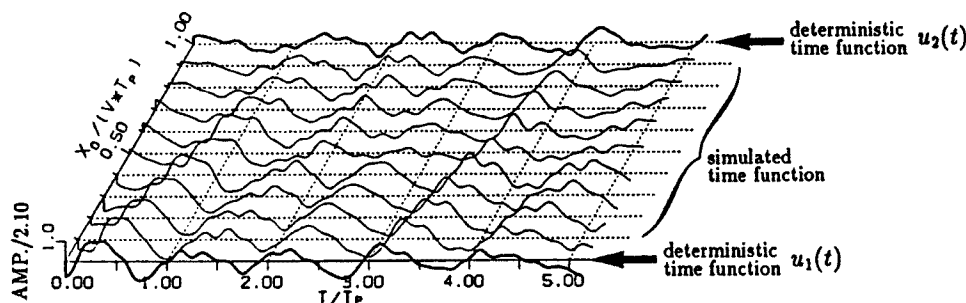
まず、過去の地震動の観測記録をもとに、それぞれの観測波が同一の母集団からの実現値であると考えて統計的にスペクトル形状を決定したものを用いた。本論文では、パワースペクトル及び相互スペクトルとして、それぞれ Kameda²³⁾、川上ら²⁴⁾ によって提案されている次のような式を用いた。

$$\text{power spectrum: } S(\omega) = \gamma^2 \frac{4\beta_g}{\pi\omega_p} \cdot \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2}{\left\{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2\right\}^2 + 4\beta_g\left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^2} \dots\dots\dots(17)$$

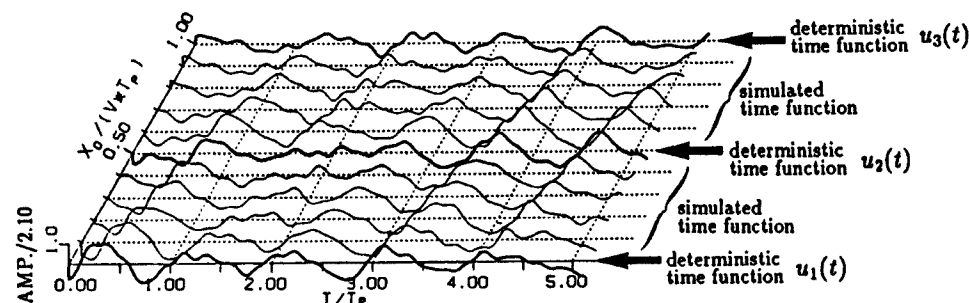
$$\text{cross spectrum: } S_{12}(x_0, \omega) = S(\omega) \cdot \exp\left(-\frac{i\omega x_0}{v}\right) \cdot \exp\left(-\alpha \frac{|\omega| |x_0|}{2\pi v}\right) \dots\dots\dots(18)$$



(a) Single deterministic time functions.



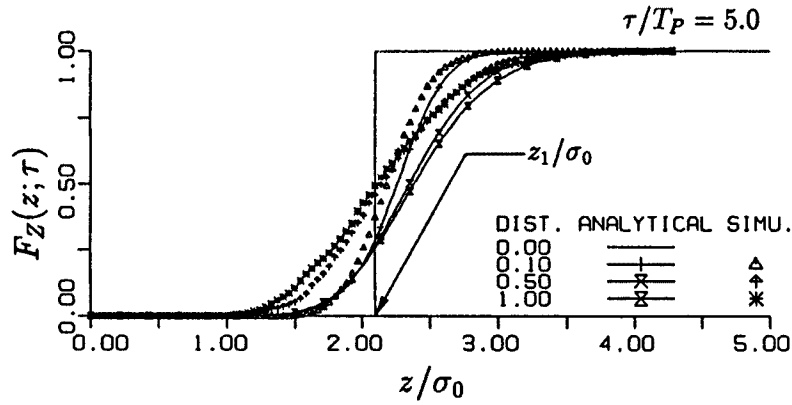
(b) Two widely spaced deterministic time functions.



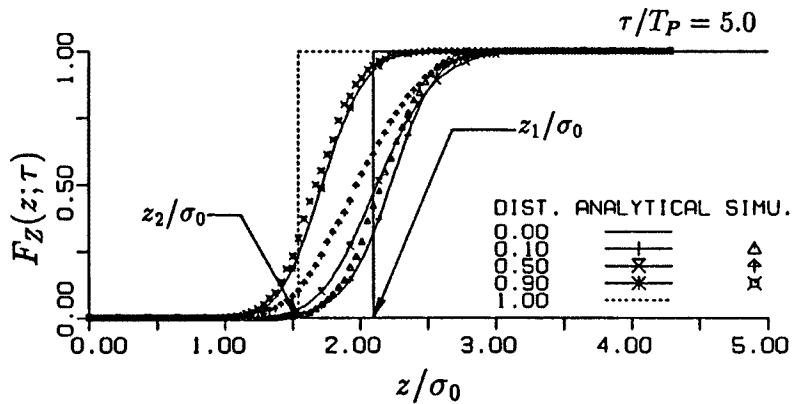
(c) Three closely spaced deterministic time functions.

Fig. 4. Simulated time functions conditioned by one, two, or three deterministic time functions (distortion constant $\alpha=0.5$).

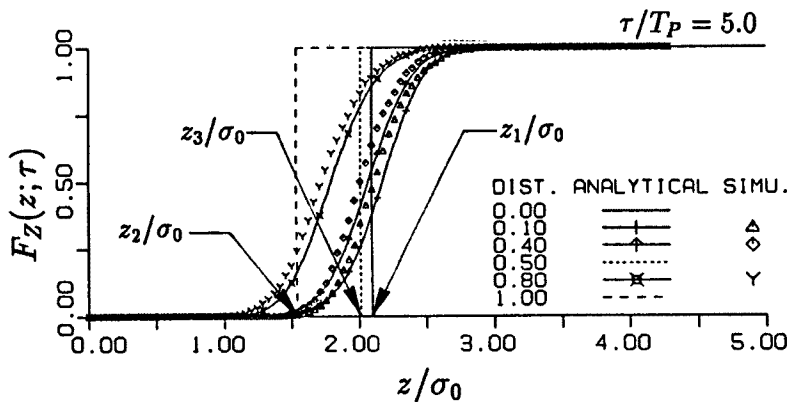
ここで、それぞれのパラメータは次のとおりである。 γ =r.m.s. 強度, β_g =バンド幅を表すパラメータ (この計算例では0.10とした), $T_P=2\pi/\omega_P$ =卓越周期, v =波動の平均伝播速度, $x_0=2$ 地点間の距離, α =波形の変形定数 ($\alpha=0$ のとき完全相関, $\alpha\rightarrow\infty$ のとき無相関となる。地震の場合, 観測記録より $\alpha=1.3\sim 2.5$ の



(a) Single deterministic time functions.



