

モード重畳法による複層ラチスドームの 非線形座屈解析に関する研究

韓 相 乙・國枝 治郎

A STUDY ON GEOMETRICALLY NON-LINEAR BUCKLING ANALYSIS OF DOUBLE LAYER LATTICED DOMES BY MODAL ANALYSIS

By *Sang-Eul HAN* and *Haruo KUNIEDA*

Synopsis

The primary objective of this paper is to research on characteristics of geometrically non-linear buckling behaviour of double layer latticed spherical domes by means of modal analysis. Modal analysis is applied to derivation of the system matrices of simultaneous differential equations representing the displacements by linear combination of several eigen modes which are independent and orthogonal each other and transforming variables into generalized coordinates which are coefficients multiplied to eigen modes. These eigen modes were calculated from the global system matrices.

By using modal analysis method in the buckling analysis of double layer latticed domes, it will be expected to reduce the large dimension stiffness matrices of 3-dimensional displacement variables of global systems to the small things of generalized coordinates extremely. The merit of use of modal analysis, moreover, is to avoid the degeneration of system matrices in multi degrees on bifurcation points. We can decrease the possibility of divergence in the procedure of numerical calculation. It is, therefore, very effective to determine the direction of post-buckling path on the bifurcation points. Arc length method and Newton-Raphson iteration method is used to obtain the geometrical non-linear equilibrium path.

Three different non-linear stiffness matrices of the slope-deflection method for the unit members are derived for the analysis of the system of rigid nodes.

1. ま え が き

本論文の目的はモード重畳法 (Modal Analysis) を利用して複層ラチスドームの幾何学的非線形座屈挙動を究明することである。一般的に、複層ラチスドームの様な構造物の場合は部材及び節点の数がラーメン構造物等他の骨組構造物に比べて大きいので解くべき変数の数が非常に増える。そのために非線形釣合経路及び分岐経路を追跡する数値解析上に於いて様々な問題点が提起されている。数値計算法として弧長法 (Arc-Length Method) 及び NEWTON-RAPHSON 法を用いるが、自由度数が非常に大きい複層ラチスドームの様な解析モデルの座屈解析に於いては大規模な剛性行列を各段階で作成し、連立方程式を解く必要があり、このような一連の過程を通常の方法と同じ様に繰り返すことは非効率的である。また、節点が剛接合モデル

の場合よく見られる現象として分岐点近傍で2つ以上の方向に同時に分岐が起こり、座屈後経路の追跡が難しいことも1つの問題点として挙げられる。そして、これらの問題点を解決する1つの新手法としてモード重畳法の適用が考えられる。この解決法では系の剛性行列から求めた幾つかの固有モードの線形結合によって解析モデルの挙動を示すが、固有モードの選び方によっては非常に少ないモードを使って全体構造物の挙動を把握することができると思う。本報告では線形結合の時係数に相当する一般化変位 (Generalized Displacements) の荷重変化に伴う非線形挙動特性を上記の数値計算法により追跡する。これら一般化変位の大きさを調べることで、幾つかのモードを選定するだけで構造物全体の座屈特性を究明することができると思われる。モード重畳法のラチス構造物への適用に関する有効性を検討する為に、ここでは幾つかの解析モデルを用いた。ピン接合モデルについては半開角等幾何学的なパラメータを導入した。剛接合モデルについては3種類の剛性行列を用いた。これらの結果と一般的な弧長法による非線形解析結果との比較を行い、モード重畳法による解析結果の妥当性を検証した。

2. 解析モデル及び荷重条件

複層ラチスドームの解析モデルの形状と諸元が **Fig. 1** 及び **Table 1** に示されている。平面形は円形、構成部材の接合部はピン節点と剛節点との2つのモデルとし、ドームの頂点を通る大円は8本の部材で構成されている。この部材は弾性直線鋼管材で、断面積と断面2次モーメントとの比が17の一般的によく使われる薄肉円管を用いた。ピン接合モデル及び剛接合モデル共に直径 11.43 cm, 厚さ 0.35 cm, 重量 9.56 kg/m, 断面積 12.18 cm², 断面2次モーメント 187 cm⁴, 断面係数 32.7 cm³, 断面2次半径 3.92 cm, 部材長 390 cm,

Table 1. Shape factors of analytical model

Radius	Upper Member R_1 (m)	28.0
	Lower Member R_2 (m)	27.5
Span L (m)		29.7
Rise H (m)		4.25
Web Depth h (m)		0.5
Upper Member Length l_0 (m)		3.9
Section area	Upper & Lower Mem. A_1 (cm ²)	12.18
	Web Member A_2 (cm ²)	7.35

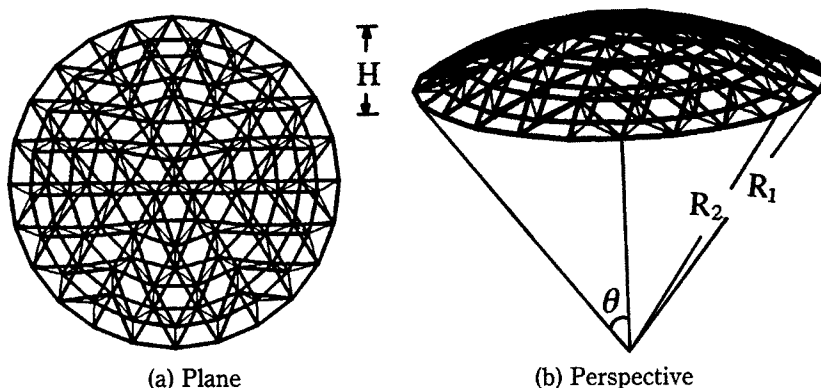


Fig. 1. Analytical model of double layer latticed dome.