(b) Two widely spaced deterministic time functions.

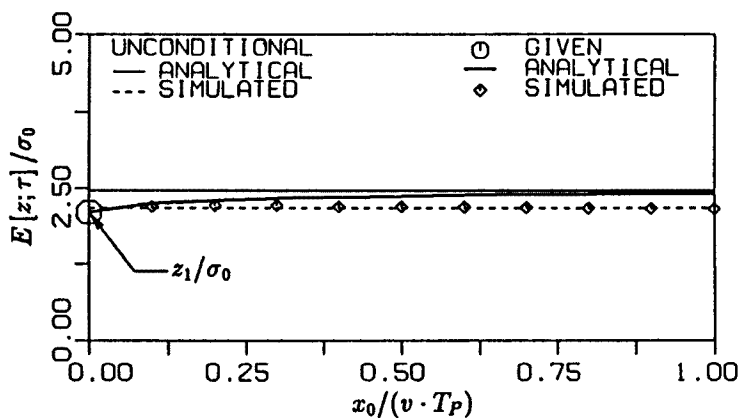


(c) Three closely spaced deterministic time functions.

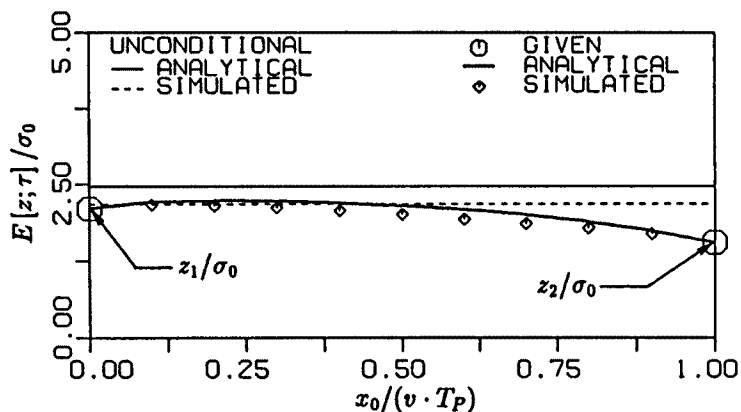
Fig. 5. Cumulative distribution of maximum amplitude in conditional random fields (normalized time $\tau/T_P=5.0$, distortion constant $\alpha=0.5$).

値をとるといわれている²⁴⁾。

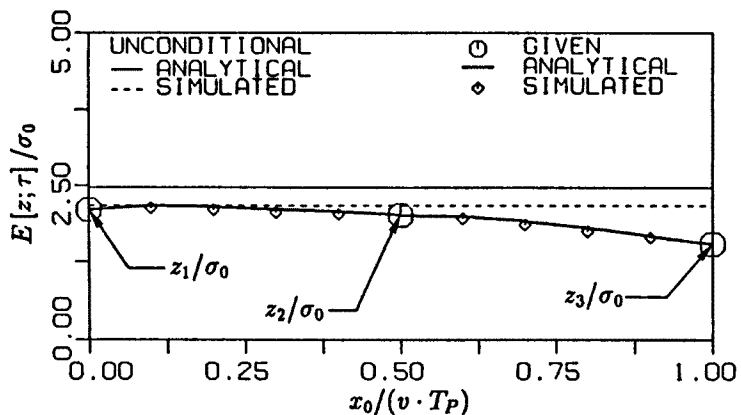
まず、2.2.(2)で議論した条件付確率過程の平均と標準偏差を Fig. 2, 3 に示す。Fig. 2 は式 (8) によって表される条件付平均の計算結果であるが、Fig. 2(a) にみられるように確定波から離れるにつれて条件付平均



(a) Single deterministic time functions.



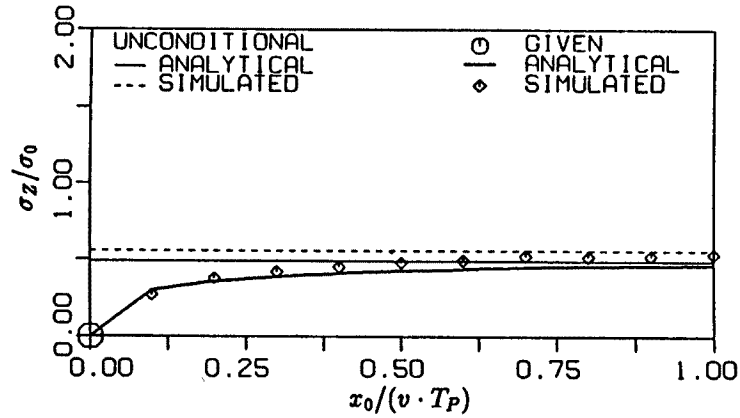
(b) Two widely spaced deterministic time functions.



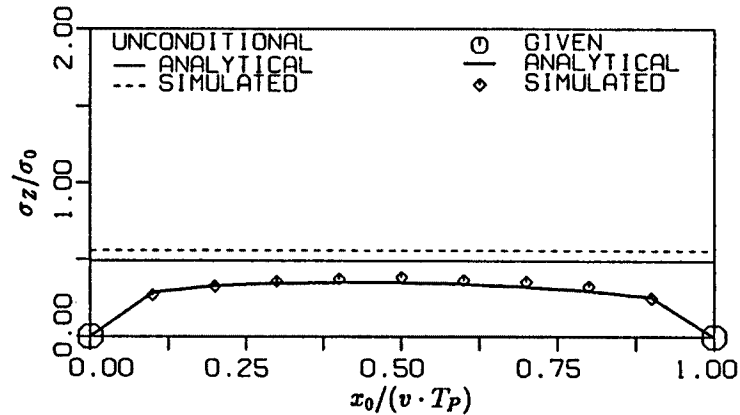
(c) Three closely spaced deterministic time functions.

Fig. 6. Mean of maximum amplitude in conditional random fields (normalized time $\tau/T_p=5.0$, distortion constant $\alpha=0.5$).