細長比100の上弦材を基準部材とした。解析モデルの分類は **Table 2** と **Table 3** に従う。ピン接合モデルの場合は半開角，荷重，細長比が各々3種類ずつ設定されている。剛接合モデルの場合は，主として，用いた剛性行列に従う座屈特性を把握するため3種類の剛性マトリクスを適用した。また，境界条件も2種類を想定した。荷重は等分布鉛直荷重とし，上弦材の各接点に作用しているものとする。荷重形態は頂点から分割数を基準として全載，2/4，3/4荷重とした。

3. 部材・接合部に関する基本仮定と釣合方程式

3.1. 部材・接合部に関する基本仮定

- (1)接合部はピン接合及び剛接合とする。
- (2)部材は軸対称円形断面付
- (3)変形後も平断面及び法線を保持する。
- (4)ねじりに伴う応力は無視。
- (5)面外2方向の曲げは独立。
- (6)荷重は節点荷重とする。
- (7)移動座標系を用いる為に増分区間内での部材の剛体回転は微小とする。

3.2. 部材の釣合方程式と接線剛性

- (1) ピン接合モデル

Table 2. Classification of analytical model 1

CONTENTS OF CLASSIFICATION		NO.
Half Open Angle (A)	32°	1
	28°	2
	24°	3
Load (P)	ALL, 2/4, 3/4	1, 2, 3
Slenderness Ratio (S)	100	1
	75	2
	130	3

Table 3. Classification of analytical model 2

CONTENTS OF CLASSIFICATION		NO.
Stiffness Matrix (K)	Stiffness Matrix 1	1
	Stiffness Matrix 2	2
	Stiffness Matrix 3	3
Node (N)	Pin Node	2
	Rigid Node	1
Support (B)	Pin Support	2
	Rigid Support	1

変形後の状態に関する釣合方程式を変形前の座標系を用いて作成する。部材の接線剛性マトリクスは次の様になる。

$$[f_{ij}] = \left[\frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right] = \left[\begin{array}{c|c} [a] & [-a] \\ \hline [-a] & [a] \end{array} \right] \dots\dots\dots (1)$$

$$[a] = EA \begin{bmatrix} \frac{1}{l_0} - \frac{1}{l^3} \left(3u^2 - \frac{v^2 + w^2}{2} \right) & \frac{v}{l^2} \left(1 + \frac{u}{l} \right) & \frac{w}{l^2} \left(1 + \frac{u}{l} \right) \\ \frac{1}{l_0} - \frac{1}{l} + \frac{u}{l^2} - \frac{u^2}{l^3} + \frac{3v^2 + w^2}{2l^3} & \frac{vw}{l^3} & \\ \text{Sym.} & \frac{1}{l_0} - \frac{1}{l} + \frac{u}{l^2} - \frac{u^2}{l^3} + \frac{v^2 + 3w^2}{2l^3} & \end{bmatrix} \dots\dots\dots (2)$$

- l_0 : 変形前の部材の長さ
- l : 変形後の部材の長さ
- u, v, w : x, y, z 方向の変位
- (2) 剛接合モデル

剛接合トラスの非線形座屈解析においては軸力とたわみの作用を考慮した定式化が必要である。Fig. 2のように部材変形は小さくて節点の剛体変位は大きいと仮定してモデル化した基本部材の全ポテンシャルエネルギーは次式で示される。

$$\Pi = \int_0^l \left\{ \frac{EA\epsilon_N^2}{2} + \frac{EI\kappa_y^2}{2} + \frac{EI\kappa_z^2}{2} \right\} dx - \{ \bar{P} \}^T \{ \bar{w} \} \dots\dots\dots (3)$$

$$\epsilon_N = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \right\}$$

$$\kappa_y = -\frac{d^2w}{dx^2}, \kappa_z = -\frac{d^2v}{dx^2}$$

Π を汎関数とする変分問題を解く。しかし部材内部の場の方程式は停留条件より u, v, w に関する連立非線形微分方程式として求まるが、直接解くことは非常に困難である。そしてこの論文では u は x に関する1次式、 v, w は x に関する3次式の近似式を導入する。これに基づいて誘導した部材に関する『剛性マトリクス1』は次式のようになる。

この式に関する接線剛性マトリクスは各々の変位で微分しうる。

$$\left\{ \begin{array}{c} P \\ M_a \\ M_b \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{ccc} \frac{EA}{l} & \frac{EA(4\theta_a - \theta_b)}{60} & \frac{EA(4\theta_b - \theta_a)}{60} \\ \frac{EA(4\theta_a - \theta_b)}{30} & \frac{4EI}{l} + \frac{EAl}{140} (4\theta_a^2 - \theta_a\theta_b + \theta_b^2) & \frac{2EI}{l} - \frac{EAl}{280} (\theta_a^2 + \theta_b^2) \\ \frac{EA(4\theta_b - \theta_a)}{30} & \frac{2EI}{l} - \frac{EAl}{280} (\theta_a^2 + \theta_b^2) & \frac{4EI}{l} + \frac{EAl}{140} (4\theta_b^2 - \theta_a\theta_b + \theta_a^2) \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \bar{u} \\ \theta_a \\ \theta_b \end{array} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

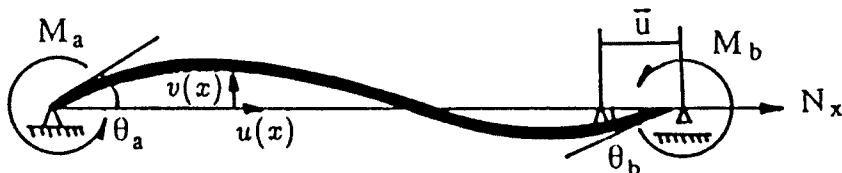


Fig. 2. Unit member model.