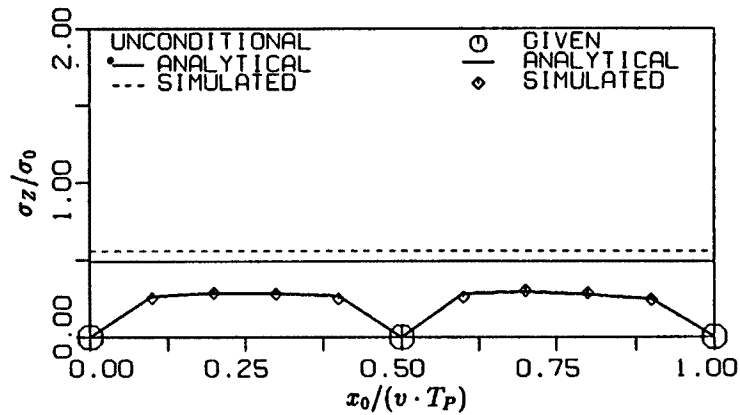
は条件が無い場合の平均である0に近づいている。また **Fig. 2(b)** では2つの確定波の与えられた位置が離れているため、その中央付近ではいずれの確定波に対しても相関が低くなり、条件付平均は0に近づいている。特に短周期成分は式 (18) の相互スペクトルの形状より、距離 x_0 に対して急速に相関を失うため、ほ



(a) Single deterministic time functions.



(b) Two widely spaced deterministic time functions.



(c) Three closely spaced deterministic time functions.

Fig. 7. Standard deviation of maximum amplitude in conditional random fields (normalized time $\tau/T_P=5.0$, distortion constant $\alpha=0.5$).

とんど0となっていることがわかる。

Fig. 3 に確定波の個数が変化した場合に、条件付確率過程の標準偏差がどのように変わるかを示した。式(9)によると、条件付確率過程の標準偏差は確定波の個数にのみ依存することがわかるが、**Fig. 3** をみると、確定波を1つ与えるだけで推定精度は飛躍的に向上するものの、確定波の個数がある程度以上になると、精度の向上が明瞭ではなくなっている。このことは、今後、ある与えられた精度を確保しながら、地震計を配置しようとする際に、どのような間隔で、いくつ配置することが最適であるかという問題と関連づけて議論されるべきものであろう。

Fig. 4 はデジタル・シミュレーションの例である。**Fig. 5~7** は、**Fig. 4** と同じ条件下での初通過問題の解を示している。**Fig. 5** は確定波が1~3個の場合の式(16)で表される最大振幅の確率分布である。確定波が与えられている地点では確定波の最大振幅は確定的に決定されるので、確率分布関数は階段関数によって表されている。図中の実線は式(16)による解析解、点で示されているのは1000回のシミュレーションによる結果である。**Fig. 6, 7** に式(16)の期待値と標準偏差をそれぞれ示した。**Fig. 6, 7** において実曲線は式(16)の確率分布関数を数値積分して求めたもの、点で示されているのは1000回のシミュレーションから得られた結果である。また、水平な直線は条件がない場合の最大振幅の平均または標準偏差で、実線が閾値通過の発生に独立性を仮定して解析的に求めたもの、破線が10000回のシミュレーションから得られた結果である。これより、条件付確率過程を推定する位置が確定波を与える地点から離れる程、最大振幅の平均及び標準偏差は、条件が無い場合へ近づいていくことがわかる。また、観測点が多くなると、標準偏差の最大値が小さくなり、全体としてよい精度で推定が行なわれることを示している。

5.2. 原田によるスペクトルを用いる方法

5.1. で示した統計的手法によって求められたスペクトルは、これまでに多くのモデルが提案され、一部は実際の設計等で利用されてきたという実績がある。またスペクトルに影響を及ぼすパラメータの抽出にも力が注がれ、スペクトル推定式の精度向上が進められている。しかし、マグニチュードが大きく震央距離が小さいという工学的に重要な地震記録の数は現時点ではまだ少ないため、統計処理を行うには十分とはいえず、そのような場合、どのような地震記録を用いるかによってスペクトル推定式が大きく異なるという問題も残されている。

以上のような問題点を認識した上で、地盤を伝播する弾性波の物理的性質や地震発生メカニズムに注目して、波動論に基づきスペクトルを決定することは有効な手段の一つであるといえよう。このような方法では、多くの近似や理想化なしに解を得ることは難しいが、波動現象の物理的な基本的性質を的確に表現することが可能である。また、地震波動場を確率場として取り扱うには確定論的な議論では十分とはいえないので、地震波動場のランダム性が伝播途中の地盤条件のランダム性に起因するものであるとして、そのような

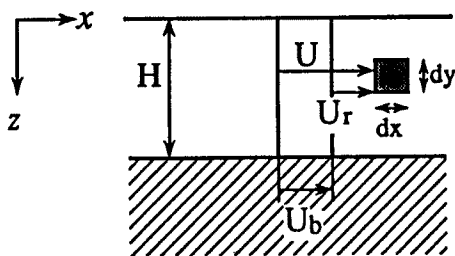


Fig. 8. Notation of cartesian coordinate system and mathematical model of horizontally homogeneous ground with random soil properties²⁾.

地盤上を伝播する地震波動を扱うことが考えられる。こうした波動論に基づいた確率論的地震波動場の解析という、数少ない試みの一つとして原田らによる一連の先駆的な研究が挙げられる^{2),3)}。5.2. では、原田らによって導かれた不確定地盤を伝播するせん断波のスペクトル特性²⁾を取り入れた場合の、観測波形を含む地震波動場の確率論的な評価を、5.1. と同様に行う。

Fig. 8 に示す水平方向に定常で、固有振動数が x 軸方向にランダムに変動するような2次元の不確定地盤を伝播する地震波動を考える。原田らによると、このような地盤における水平変位の相互スペクトル密度関数は x 軸上の距離の差 ξ の関数として次のように表される²⁾。

$$P_{UU}(\xi, \omega) = S_{U_0}(\omega) e^{-i\frac{\omega\xi}{c}} [\mathcal{A}(\omega) + R_{ff}(\xi)\mathcal{B}(\omega)] \dots\dots\dots(19)$$

ここで、 $S_{U_0}(\omega)$ は基盤からの入力のパワースペクトル密度関数、 $R_{ff}(\xi)$ は地盤の固有振動数のばらつきの自己相関関数、 c はせん断波の伝播速度、 $\mathcal{A}(\omega)$ 、 $\mathcal{B}(\omega)$ は地盤によって決定される関数である。