式 (4) において、節点回転角はその 2 次以上の項が無視し得る程度微小であると仮定すると、『剛性マトリクス 2』は次の様になる。接線剛性マトリクスも同じである。

$$\begin{Bmatrix} P \\ M_a \\ M_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{4EI}{l} + \frac{2EA\bar{u}}{15} & \frac{2EI}{l} - \frac{EA\bar{u}}{30} \\ 0 & \frac{2EI}{l} - \frac{EA\bar{u}}{30} & \frac{4EI}{l} + \frac{2EA\bar{u}}{15} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \theta_a \\ \theta_b \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (5)$$

一般に『座掘たわみ角法』で使われている有限変形の時の剛性マトリクスは次の様になるが、ここでは『剛性マトリクス 3』と称える。接線剛性マトリクスは各々の変位で微分し得る。

$$\begin{Bmatrix} P \\ M_a \\ M_b \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EI\alpha(\sinh\alpha l - \alpha \cosh\alpha l)}{2(\cosh\alpha l - 1) - \alpha \sinh\alpha l} & \frac{EI\alpha(-\sinh\alpha l + \alpha l)}{2(1 - \cosh\alpha l) + \alpha \sinh\alpha l} \\ 0 & \frac{EI\alpha(-\sinh\alpha l + \alpha l)}{2(1 - \cosh\alpha l) - \alpha \sinh\alpha l} & \frac{EI\alpha(\sinh\alpha l - \alpha \cosh\alpha l)}{2(\cosh\alpha l - 1) - \alpha \sinh\alpha l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u} \\ \theta_a \\ \theta_b \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

4. 非線形数値解析法

4.1. 基本概念

本研究では一般化座標空間上の幾何学的非線形問題に関する数値解析法として、基本的釣合経路を追跡する場合には増分パラメータとして釣合経路の弧長 (Arc-Length) を用いる、E. Riks によって提案された、いわゆる、弧長増分系の解法を利用している。Fig. 3 を参考にして釣合経路上のある既知の点 (a_j) における一般化変位及び変位の導関数ベクトルを次の様に示す。

$$\begin{aligned} \tilde{\Lambda}_j &= \tilde{\Lambda}(a_j) \dots\dots\dots (7) \\ \dot{\tilde{\Lambda}}_j &= \dot{\tilde{\Lambda}}(a_j) \end{aligned}$$

正解ベクトル $\tilde{\Lambda}(a_j)$ が分岐点近傍 (a^*) にあるとすると経路の次の点における近似解 $\tilde{d}^{(j)}$ は Newton-Raphson 収束計算によって次の式から得られる。

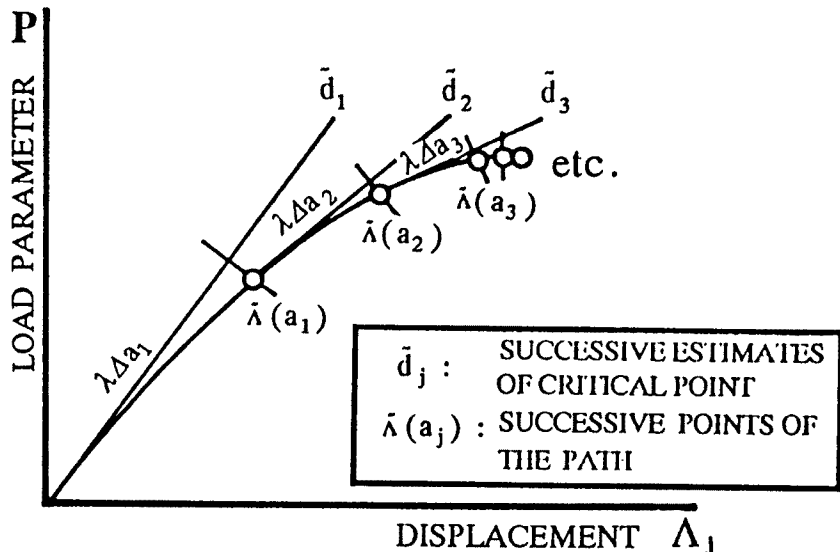


Fig. 3. Process for the Arc-Length Method and decision of critical point.

$$\tilde{d}^{(j)} = \tilde{\Lambda}(a_j) + \lambda \Delta a^* \dot{\tilde{\Lambda}}(a_j) \dots \dots \dots (8)$$

常数 λ は弧長 $\Delta a = \lambda \Delta a^*$ の値をある許容範囲内で維持するための制御パラメータである。ここでは $\lambda = 0.3$ を取った。この近似解 $\tilde{d}^{(j)}$ は次の式から連続的に計算して正解に近い値に修正できる。

$$\begin{aligned} f_{\alpha, \beta}(\tilde{d}^{(j)}) \Delta d_{\beta}^{(j)} + f_{\alpha}(\tilde{d}^{(j)}; a_j + \Delta a) = 0 \dots \dots \dots (9) \\ \tilde{d}^{(j+1)} = \tilde{d}^{(j)} + \Delta \tilde{d}^{(j)} \\ (j=1, 2, \dots, N) \end{aligned}$$

もし、釣合経路上に分岐点が存在するような挙動をしている場合には分岐点における同次モード (Homogenous Mode) と荷重の関係する特解モード (Particular Mode) との組み合わせに含まれる未知パラメータを修正 Newton-Raphson 過程で試行錯誤的に決定する。この細野によって導入された追跡方法は分岐点において接線剛性マトリクスのランクが (全自由度 - 1) の時のみ適用できる。また、分岐モードを推定により与えて試行錯誤法によって計算するため解析が不安定になり易いが、分岐解析にしばしば用いられる摂動法と比較すると安定化及びプログラミングが非常に容易である。従って、この点に注目して基本パスの追跡には弧長法、分岐点での経路の方向を決める時には細野の方法を用いた。

解析結果から検討するとピン接合モデルの場合には分岐座屈以後も基本パスがうまく追跡できるが、予想通り剛接合モデルの場合には分岐点近傍で例外なく接線剛性マトリクスが不安定になって発散した。これらの理由から問題点を解決する新手法としてモード重畳法を組み込んだ方法の開発が要望される。

4.2. 座屈判定の方法

Fig. 3 から、 k ステップまでの基本パスの弧長を a_k とし、 a_k 点の接線剛性マトリクスの最小固有値 $\omega = \omega(a_k)$ を求める。そして、 $a_k = a^*$ の時 $\omega(a^*) = 0$ になると座屈がおこったと判断する。しかし、実際的には数値計算上で正確に $\omega(a^*) = 0$ にはならないから a_k が a^* の近傍にあるとして、 a^* のまわりに Taylor 展開する。

$$\omega(a^*) = \omega(a_k) + da_k \cdot \dot{\omega}(a_k) = 0 \dots \dots \dots (10)$$

上式より

$$\begin{aligned} da_k &= -\omega(a_k) / \dot{\omega}(a_k) \\ &\approx -\omega(a_k) \cdot da_{k-1} / \{\omega(a_k) - \omega(a_{k-1})\} \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

$a_k \rightarrow a^*$ と $da_k \rightarrow 0$ になるから次式より座屈点を判断する。

$$da_k < \epsilon \cdot da_1$$

ϵ : 任意定数 (今回は 0.05)

また、 $\omega(a_k) \approx \omega(a_{k-1})$ の場合には $da_k \rightarrow \infty$ になるから増分パラメータの制限値も設定しなければならない。

5. モード重畳法の座屈解析への応用

ここでは n 個の自由度と 1 つの荷重パラメータを持つラチス構造物の $(n+1)$ 次元解析空間を、選定した固有モードの数が m 個の場合、 $(m+1)$ 次元の仮想的な一般化座標空間に変化させるため次の様に理論を展開する。

まず、増分系の釣合方程式は次の様に示す。

$${}^n \{dF\} = {}^n [K(N)] {}^1 \{dD\} \dots \dots \dots (12)$$

ここで $\{dF\}$ は増分荷重、 $[K(N)]$ は系の接線剛性マトリクス、 $\{dD\}$ は増分変位である。一般化座標 Λ_j ($j=1, 2, \dots, m$) を導入すると変位と増分変位は式 (12) の系の剛性マトリクスから得られた固有モード $\{D_1\}, \{D_2\}, \dots,$

$\{D_m\}$ の線形結合によって式 (13) の様に示される。

$$\begin{aligned} {}^n\{D\} &= \Lambda_1 {}^n\{D_1\} + \dots + \Lambda_m {}^n\{D_m\} \\ {}^n\{dD\} &= d\Lambda_1 {}^n\{D_1\} + \dots + d\Lambda_m {}^n\{D_m\} \end{aligned} \quad (13)$$

次に部材力と変位の関係を考慮すると

$${}^k\{N\} = {}^k[C] {}^n\{D\} \quad (14)$$

式 (13) を式 (14) に代入すると内力ベクトル $\{N\}$ は一般化座標 $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m$ の関数になる。

$$\begin{aligned} \{N\} &= \Lambda_1 \{H_1\} + \Lambda_2 \{H_2\} + \dots + \Lambda_m \{H_m\} \\ {}^k\{H_j\} &= {}^k[C] {}^n\{D_j\} \end{aligned} \quad (15)$$

式 (15) の $\{N\}$ を式 (12) の $[K(N)]$ に代入すると増分系の剛性マトリクス of 要素は次の様に一般化座標により表現できる。

$$\begin{aligned} k_{ij} &= k_{ij} (\Lambda_1 h_{1\alpha\beta} + \Lambda_2 h_{2\alpha\beta} + \dots + \Lambda_m h_{m\alpha\beta}) \\ &= \bar{k}_{ij} (\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m) \end{aligned} \quad (16)$$

従って、増分荷重 $\{dF\}$ は一般化座標 $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m$ の関数になる。

$$\begin{aligned} {}^n\{dF\} &= {}^n[K(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m)] {}^n\{dD\} \\ &= [\{B_1\}, \{B_2\}, \dots, \{B_m\}] \begin{Bmatrix} d\Lambda_1 \\ \vdots \\ d\Lambda_m \end{Bmatrix} \\ &= {}^m[B] {}^m\{d\Lambda\} \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、

$${}^n\{B_j\} = {}^n[K(\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m)] {}^n\{D_j\}$$

また、増分荷重を固有モードによって表現すると次のようになる。

$${}^n\{dF\} = dP_1 {}^n\{D_1\} + \dots + dP_m {}^n\{D_m\} \quad (18)$$

式 (17) に Galerkin 法を適用して、固有モードの直交性 (Orthogonality) を考慮すると最後に一般化座標による増分系の釣合方程式は式 (19) の様に導かれる。

$${}^m\{dP\} = {}^m[K] {}^m\{d\Lambda\} \quad (19)$$

ここで、

$$\begin{aligned} {}^m\{dP\} &= \begin{Bmatrix} \{D_1\}^T \{dF\} \\ \vdots \\ \{D_m\}^T \{dF\} \end{Bmatrix} \\ {}^m[K] &\equiv \begin{bmatrix} \{D_1\}^T [K] \{D_1\} & \dots & \{D_1\}^T [K] \{D_m\} \\ \vdots & & \vdots \\ \{D_m\}^T [K] \{D_1\} & \dots & \{D_m\}^T [K] \{D_m\} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

一般化座標 $\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_m$ に関するこの非線形方程式を弧長法によって解いて、この値を式 (13) に代入して