以下の数値計算では、地盤の j 次の減衰定数 h_j と $R_{ff}(\xi)$ の関数形以外のパラメータは文献 2) と全く同一である。減衰定数は $h_1=25\%$ 、 $h_j=2(2j-1)\%$ (ただし、 $2\%j \leq 10$) とし、

$$R_{ff}(\xi) = \begin{cases} \sigma_{ff}^2 \left[1 - 2 \left(\frac{\xi}{60\sqrt{2}} \right)^2 \right] \exp \left[- \left(\frac{\xi}{60\sqrt{2}} \right)^2 \right] & (0 \leq \xi \leq 60\sqrt{3}) \\ -2\sigma_{ff}^2 \exp \left[- \frac{3}{2} \right] & (60\sqrt{3} \leq \xi) \end{cases} \dots\dots\dots(20)$$

とおいた。原田らが用いた式では ξ の増加とともに減少する R_{ff} が、 $\xi=60\sqrt{3}$ を境に再び増加に転じて不自然であるので、式 (20) ではそれを修正している。このときコヒーレンス関数 $\gamma_{UU}(\xi, \omega) = \sqrt{|P_{UU}(\xi, \omega)| / P_{UU}(0, \omega)}$ は、 $\xi \geq 60\sqrt{3}$ [m] で一定値になり、間隔 ξ がいくら大きくなっても相関はその値より減少しない。このように、 $\xi \rightarrow \infty$ で $\gamma \rightarrow 0$ とならないことについては、地震波動伝播の問題を扱っていくうえで、今後検討を要する点であると考えている。なお、以下の数値計算では地表面 $z=0$ でのパワースペクトル密度関数の面積が 1 となるように正規化している。 $z=0$ におけるパワースペクトルとコヒーレンス関数をそれぞれ Fig. 9, 10 に示す。

Fig. 11 に、矢印で示された位置で観測波が与えられた場合の推定波の条件付平均 (式 (8)) を示す。また、Fig. 12 は同じ条件下でのデジタル・シミュレーションの例である。

Fig. 13 に、観測波が 1 地点で与えられた場合について、式 (12) における $U_j^*(t)$ のパワースペクトル (式 (14)) を示した。 ξ は観測波が与えられている観測点から未観測点までの距離で、参考のために Fig. 9 に示した条件が無い場合のパワースペクトル密度関数も同じ図中に示している。Fig. 13 では、観測波が与えられることにより、未観測点における推定波の変動成分のパワーが、観測点の近くで著しく小さくなっている。このことは Fig. 3 で議論したことと同じく、観測波を用いることで観測点の近くでの推定精度が著しく向上することを示すものである。

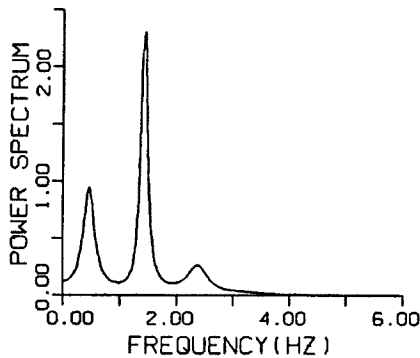


Fig. 9. Power spectrum at free surface $z=0$.

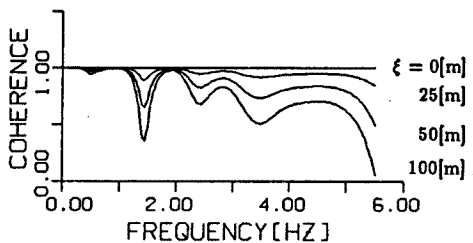


Fig. 10. Coherence function at free surface $z=0$.

した条件が無い場合のパワースペクトル密度関数も同じ図中に示している。Fig. 13 では、観測波が与えられることにより、未観測点における推定波の変動成分のパワーが、観測点の近くで著しく小さくなっている。このことは Fig. 3 で議論したことと同じく、観測波を用いることで観測点の近くでの推定精度が著しく向上することを示すものである。

Fig. 14~16 に、式 (16) で表される地震動の最大振幅の確率分布及びその平均、標準偏差を示す。図中の記号や曲線の意味は 5.1 の Fig. 5~7 と全く同じである。Fig. 14~16 においても、Fig. 5~7 と同様の傾向が示されていることがわかる。

5.1.及び5.2.で得られた数値計算結果より、条件付確率場の理論は、観測波を取り入れることで得られるであろう状況を、よく反映した妥当なものであると考えている。

6. 風速変動場への適用例²⁰⁾

一般に、構造物が大規模になるほど、風荷重が支配的になり、また周辺の気流性状に対する影響も大きくなる。そこで設計の段階で、強風下での構造物の挙動や構造物周辺の気流性状を把握するために、風洞実験がしばしば行われる。しか

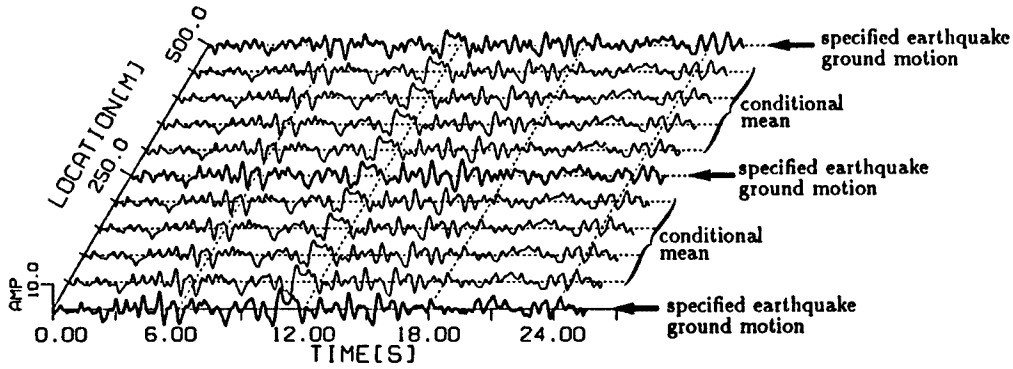


Fig. 11. Time-varying mean values conditioned by three specified earthquake ground motions ($c=1000$ [m/s], $\sigma_f=5\%$).

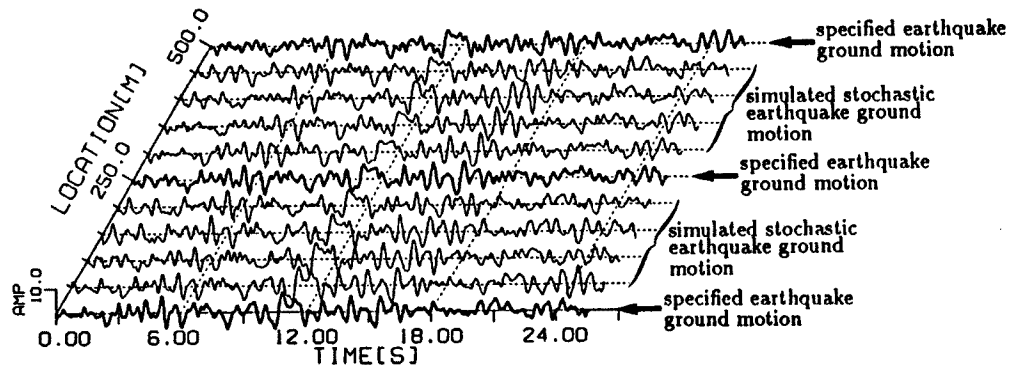


Fig. 12. Simulated stochastic earthquake ground motions conditioned by three specified earthquake ground motions ($c=1000$ [m/s], $\sigma_f=5\%$).

し、問題によっては実験による再現が困難な場合があり、気流性状を数値的にシミュレートして検討を加える場合がある。その際、ある流入境界面において、境界条件として与える風速変動場をどのように発生させるかが問題となる。これは与えられた空間構造を持つ確率場のシミュレーションの問題となるが、実際に観測された風速変動をもとに、流入境界面における風速変動場をシミュレートしようとする場合には、条件付確率場の理論が有効であると考えられる。6.ではこのような観点から、条件付確率場の理論を風洞内の風向方向に垂直な断面における風速の風向方向成分の変動場の問題にあてはめ、観測波を条件とする風速変動場のシミュレーションを行った結果について述べる。以下の記述は基本的に盛川、丸山²⁰⁾に沿って行う。

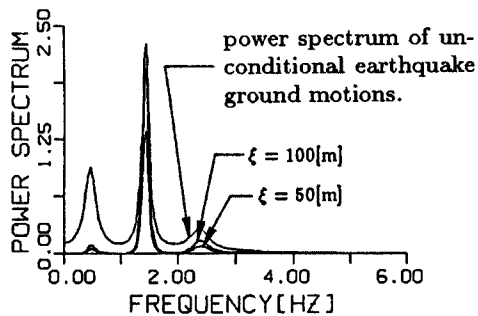


Fig. 13. Power spectral density function of $U^*(t)$.

6.1. 風速変動の観測

yz -平面内の風速変動場のデジタル・シミュレーションは、Fig. 17 に示す計算領域内の格子点上の220地点で行うが、シミュレーションを行うに先立って、同図中に●で示した12点で風速変動の観測値を求めた。実験では、ラフネスとして一辺が60[mm]の立方体を千鳥状に配し、X型熱線風速計を2個用いた yz -平面内の2地点同時観測が境界層風洞内で行われた (Photo. 1)。その際、50[Hz]のサンプリング周波数で200秒間の観測を一回として、2個のX型熱線風速計のうち1個は $y=0.0$ [m], $z=0.18$ [m]の位置に固定され、も

う1個は一回の観測を終える度に Fig. 17 に示した観測地点へ移動させてデータが収集された。なお、風速の観測値は $z=0.70[m]$ における平均風速が1.0となるように無次元化して示されている。

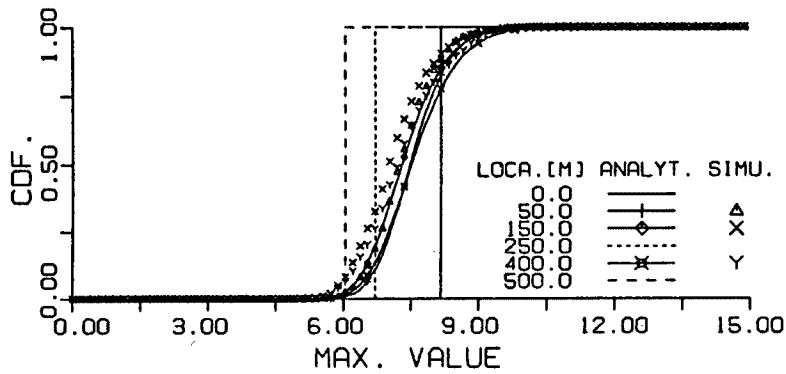


Fig. 14. Cumulative distribution of peak ground motion in conditional earthquake wave fields ($c=1000[m/s]$, time $\tau=25.0[s]$, $\sigma_f=5\%$).

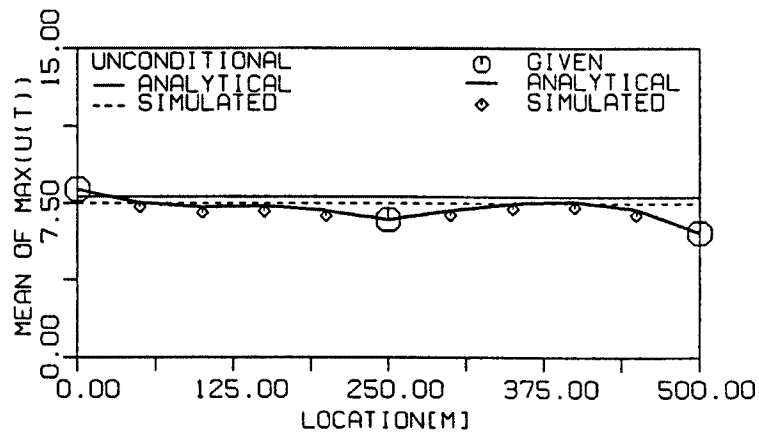


Fig. 15. Mean peak ground motions in conditional earthquake wave fields ($c=1000[m/s]$, time $\tau=25.0[s]$, $\sigma_f=5\%$).