解析モデルの実際の変位を求める。これによって、最後に、複層ラチスドームの座屈特性等力学的挙動を把握することができる。

6. モード重畳法による解析結果

Table 2, Table 3 によって解析モデル1を PM-APS, 解析モデル2を RM-NBK の記号で示す。Fig. 4 は剛接合の RM-111 モデルの剛性マトリクスから求めた固有モードの例を示している。今の段階では、変位に及ぼす各モードの影響を調べるため原点から分岐点までの一般化座標の変化を評価したが規則性が発見できなかった。Fig. 5 はモード重畳法による座屈モードと歪エネルギー分布の例を示している。この分布によって歪エネルギーが大きくなる部材がわかり、もし個材座屈が先行する時は座屈と思われる部材を判定する為の1指標となる。また歪エネルギー分布はウェブ部材が一番大きくて上弦材、下弦材順であるので設計する時にはこの点に注意しなければならない。

複層ラチスドームは比較的安定な構造物で、ピン接合の単層ラチスドームは一般的に極限点型の座屈挙動をしているが複層ラチスドームの場合はほとんどが分岐点型になっている。今度の解析では荷重単位は ton, 変位は cm を使う。Fig. 6 はモード重畳法による解析の際用いられたモードの数に従う計算結果と弧長法による一般的な非線形解析結果を比較している。分岐点までは結果がほぼ一致しているが選んだ固有モード数が約50%以下になると分岐点後直接法による経路とは違う別の安定経路を取って行くことがわかる。Fig. 7, Fig. 8 は全載と半載荷重の場合の座屈特性を示している。図の中でモード解析 (Modal) の意味は構造物の

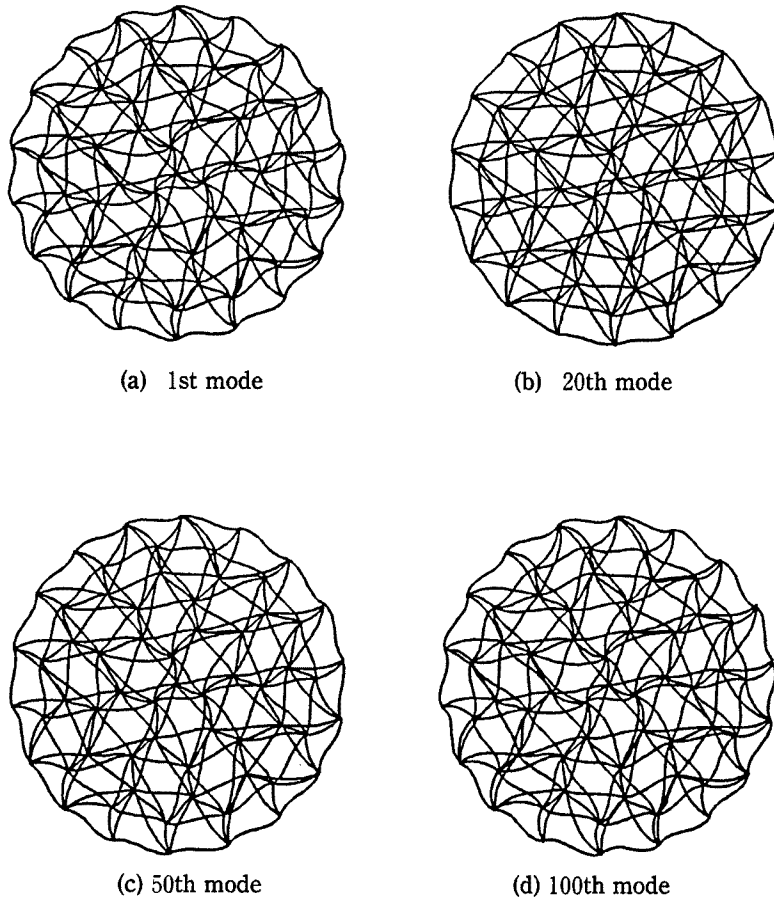


Fig. 4. Examples of eigen modes of analytical model (Model-RM111).

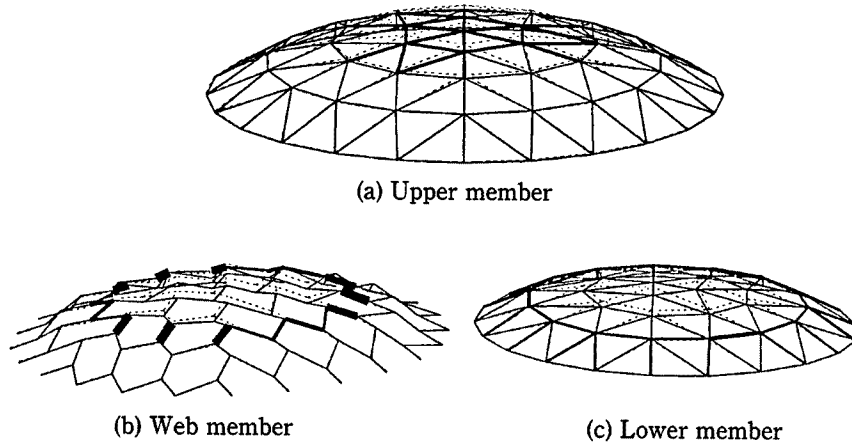


Fig. 5. Buckling mode and distribution of member strain energy (Model-PM121).

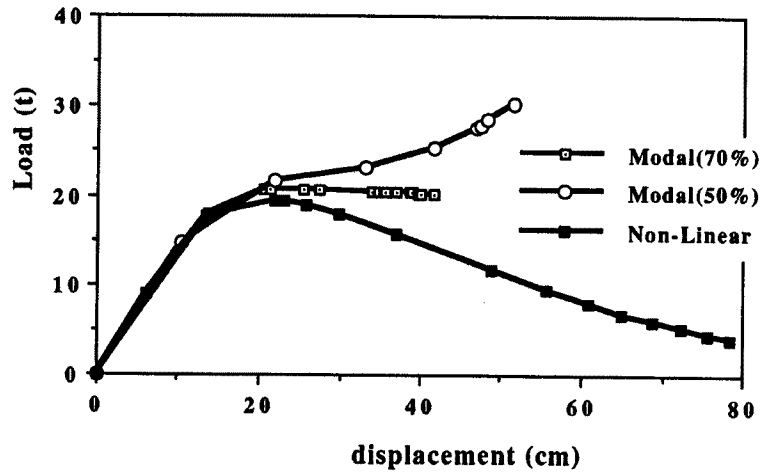


Fig. 6. Comparison of buckling characteristics by modal and non-linear analysis. (%: selected eigen modes/all eigen modes)

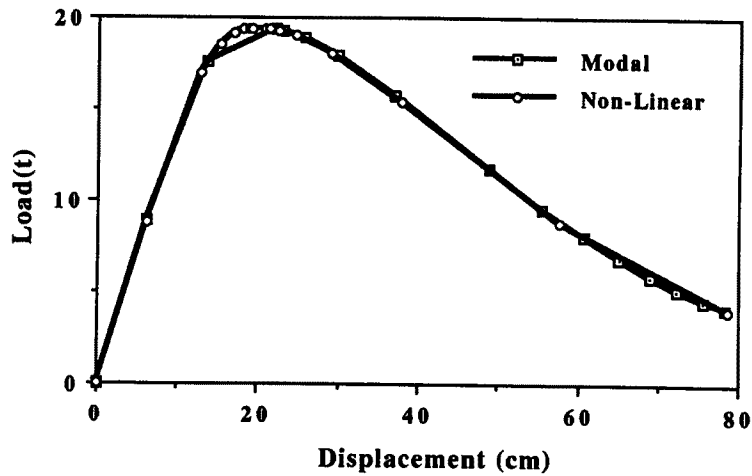


Fig. 7. Comparison of buckling characteristics by modal and non-linear analysis. (Model-PM111)

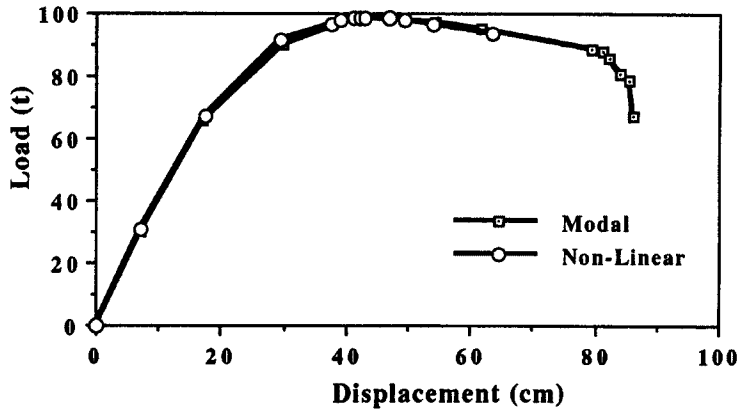


Fig. 8. Comparison of buckling characteristics by modal and non-linear analysis. (Model-PM121)

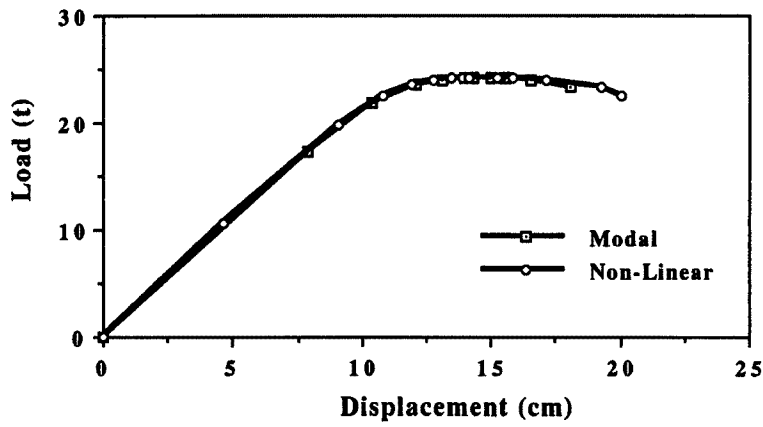


Fig. 9. Comparison of buckling characteristics by modal and non-linear analysis. (Model-PM112)

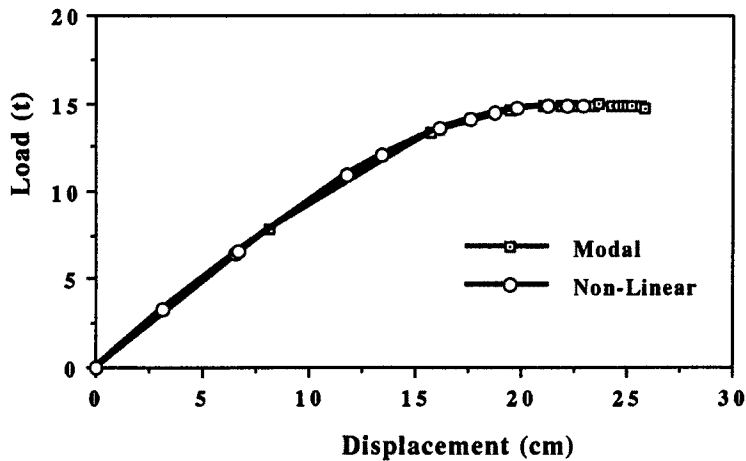


Fig. 10. Comparison of buckling characteristics by modal and non-linear analysis. (Model-PM113)