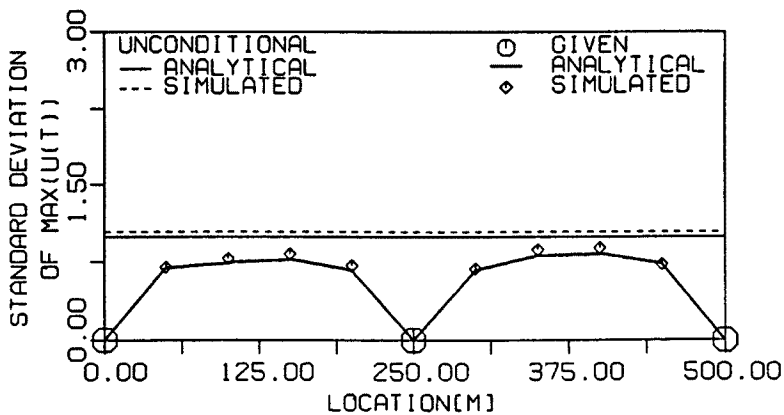


Fig. 16. Standard deviation of peak ground motions in conditional earthquake wave fields ($c=1000[m/s]$, time $\tau=25.0[s]$, $\sigma_f=5\%$).

6.2. 風速変動場の空間構造のモデル化

平均風速及び風速変動の分散の空間分布は、6.1.の実験と同一条件下で、定常流れ場の数値風洞実験²⁵⁾を行って得られた結果を用いた。6.1.の観測結果と定常流れ場の数値実験結果は非常によく一致を示しているため、シミュレーションの際には観測データが得られている地点においても平均風速、分散は数値実験結果を用い、観測値は風速変動の時系列データを与えるために用いた。

スペクトルは原則として岩谷が用いた式⁴⁾と同じものを用いた。高さ z [m] ($0.0550 \leq z \leq 0.5030$) におけるパ

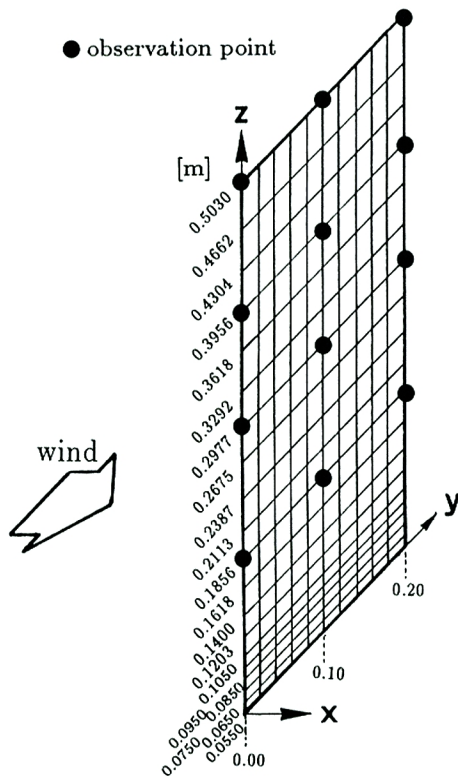


Fig. 17. Region of digital simulation and observation points for time variation of wind speed.

Photo. 1. Setup for wind speed measuring.

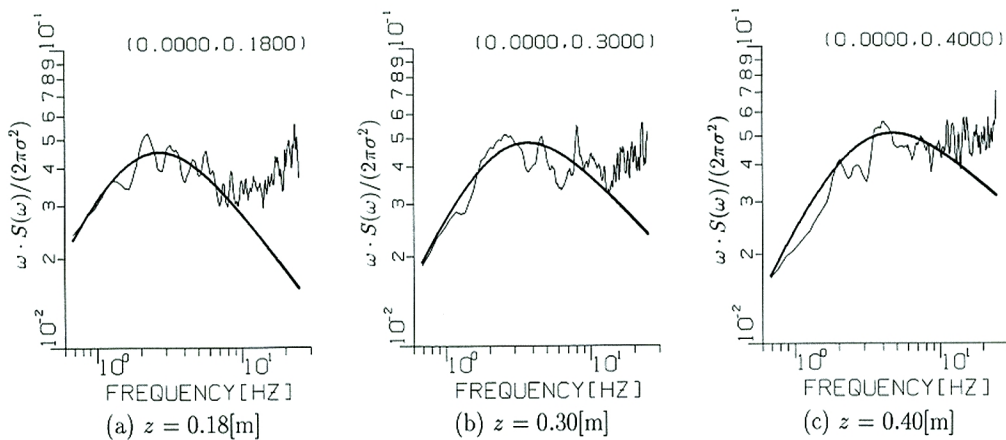


Fig. 18. Observed and modeled power spectra of wind speed.

ワースペクトルは6.1.で得られた観測結果にあうようにパラメータを少し変更して、

$$\frac{S(\omega)}{\sigma^2} = \frac{A/\beta}{\{1+(\omega+\beta)^2\}^\alpha} \dots\dots\dots(21)$$

とした。ただし、 $\beta=U/L$, $L=\sqrt{3/2} \cdot z/f_{max}$, $f_{max}=\gamma \cdot z^{0.58}$ であって、定数 A は約0.0793, $\alpha=0.92-0.5z$, $\gamma=1.0+4.0z$ とした。6.1.の観測によって得られたパワースペクトルと、式 (21) の形を Fig. 18 に示す。Fig. 18 では観測結果と式 (21) は、短周期側でややずれているが、短周期成分のもつエネルギーは小さいので、式 (21) を補正せずにそのまま用いた。鉛直 (z 軸) 方向の2地点 z_1 [m], z_2 [m] における風速変動