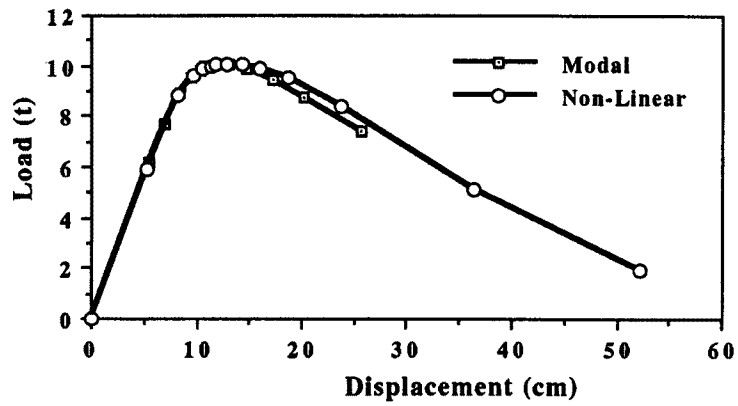


Fig. 11. Comparison of buckling characteristics by modal and non-linear analysis. (Model-PM211)

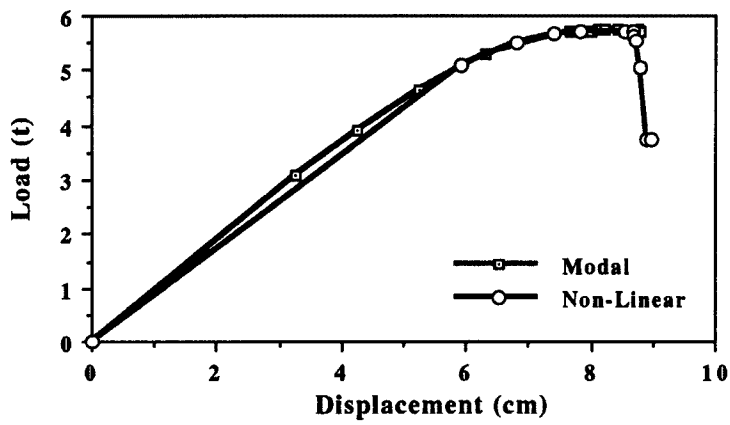


Fig. 12. Comparison of buckling characteristics by modal and non-linear analysis. (Model-PM311)

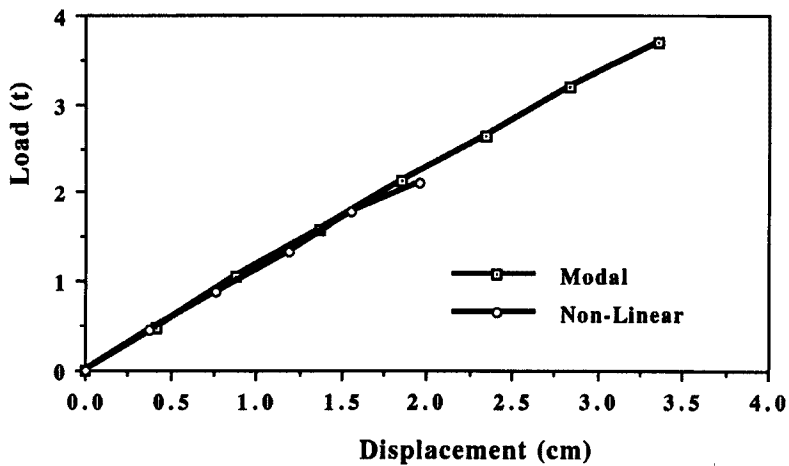


Fig. 13. Comparison of buckling characteristics by modal and non-linear analysis. (Model-RM111: Stiffness Matrix 1)

自由度数と同じ数、すなわち100%のモードを取って解析していることを意味している。これは弧長法の直接法による解析結果とモード重畳法による解析結果を比較して、この方法の適用に関する妥当性を検証するためである。結果的に設定している全モデルの釣合経路を通じてほぼ一致しているため理論及びプログラム上の有効性は立証された。解析モデル PM121 の方が分岐座屈後更に負になる固有値の数が多い。このことはこの座屈点に分岐点であることを意味し、座屈後経路を求めることは大変複雑になる。ただ、複数の固有値が同時に負になるのはモデルの形態及び荷重状態が対称であることも1つの原因と思われる。また全体座屈が起こる時点で既にオイラー座屈が発生した部材の数は10.5%に達している。この点から見ると複層ラチスドームの場合は弾塑性座屈解析が必要である。Fig. 9, Fig. 10 では部材が同一断面積を持つととして取り扱うと解析モデル PM113 の全体座屈荷重が F111 の0.61倍で、最大変位が2.46倍である。座屈荷重と変位に及ぼす細長比の影響が大きいことがわかる。Fig. 11, Fig. 12 では半開角が小さい解析モデル PM311 の座屈荷重は PM211 の0.57倍 PM111 の0.29倍である。なお、この2つのモデルでは全体的には極限点座屈が行なっている。全モデルを通じてドーム支持点最近接部材以外の部材は座屈前及び後でほぼ直線的な挙動をしている。Fig. 13, Fig. 14, Fig. 15 は剛接合モデルに関して2つの解析法による結果を示している。座屈が起こった時点で変形モードは見えないくらい小さい。今回のモード重畳法の解析結果と弧長法の結果を比べると経路は一致しているが座屈荷重は1.5倍大きくなった。また、一般の非線形解析法ではこのモデル