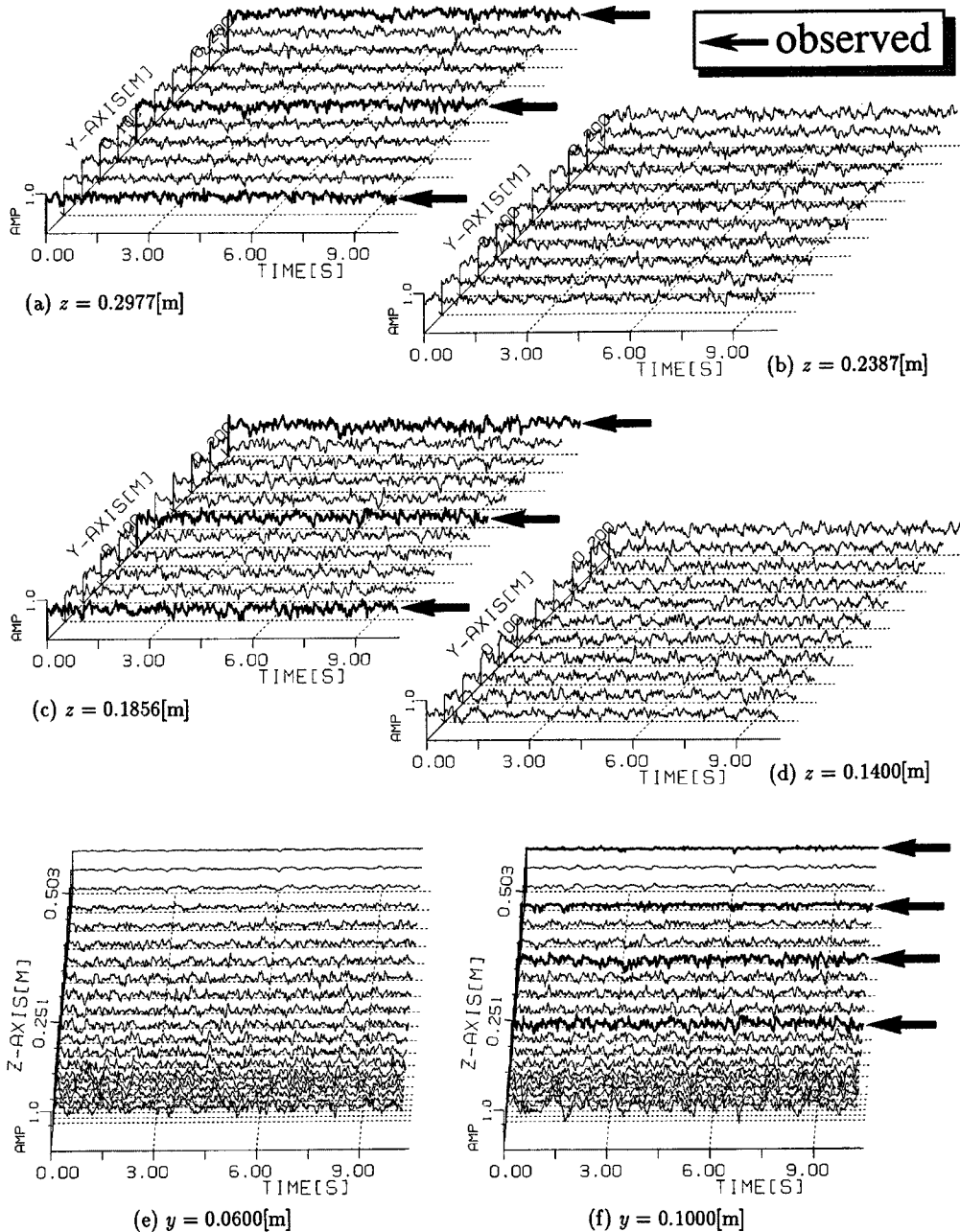


Fig. 19. Simulated time variation of wind speed as a conditional random field.

間のコヒーレンス関数 $Coh_z(z_1, z_2; \omega)$ 及び位相差 $\Phi_z(z_1, z_2; \omega)$ は次のような関数を用いた。

$$\begin{cases} \sqrt{Coh_z(z_1, z_2; \omega)} = \exp(-k_\zeta \omega |\zeta| / U_a), & k_\zeta = 13(\zeta / z_a)^{0.4} \\ \Phi_z(z_1, z_2; \omega) = k'_\zeta \omega \zeta / U_a, & k'_\zeta = 9(\zeta / z_a)^{0.4} \end{cases} \dots\dots\dots (22)$$

ただし、 $\zeta = z_2 - z_1$, $z_a = (z_2 + z_1) / 2$ であり、 z_1, z_2 における平均風速を U_1, U_2 とすると $U_a = (U_1 + U_2) / 2$ である。また、高さ z [m] で水平 (y 軸) 方向に η [m] だけ離れた 2 地点間の風速変動のコヒーレンス関数 $Coh_y(\eta; \omega)$ 及び位相差 $\Phi_y(\eta; \omega)$ は、

$$\begin{cases} \sqrt{Coh_y(\eta; \omega)} = \exp(-k_\eta \omega |\eta| / U), & k_\eta = 14(\zeta / z_a)^{0.45} \\ \Phi_y(\eta; \omega) = 0 \end{cases} \dots\dots\dots (23)$$

とした。なお、 yz -平面内の任意の 2 点 $(y_1, z_1), (y_2, z_2)$ における風速変動間のコヒーレンス関数 $Coh(y_1, z_1, y_2, z_2; \omega)$ 及び位相差 $\Phi(y_1, z_1, y_2, z_2; \omega)$ は簡単のために、次のようにして決定している。

$$\begin{cases} Coh(y_1, z_1, y_2, z_2; \omega) = Coh_y(y_2 - y_1; \omega) \cdot Coh_z(z_1, z_2; \omega) \\ \Phi(y_1, z_1, y_2, z_2; \omega) = \Phi_y(y_2 - y_1; \omega) + \Phi_z(z_1, z_2; \omega) \end{cases} \dots\dots\dots (24)$$

6.3. 観測波を含む風速変動場のシミュレーション

Fig. 17 に示した 220 点において、6.2. で述べた空間構造を持つ風速変動場をシミュレートする。計算例では実験の場合と同様に 50 [Hz] のサンプリング周波数で 10.24 秒間の波形をシミュレートしている。この計算例では、計算対象とする地点数が 220 点とやや多いので、計算を安定して実行できるように、4.2. で述べた計算法を用いた。そのとき、相関係数が 0.15 以下になる場合は無相関とみなし、共分散行列の次数は最大 100 に制限した。計算にはスーパーコンピュータ (クレイ社の Y-MP2E/264) を用いており、220 点のシミュレーションを 1 回行うのに要した計算時間は、380 秒程度であった。

Fig. 19 に、6.1. で得られた観測結果を条件として取り入れたシミュレーション結果の例に示す。観測では 2 点ずつの同時観測しか行っていないが、観測を行った任意の 2 点間の相関は十分に小さいことが確かめられたので、変動のエルゴード性を仮定し、12 点を同時に観測したものとして取り扱った。観測波が条件として加えられたことにより、風速変動場は、あたかも観測波の間を補間するかのようにシミュレートされていることがわかる。

7. ま と め

本論文では条件付確率場の理論を整理し、観測波を含む地震波動場及び風速変動場への適用例を示した。以下に本研究で得られた成果をまとめる。

- (1) 条件付確率場の定義を明確にした。
- (2) 確率場を空間的に離散化し、振動数領域での解析を行うことで、複数の地点で確定波が与えられた場合の条件付確率過程の確率論的性質を整理した。すなわち、条件付確率過程の平均、分散、変動成分のパワースペクトル、及び条件付確率過程の時間微分の平均、分散を示した。
- (3) 条件付確率過程の初通過問題の解を導いた。
- (4) 多変量条件付確率過程のシミュレーションの原理について述べ、計算対象地点が多数の場合でも安定して計算を行うための手法を示した。
- (5) 複数地点で得られた観測波形を含む地震波動場及び風速変動場に対して条件付確率場の理論を適用することで、実際の物理現象の確率論的な評価例を示した。

謝 辞

本研究を進める過程で、武蔵工業大学の星谷勝教授、同、丸山收講師には条件付確率場の理論について、宮崎大学工学部の原田隆典助教授には不確定地盤を伝播する地震波動の問題について、京都大学防災研究所の赤松純平助教授には地震学の立場から地震波動に関する種々の問題について、有意義な議論をしていただいた。記して感謝の意を表する次第である。また、風速変動場と条件付確率場の理論との結合に関する議論は、京都大学防災研究所の丸山敬助手と盛川の共同研究により行われたものであり、条件付確率場の応用例として詳しく引用した。なお、風速変動場の数値計算は京都大学化学研究所のスーパーコンピュータ・ラボラトリーを利用した。

参 考 文 献

- 1) Deodatis, G., Shinozuka, M. and Papageorgiou, A.: Stochastic wave representation of seismic ground motion. I: F-K spectra, *Journal of Engineering Mechanics*, Vol. 116, No. 11, ASCE, 1990, pp. 2363-2379.
- 2) Harada, T. and Shinozuka, M.: Stochastic analysis of seismic ground motions in space and time, *Proc. 9th World Conference on Earthquake Engineering*, Vol. II, Tokyo-Kyoto, 1988, pp. 825-830.
- 3) 原田隆典：地震動の確率波モデルとそのシミュレーション，第2回構造物の安全性・信頼性に関する国内シンポジウム (JCOSSAR '91) 論文集，A-16, 1991, pp. 129-136.
- 4) 岩谷祥美：任意のパワースペクトルとクロススペクトルをもつ多次元の風速変動のシミュレーション，*日本風工学研究会誌*，第11号，1982, pp. 5-18.
- 5) 今村 勤：確率場の数学，岩波書店，1976.
- 6) B. キンズマン：海洋の風波（下），築地書館，1972, pp. 3-143.
- 7) 西谷 章・菅沼信也・佐野伊彦：直交異方性を対象とした確率場のシミュレーション，*日本建築学会構造系論文報告集*，第437号，1992, pp. 33-40.
- 8) Shinozuka, M.: Stochastic fields and their digital simulation, *Stochastic Mechanics*, ed. by M. Shinozuka, Department of Civil Engineering & Engineering Mechanics, Columbia University, New York, Vol. I, 1987, pp. 1-44.
- 9) Vanmarcke, E.: *Random Fields—Analysis and Synthesis—*, MIT Press, Massachusetts, 1983.
- 10) Journel, A. G. and Huijbregts, Ch. J.: *Mining Geostatistics*, Academic Press, London, 1978, pp. 303-443.
- 11) Ditlevsen, O.: Random field interpolation between point by point measured properties, *Computational Stochastic Mechanics*, ed. by P. D. Spanos et al., Computational Mechanics Publications, Southampton, 1991, pp. 801-812.
- 12) 川上英二・小野牧夫：一地点での観測記録を用いた時空間地震波形のシミュレーション，*土木学会論文集*，第441号/I-18, 1992, pp. 167-175.
- 13) Vanmarcke, E. and Fenton, G.: Conditioned simulation of local fields of earthquake ground motion, *Structural Safety*, Vol. 10, 1991, pp. 247-264.
- 14) 盛川 仁・亀田弘行：既知波形を含む条件付確率場のシミュレーション理論，*京都大学防災研究所都市耐震センター研究報告*，別冊第8号，1991.
- 15) Kameda, H. and Morikawa, H.: An interpolating stochastic process for simulation of conditional random fields, *Probabilistic Engineering Mechanics*, Vol. 7, No. 4, 1992, pp. 243-254.
- 16) Kameda, H. and Morikawa, H.: Conditioned stochastic processes for conditional random fields, accepted for publication in the *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol. 119, No. 12, Dec. 1993.
- 17) Hoshiya, M. and Maruyama, O.: Stochastic interpolation of earthquake wave propagation, *Proc.*

- ICOSSAR '93, 1993.
- 18) 星谷 勝：条件付確率場のシミュレーション理論，土木学会論文集，No. 459/I-22, 1993. pp. 113-118.
 - 19) 文部省科学研究費重点領域研究「自然災害の予測と防災力」研究成果（研究代表者：和泉正哲）：内陸地震による強震動の予測，地盤・構造物・都市機能の障害とその対策に関する研究，1993, pp. 189-204.
 - 20) 盛川 仁・丸山 敬：条件付確率場の理論を用いた流入境界面における風速変動の数値シミュレーション，乱流の数値シミュレーション—乱流モデル相互間の比較・検討—，第8回生研NSTシンポジウム講演論文集，東京大学生産技術研究所 NST 研究グループ，1993.
 - 21) Shinozuka, M. and Yao, J. T. P.: On the two-sided time-dependent barrier problem, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 6, No. 1, 1967, pp. 98-104.
 - 22) Kameda, H.: Upgrading urban seismic safety and reliability—Proposal of regional seismic monitoring systems—, U.S./Korea/Japan Trilateral Seminar on Frontier R & D for Constructed Facilities, ed. by A. Ang et al., Honolulu, Hawaii, 1991, pp. 218-232.
 - 23) Kameda, H.: Engineering application of stochastic earthquake motion models with non-linear soil amplification, *Trans. 9th SMiRT, Lausanne, Switzerland, Vol. A, 1987, pp. 327-336.*
 - 24) 川上英二・佐藤靖彦：地盤の相対ひずみの推定結果に及ぼす地震波形の変形の影響，土木学会論文報告集，第337号，1983, pp. 37-48.
 - 25) 丸山 敬：乱流境界層風洞の数値シミュレーション，日本建築学会構造系論文報告集，第437号，1992, pp. 135-141.