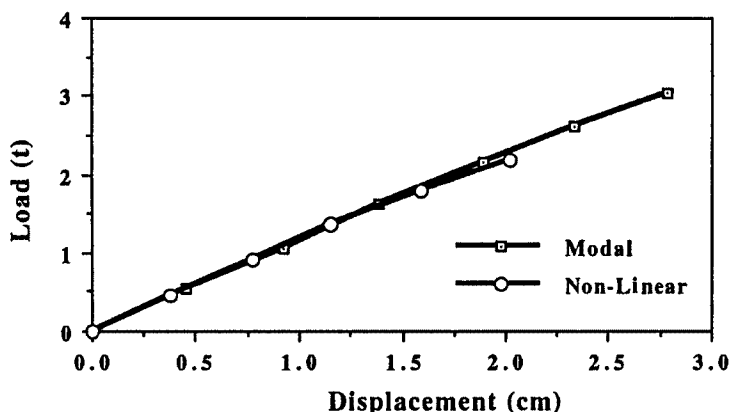


Fig. 14. Comparison of buckling characteristics by model and non-linear analysis. (Model-RM111: Stiffness Matrix 2)

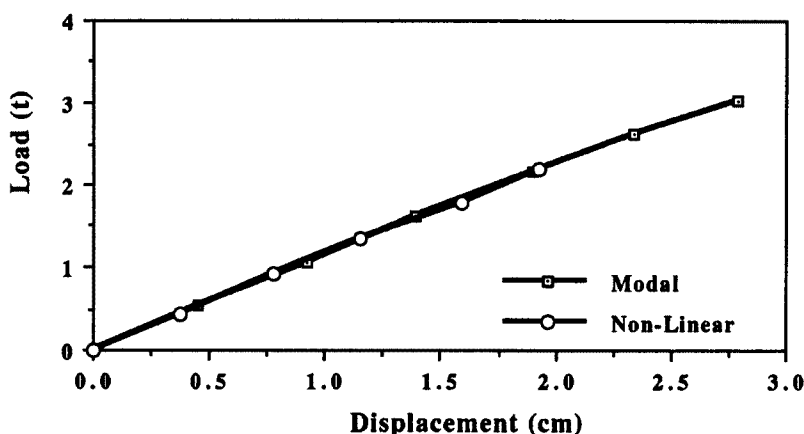


Fig. 15. Comparison of buckling characteristics by model and non-linear analysis. (Model-RM111: Stiffness Matrix 3)

の場合分岐点に至る前 Newton-Raphson 反復計算が収束しなくて発散した。しかし、今回は座屈点まではうまく行くが座屈後の経路は求め得なかった。個材のオイラー座屈荷重は『剛性行列1』の定式化によると『剛性行列3』のものより1.2倍大きいである。

7. ま と め

本研究ではピン接合及び剛接合複層ラチスドームについて荷重形態、細長比、半開角あるいは剛性マトリクスをパラメータとしてモード重畳法による幾何学的非線形座屈解析を行なった。弧長法による一般の解析結果とモード重畳法による解析結果を比較して、この方法の適用に関する妥当性を検証するため構造物の自由度数と同じ数、すなわち100%、のモードを取って解析した。結果的に設定している全モデルの釣合経路を通じてほぼ一致しているため理論及びプログラム上の有効性は立証された。

今回の解析においては50%程度の固有モードを用いることだけで分岐後経路を追跡することができたがモードを取るところによって結果が全然違った。また、剛性マトリクスから求めた固有モードの中で用いた各々モードの構造物の挙動に及ぼす影響を調べるため荷重による一般化座標の変化を評価したが規則性がないことが判明され、モードの選び方法に関する研究は今後の課題となった。しかし、今の段階で考えられるモードの選び方としては一般化座標の絶対値を分岐点まで合わせてその値の大きさが各々のモードの影響力の大きさと判断することが一つである。もう一つは荷重に関する一般化座標の値を相当する固有値で割った値を基準値として判断する方法がある。これらによる解析結果は IASS INTERNATIONAL SYMPOSIUM (1993.10) で発表する予定である。また、解析モデルの中で局所的な変形が大きいモデルの場合は直接法とモード重畳法との結果が合わない場合もあるので出来るだけ連続体シェルの形態に近い解析モデルにモード重畳法を適用することが望ましい。

参 考 文 献

- 1) Powell, G. H.: Theory of Nonlinear Elastic Structures, Proc. ASCE, Vol. 95, No. ST12, 1969.12, pp. 2687-2701.
- 2) Riks, E.: An Incremental Approach to the Solution of Buckling Problems, Int. J. Solids and Structures, Vol. 15, 1979, pp. 63-74.
- 3) Thompson, J. M. T. and G. W. Hunt: A General Theory of Elastic Stability, John Wiley & Sons, 1973.
- 4) Oran, C.: Tangent Stiffness in Space Frames. Proc. ASCE. Vol. 99, No. ST6, 1973.6, pp. 987-1001.
- 5) Riks, E.: Some Computational Aspects of the Stability Analysis of Nonlinear Structures, Comput. Meths. Appls. Mech. Engrg., Vol. 47, 1984, pp. 219-259.
- 6) Schweizerhof, K. H. and P. Wriggers: Consistant Linearization for Path Following Methods in Nonlinear FE Analysis, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 59, 1986, pp. 261-279.
- 7) Wriggers, P., W. Wagner and C. Miehe: A Quadratically Convergent Procedure for the Calculation of Stability Points in Finite Element Analysis, Comput. Meths. Appl. Mech. Engrg., Vol. 70, 1988, pp. 329-347.
- 8) Sumec, J.: Regular Lattice Plates and Shells, Elsevier, 1990.
- 9) Murtha-Smith, E. and J. E. Bean: Double Layer Grid Space Frame Buckling, Int. J. Space Structures, Vol. 4, No. 3, 1989, pp. 117-127.
- 10) Clarke, M. J. and G. J. Hancock: Finite-Element Nonlinear Analysis of Stressed-Arch Frames, Proc. ASCE, Vol. 117, No. ST10, 1991.10, pp. 2819-2837.